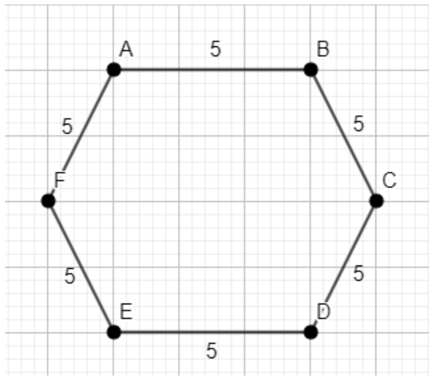
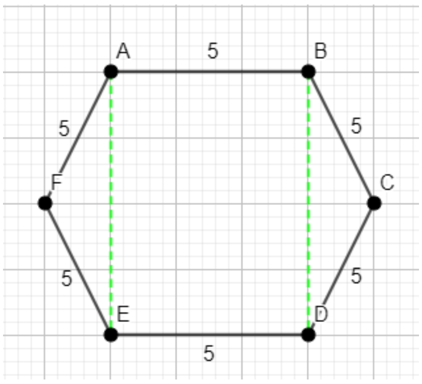
ÁREAS DE POLÍGONOS

LAURA DE ALMEIDA MAGALHÃES

1. O hexágono ABCDEF da figura ao lado é equilátero com lados de 5cm e seus ângulos internos de vértice A, B, D, E medem 135° cada um. A área desse hexágono, em centímetros quadrados, é igual a:



a. $\frac{25(\sqrt{2}+1)}{2}$
b. $\frac{75}{2}$
c. 50
d. $50\sqrt{2}$
e. $25(\sqrt{2}+1)$



Sabendo que a soma dos ângulos de um hexágono é 720º temos:

$$A + B + C + D + E + F = 720º$$

$$135º + 135º + 135º + 135º + E + F = 720º$$

$$540º + C + F = 720º$$

$$C + F = 720º - 540º$$

$$C + F = 180º$$

Passo 1: encontrar a medida de A e B por Pitágoras por conta de sua congruência

$$a^2 = b^2 + c^2$$

$$a^2 = 5^2 + 5^2$$

$$a^2 = 25 + 25$$

$$a^2 = 50$$

$$a = \sqrt{50}$$

$$a = 5\sqrt{2}$$

Passo 2: calcular a área do triangulo FAE = CDB

$$\text{Sfae} = \frac{1}{2} * \text{AE} * \text{sen}45º$$

$$\text{Sfae} = \frac{1}{2} * 5\sqrt{2} * 5 * \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Sfae} = \frac{1}{2} * 25\sqrt{2} * \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Sfae} = \frac{1}{2} * \frac{25\sqrt{2} * \sqrt{2}}{2}$$

$$\text{Sfae} = \frac{1}{2} * \frac{25 * 2}{2}$$

$$\text{Sfae} = 25/2$$

Passo 3: calcular a área do retângulo ABDE

$$\text{SABDE} = \text{b} * \text{h}$$

$$\text{SABDE} = 5 * 5\sqrt{2}$$

$$\text{SABDE} = 25\sqrt{2}$$

Passo 4: somar as áreas dos dois triângulos com a do retângulo

$$\text{Shexagono} = \text{SFAE} + \text{SCDB} + \text{SABDE}$$

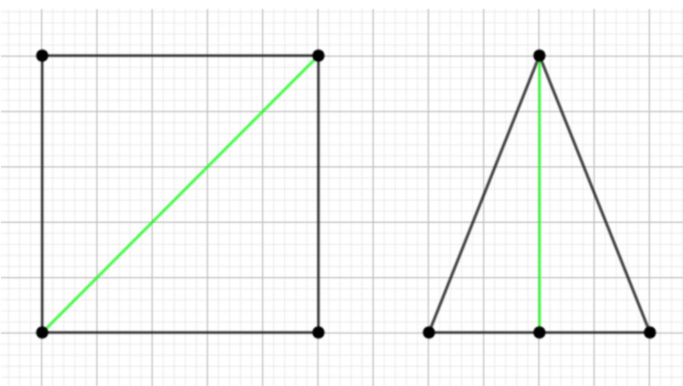
$$\text{Shexagono} = \frac{25}{2} + \frac{25}{2} + 25\sqrt{2}$$

$$\text{Shexagono} = 25 + 25\sqrt{2}$$

$$\text{Shexagono} = 25(\sqrt{2} + 1)$$

2. A altura de um triângulo equilátero e a diagonal de um quadrado tem medidas iguais. Se a área do triângulo equilátero é $16\sqrt{3}\text{m}^2$, então a área do quadrado, em metros quadrados é:

