

# Matemáticas

SERIE **RESUELVE**

El libro Matemáticas para 1.<sup>er</sup> curso de ESO es una obra colectiva concebida, diseñada y creada en el Departamento de Ediciones Educativas de Santillana Educación, S. L., dirigido por **Teresa Grence Ruiz**.

En su elaboración ha participado el siguiente equipo:

**José Antonio Almodóvar Herráiz**  
**César de la Prida Almansa**  
**Ana María Gaztelu Villoria**  
**Augusto González García**  
**Pedro Machín Polaina**  
**Carlos Pérez Saavedra**  
**Domingo Sánchez Figueroa**

EDICIÓN

**César de la Prida Almansa**  
**Laura Sánchez Fernández**

EDITOR EJECUTIVO

**Carlos Pérez Saavedra**

DIRECCIÓN DEL PROYECTO

**Domingo Sánchez Figueroa**

Las actividades de este libro no deben ser realizadas en ningún caso en el propio libro. Las tablas, esquemas y otros recursos que se incluyen son modelos para que el alumno los traslade a su cuaderno.

## Índice

UNIDAD	SABER	SABER HACER	
<b>1 Números naturales</b>	1. Sistemas de numeración 2. Aproximación de números naturales 3. Propiedades de las operaciones con números naturales 4. Potencias de números naturales 5. Potencias de base 10. Descomposición polinómica de un número 6. Operaciones con potencias 7. Raíz cuadrada 8. Operaciones combinadas	8 9 10 11 12 13 16 18	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresar productos y cocientes de potencias como una sola potencia</li> <li>• Calcular la raíz cuadrada de un número</li> <li>• Realizar operaciones combinadas con potencias y raíces</li> <li>• Escribir números romanos</li> <li>• Calcular el divisor de una división en la que conocemos el dividendo, el cociente y el resto</li> <li>• Calcular el radicando de una raíz conociendo su raíz entera y su resto</li> <li>• Resolver problemas en que los datos están relacionados</li> </ul>
<b>6</b>			
<b>2 Divisibilidad</b>	1. Divisibilidad 2. Múltiplos de un número 3. Divisores de un número 4. Números primos y compuestos 5. Descomposición de un número en factores 6. Máximo común divisor 7. Mínimo común múltiplo	30 31 32 34 36 38 40	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular todos los divisores de un número</li> <li>• Determinar si un número es compuesto utilizando los criterios de divisibilidad</li> <li>• Factorizar un número</li> <li>• Resolver problemas utilizando el máximo común divisor</li> <li>• Resolver problemas utilizando el mínimo común múltiplo</li> <li>• Calcular un múltiplo de un número comprendido entre otros dos números</li> <li>• Averiguar criterios de divisibilidad de algunos números</li> <li>• Calcular una cifra para que un número sea divisible entre otro</li> <li>• Calcular la factorización de un producto</li> <li>• Saber si dos números son primos entre sí</li> </ul>
<b>28</b>			
<b>3 Números enteros</b>	1. Números enteros 2. Comparación de números enteros 3. Suma y resta de dos números enteros 4. Suma y resta de varios números enteros 5. Multiplicación y división de números enteros 6. Operaciones combinadas	52 54 56 57 60 62	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordenar números enteros</li> <li>• Sumar y restar varios números enteros</li> <li>• Realizar sumas y restas con paréntesis</li> <li>• Multiplicar y dividir varios números enteros</li> <li>• Realizar operaciones combinadas con corchetes</li> <li>• Resolver sumas y restas con paréntesis eliminando los paréntesis</li> </ul>
