

Schwerpunktfach Physik und Angewandte Mathematik



**Numerische Methoden
Approximation und Integration
Programmierung TI-89**

Bruggmann Roland

Luzern, Mai 2005

Maturitätsschule für Erwachsene MSE, Reussbühl

Diese Arbeit dokumentiert eine Implementation numerischer Methoden zur Approximation (Bisection, Regula falsi, Newton) und Integration (Rechteck-, Trapez-, Tangenten-, Simpson-Verfahren) für den Taschenrechner TI-89.

Als Programmiersprache kommt TI-BASIC zum Einsatz, den Quellcode zum Programm «nummeth() – Numerische Methoden» wurde auf einer Intel-x86-Maschine mit GNU/Linux als Betriebssystem und dem Editor «Kate» erstellt. Um das Programm auf den TI-89 zu laden, wurde die Software «TiLP» verwendet.

Als Nachschlagwerke und Grundlage zur Programmierung dienten ausschliesslich das dem TI-89 von Texas Instruments mitgelieferte Benutzerhandbuch zur Advanced Mathematics Software Version 2.0 [1] in gedruckter Form sowie die Hinweise zur Version 2.8 [2] als PDF.

Inhaltsverzeichnis

1. Bemerkungen zu Beginn	3
1.1. Allgemeines	3
1.2. Erfassen von Funktionen	3
2. Das Programm	4
2.1. Programm starten	4
2.2. Aufgabe, Methode, Parameter $f(x)$ (optional)	6
2.3. Erfassen der Parameter	8
2.3.1. Approximation	8
2.3.2. Integration	10
2.4. Resultate speichern	12
2.4.1. Variablenname	12
2.4.2. Approximation	13
2.4.3. Integration	13
2.5. Ende der Berechnungen	14
3. Resultate als Matrizenvariable	15
A. Flussdiagramm	19

1. Bemerkungen zu Beginn

1.1. Allgemeines

Kenntnisse zur Bedienung des TI-89 werden vorausgesetzt und können z.B. im zum Rechner mitgelieferten Benutzerhandbuch [1] nachgeschlagen werden.

Im Programm `nummeth` kann mit `ESC` jeweils zum vorherigen Fenster gewechselt werden. Numerische Eingaben werden jeweils auf ihre Gültigkeit geprüft. Bei einer ungültigen Eingabe erscheint eine Fehlermeldung. Danach besteht die Möglichkeit, die Eingabe zu korrigieren.

1.2. Erfassen von Funktionen

Vor dem Programmstart

Funktionen können im `Y-Editor` eingegeben und im Bildschirm `Graph` zur Wahl des Intervalls untersucht werden.

Die im `Y-Editor` eingegebenen Funktionen $y_1(x)$ bis $y_{10}(x)$ stehen dem Programm `nummeth` zur Verfügung, können darin also optional ausgewählt werden – sowohl bei einer Approximation als auch bei einer Integration.

Nach dem Programmstart

Eine Funktion kann auch erst nach dem Programmstart mit den anderen Parametern (Intervall, Iterationen etc.) erfasst werden (siehe folgende Kapitel sowie das Flussdiagramm im Anhang A).

2. Das Programm

2.1. Programm starten

Mit dem Start des Programms werden einige Konfigurationen ausgelöst: Das Programm wird auf Fehler überprüft, aktuelles Verzeichnis wird nach Möglichkeit NUMERIK, aktuelle Einstellungen der Modi unter MODE werden gesichert und für die Dauer des Programmablaufs konfiguriert, eine Parameterliste wird erstellt und der Y-Editor wird auf erfasste Funktionen untersucht. Dies kann beim erstmaligen Gebrauch des Programms einige Sekunden dauern.

Start mit VAR-LINK

Mit 2nd ► VAR-LINK kann der Variablen-Bildschirm aufgerufen werden. Im Folder NUMERIK ist die Programmvariable nummeth zu finden (siehe Abbildung 2.1). Diese ist mit dem Cursor zu markieren und mit der Taste ENTER zu bestätigen.



Abbildung 2.1.: Variablen-Ordner

Der Pfad der Programmvariablen ist somit in die Eingabezeile kopiert worden. Dieser muss nun noch mit einer schliessenden runden Klammer ')' ergänzt werden (siehe Abbildung 2.2). Mit ENTER wird das Programm gestartet.

