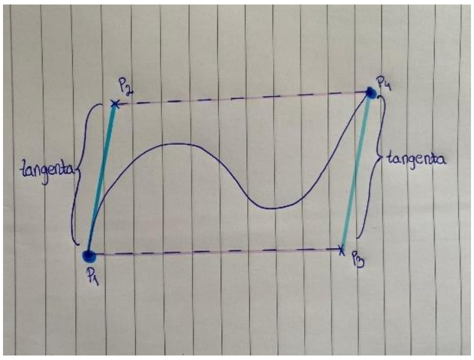
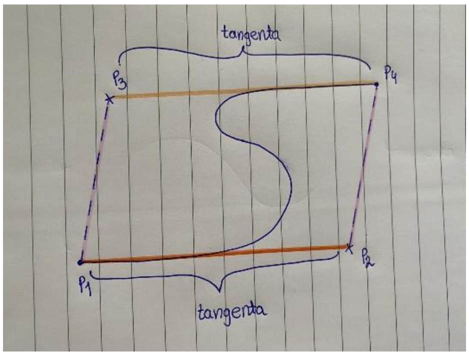
BEZIER KRIVULJA

Bezierova krivulja je gavna krivulja današnje vektorske grafike (Izrada fonta, illustrator). Na temelju postavljanja četiri točke možemo unaprijed otkriti rasprostiranje te krivulje.

Postoji matematička veza između točaka P1 i P2, također između točaka P3 i P4. Zakonitost krivulje nam kaze da će se tijelo krivulje uvijek rasprostijeti unutar konveksnog poligona omeđenog točkama P1, P2, P3 i P4. Na način da će točke P1 i P2 činiti tangentu na točku P1 krivulje, a dužina P3 i P4 čini tangentu na točku P4 na krivulju. Dužine nam govore kako će krivulja ulaziti u točku. Krivulja ne smije izlaziti iz konveksnog poligona jer je to zakonitost krivulje.



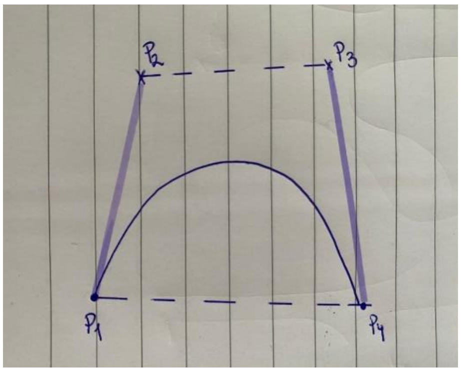
Slika 1.1



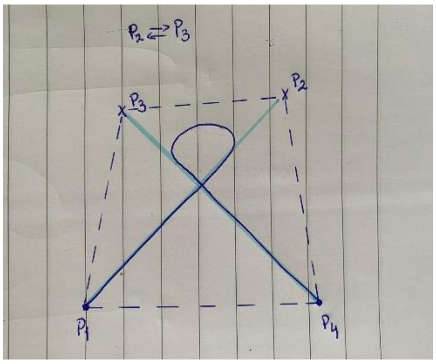
Slika 1.2

Radimo krivulju u istome položaju na slici 1.2 kao u slici 1.1 ali sa pre indeksiranim točkama. Što znači da nam tangente u prvom primjeru stoje okomito te krivulja stvara sinusoidu, a u drugome primjeru tangente stoje vodoravno te krivulja stvara infleksiju.

Predictable curves ili predvidljive krivulje nam govore da mi unaprijed, po rasporedu četiriju točaka možemo predvidjeti kako će nam krivulja izgledati tj. kako će se rasprostijeti.