<b>50</b>			
<b>4 Fracciones</b>	1. Fracciones 2. Fracciones equivalentes 3. Comparación de fracciones 4. Suma y resta de fracciones 5. Multiplicación y división de fracciones	74 76 80 81 82	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Expresar una fracción impropia como suma de un número natural y una fracción propia</li> <li>• Reducir fracciones a común denominador</li> <li>• Calcular la fracción irreducible</li> <li>• Realizar operaciones combinadas con fracciones</li> <li>• Representar una fracción en la recta numérica</li> <li>• Calcular un término desconocido para que dos fracciones sean equivalentes</li> <li>• Comparar un número y una fracción</li> <li>• Calcular una parte del total</li> </ul>
<b>72</b>			
<b>5 Números decimales</b>	1. Números decimales 2. Aproximación de números decimales 3. Multiplicación y división por la unidad seguida de ceros 4. Suma, resta y multiplicación de números decimales 5. División de números decimales 6. Expresión de una fracción como un número decimal 7. Tipos de números decimales	94 96 97 98 100 104 105	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Ordenar números decimales</li> <li>• Resolver operaciones combinadas de suma, resta y multiplicación con números decimales</li> <li>• Obtener cifras decimales en un cociente</li> <li>• Representar números decimales en la recta numérica</li> <li>• Calcular un número decimal comprendido entre otros dos</li> </ul>
<b>92</b>			
<b>6 Álgebra</b>	1. Expresiones algebraicas 2. Monomios 3. Ecuaciones 4. Elementos de una ecuación 5. Ecuaciones equivalentes 6. Resolución de ecuaciones de primer grado 7. Resolución de problemas con ecuaciones	114 116 118 119 120 121 124	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular el valor numérico de una expresión algebraica</li> <li>• Sumar y restar monomios</li> <li>• Resolver ecuaciones con paréntesis</li> <li>• Resolver ecuaciones con denominadores</li> <li>• Resolver problemas mediante ecuaciones</li> <li>• Averiguar si una igualdad algebraica es una identidad o una ecuación</li> <li>• Resolver ecuaciones con un solo denominador</li> <li>• Resolver ecuaciones que son una igualdad de fracciones</li> </ul>
<b>112</b>			
<b>7 Sistema Métrico Decimal</b>	1. Magnitudes y unidades 2. Unidades de longitud 3. Unidades de capacidad 4. Unidades de masa 5. Unidades de superficie 6. Unidades de volumen 7. Relación entre las unidades de volumen, capacidad y masa	136 137 140 141 142 144 146	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Transformar medidas de longitud de forma compleja a incompleja y viceversa</li> <li>• Operar con medidas de longitud</li> <li>• Transformar medidas de superficie de forma compleja a incompleja y viceversa</li> <li>• Transformar medidas de volumen de forma compleja a incompleja y viceversa</li> <li>• Relacionar medidas de volumen, capacidad y masa</li> <li>• Resolver problemas de densidad</li> </ul>
<b>134</b>			