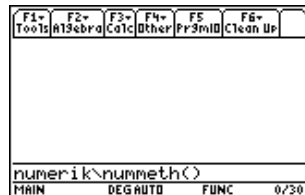


Abbildung 2.2.: Eingabezeile mit kopiertem Pfad

Start mit CATALOG

Mit CATALOG ► F4 User-Defined werden gespeicherte Funktions- und Programmvariablen angezeigt. Mit dem Cursor den Pfeil zu nummeth(bewegen (siehe Abbildung 2.3) und die Taste ENTER betätigen.

Der Pfad der Programmvariablen ist somit in die Eingabezeile kopiert worden. Dieser muss nun noch mit einer schliessenden runden Klammer ')' ergänzt werden (siehe Abbildung 2.2). Mit ENTER wird das Programm gestartet.



Abbildung 2.3.: Variablen-Katalog

2.2. Aufgabe, Methode, Parameter f(x) (optional)

Aufgabe

Die Wahl der Aufgabe erfolgt per Cursor im Drop-Down-Menu, bestätigen mit ENTER (siehe Abbildung 2.4).



Abbildung 2.4.: Dialog 'Numerische Methoden: Aufgabe'

Methode

Die Wahl der Methode erfolgt per Cursor im Drop-Down-Menu, bestätigen mit ENTER (siehe Abbildung 2.5).



Abbildung 2.5.: Dialog 'Numerische Approximation: Methode'

Parameter f(x)

Sind im Y-Editor Funktionen erfasst worden, erscheint nach der Wahl einer Methode ein Dialog 'Parameter' mit der Möglichkeit, eine der erfassten Funktionen zur weiteren Bearbeitung auszuwählen. Dies erfolgt im Drop-Down-Menu 'Funktion aus dem Y-Editor uebernehmen?' durch die Wahl des Eintrages 'Ja' (siehe Abbildung 2.6).

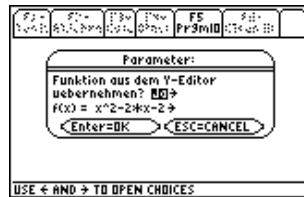


Abbildung 2.6.: Dialog 'Parameter: Funktion aus dem Y-Editor uebernehmen?'

Die Wahl der Funktion erfolgt per Cursor im Drop-Down-Menu 'f(x) = ' (siehe Abbildung 2.7). Hat eine der erfassten Funktionen mehr als 18 Zeichen, wird die Variable der Funktion angezeigt (z.B. $y_3(x)$; analog der Bezeichnung im \verbY-Editor).



Abbildung 2.7.: Dialog 'Parameter: f(x) = '

2.3. Erfassen der Parameter

Der Wechsel zwischen dem Eingabemodus für Ziffern und jenem für Buchstaben dient die alpha-Taste. In folgenden Dialogen kann eine Funktion $f(x)$ erfasst werden, falls nicht schon im Y-Editor eingegeben.

2.3.1. Approximation

Bisection oder Regula falsi

Zu beachten: Für diese Methoden muss das Intervall so gewählt werden, dass der Funktionswert $f(a)$ kleiner, der Funktionswert $f(b)$ grösser ist als Null. Der Wert für 'n Iterationen' muss eine ganze, positive Zahl sein.



Abbildung 2.8.: Dialog 'Numerische Approximation: Methode Bisection'



Abbildung 2.9.: Dialog 'Numerische Approximation: Methode Regula falsi'

Newton

Der Startwert für die Methode Newton muss wie folgt gewählt werden:

- Der Funktionswert darf nicht Null betragen (d.h. $f(\text{startwert}) \neq 0$).
- Die Steigung der Tangente durch den Startwert darf nicht Null sein (d.h. $f'(\text{startwert}) \neq 0$).

Für die Methode nach Newton kann zwischen der Anzahl Iterationen und der Genauigkeit gewählt werden.

- n Iterationen: Die Berechnung wird nach n Iterationen abgebrochen.
- Genauigkeit eps: Die Berechnung wird abgebrochen, sobald der Betrag der Differenz der letzten zwei Resultate kleiner als der in eps angegebene Wert ist.



Abbildung 2.10.: Dialog 'Numerische Approximation: Methode Newton'

2.3.2. Integration

Zu beachten: Für diese Methoden muss das Intervall so gewählt werden, dass die Funktionswerte $f(a)$ und $f(b)$ grösser als Null sind, wobei $b > a$ ist. Der Wert für 'n Schritte' muss eine ganze, positive Zahl sein.