a. 6
b. 24
c. 54
d. 96
e. 150



Passo 1: Descobrir o lado do triangulo

$$\mathrm{Striangulo} = \frac{\mathrm{L}^{2\sqrt{3}}}{4}$$

$$16\sqrt{3} = \frac{\mathrm{L}^{2\sqrt{3}}}{4}$$

$$\frac{\mathrm{L}^2}{4} = 16$$

$$\mathrm{L}^2 = 16 * 4$$

$$\mathrm{L}^2 = 64$$

$$\mathrm{L} = \sqrt{64}$$

$$\mathrm{L} = 8$$

Passo 2: Descobrir a altura do triangulo

$$\mathrm{h} = \frac{\mathrm{L}^{\sqrt{3}}}{2}$$

$$\mathrm{h} = \frac{8^{\sqrt{3}}}{2}$$

$$\mathrm{h} = 4\sqrt{3}$$

Passo 3: Descobrir o lado do quadrado com sua diagonal

$$\mathrm{d} = \mathrm{x}\sqrt{2}$$

$$4\sqrt{3} = \mathrm{x}\sqrt{2}$$

$$x = \frac{4\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$ Racionalizar com $\sqrt{2}$

$$\mathrm{x} = \frac{4\sqrt{6}}{\sqrt{4}}$$

$$\mathrm{x} = \frac{4\sqrt{6}}{2}$$

$$\mathrm{x} = 2\sqrt{6}$$

Passo 4: Descobrir a área do quadrado

$$\mathrm{Squadrado} = \mathrm{L} * \mathrm{L}$$

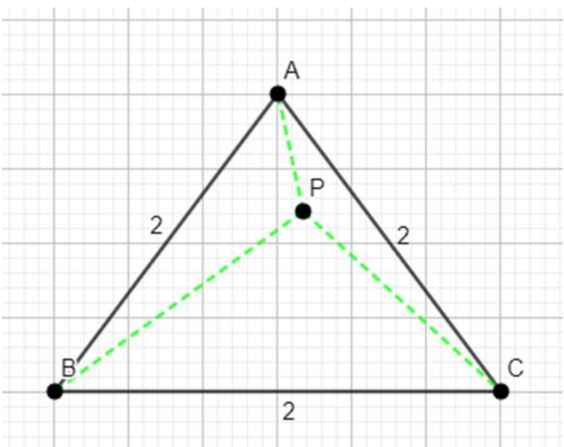
$$\mathrm{Squadrado} = 2\sqrt{6} * 2\sqrt{6}$$

$$\mathrm{Squadrado} = 4 * 6$$

$$\mathrm{Squadrado} = 24$$

3. Seja um triângulo ABC equilátero de lado 2. No interior desse triângulo, cuja área é $\sqrt{3}$, foi escolhido arbitrariamente um ponto P. A soma das distâncias de P a cada um dos lados do triângulo vale

a. $\sqrt{2}$
b. $\sqrt{3}$
c. 2
d. 3
e. $2\sqrt{3}$



Se temos um triangulo equilátero seus três lados possuem a mesma medida, no caso, o 2. Colocamos a fórmula da área do triangulo como:

$$\mathrm{Striangulo} = \frac{b * h}{2}$$

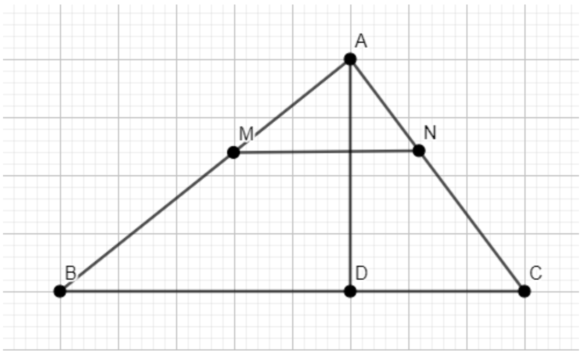
$$\sqrt{3} = \frac{2 * h}{2}$$

$$h = \sqrt{3}$$

Chegamos que sua altura vale $\sqrt{3}$ e por se tratar de um triangulo cujo seus lados e medidas são congruentes, podemos considerar que sua altura procede as medidas das distancias de PA, PB e PC

Distancia: $\sqrt{3}$

4. Um triângulo escaleno ABC tem área igual a 96 m² . Sejam M e N os pontos médios dos lados AB e AC, respectivamente, faça uma figura e calcule a área do quadrilátero BMNC.



