



Pontificia Universidad
JAVERIANA
Bogotá

Facultad de Ciencias

Departamento de Matemáticas

cherrera@javeriana.edu.co

ANALISIS NUMERICO

TRABAJO FINAL

Estudiante 1 Natalia Gaona Salamanca

Estudiante 2 Laura Sofia Jimenez

Estudiante 3 Esteban Alberto Rojas

Estudiante 4 Juan Felipe Arias

Cada grupo debe entregar este documento con los resultados y las implementaciones (R o Python) en archivos anexos, al correo herrera.eddy@gmail.com y **DEBEN SUBIR AL REPOSITORIO LA SOLUCIÓN Y LA IMPLEMENTACIÓN EN LA CARPETA TRABAJO FINAL INDICANDO EL LINK DE LOS RESPOSITORIOS DE CADA ESTUDIANTE**

TIEMPO LIMITE 9:30 am HORA LOCAL DEL 18 DE NOVIEMBRE DEL 2021

La estimación de la propagación de la pandemia por **Covid-19** en la ciudad de Santa Marta (Colombia) se hace a partir del modelo SIR con parámetros y condiciones iniciales dadas. El modelo SIR, aplicado en varios tipos de pandemias, objetiva estimar el número de **individuos susceptibles a infectarse (S)**, **el número de individuos infectados capaces de infectar (I)** y **el número de individuos recuperados (que se curaron o fallecieron) (R)**.

El número de individuos susceptibles a infectarse (dS) en el tiempo de observación (dt), viene dado por la **ecuación 1: $\frac{dS}{dt} = -\beta C \frac{S}{N}$** con **Donde β es la tasa temporal de probabilidad de un sujeto de llegar a infectarse, C es el número de contactos del sujeto, $1/N$ es la probabilidad de que algún contacto esté infectado, N es el universo de individuos y S el número total de individuos susceptibles de infectarse.**

El número de individuos infectados dI en el tiempo de observación dt se expresa mediante la **ecuación 2: $\frac{dI}{dt} = \beta C \frac{S}{N} - \frac{dR}{dt}$** . Donde **$dR/dt$ es la cantidad de personas que en el tiempo de observación se están recuperando.** Como en el tiempo de observación, es posible que algunos de los individuos se hayan recuperado, por lo que estos dejarán de pertenecer al grupo I para engrosar el grupo R, lo que se traduce en una substracción a la cantidad de infectados.

El número de recuperados dR en el tiempo de observación se puede modelar, de manera simple, mediante la **ecuación 3: $\frac{dR}{dt} = \gamma I$** . Donde **γ es la tasa temporal de recuperación de un sujeto infectado, o sea, γdt es la probabilidad de recuperación, en el tiempo dt , de un sujeto que estaba infectado**

Productos:



1. Solucionar el sistema de ecuaciones utilizando el método de **Euler mejorado**, las condiciones iniciales se establecieron en $I(0) = 2/N$, $S(0) = 1-I$, $R(0) = 0$ y $N=479.853$, en consonancia con los datos reportados por el **Instituto Nacional de Salud (INS)** de Colombia para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020. Los parámetros del modelo son $\beta=0,06$, $C=1,5$ y $\gamma=0,021$, fueron ajustados numéricamente hasta que los casos (infectados más recuperados) estimados se aproximaran a con error <0.05 de los casos reportados.