Slika 2.1

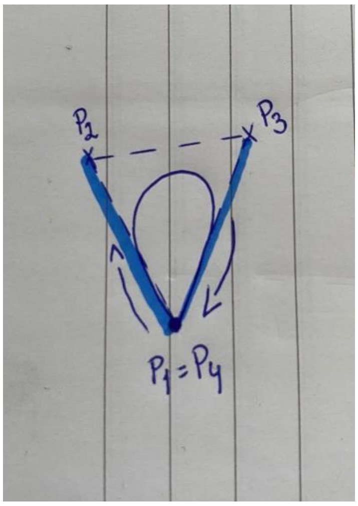


Slika 2.2

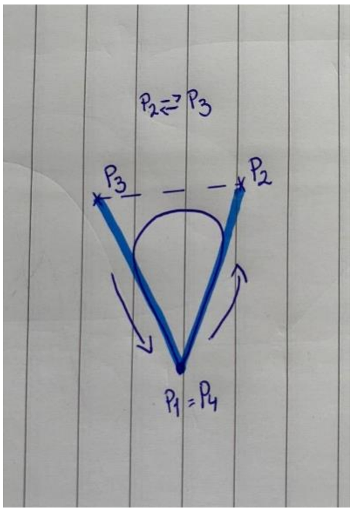
U prvom primjeru (Slika 2.1) vidiimo kako krivulja izgleda kada su točke položene tako da dužine stoje jedna do druge. One tvore polukružnu krivulju. Kada zamijenimo mjesta točkama P2 i P3 točnije dužine nam se sada sijeku kao što vidimo u drugom primjeru (Slika 2.2), krivulja teče od P1 prema P2 ali skreće prema P3 u točku P4.

U slici 2.2 se dogodio problem petlje, to je jako česta pojava, da bi riješili taj problem mišem ćemo uzeti točku P3 i zamijeniti je točkom P2 ili obrnuto, uzeti ćemo točku P2 i zamijeniti je točkom P3. Tako ćemo riješiti problem petlje i dobiti krivulju koja je prikazana na slici 2.1.

Indeksacija točaka je jako bitna zato što utiječe na sam tok, tijek i izgled krivulje.



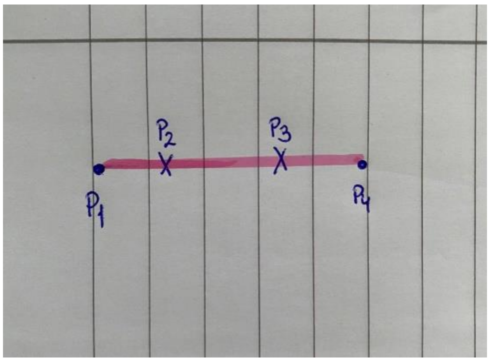
Slika 2.3



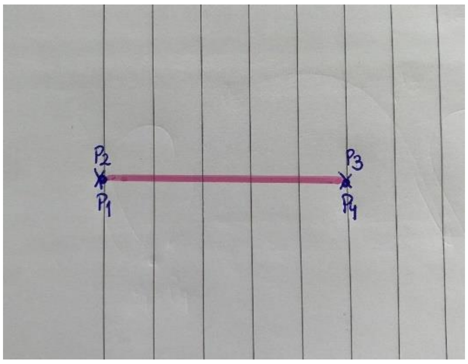
Slika 2.4

U ovome primjeru vidimo da nam točke P1 i P4 spadaju u istu točku, obe krivulje izgledaju isto čak i kada zamijenimo točke P2 i P3, ali tok se mijenja. U slici 2.3 vidimo tok koji ide s lijeve strane u desnu a na slici 2.4 tok koji ide s desne strane u lijevu.

Crtanje dužina Bezierovim krivuljama je također moguća ali točke P2 i P3 će ležati na duljini.



