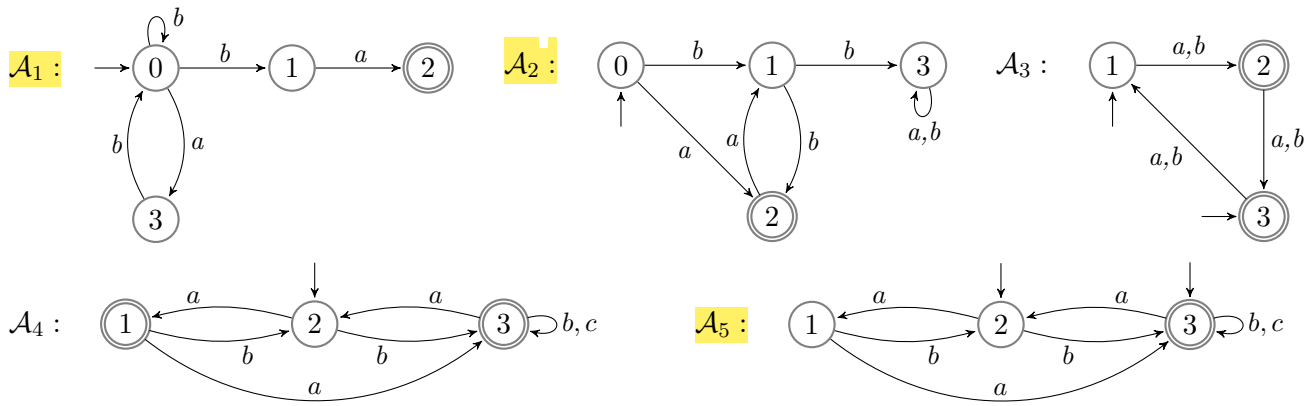


TD n°6

De l’automate à l’expression rationnelle : algorithme de Brzowski–McCluskey vs systèmes d’équations et lemme d’Arden

Exercice 1 Pour chacun des automates ci-dessous, calculer une expression rationnelle pour le langage reconnu, en appliquant la méthode de Brzowski–McCluskey.



Exercice 2 Étant donné un système d’équations aux langages, on considère deux types d’opération :
ard(k) applique le lemme d’Arden sur l’équation $L_k = \dots$

sub(h, k) opère dans $L_k = \dots$ une substitution de chaque L_h (par le membre droit de $L_h = \dots$)

Pour chacun des couples (S, T) de systèmes, indiquer la ou les suite(s) d’opérations pour passer de S à T :

$$S_1 : \begin{cases} L_1 = cL_1 + (a + d)L_2 + dL_3 + \varepsilon \\ L_2 = aL_1 \\ L_3 = (c + d)L_1 + bL_3 + \varepsilon \end{cases}$$

$$S_2 : \begin{cases} L_1 = aL_1 + cL_3 \\ L_2 = (a + d)L_1 + (b + c)L_3 + \varepsilon \\ L_3 = bL_1 + dL_2 \end{cases}$$

$$T_1 : \begin{cases} L_1 = cL_1 + (a + d)L_2 + dL_3 + \varepsilon \\ L_2 = acL_1 + a(a + d)L_2 + adL_3 + a \\ L_3 = b^*(c + d)L_1 + b^* \end{cases}$$

$$T_2 : \begin{cases} L_1 = a^*cL_3 \\ L_2 = (a + d)L_1 + (b + c)L_3 + \varepsilon \\ L_3 = (d(b + c) + (b + d(a + d))a^*c)L_3 + d \end{cases}$$

- ☐ **sub**(1, 2) puis **ard**(3)
- ☐ **sub**(2, 1) puis **ard**(3)
- ☐ **ard**(3) puis **sub**(2, 1)
- ☐ **ard**(3) puis **sub**(1, 2)
- ☐ aucune de ces suites

- ☐ **ard**(1) puis **sub**(2, 3) puis **sub**(1, 3)
- ☐ **ard**(1) puis **sub**(1, 3) puis **sub**(2, 3)
- ☐ **sub**(1, 3) puis **ard**(1) puis **sub**(2, 3)
- ☐ **sub**(2, 3) puis **ard**(1) puis **sub**(1, 3)
- ☐ aucune de ces suites

Indiquer finalement la ou les suite(s) d’opérations pour résoudre T_2 :

- ☐ **sub**(1, 2) puis **sub**(3, 1) puis **sub**(3, 2) puis **ard**(3)
- ☐ **sub**(1, 2) puis **sub**(3, 2) puis **sub**(3, 1) puis **ard**(3)
- ☐ **ard**(3) puis **sub**(3, 1) puis **sub**(1, 2) puis **sub**(3, 2)
- ☐ **sub**(1, 2) puis **ard**(3) puis **sub**(3, 1) puis **sub**(3, 2)
- ☐ **sub**(3, 2) puis **sub**(3, 1) puis **sub**(1, 2) puis **ard**(3)
- ☐ aucune de ces suites

Exercice 3 Construire et résoudre le système d’équations associé à chacun des automates de l’Exercice 1.

Exercice 4 Démontrer le deuxième énoncé du lemme d’Arden : sous l’hypothèse $\varepsilon \notin A$, A^*B est l’unique solution de l’équation $L = AL + B$.