Ecuación1: 6.978534243677066

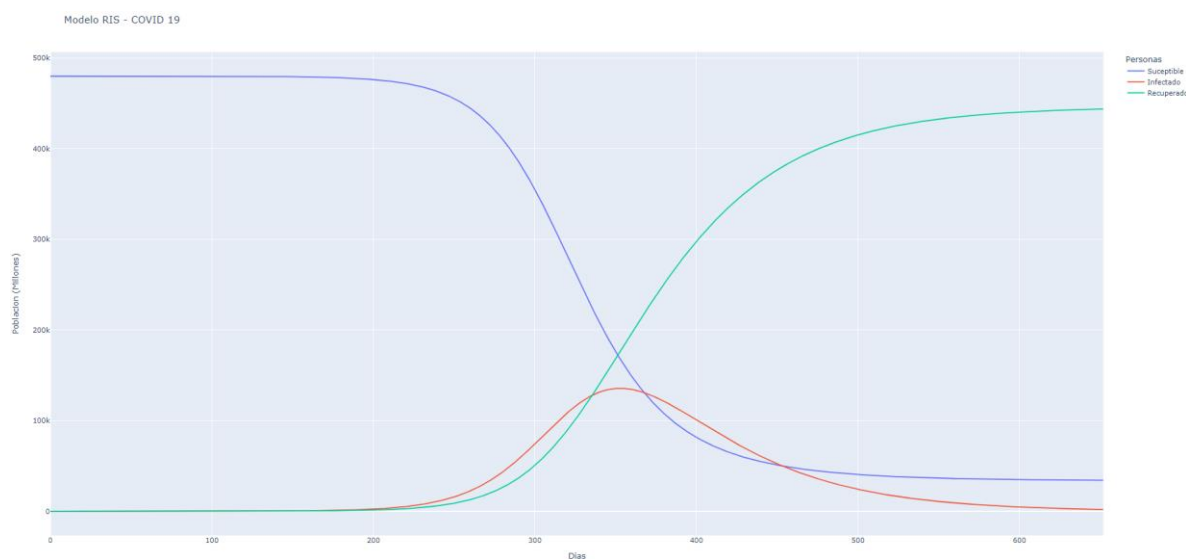
Ecuación2: 6.915964990391654

Ecuación3: 7.042347385637831

Tabla de solución del mes de marzo 20 – abril 20

2. Con base en la solución anterior realice **una** gráfica de la **proyección** del número de susceptibles, infectados y recuperados desde el inicio de la pandemia, del 20 de marzo de 2020 hasta el 1 de enero de 2022.

GRAFICA



3. Determine la cantidad máxima aproximada de infectados en relación con la población total y en que fecha aproximadamente se espera esto.

El contagio maximo: 34657.3406151437 Fecha: 2020-04-17

SOLUCION



4. Determine el porcentaje de la población que llegaría a infectarse y el porcentaje de recuperación

SOLUCION

```
El contagio maximo: 34657.3406151437 Fecha: 2020-04-17
Porcentajes recuperados: 100.0 %
Porcentajes infectados: 61.83 %
```

5. Se dice que una situación epidémica controlada será cuando: $\frac{\gamma}{\beta C} > \frac{S}{N}$ determine en que instantes del tiempo la situación está controlada.

```
C:\Users\juanf\PycharmProjects\ModeloSIR\venv\Scripts\python.
Situacion controlada en la fecha: 2020-06-30
El contagio maximo: 34593.97124053225 Fecha: 2020-05-17
Porcentajes recuperados: 100.0 %
Porcentajes infectados: 61.83 %
Error relativo : 82713.98037988858
Error absoluto: 10567998.389716862

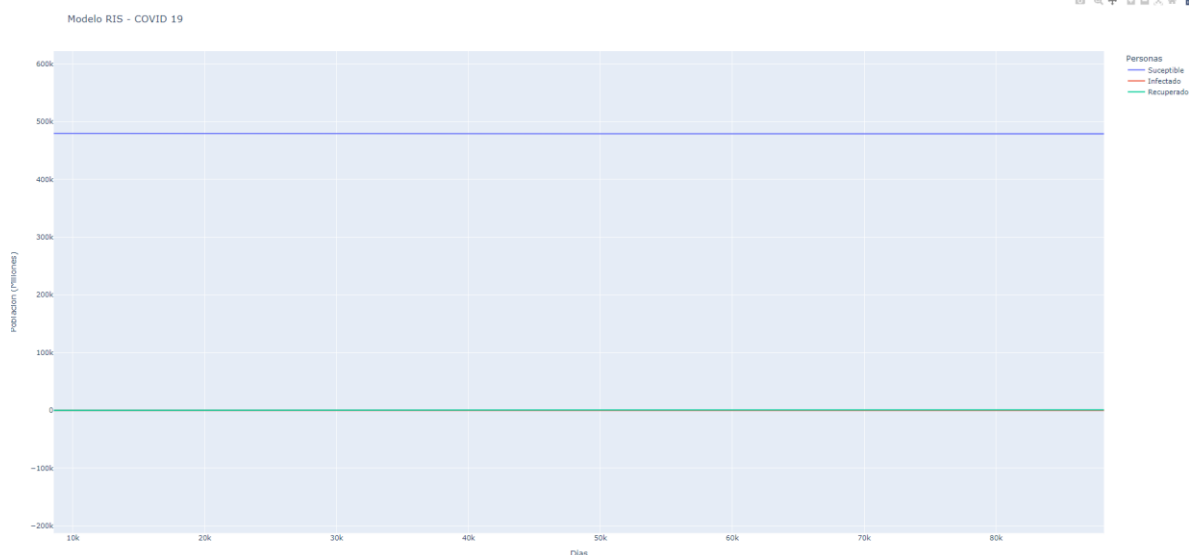
Process finished with exit code 0
```

Desde la fecha 2020- 06-30 la situación esta controlada teniendo en cuenta que una situación controlada es cuando $\gamma / \beta * C$ es mayor que S / N .