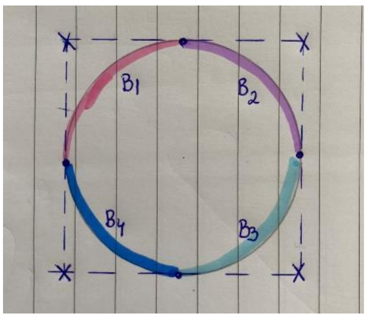
Slika 2.5



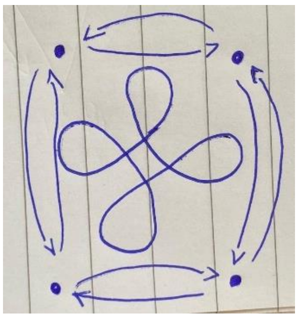
Slika 2.6

U slici 2.5 prikazujemo kako bi Beizerova krivulja izgledala, a u slici 2.6 prikazujemo kako se točke označuju u svim današnjim sofwearima za vektorsku grafiku kao što su illustrator, fontographer, fontlab...

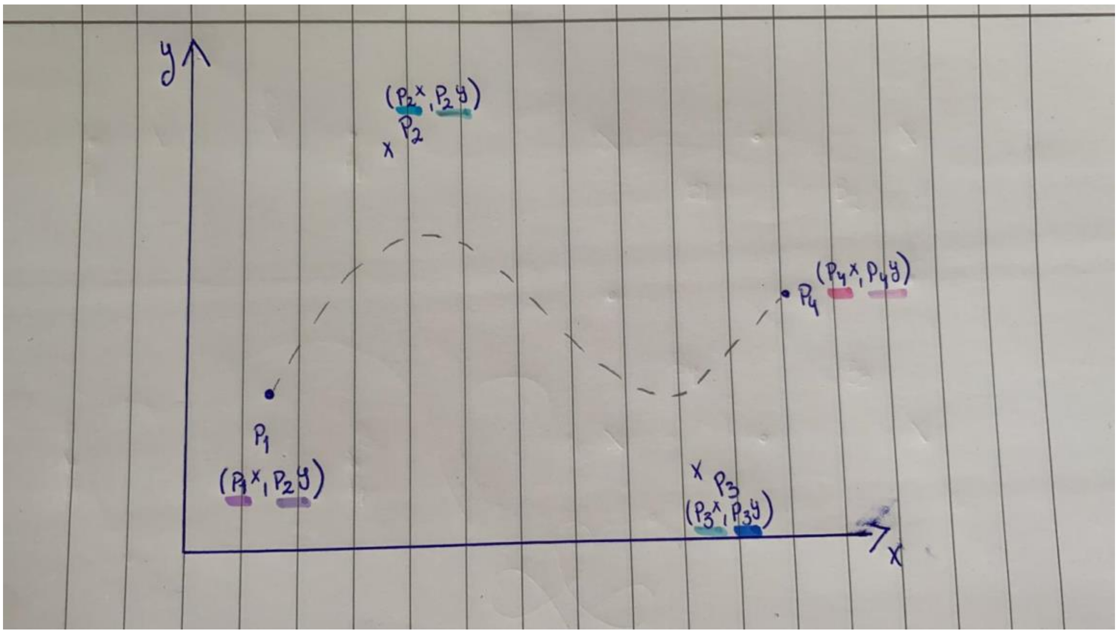
Kružnice se također mogu crtati s toga da ćemo imati 4. Bezierove krivulje. Natezne točke formiraju četverokut unutar kojeg se krivulje formiraju tako da tvore lukove koje na kraju daju kružnicu. Ako zvaki „x“ zamijenimo sa svakim možemo dobiti krivulju kao na slici 2.8



Slika 2.7


Slika 2.8

Matematički izvod Bezierove krivulje se nalazi u koordinatnom sustavu. Četiri točke imaju svoje pozicije u koordinatnoj mreži te svaka točka nosi po 2 broja, broj na x-osi i broj a y-osi. Iz čega zaključujemo da je jedna Bezierova krivulja definirana sa osam brojeva.