UNIDAD	SABER	SABER HACER	
<b>8 Proporcionalidad y porcentajes</b>	1. Razón y proporción 2. Magnitudes directamente proporcionales 3. Problemas de proporcionalidad directa 4. Porcentajes 5. Problemas con porcentajes	156 158 160 162 163	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular un término desconocido en una proporción</li> <li>• Averiguar si dos magnitudes son directamente proporcionales</li> <li>• Resolver problemas de proporcionalidad directa mediante una regla de tres</li> <li>• Resolver problemas de porcentajes mediante una regla de tres</li> <li>• Calcular el término desconocido de una proporción cuando se le suma o se le resta un número</li> <li>• Calcular el valor contrario a un porcentaje</li> <li>• Calcular una disminución porcentual</li> <li>• Calcular un aumento porcentual</li> </ul>
		<b>154</b>	
<b>9 Rectas y ángulos</b>	1. Rectas 2. Semirrectas y segmentos 3. Ángulos 4. Posiciones relativas de ángulos 5. Sistema sexagesimal	176 178 180 182 184	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Trazar rectas paralelas y perpendiculares a una recta que pasen por un punto</li> <li>• Trazar la mediatrix de un segmento</li> <li>• Trazar la bisectriz de un ángulo</li> <li>• Transformar unidades de medida de ángulos</li> <li>• Sumar en el sistema sexagesimal</li> <li>• Restar en el sistema sexagesimal</li> <li>• Calcular la distancia entre una recta y un punto</li> <li>• Calcular la distancia entre dos rectas paralelas</li> <li>• Construir un ángulo utilizando un transportador</li> <li>• Pasar de forma compleja a incompleja</li> <li>• Pasar de forma incompleja a compleja</li> <li>• Multiplicar medidas complejas de ángulos</li> </ul>
		<b>174</b>	
<b>10 Polígonos. Triángulos</b>	1. Polígonos 2. Triángulos 3. Relaciones entre los elementos de un triángulo 4. Ángulos en los polígonos 5. Rectas y puntos notables en el triángulo 6. Teorema de Pitágoras	198 200 201 203 204 206	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dibujar un triángulo conocida la medida de sus lados</li> <li>• Determinar un lado desconocido en un triángulo rectángulo</li> <li>• Determinar los ejes de simetría de un polígono</li> <li>• Construir un triángulo conociendo un lado y sus dos ángulos contiguos</li> <li>• Construir un triángulo conociendo dos de sus lados y el ángulo comprendido entre ellos</li> <li>• Construir un triángulo conociendo un lado y dos ángulos, uno no contiguo al lado</li> <li>• Resolver problemas mediante el teorema de Pitágoras</li> </ul>
		<b>196</b>	
<b>11 Cuadriláteros y circunferencia</b>	1. Cuadriláteros 2. Propiedades de los paralelogramos 3. Polígonos regulares 4. Circunferencia 5. Posiciones relativas de la circunferencia 6. Círculo	218 220 222 224 226 227	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construir paralelogramos</li> <li>• Calcular elementos de un paralelogramo utilizando el teorema de Pitágoras</li> <li>• Calcular la apotema de un polígono regular utilizando el teorema de Pitágoras</li> <li>• Construir polígonos regulares</li> <li>• Construir cualquier polígono regular</li> </ul>
		<b>216</b>	
<b>12 Perímetros y áreas</b>	1. Perímetro de un polígono 2. Longitud de la circunferencia 3. Área de los paralelogramos 4. Área de un triángulo 5. Área de un trapecio 6. Área de un polígono regular 7. Área del círculo	236 237 238 240 242 244 246	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular el área de un paralelogramo utilizando el teorema de Pitágoras</li> <li>• Calcular el área de un triángulo isósceles o equilátero</li> <li>• Calcular el área de un trapecio utilizando el teorema de Pitágoras</li> <li>• Calcular el área de un polígono regular utilizando el teorema de Pitágoras</li> <li>• Calcular el área de una figura plana</li> <li>• Calcular la altura de un triángulo knowing su base y su área</li> <li>• Calcular el área de un trapecio rectángulo knowing sus diagonales y su altura</li> </ul>
		<b>234</b>	
<b>13 Funciones y gráficas</b>	1. Coordenadas cartesianas 2. Concepto de función 3. Expresión de una función mediante una tabla 4. Expresión de una función mediante una ecuación 5. Expresión de una función mediante una gráfica 6. Interpretación de gráficas	258 262 263 264 266 268	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Calcular las coordenadas de un punto</li> <li>• Determinar si un punto pertenece a una función</li> <li>• Representar gráficamente una función</li> <li>• Representar gráficamente un enunciado</li> <li>• Calcular el valor de una función en un punto</li> <li>• Representar gráficamente una función de proporcionalidad directa <math>f(x) = ax</math></li> </ul>
		<b>256</b>	
<b>14 Estadística y probabilidad</b>	1. Población y muestra 2. Variables estadísticas 3. Frecuencias. Tablas de frecuencias 4. Gráficos estadísticos 5. Medidas estadísticas 6. Experimentos aleatorios 7. Probabilidad. Regla de Laplace	278 279 280 282 286 287 288	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Construir tablas de frecuencias</li> <li>• Construir un diagrama de barras</li> <li>• Construir un diagrama de sectores</li> <li>• Calcular probabilidades utilizando la regla de Laplace</li> <li>• Calcular el tanto por ciento que representa un dato</li> <li>• Construir un diagrama de sectores knowing los porcentajes que representan los datos</li> </ul>
		<b>276</b>	