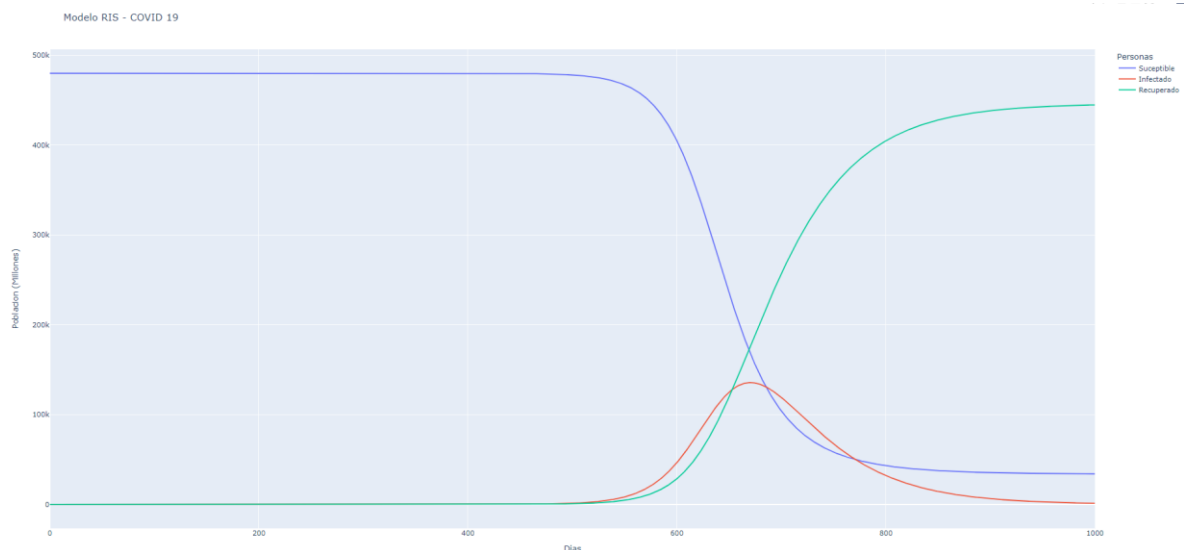
SOLUCION

6. El número básico de reproducción $R_0 = \frac{\beta}{\gamma}$ es un indicador relevante en salud pública porque expresa la potencia de contagio. Encuentre la solución para cuando $\beta = \gamma$ como para cuando $\beta > \gamma$ e interprete la solución a la luz de los valores de R_0 para los casos (asigne valores a los parámetros).

SOLUCION



Se estableció R_0 en beta / gamma ya que en este caso beta y gamma tienen el mismo valor, obteniendo 1. Al ver esta grafica podemos analizar que el potencial de contagio es el mismo que el potencial de recuperación, lo que nos lleva a obtener estas 2 graficas paralelas.

