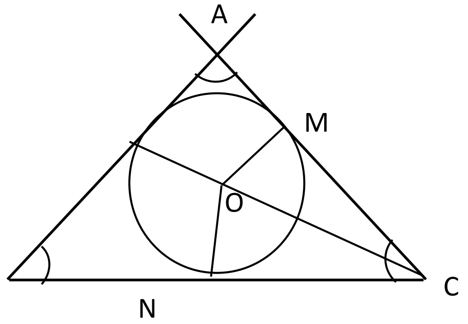
LAURA DE ALMEIDA MAGALHÃES

LUGAR GEOMÉTRICO E PONTOS NOTÁVEIS DO TRIÂNGULO

1. Uma circunferência de raio unitário tangencia os lados de um ângulo de 60º. A distância entre o centro dessa circunferência e o vértice do ângulo é igual a:

- **a.** 1
- **b.** $\sqrt{2}$
- **c.** $\sqrt{3}$
- ~~**d.**~~ 2
- **e.** $\sqrt{5}$

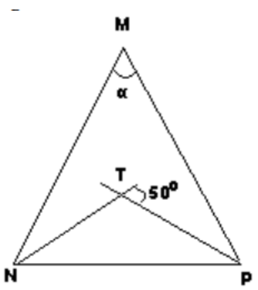


As retas M e N são concorrentes e de mesma distância do centro da circunferência. Se prolongarmos a reta, a mesma chegará no ponto médio do segmento AB, sendo a mediana de AB. Com isso temos que os ângulos a e b são congruentes de valor 60º. Concluindo que o triangulo é equilátero por obter todos os ângulos congruentes, os pontos notáveis estarão no centro O da circunferência obtendo a proporção $\frac{2}{1}$

$$\frac{2}{1} = \frac{x}{1}$$

$$\mathbf{x = 2}$$

2. Se, na figura, T é o incentro do triângulo MNP, a medida do ângulo α é:



- **a.** 45º
- **b.** 50º
- **c.** 60º
- **d.** 70º
- ~~**e.**~~ 80º

Considerando os ângulos de N=2x, M=2∝ e P=2y, obtemos a resolução de

$$2x + 2 \propto +2y = 180º$$

$$x + \propto +y = 90º$$

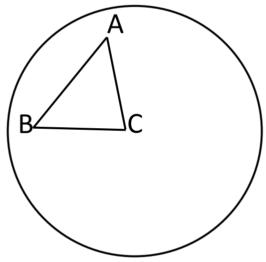
Sabendo que ∝ + y + 50º = 180º ∝ + y = 130º

$$x + 130º = 90º$$

$$x = 40º$$

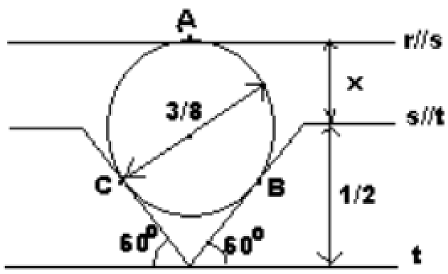
$$x = 40 * 2 \qquad \mathbf{x = 80º}$$

3. Sejam A, B e C, pontos distintos no interior de um círculo, sendo C o centro do mesmo. Se construirmos um triângulo inscrito no círculo com um lado passando por A, o outro por B e o outro por C podemos afirmar que este triângulo:
   a. É acutangulo
   b. É retângulo
   c. É obtusângulo
   d. Não é isósceles
   e. Pode ser equilátero



Em qualquer ponto que posicionarmos A e B para formar um triangulo com C, teremos um **triangulo retângulo**. Pois quando há a circunferência circunscrita, seu triangulo terá mediatrizes que denotam um ângulo reto e segmentos perpendiculares pelo ponto médio.

4. Na figura abaixo, A, B e C são pontos de tangência. Então, x vale:



   a. 3/16
   b. 1/8
   c. 3/32
   d. 1/32
   e. 1/16

Os ângulos de 60º + 60º + x devem formar 180º, logo x = 60º. Se prolongarmos as retas B e C obtemos um triangulo equilátero com uma circunferência inscrita

Assim, temos todos os pontos notáveis no mesmo ponto e usando a relação do baricentro com proporção $\frac{2}{1}$

Sabendo que o raio da circunferência é $\frac{3}{16}$, a propriedade do baricentro denota que a paralela entre s//t e t é $\frac{6}{16}$ e somando as frações, obtemos $\frac{9}{16}$. Usando a igualdade de:

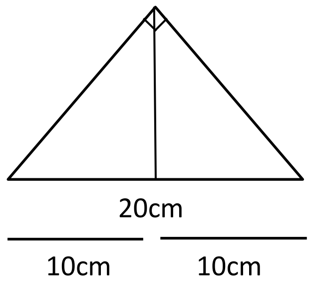
$$\frac{9}{16} = x + \frac{1}{2}$$

$$x = \frac{9}{16} - \frac{1}{2}$$

$$\mathbf{x = \frac{1}{16}}$$

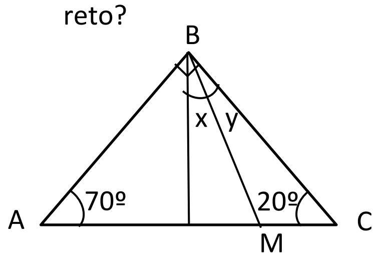
5. A hipotenusa de um triângulo retângulo mede 20cm. E um dos ângulos, 20º.

a. Qual a medida da mediana relativa à hipotenusa?



Sabendo que a mediana une o segmento ao ponto médio, logo, se a hipotenusa vale 20cm e há uma mediana relativa à ela, essa valerá **10cm**

b. Qual a medida do ângulo formado por essa mediana e pela bissetriz do ângulo reto?



Sabendo que o triangulo é isósceles por conter dois lados congruentes MC e MB, temos que o ângulo de y = C

Ou seja, y = 20º

O ângulo x está entre a bissetriz do ângulo reto e a mediana, logo:

$$45º + 20º + x = 90º$$

$$65º + x = 90º$$

$$x = 90º - 60º$$

$$\mathbf{x = 25º}$$

6. Uma circunferência tem centro O e raio r. Duas retas distintas passam por um ponto P e são tangentes à circunferência nos pontos A e B. Se o triângulo PAB é equilátero, então PO vale:

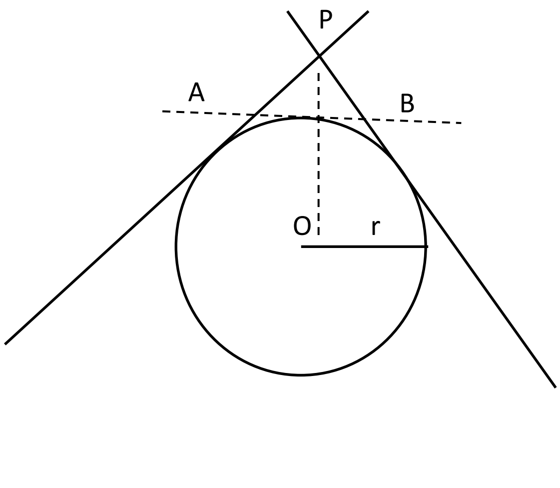
a. $\frac{2}{3}r$

b. $r\sqrt{2}$

c. $2r$

d. $\frac{Pi}{3}r$

e. $\frac{3}{2}r$



Obtendo o triangulo equilátero e sabendo da sua propriedade de lados congruentes, é possível utilizar a proporção $\frac{2}{1}$ da mediana do triangulo.

Assim, temos que o raio = r e o PO = 2r