## **Esquema de la unidad**

La estructura de las unidades didácticas es muy sencilla, ya que se trata de facilitar la localización de los contenidos fundamentales, de los ejemplos resueltos y de las actividades propuestas.

A lo largo de toda la unidad marcamos con iconos aquellos contenidos o actividades en los que se trabajan de manera particular las competencias básicas.



**Introducción a la unidad: dos elementos básicos, una base sólida y una motivación adecuada.**

**Comenzamos**

la unidad en torno  
a la historia,  
utilidades  
y curiosidades  
de algún invento.

**CLAVES PARA EMPEZAR**

**Cómo se clasifican rectas y ángulos**

**Posiciones relativas de dos rectas**

- Paralelas: No se cortan
- Secantes: Se cortan en un punto

**Ángulos**

Llamamos **ángulo** a la abertura formada por dos semirrectas que parten de un mismo vértice.

Los ángulos pueden ser:

- Agudo: Mide menos de  $90^\circ$ .
- Recto: Mide  $90^\circ$ .
- Oblíquo: Mide más de  $90^\circ$  y menos de  $180^\circ$ .
- Llano: Mide  $180^\circ$ .

**EJEMPLOS**

Las manecillas de un reloj forman un ángulo que va variando a medida que pasan los minutos.

A las 12 forma un ángulo recto.  
A las 12 1/2 forma un ángulo agudo.  
A las 12 3/4 forma un ángulo llano.

**ACTIVIDADES**

- Di el nombre de los ángulos que forman las agujas del reloj a todas las horas en punto.
- ¿Las manecillas de un reloj forman rectas paralelas o secantes?

**Cómo se calculan raíces cuadradas**

**La RAÍZ cuadrada** de un número es el otro número que elevado al cuadrado es igual al primero:  $\sqrt{a} = b \Leftrightarrow b^2 = a$

**EJEMPLO**

$$\sqrt{4} = 2 \text{ porque } 2^2 = 4$$

**ACTIVIDADES**

- Halla las raíces cuadradas de los siguientes números.

a) 36	b) 49	c) 64	d) 81	e) 100
-------	-------	-------	-------	--------

## Polígonos. Triángulos

**10**

**SABER**

- Polígonos. Elementos. Ángulos en los polígonos
- Hallar relaciones entre sus elementos: rectas y puntos notables
- Teorema de Pitágoras

**SABER HACER**

- Diseñar un reloj conocida la medida de sus lados
- Determinar un lado desconocido en un triángulo rectángulo

**VIDA COTIDIANA**

El teodolito

Un teodolito es un instrumento para medir ángulos con el que podemos realizar mediciones a cierta distancia y localizar lugares en terrenos. Con un teodolito Manlio y Juan han medido los ángulos que forman con Andrés.

• ¿Qué tipo de triángulo forman María, Juan y Andrés?

• ¿Cuál es el ángulo que forman Juan con Andrés?

Páginas de contenidos: SABER y SABER HACER como un todo integrado.

Nuestra propuesta para **Saber** son unos textos claros y estructurados. Los **Ejemplos** te ayudarán a afianzar esos saberes.

Junto a los textos encontrarás **informaciones complementarias**. Además, en **Resuelve el reto** pondremos a prueba tus conocimientos, y tu razonamiento matemático.

**7. Raíz cuadrada**

**7.1. Raíz cuadrada exacta**

La **raíz cuadrada exacta** de un número es otro número **a** tal que, al elevarlo al cuadrado, obtenemos el número **a**.

$\sqrt{a^2} = a$  cuando  $b^2 = a$

Si  $b^2 = a$ , entonces  $\sqrt{b^2} = b$

Si  $b^2 > a$ , entonces  $\sqrt{b^2} > b$

Si  $b^2 < a$ , entonces  $\sqrt{b^2} < b$

Los números con raíz cuadrada exacta son **cuadrados perfectos**.