Rechteck- oder Trapez-Verfahren



Abbildung 2.11.: Dialog 'Numerische Integration: Methode Rechteck-Verfahren'



Abbildung 2.12.: Dialog 'Numerische Integration: Methode Trapez-Verfahren'

Tangenten- oder Simpson-Verfahren

Zu beachten: Bei diesen Methoden muss der Wert für die Variable n gerade sein.

The dialog box is titled 'Numerische Integration'. It contains the following fields and labels:

- Methode: Tangenten-Verfahren
- Parameter:
- $f(x) =:$
- Interval = [a,b]:
- untere Grenze a =:
- obere Grenze b =:
- n = Gerade Zahl:
- n Schritte:
- Buttons: <Enter=OK, <ESC=CANCEL
- Status bar: NUMERIK ☒ RAD AUTO FUNC 0/30

Abbildung 2.13.: Dialog 'Numerische Integration: Methode Tangenten-Verfahren'

The dialog box is titled 'Numerische Integration'. It contains the following fields and labels:

- Methode: Simpson-Verfahren
- Parameter:
- $f(x) =:$
- Interval = [a,b]:
- untere Grenze a =:
- obere Grenze b =:
- n = Gerade Zahl:
- n Schritte:
- Buttons: <Enter=OK, <ESC=CANCEL
- Status bar: NUMERIK ☒ RAD AUTO FUNC 0/30

Abbildung 2.14.: Dialog 'Numerische Integration: Methode Simpson-Verfahren'

2.4. Resultate speichern

2.4.1. Variablenname

Um die errechneten Resultate zu speichern, werden Variablennamen wie folgt generiert:

- Matrizenvariable für die Ergebnisse:
 - die ersten drei Buchstaben der Aufgabe (**A**pproximation oder **I**ntegration)
 - die ersten vier Buchstaben der Methode (Approximation: **B**isection, **R**egula falsi oder **N**ewton; Integration: **R**echteck, **T**rapez, **T**angenten oder **S**impson)
 - die Ziffer **1** als möglicher Zähler
 - Beispiele: **AppRegu1**, **IntTang1**
- Variable für die Nullstellen:
 - **NS** als Kurzform für Nullstelle
 - die ersten vier Buchstaben der Methode (**B**isection, **R**egula falsi, **N**ewton)
 - die Ziffer **1** als möglicher Zähler
 - Beispiele: **NSBise1**, **NSNewt1**

Diese Variablennamen können selbstverständlich geändert werden. Zu beachten: Die Variablennamen-Länge ist im TI-89 auf acht Zeichen beschränkt.

Existiert im Verzeichnis Numerik bereits eine Variable mit gewähltem Variablennamen, wird dies mit dem Dialog 'Matrizenvariable' gemeldet (siehe Abbildung 2.15). Mit ENTER wird die bestehende Variable überschrieben, mit ESC kann zurück in die Resultat-Anzeige gewechselt und die Variable editiert werden.



Abbildung 2.15.: Dialog 'Matrizenvariable'

2.4.2. Approximation

Nullstelle sowie Ergebnisse können im Dialog 'Resultat' ins angegebene Verzeichnis gespeichert werden (siehe Abbildung 2.16).

Resultat Bisection

Nullstelle = 2.8125

Nullstelle speichern? Nein →

Verzeichnis: NUMERIK

Variablenname: NSBise1

Ergebnisse als Matrixvariable speichern? Ja →

Verzeichnis: NUMERIK

Variablenname: MPPBise1

(Variablenname max. acht Zeichen)

Enter=OK ESC=CANCEL

NUMERIK RAD AUTO FUNC 0/30

Abbildung 2.16.: Dialog 'Resultat' für die Methode Bisection

2.4.3. Integration

Die Ergebnisse können per Dialog 'Resultat' ins angegebene Verzeichnis gespeichert werden (siehe Abbildung 2.17).