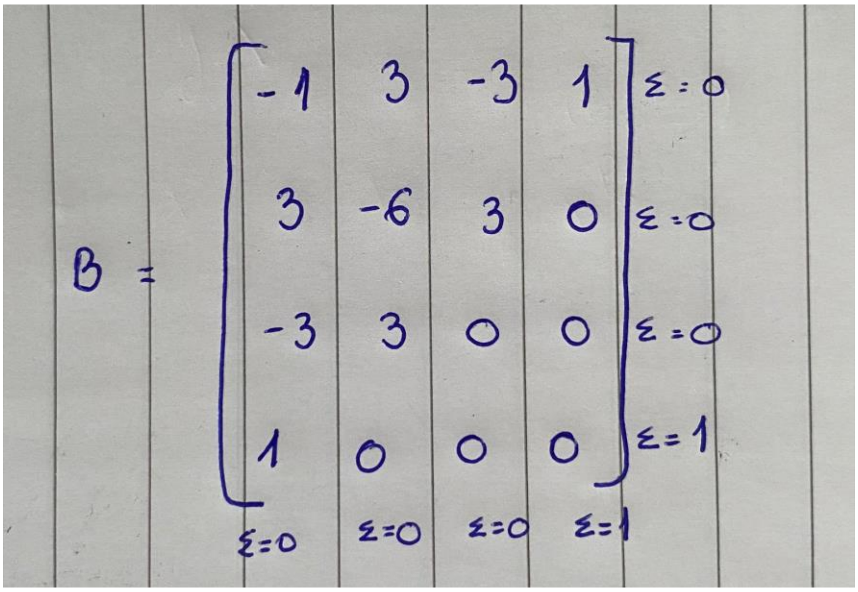
Beziereva krivulja je parametarska krivulja trećeg stupnja, jako je lagana za programiranje. Razvije se u jednoj dimenziji te se kasnije preračunava u druge dimenzije.

Definiranje krivulje u jednoj dimenziji,najčešće se krivulje označavaju s „C“ a parametar s „t“.

Matrični oblik/forma:

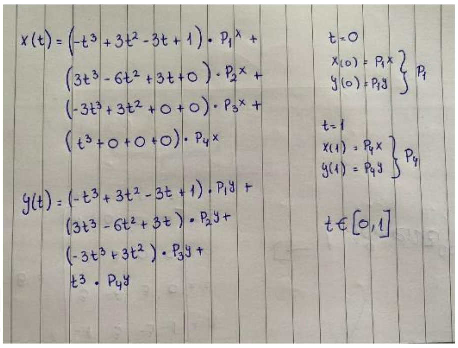
$$C(t) = \underbrace{\begin{bmatrix} t^3 & t^2 & t & 1 \end{bmatrix}}_{\text{parametri/vektor}} \times \underbrace{B}_{\text{Bezierova matrica}} \times \underbrace{\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \\ P_3 \\ P_4 \end{bmatrix}}_{\text{4 točke}}$$

Bezierova matrica: mora imati 4 retka i 4 stupca. Zato što su parametri tj vektor 4 stupca koji se množi s 4 točke, što daje 4 retka. I dobijamo formu 4x4.

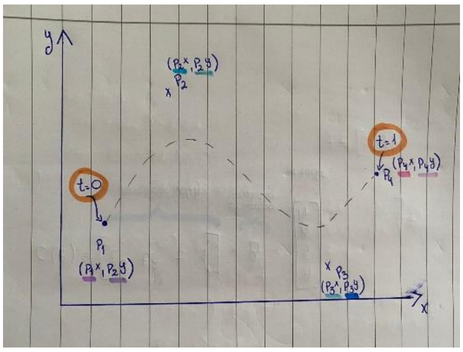


Suma prva 3 retka je 0 osim zadnjeg koji je 1. Također suma prva 3 stupca je 0 osim zadnjeg koji iznosi 1. I sada imamo krivulju u jednoj dimenziji koja se kasnije razvija u više dimenzija npr. Dvije dimenzije se stavljaju u koordinatni sustav x i y -os.