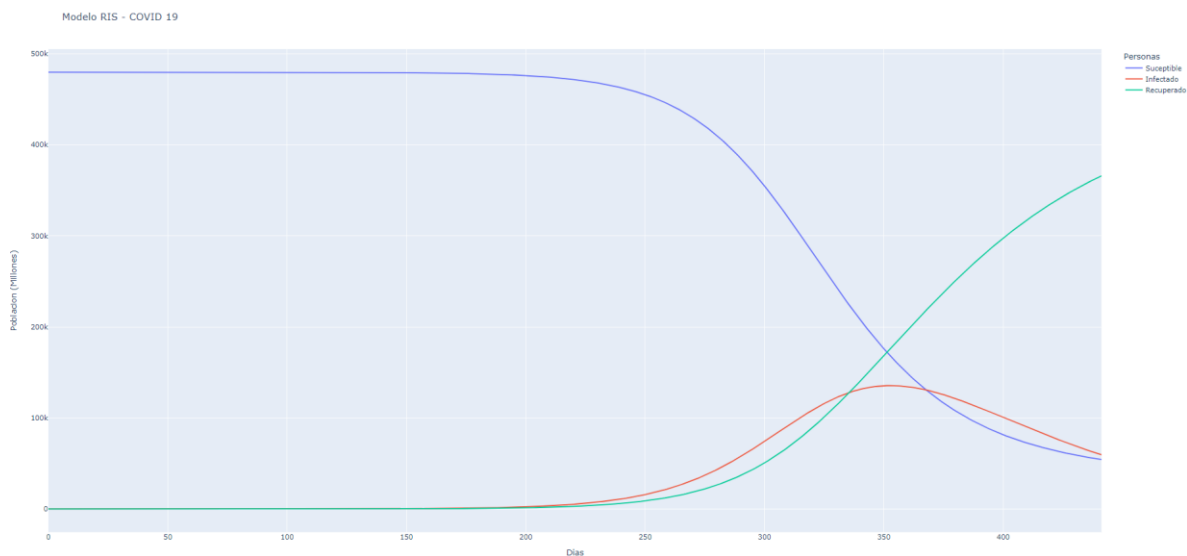


En este caso, manejando un periodo de tiempo de **1000** días y definiendo a beta con 0.06 y gamma con 0.021 es decir $\beta > \gamma$ obtenemos que en un punto se obtiene una mayor cantidad de recuperados. Y, el tiempo en donde los infectados sobreponen una cantidad suficiente para aumentar significativamente la gráfica se prolonga.

7. El número efectivo de reproducción $R_e(t) = \frac{\beta CS(t)}{\gamma N}$ se define como la cantidad de individuos susceptibles que pueden llegar a ser infectados por un individuo en un momento específico



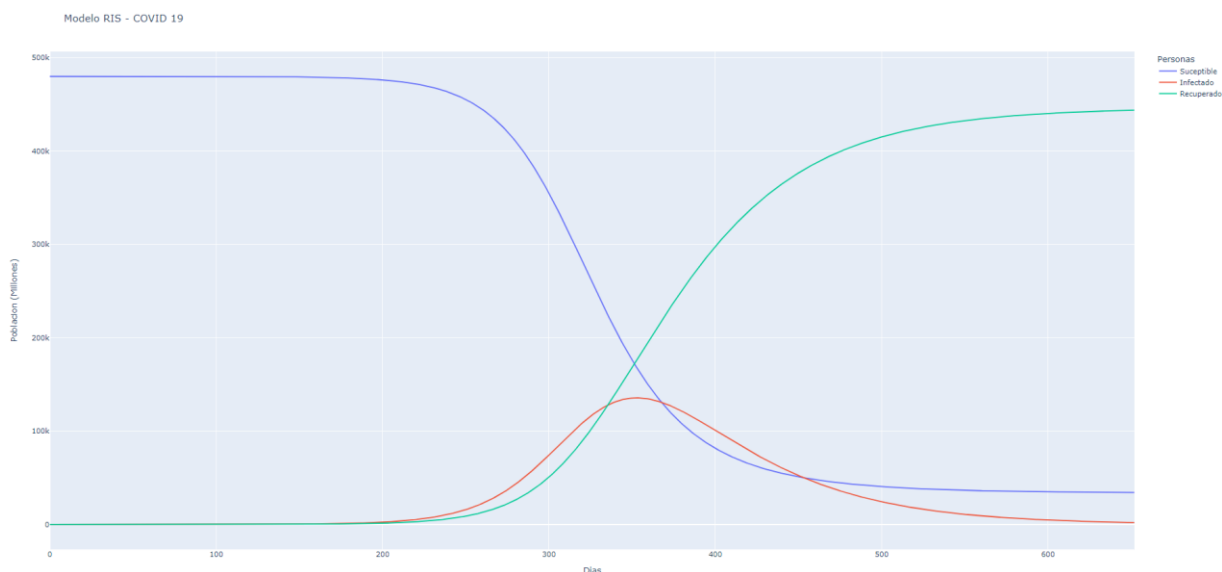
cuando toda la población no es susceptible. Con base en la solución numérica de $S(t)$ interpole y estime y grafique $R_e(t)$ para los primeros 60 días.



El comportamiento de la epidemia cambia a partir del día **200** con el calculo de recuperados de una manera distinta. No se presencia un cambio entre los primeros **60** días.