**EJEMPLO**

19. Calcula las raíces de estos cuadrados perfectos.

a)  $\sqrt{1} = 1$ , ya que  $1^2 = 1$   
 b)  $\sqrt{36} = 6$ , ya que  $6^2 = 36$   
 c)  $\sqrt{4} = 2$ , ya que  $2^2 = 4$   
 d)  $\sqrt{81} = 9$ , ya que  $9^2 = 81$   
 e)  $\sqrt{16} = 4$ , ya que  $4^2 = 16$   
 f)  $\sqrt{25} = 5$ , ya que  $5^2 = 25$

**7.2. Raíz cuadrada entera**

Si el radicando no es un cuadrado perfecto, la raíz cuadrada es entera.

La **raíz cuadrada entera** de un número es el mayor número **b** que cuadrado es menor que el de la raíz entera es la diferencia entre el radicando y el cuadrado de la raíz entera **b**.

Raíz =  $a - b^2$

**ACTIVIDADES**

**PRACTICA.** Calcula estas raíces cuadradas exactas.

a)  $\sqrt{16}$     b)  $\sqrt{144}$     c)  $\sqrt{1400}$

**APLICA.** Halla el valor de  $a$  en estas raíces cuadradas no exactas.

a)  $\sqrt{2} = 5$  y el resto es 7  
 b)  $\sqrt{2} = 7$  y el resto es 3  
 c)  $\sqrt{2} = 8$  y el resto es 5

**REFLEXIONA.** ¿Existen algún número cuya raíz entera sea  $\sqrt{1}$ ? ¿Cuáles numeros cumplen esta condición?

**7.3. Raíz cuadrada de un número**

Cálculo la raíz cuadrada de estos números.

a)  $\sqrt{169}$   
 b)  $\sqrt{9}$

**PASOS A SEGUIR**

1. Se busca el mayor número **cijo** que cuadrado es menor o igual que el radicando.

2. Si el cuadrado de ese número es igual al radicando, la raíz cuadrada es exacta.

3. Si el cuadrado es menor, ese número es la raíz entera. Y la diferencia entre el radicando y el cuadrado de ese número es el resto.

4. Si el cuadrado es mayor, se resta:

$39 - 36 = 3$  y el resto es 3

5. Si restamos hasta que el resultado sea 0, se obtiene el resto de 13.

**ACTIVIDADES**

**CALCULA.** Calcula la raíz cuadrada entera y el resto de estos números.

a)  $\sqrt{125}$     b)  $\sqrt{243}$     c)  $\sqrt{160}$   
 d)  $\sqrt{96}$     e)  $\sqrt{72}$     f)  $\sqrt{355}$

**CONEXIÓN CON TU CUADERNO**

a)  $\sqrt{1} = \sqrt{1^2} + \square$   
 b)  $\sqrt{2} = \sqrt{2^2} + \square$   
 c)  $\sqrt{3} = \sqrt{3^2} + \square$   
 d)  $\sqrt{4} = \sqrt{4^2} + \square$   
 e)  $\sqrt{5} = \sqrt{5^2} + \square$   
 f)  $\sqrt{30} = \sqrt{30^2} + \square$

**VALOR DE UN RADICANDO Y ESCRIBIRLO EN SU CUADERNO.**

a)  $\sqrt{2} = 4$  y resto 8  
 b)  $\sqrt{2} = 9$  y resto 9  
 c)  $\sqrt{2} = 9$  y resto 6  
 d)  $\sqrt{2} = 10$  y resto 15  
 e)  $\sqrt{2} = 30$  y resto 25

## Páginas de actividades finales: una forma práctica de aprender a aprender.

Nuestras **Actividades finales** están secuenciadas para que aproveches de la mejor forma posible la aplicación de los contenidos estudiados.

Cada actividad te informa de la **dificultad** que tiene.

Los **Saber hacer** te ayudarán a seguir profundizando en los procedimientos.