Pretvaranje u dvije dimenzije se radi tako da, sada preko cijele formule ne matričnog oblika, ubacujemo brojeve iz matrice za x i y os. Što vidimo u slici 3.1



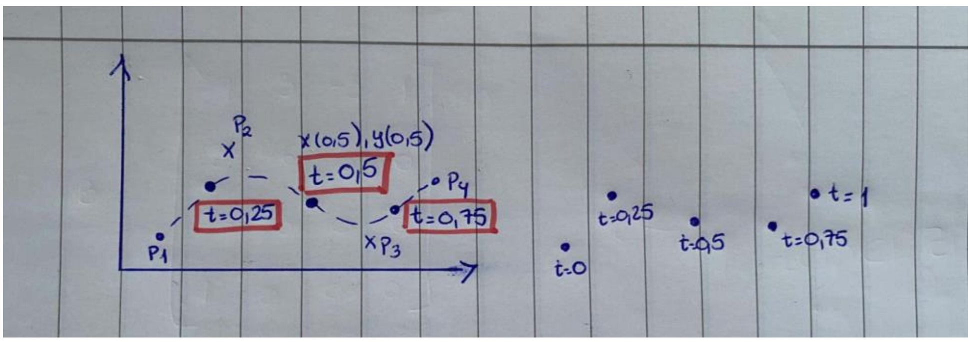
Slika 3.1



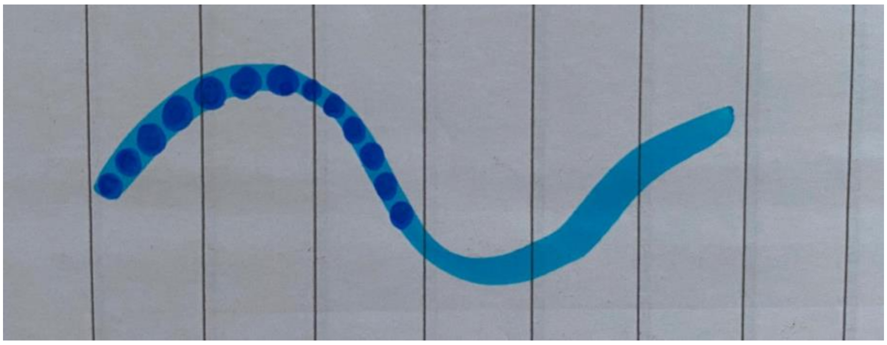
Slika 3.2

Sve točke koje čine krivulju se crtaju s parametrima t koji moraju biti između 0 i 1. Sa 0 se ctra P1 točka, a s 1 P4. Što vidimo u slici 3.2

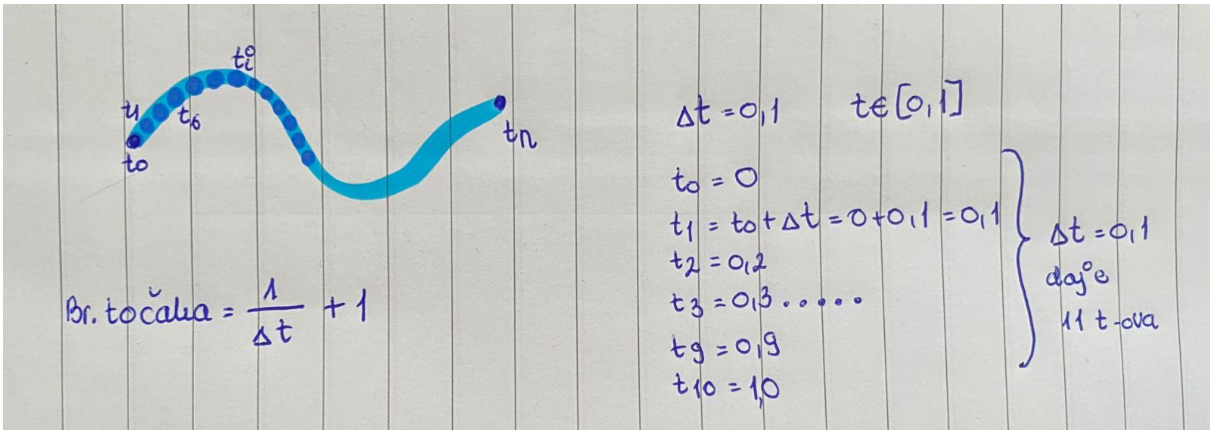
Ostale točke moraju biti između 0 i 1.