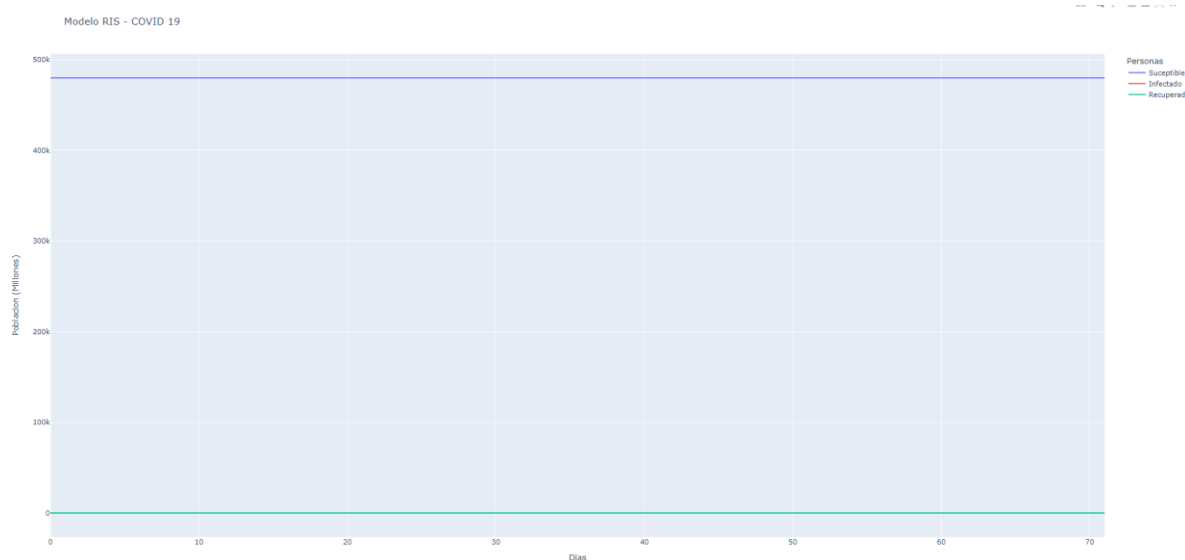
8. Encuentre la solución del sistema de ecuaciones para $R_e(t) = 1.5$ grafique e interprete la solución.

SOLUCION Y GRAFICA



Al agregar 1.5 como valor inicial al modelo, no se presentan ningun cambio en la gráfica o el comportamiento de esta. Probablemente, porque al ser un valor tan menor no afecte los recuperados.

9. Simular el progreso de la pandemia en Santa Marta (para el periodo entre el 20 de marzo y el 30 de mayo de 2020) suponiendo un margen de error al inicio de la pandemia tal que el número de infectados y recuperados en ese momento fuera $I(0) = 14/N$, $R(0) = 7/N$ y considere esta solución exacta.



Con las condiciones propuestas se puede determinar que, durante 71 días, los cuales son los días entre 20 de marzo y 20 de mayo de 2020 no se presenta ningun contagiado y por esa razón no hay cambios entre los trazos de susceptible y recuperados. Sin embargo,



realizando un análisis mas profundo podemos detallar que no es sino hasta mas de 400 dias en donde se puede presenciar un aumento de infectados.