Las actividades finales terminan con una gran cantidad de **Problemas** que te permitirán adaptar tus conocimientos a contextos reales.

**ACTIVIDADES FINALES**

**Rectas, semirectas y segmentos**

**Problemas con funciones**

**DEBES SABER HACER**

Para finalizar, **Debes saber hacer**. Esta autoevaluación básica te permitirá comprobar si has alcanzado los objetivos mínimos de la unidad.

## Páginas de competencia matemática: un paso más en la aplicación de los contenidos aprendidos.

**En la vida cotidiana** es una actividad relacionada con el invento inicial, donde podrás trabajar con algunos contenidos de la unidad.

Con las **Formas de pensar** pondremos a prueba tu **razonamiento matemático**.

**COMPETENCIA MATEMÁTICA**

**En la vida cotidiana**

**PROYECTO FINAL: Trabajo cooperativo**

**Pruebas PISA**

El **Proyecto final** te plantea objetivos que antes o después encontrarás en tu vida diaria. Con él mejorarás tus competencias para el **trabajo cooperativo**.

La unidad finaliza con las **Pruebas PISA**. Estas pruebas internacionales pretenden comprobar tu aprendizaje competencial y conviene que las conozcas.



## Cómo se leen las fracciones

Al leer una fracción, expresamos primero el numerador y después el denominador.

- El numerador se lee con el nombre del número.
- El denominador se lee así:
  - Si es 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 o 9, se lee: medios, tercios, cuartos, quintos, sextos, séptimos, octavos o novenos, respectivamente.
  - Si es 10, se lee décimos; y si es mayor que 10, se lee el número añadiendo la terminación –avos.

### EJEMPLO

$\frac{3}{5}$  → Se lee tres quintos.

$\frac{6}{9}$  → Se lee seis novenos.

$\frac{11}{12}$  → Se lee once doceavos.

$\frac{1}{11}$  → Se lee un onceavo.

### ACTIVIDADES

- 1 Escribe cómo se leen las siguientes fracciones.

a)  $\frac{4}{5}$

c)  $\frac{3}{10}$

e)  $\frac{13}{17}$

b)  $\frac{5}{7}$

d)  $\frac{8}{13}$

f)  $\frac{21}{32}$

- 2 Escribe en forma de fracción.

a) Cinco sextos

d) Seis onceavos

b) Dos octavos

e) Nueve veinteavos

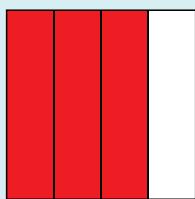
c) Un séptimo

f) Doce treintaitresavos

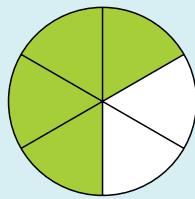
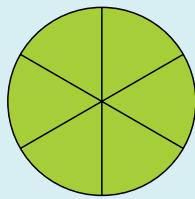
## Cómo se representa gráficamente una fracción

Las fracciones se usan para expresar y representar cantidades incompletas de unidades.

### EJEMPLO



$$\frac{3}{4}$$



$$1 + \frac{4}{6} = \frac{10}{6}$$

### ACTIVIDADES

- 3 Representa  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{10}{6}$  de forma diferente a la del ejemplo.

- 4 Representa estas fracciones.