Resultat Rechteck-Verfahren

$h = (b-a)/n = 1.$

Naheherung N = 175

Exakt E = 206.667

Fehler = $(N-E)/E \cdot 100 = 15.32\%$

Ergebnisse als Matrixvariable speichern? Ja →

Verzeichnis: NUMERIK

Variablenname: IntRecht1

(Variablenname max. acht Zeichen)

Enter=OK ESC=CANCEL

NUMERIK RAD AUTO FUNC 0/30

Abbildung 2.17.: Dialog 'Resultat' für die Methode Rechteck-Verfahren

2.5. Ende der Berechnungen

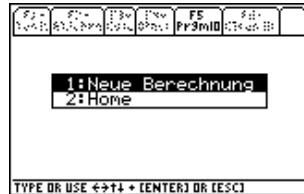


Abbildung 2.18.: Pop-Up 'Neue Berechnung'

- **Neue Berechnung:** Die Routine kehrt zurück zur Auswahl der Aufgabe.
- **Home:** Der Bildschirm `Home` wird eingeblendet, aktuelles Verzeichnis wird das aktuelle Verzeichnis vor Programmstart, `MODE`-Einstellungen werden zurückgesetzt auf den Stand wie vor dem Programmstart.
- **Achtung:** `ESC` sollte hier nicht verwendet werden, da sonst ein möglicher Fehler (Undefined Variable) das Zurückstellen der `MODE`-Einstellungen auf die zu Beginn gesicherten Parameter umgeht.

3. Resultate als Matrizenvariable

Die als Matrizenvariable gespeicherten Resultate können mit APPS ► 6:Data/Matrix Editor ► 2:Open... geöffnet werden (siehe Abbildung 3.1). Folgende Einträge in den Drop-Down-Menüs müssen gewählt werden (siehe Abbildung 3.2):

- Als 'Type' muss 'Matrix' gewählt werden.
- 'Folder' ist das Verzeichnis, in das die Matrize gespeichert wurde.
- 'Variable' ist der Name der Matrizenvariable.



Abbildung 3.1.: Applikationen



Abbildung 3.2.: Öffnen-Dialog

In die Matrize werden jeweils auch Aufgabe, Methode und Funktion gespeichert, damit ersichtliche ist, wie die Resultate zustande kamen. In der Tabelle kann mit

den Pfeiltasten gearbeitet werden: Der Inhalt der aktiven Zelle wird jeweils in der Eingabezeile eingeblendet (siehe Abbildung 3.3).

F1 Tools	F2 Plot Setup	F3 Cell	F4 Format	F5 Window	F6 Util	F7 Stat
MAT Bx5	c1	c2	c3			
1	"Appr..."	"Bise..."	"x^2-..."			
2	"a"	"b"				
3	1.	0.	6.			
4	2.	0.	3.			
r1c3="x^2-2*x-2"						
MAIN DEG AUTO FUNC						

Abbildung 3.3.: Resultate als Matrizе

Abbildungsverzeichnis

2.1. Variablen-Ordner	4
2.2. Eingabezeile mit kopiertem Pfad	5
2.3. Variablen-Katalog	5
2.4. Dialog 'Numerische Methoden: Aufgabe[Pleaseinsertintopreamble]	6
2.5. Dialog 'Numerische Approximation: Methode'	6
2.6. Dialog 'Parameter: Funktion aus dem Y-Editor uebernehmen?' . .	7
2.7. Dialog 'Parameter: $f(x) =$ '	7
2.8. Dialog 'Numerische Approximation: Methode Bisection'	8
2.9. Dialog 'Numerische Approximation: Methode Regula falsi' . . .	8
2.10. Dialog 'Numerische Approximation: Methode Newton'	9
2.11. Dialog 'Numerische Integration: Methode Rechteck-Verfahren' .	10
2.12. Dialog 'Numerische Integration: Methode Trapez-Verfahren' . . .	10
2.13. Dialog 'Numerische Integration: Methode Tangenten-Verfahren' .	11
2.14. Dialog 'Numerische Integration: Methode Simpson-Verfahren' . .	11
2.15. Dialog 'Matirzenvariable'	12
2.16. Dialog 'Resultat' für die Methode Bisection	13
2.17. Dialog 'Resultat' für die Methode Rechteck-Verfahren	13
2.18. Pop-Up 'Neue Berechnung'	14
3.1. Applikationen	15
3.2. Öffnen-Dialog	15
3.3. Resultate als Matrizze	16

Literaturverzeichnis

- [1] TEXAS INSTRUMENTS: *TI-89/TI-92 Plus Benutzerhandbuch. Advanced Mathematics Software Version 2.0*, 1999.
- [2] TEXAS INSTRUMENTS: *TI-89/TI-92 Plus/Voyage 200 PLT Version 2.08 - Versionshinweise. Advanced Mathematics Software Version 2.8*, 2002.

A. Flussdiagramm