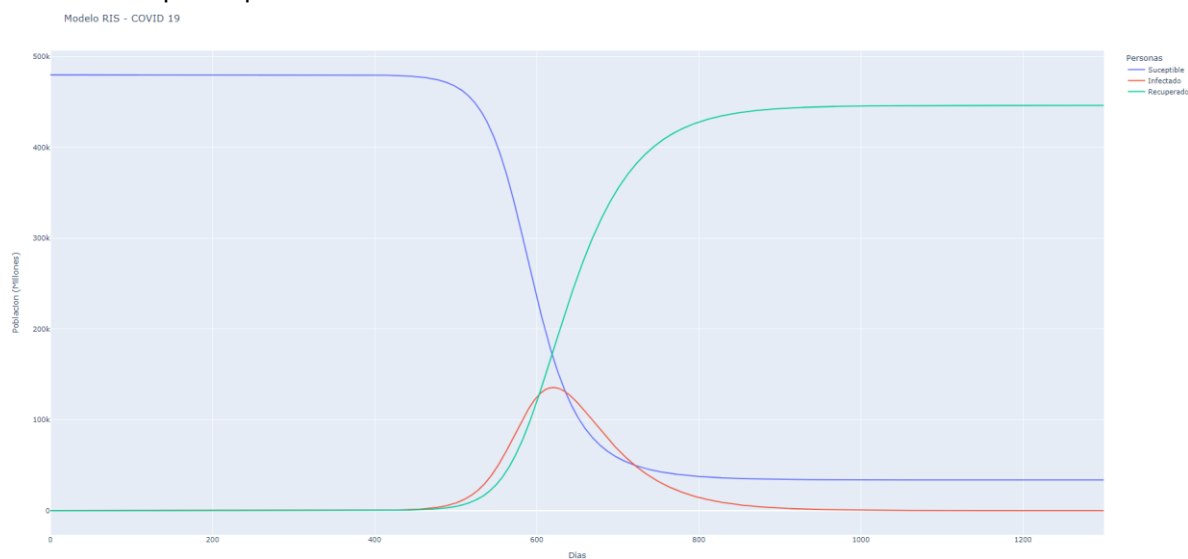


TABLA DE LOS PRIMEROS 30 DIAS Y GRAFICA DE SOLUCION PARA EL PERIODO PARA EL PERIODO ENTRE EL 20 DE MARZO Y EL 30 DE MAYO DE 2020

10. Determine el error relativo en los primeros 10 días, el error absoluto medio (EAM) asumiendo que esta solución es la exacta y la primera solución es la aproximada y la estabilidad numérica de la solución numérica.

TABLA DE ERRORES Y GRAFICA DE LOS ERRORES PARA CUANDO $R_e(t) = 1.001; 1.5; 1.9; 2.5$

IMÁGENES MAS ABAJO.



```
ProyectoDeSimulación C: 111 erroR=mean_relative_error(R,1.001)
venv library root 112 print("Error relativo : ", erroR)
main.py 113 num=(1.001-R)
External Libraries 114 errorA=np.linalg.norm(num)
Scratches and Consoles 115 print("Error absoluto: ", errorA)

main x
C:\Users\Tatis\ProyectoDeSimulación\venv\Scripts\python.exe C:/Users/Tatis/Proyect
El contagio maximo: 34657.3406151437 Fecha: 2020-04-17
Porcentajes recuperados: 100.0 %
Porcentajes infectados: 61.83 %
Error relativo: 315379.0718571359
Error absoluto: 13223224.242952054
|
Process finished with exit code 0

ProyectoDeSimulación C: 110
> venv library root 111 erroR=mean_relative_error(R,1.5)
main.py 112 print("Error relativo : ", erroR)
External Libraries 113 num=(1.5-R)
Scratches and Consoles 114 errorA=np.linalg.norm(num)

main x
C:\Users\Tatis\ProyectoDeSimulación\venv\Scripts\python.exe C:/Users/
El contagio maximo: 34657.3406151437 Fecha: 2020-04-17
Porcentajes recuperados: 100.0 %
Porcentajes infectados: 61.83 %
Error relativo : 210462.6346193287
Error absoluto: 13223208.755734669
```




```
ProyectoDeSimulación C 110
venv library root 111
main.py 112
External Libraries 113
Scratches and Consoles 114

erroR=mean_relative_error(R,1.9)
print("Error relativo : ", erroR)
num=(1.9-R)
errorA=np.linalg.norm(num)

main x
C:\Users\Tatis\ProyectoDeSimulación\venv\Scripts\python.exe C:/Users/Tatis/ProyectoDeSimulación/main.py
El contagio maximo: 34657.3406151437 Fecha: 2020-04-17
Porcentajes recuperados: 100.0 %
Porcentajes infectados: 61.83 %
Error relativo : 166154.5010152595
Error absoluto: 13223196.34113613
```

```
venv library root 111
main.py 112
External Libraries 113
Scratches and Consoles 114

erroR=mean_relative_error(R,2.5)
print("Error relativo : ", erroR)
num=(2.5-R)
errorA=np.linalg.norm(num)

main x
C:\Users\Tatis\ProyectoDeSimulación\venv\Scripts\python.exe C:/Users/Tatis/ProyectoDeSimulación/main.py
El contagio maximo: 34657.3406151437 Fecha: 2020-04-17
Porcentajes recuperados: 100.0 %
Porcentajes infectados: 61.83 %
Error relativo : 126277.18077159724
Error absoluto: 13223177.719245967
```