a)  $\frac{2}{3}$

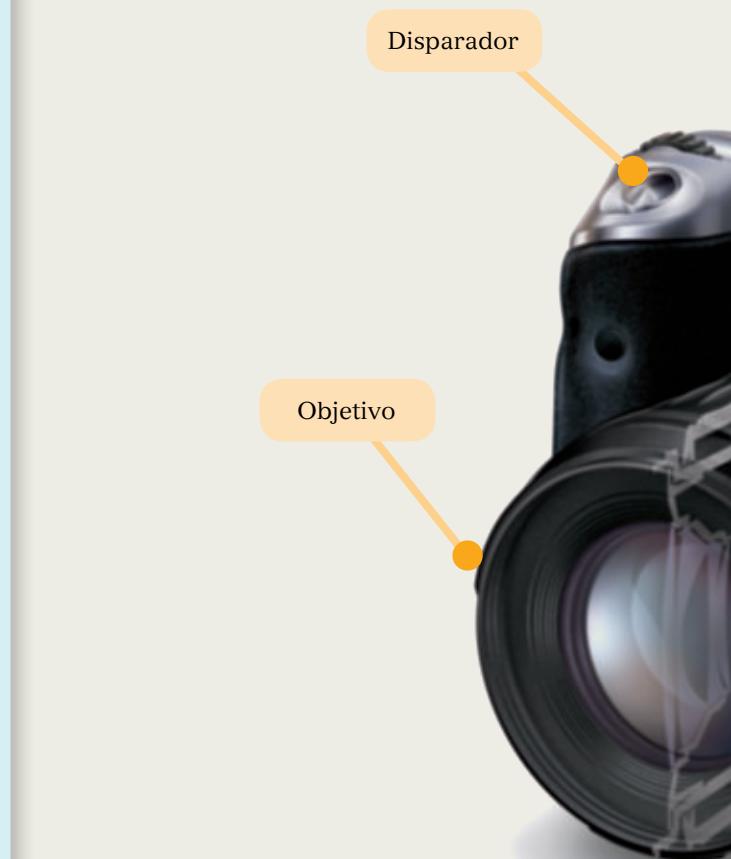
b)  $\frac{4}{5}$

c)  $\frac{7}{10}$

d)  $\frac{2}{6}$

e)  $\frac{3}{8}$

f)  $\frac{6}{7}$



1816

El científico francés N. Niepce obtuvo las primeras imágenes fotográficas mediante la utilización de la cámara oscura y un procedimiento fotoquímico. Lamentablemente estas imágenes no se han conservado.

