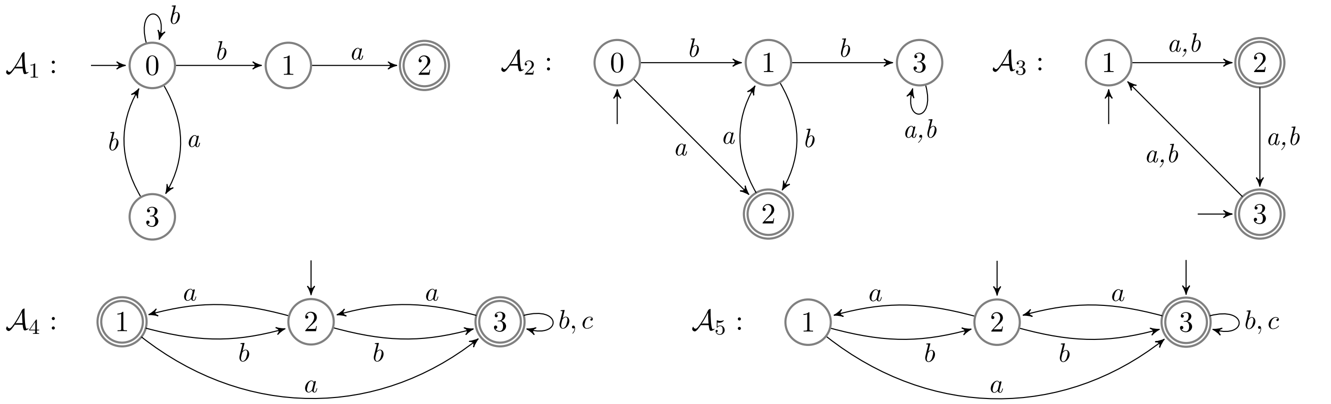
Université Paris Cité – UFR d'Informatique
L2 Informatique, Math-Info, Bio-Info, Japonais-Info

Automates et analyse lexicale
Année 2025–2026

# TD n°6

## De l'automate à l'expression rationnelle : algorithme de Brzozowski–McCluskey *vs* systèmes d'équations et lemme d'Arden

**Exercice 1** *Pour chacun des automates ci-dessous, calculer une expression rationnelle pour le langage reconnu, en appliquant la méthode de Brzozowski–McCluskey.*




**Exercice 2** *Étant donné un système d'équations aux langages, on considère deux types d'opération :*

**ard**$(k)$ *applique le lemme d'Arden sur l'équation* $L_k = \cdots$

**sub**$(h,k)$ *opère dans* $L_k = \cdots$ *une substitution de chaque* $L_h$ *(par le membre droit de* $L_h = \cdots$*)*

*Pour chacun des couples* $(S,T)$ *de systèmes, indiquer la ou les suite(s) d'opérations pour passer de* $S$ *à* $T$ *:*

$$S_1 : \begin{cases} L_1 = cL_1 + (a+d)L_2 + dL_3 + \varepsilon \\ L_2 = aL_1 \\ L_3 = (c+d)L_1 + bL_3 + \varepsilon \end{cases} \qquad S_2 : \begin{cases} L_1 = aL_1 + cL_3 \\ L_2 = (a+d)L_1 + (b+c)L_3 + \varepsilon \\ L_3 = bL_1 + dL_2 \end{cases}$$

$$T_1 : \begin{cases} L_1 = cL_1 + (a+d)L_2 + dL_3 + \varepsilon \\ L_2 = acL_1 + a(a+d)L_2 + adL_3 + a \\ L_3 = b^*(c+d)L_1 + b^* \end{cases} \qquad T_2 : \begin{cases} L_1 = a^*cL_3 \\ L_2 = (a+d)L_1 + (b+c)L_3 + \varepsilon \\ L_3 = (d(b+c) + (b + d(a+d))a^*c)L_3 + d \end{cases}$$

- ☐ **sub**$(1,2)$ *puis* **ard**$(3)$
- ☐ **sub**$(2,1)$ *puis* **ard**$(3)$
- ☐ **ard**$(3)$ *puis* **sub**$(2,1)$
- ☐ **ard**$(3)$ *puis* **sub**$(1,2)$
- ☐ *aucune de ces suites*

- ☐ **ard**$(1)$ *puis* **sub**$(2,3)$ *puis* **sub**$(1,3)$
- ☐ **ard**$(1)$ *puis* **sub**$(1,3)$ *puis* **sub**$(2,3)$
- ☐ **sub**$(1,3)$ *puis* **ard**$(1)$ *puis* **sub**$(2,3)$
- ☐ **sub**$(2,3)$ *puis* **ard**$(1)$ *puis* **sub**$(1,3)$
- ☐ *aucune de ces suites*

*Indiquer finalement la ou les suite(s) d'opérations pour résoudre* $T_2$ *:*

- ☐ **sub**$(1,2)$ *puis* **sub**$(3,1)$ *puis* **sub**$(3,2)$ *puis* **ard**$(3)$
- ☐ **sub**$(1,2)$ *puis* **sub**$(3,2)$ *puis* **sub**$(3,1)$ *puis* **ard**$(3)$
- ☐ **ard**$(3)$ *puis* **sub**$(3,1)$ *puis* **sub**$(1,2)$ *puis* **sub**$(3,2)$
- ☐ **sub**$(1,2)$ *puis* **ard**$(3)$ *puis* **sub**$(3,1)$ *puis* **sub**$(3,2)$
- ☐ **sub**$(3,2)$ *puis* **sub**$(3,1)$ *puis* **sub**$(1,2)$ *puis* **ard**$(3)$
- ☐ *aucune de ces suites*

**Exercice 3** *Construire et résoudre le système d'équations associé à chacun des automates de l'Exercice 1.*

**Exercice 4** *Démontrer le deuxième énoncé du lemme d'Arden : sous l'hypothèse* $\varepsilon \notin A$, $A^*B$ *est l'unique solution de l'équation* $L = AL + B$.