Rukom možemo nacrtati krivulju u jednom potezu ali u sofwearu je to nemoguće zato je to puno uzastopnih točkica između kojih ne vidimo razmak. Točnije nema među prostora koji je vidljiv. Da bi dobili kontinuiranu krivulju. Ali moramo znati koju rezolucju koristiti.



Da stvorimo kontinuiranu liniju koliko točkica moramo imati? Da bi to saznali koristimo se formulom Δt:



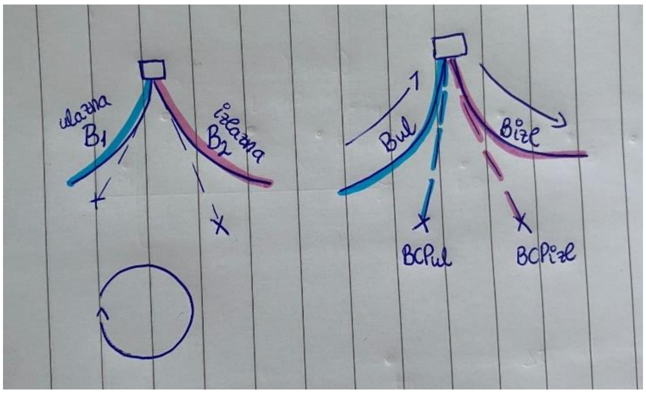
Npr. Da je Δt =0,01 dobiti ćemo 101 točku tj. 101t

Δt=0,001 dobit ćemo 1001t

Postoje tri vrste spojnih Bezier točaka:

1.KUTNI SPOJ- u softwearima se označava malim kvadraticem

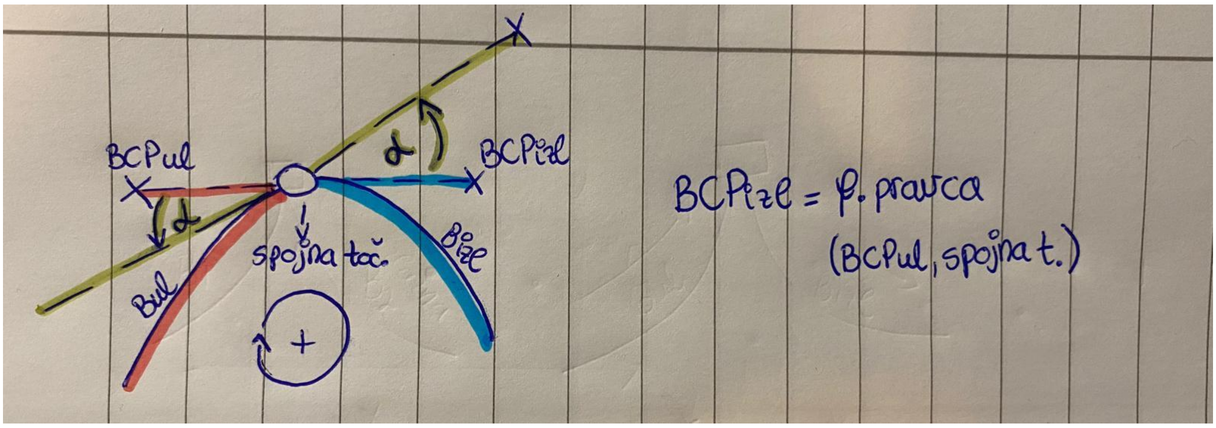
Spajamo B1 i B2 tj. dvije Beziereve krivulje. Jedna krivulja ulazi u kutni spoj a druga izlazi. Da znamo koja je krvulja ulazna a koja izlazna moramo definirati orijentaciju krivulje. Uglavnom je orijentacija clockwise (kao kazaljke na satu).