Os pontos M e N sendo pontos médios, intersectam exatamente na metade dos segmentos AB e AC. Usando, assim, a proporção entre ABC e AMN temos a razão de $\frac{2}{1}$

A altura do triangulo ABC é representada por AD.

Passo 1 para resolução:

$$\mathrm{Sabc} = \frac{b*h}{2}$$

$$\mathrm{Sabc} = \frac{BC*AD}{2}$$

$$96 = \frac{2MN*2AC}{2}$$

$$2 * 96 = 2MN * 2AE$$

$$192 = 4(MN * AE)$$

$$\frac{192}{4} = MN * AC$$

$$MN * AC = 48$$

Passo 2:

$$\text{Sbmnc} = \text{Sabc} - \text{Smnc}$$

$$\text{Sbmnc} = 96 - \frac{\text{MN} * \text{AC}}{2}$$

$$\text{Sbmnc} = 96 - \frac{48}{2}$$

$$\text{Sbmnc} = 96 - 24$$

$$\text{Sbmnc} = 72\text{m}^2$$

5. O triângulo ABC está inscrito numa circunferência de raio 5 cm. Sabe-se que A e B são extremidades de um diâmetro e que a corda BC mede 6 cm. Então a área do triângulo ABC, em cm², vale:

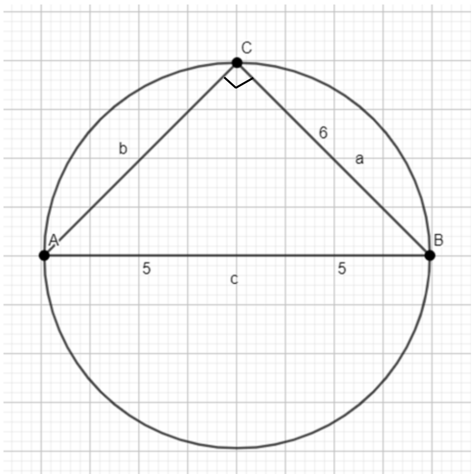
a. 24

b. 12

c. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

d. $6\sqrt{2}$

e. $2\sqrt{3}$



Precisamos notar algumas características desse triangulo. Ele possui base 10 por ser o diâmetro; seu lado BC vale 6 e precisamos do lado b para descobrir a área em função do raio. Para isso, utilizamos Pitágoras pois se trata de um triangulo retângulo (único triangulo que preenche a semicircunferência):

$$h^2 = c^2 + c^2$$

$$10^2 = 6^2 + b^2$$

$$100 = 36 + b^2$$

$$100 - 36 = b^2$$

$$b^2 = 64$$

$$b = \sqrt{64}$$

$$b = 8$$

Agora podemos usar a fórmula para encontrar a área:

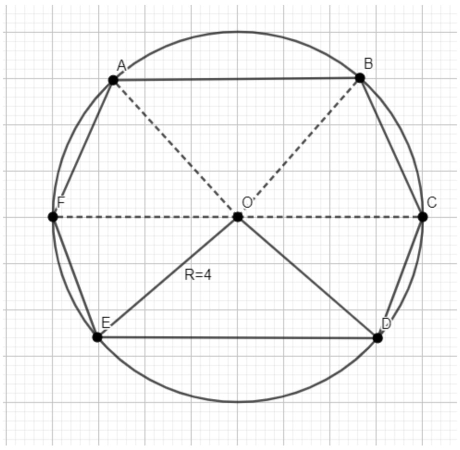
$$SABC = \frac{a * b * c}{4R}$$

$$SABC = \frac{6 * 8 * 10}{4 * 5}$$

$$SABC = \frac{480}{20}$$

$$SABC = 24$$

6. Considere um hexágono regular inscrito numa circunferência de raio 4cm. Calcular o quadrado da área de um dos triângulos determinados por três vértices consecutivos do hexágono.



$$Shexagono = 6 * Striangulo\ equilátero$$

Com isso, o valor do perímetro: 2p=24 e semiperímetro: p=12 faremos

$$Sedc = \frac{1}{6} * \frac{p * R\sqrt{3}}{2}$$

$$Sedc = \frac{1}{6} * 12 * \frac{4\sqrt{3}}{2}$$

$$Sedc = \frac{1}{6} * 12 * 2\sqrt{3}$$

$$Sedc = \frac{1}{6} * 24\sqrt{3}$$

$$Sedc = 4\sqrt{3}$$

Colocando o valor ao quadrado, temos:

$(4\sqrt{3})^2$

$16 * 3$

Área: 48