



L2 Informatique

Année 2025-2026

Automates et Analyse Lexicale
Contrôle Continu n°2

Sujet sur deux pages. Durée : 1 h

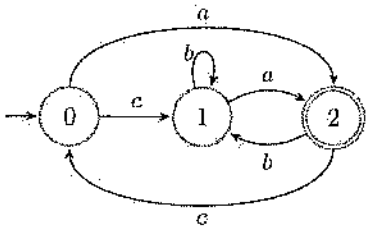
Les documents ne sont pas autorisés. Remplir **entièrement** chaque case associée à une réponse correcte avec un stylo noir ou bleu foncé. Si besoin, utiliser un correcteur blanc (sans tenter de redessiner la case).

Nom : CAI Laurent
Numéro d'étudiant :

<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	9
<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	1	<input checked="" type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	9
<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	3	<input checked="" type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	9
<input type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	9
<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	9
<input type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	5	<input checked="" type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	9
<input checked="" type="checkbox"/>	0	<input type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	9
<input type="checkbox"/>	0	<input checked="" type="checkbox"/>	1	<input type="checkbox"/>	2	<input type="checkbox"/>	3	<input type="checkbox"/>	4	<input type="checkbox"/>	5	<input type="checkbox"/>	6	<input type="checkbox"/>	7	<input type="checkbox"/>	8	<input type="checkbox"/>	9

Question 1

Appliquer l'algorithme Brzozowski-McCluskey à l'automate ci-contre, en veillant à préserver les invariants requis et à éliminer les états dans l'ordre croissant, c'est-à-dire en éliminant l'état i avant l'état j si $i < j$. Noter que l'ordre dans lequel nous éliminons les états est important, mais que des simplifications des expressions rationnelles obtenues sont possibles. Parmi les expressions rationnelles suivantes, lesquelles apparaîtront comme étiquettes sur les transitions des différents automates obtenus en appliquant l'algorithme de la manière décrite ci-dessus ?



3.5/4

- | | | | |
|---|--|---|--|
| <input type="checkbox"/> acb^*a <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> bb^*a <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> $a + cb^*a$ | <input checked="" type="checkbox"/> $ca + (b + cc)b^*a$ |
| <input type="checkbox"/> bba^* <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> cb^*a <input checked="" type="checkbox"/> | <input checked="" type="checkbox"/> $b + cc$ | <input type="checkbox"/> $b + ca^*b$ <input checked="" type="checkbox"/> |

Question 2 Étant donné un système d'équations aux langages, on considère deux types d'opération :

$\text{ard}(k)$ applique le lemme d'Arden sur l'équation $L_k = \dots$

$\text{sub}(h, k)$ opère dans l'équation $L_k = \dots$ une substitution de chaque L_h (par le membre droit de l'équation $L_h = \dots$)

Pour chaque couple (S, T) de systèmes, indiquer la ou les suite(s) d'opérations pour passer de S à T :

$S_1 : \begin{cases} L_1 = dL_1 + aL_3 \\ L_2 = bL_1 + cL_3 + \varepsilon \\ L_3 = (b + d)L_1 + (a + b)L_3 \end{cases}$

$S_2 : \begin{cases} L_1 = (b + c)L_2 + bL_3 + \varepsilon \\ L_2 = cL_1 + dL_3 \\ L_3 = (a + d)L_1 + aL_3 \end{cases}$

$T_1 : \begin{cases} L_1 = dL_1 + aL_3 \\ L_2 = bdL_1 + (c + ba)L_3 + \varepsilon \\ L_3 = (a + b)^*(b + d)L_1 \end{cases}$

$T_2 : \begin{cases} L_1 = ((b + c)c + (b + (b + c)d)a^*(a + d))L_1 + \varepsilon \\ L_2 = cL_1 + dL_3 \\ L_3 = a^*(a + d)L_1 \end{cases}$

2.5/3

- | | | |
|---|---|---|
| <input type="checkbox"/> $\text{ard}(3)$ puis $\text{sub}(2, 1)$ | <input type="checkbox"/> $\text{sub}(2, 1)$ puis $\text{ard}(3)$ | <input type="checkbox"/> $\text{sub}(2, 1)$ puis $\text{sub}(3, 1)$ puis $\text{ard}(3)$ |
| <input type="checkbox"/> $\text{sub}(2, 1)$ puis $\text{ard}(3)$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\text{sub}(2, 1)$ puis $\text{ard}(3)$ puis $\text{sub}(3, 1)$ | <input type="checkbox"/> $\text{sub}(3, 1)$ puis $\text{ard}(3)$ puis $\text{sub}(2, 1)$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\text{sub}(1, 2)$ puis $\text{ard}(3)$ | <input type="checkbox"/> $\text{sub}(3, 1)$ puis $\text{ard}(3)$ puis $\text{sub}(2, 1)$ | <input checked="" type="checkbox"/> $\text{ard}(3)$ puis $\text{sub}(2, 1)$ puis $\text{sub}(3, 1)$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\text{ard}(3)$ puis $\text{sub}(1, 2)$ | <input type="checkbox"/> $\text{ard}(3)$ puis $\text{sub}(2, 1)$ puis $\text{sub}(3, 1)$ | <input type="checkbox"/> aucune de ces suites |
| <input type="checkbox"/> aucune de ces suites | | |