BCP- Bezier Control Point, ako pomičemo BCPul ili BCPizl neće se ništa promijeniti u spoju. Točnije ako redizajniramo ulaznu krivulju ona neće ništa promijeniti na izlaznoj krivulji također vrijedi za izlaznu krivulju ako je mijenjamo neće utijecati na ulaznu. Kutni spoj je potpuno ne ovisan o tim točkama.

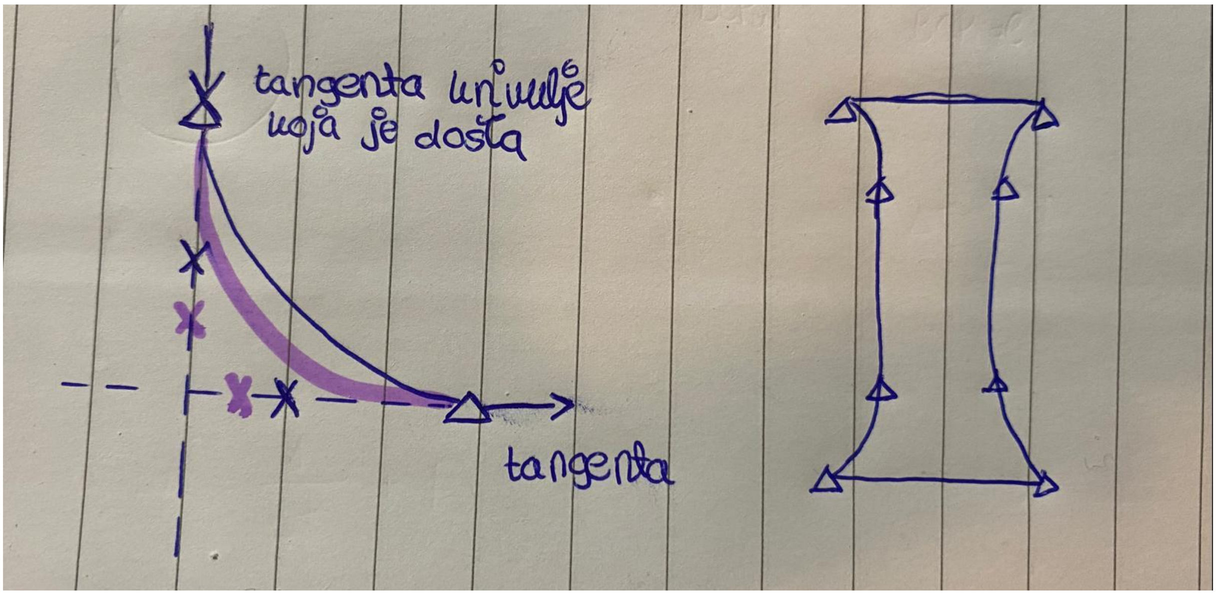
2.KRIVULJNI SPOJ- označava se kružićem

Pomicanjem BCPizl za neki kut npr. prema gore, za isti toliki kut će se BCPul pomaknuti prema dole. Što znači da je BCPizl u funkciji pravca točaka BCPul i spojne točke.



3.TANGENTNI SPOJ- označava se malim trokutićem

Pomaže nam kako idealno napraviti promijenu smijera. Micanjem +-eva uvijek ostajemo u idealnom zavoju/Bezierovom zavoju tangentnog spoja, bez izlaženja van okvira tangenti.To mozemo vidjeti u fontu times new roman.



Laura Grbin 22/02/2021