Indiquer finalement la ou les suite(s) d'opérations pour résoudre T_2 :

- | | |
|---|--|
| <input type="checkbox"/> $\text{ard}(1)$ puis $\text{sub}(1, 2)$ puis $\text{sub}(3, 2)$ puis $\text{sub}(1, 3)$ <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> $\text{sub}(3, 2)$ puis $\text{sub}(1, 3)$ puis $\text{sub}(1, 2)$ puis $\text{ard}(1)$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\text{sub}(3, 2)$ puis $\text{ard}(1)$ puis $\text{sub}(1, 2)$ puis $\text{sub}(1, 3)$ <input checked="" type="checkbox"/> | <input type="checkbox"/> $\text{sub}(1, 3)$ puis $\text{ard}(1)$ puis $\text{sub}(1, 2)$ puis $\text{sub}(3, 2)$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $\text{ard}(1)$ puis $\text{sub}(1, 3)$ puis $\text{sub}(3, 2)$ puis $\text{sub}(1, 2)$ | <input type="checkbox"/> aucune de ces suites |

Question 3 Considérons le langage $L = \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ contient le facteur } bab\}$ sur l'alphabet $\{a, b\}$. Le résiduel $(ba)^{-1}L$ est :

2/2

- | | |
|--|--|
| <input type="checkbox"/> $ba(a + b)^*$ | <input type="checkbox"/> $(a + b)^*bab(a + b)^* + ab(a + b)^*$ |
| <input type="checkbox"/> $b(a + b)^*$ | <input type="checkbox"/> $ab(a + b)^*$ |
| <input checked="" type="checkbox"/> $(a + b)^*bab(a + b)^* + b(a + b)^*$ | <input type="checkbox"/> aucun de ces choix |



Question 4 Soit L le langage donné par l'expression rationnelle $(c+a)^*ba^*bb$ sur l'alphabet $\{a, b, c\}$. Lesquels des langages suivants sont des résiduels de L , c'est-à-dire de la forme $u^{-1}L$ pour $u \in \{a, b, c\}^*$?

3/3

- ☒ a^*bb ☒ \emptyset ☐ $c(c+a)^*ba^*bb$ ☐ ba^*bb
☐ $a(c+a)^*ba^*bb$ ☒ b ☒ cb ☒ bb

Question 5 Soit L le langage des mots w sur $\{a, b, c, d\}$ tels que $|w|_c$ est un multiple de 5. Pour rappel, un mot w sépare deux mots u et v si exactement un mot parmi uw et vw appartient à L . Pour chaque paire (d'une ligne) contenant deux mots u et v avec $u \not\sim_L v$, indiquer pour chaque mot d'une colonne, s'il sépare (o) ou s'il ne sépare pas (n) les mots u et v .

2/2

	dd 1	$abbcb$ 1	$cadcbd$ 2	$dbcdcbacc$ 4	$dcabcbadc$ 3
$(c, ccccdcb)$	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n
$(ccc, bccbcbc)$	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n
$(cccbcb, cc)$	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n

Question 6 Pour chacune des relations binaires R_i sur $\{1, 2, 3, 4\}$ ci-dessous, indiquer si elle est réflexive, si elle est symétrique, si elle est transitive.

	réflexive?	symétrique?	transitive?
$R_1 = \{(1, 1), (1, 3), (1, 4), (3, 1), (3, 3), (3, 4), (4, 1), (4, 3), (4, 4)\}$	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n
$R_2 = \{(1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4)\}$	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n
$R_3 = \{(1, 1), (1, 2), (2, 1), (2, 2), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (4, 4)\}$	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n	<input checked="" type="checkbox"/> o <input type="checkbox"/> n	<input type="checkbox"/> o <input checked="" type="checkbox"/> n

2/2

Question 7 Utiliser le lemme de l'étoile afin de montrer que le langage

$$L = \{w \in \{a, b\}^* \mid |w| \text{ est paire et } w \text{ contient au moins un motif } ba \text{ dans sa première moitié}\}$$

est irrégulier.

(ne pas cocher)

Soit N un entier quelconque positif et n le mot b^2a^{2N-1}
Posons $x = ba^i$ $y = a^j$ $z = a^{2N-i-j}$
Prevenons $k = 1$. Le mot $xy^kz = b^2a^{2N-2+2j}$
ce mot a une longueur impaire, il n'est pas donc dans le langage

mauvaise application du LdE



0/4