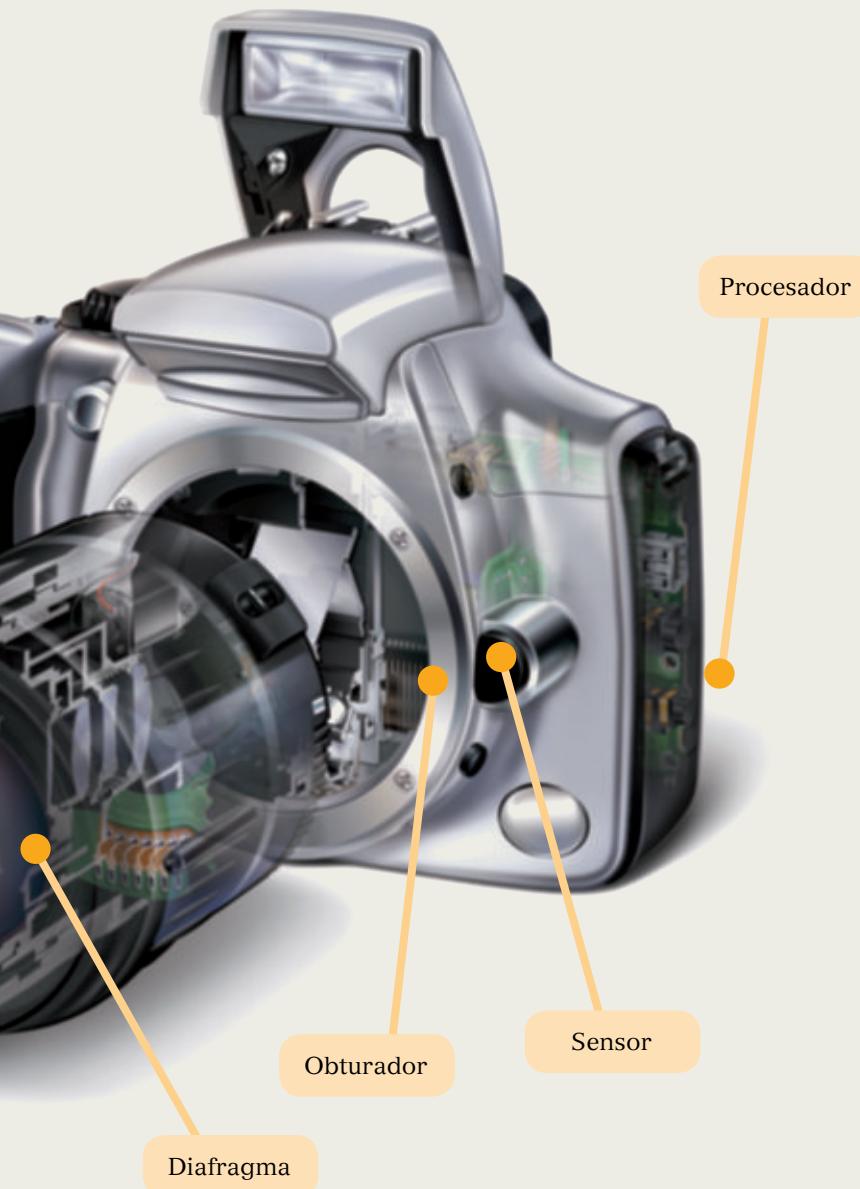


1839

Louis Daguerre hizo público un proceso fotográfico de su invención. El daguerrotipo estaba basado en unas placas recubiertas con una capa de yoduro de plata sensible a la luz.



# Fracciones



## SABER

- Fracciones. Fracciones equivalentes
- Comparación de fracciones
- Operaciones con fracciones

## SABER HACER

- Expresar una fracción impropia como la suma de un número natural más una fracción propia
- Reducir fracciones a común denominador
- Calcular la fracción irreducible
- Resolver operaciones combinadas con fracciones



## VIDA COTIDIANA

### La fotografía

En las primeras cámaras fotográficas, para fotografiar un objeto se necesitaba que estuviera más de 30 minutos totalmente quieto.

En las cámaras actuales esto lo regula la velocidad de obturación. Con velocidades superiores a 1/60 segundos podemos conseguir congelar el movimiento de los objetos en movimiento. Sin embargo, con velocidades más lentas, inferiores a 1/60 segundos, conseguimos imágenes movidas.

- Con una velocidad de 1/30, ¿podré congelar el movimiento de un coche que circula por una calle?



1841

W. Talbot desarrolló un procedimiento fotográfico que consistía en utilizar un papel negativo a partir del cual se podía obtener un número ilimitado de copias.



1861

La primera foto en color fue obtenida por el físico J. Clerk Maxwell, pero no es hasta 1907 cuando aparece el primer sistema comercializado.



1947

Edwing H. Land, un inventor estadounidense, desarrolla el procedimiento fotográfico conocido como Polaroid, que permite obtener fotos a los pocos minutos de haber expuesto la película.



1969

Es el inicio de la carrera digital: W. Boyle y G. Smith diseñan la estructura del sensor fotográfico CCD. Pero no es hasta 1990 cuando aparece la primera cámara digital comercial.



## 1

# Fracciones

Una **fracción** es una expresión  $\frac{a}{b}$ , donde  $a$  y  $b$  son números naturales llamados **numerador** y **denominador**, respectivamente.

## 1.1. Interpretación de una fracción

- Fracción como parte de la unidad.** Su denominador representa el número de partes iguales en que se divide la unidad y su numerador, el número de partes que se toman.
- Fracción como cociente de dos números.** Para hallar su valor, se divide el numerador entre el denominador.
- Fracción como operador de un número.** Para calcular su valor, se multiplica el número por el numerador y se divide entre el denominador.



Una fracción con sus dos términos iguales es igual a 1.

$$\frac{9}{9} = 1 \quad \frac{11}{11} = 1$$

Si es una fracción propia, su valor es menor que la unidad.

$$\frac{2}{7} < 1 \quad \frac{10}{31} < 1$$

Si es impropia, su valor es mayor que la unidad.

$$\frac{3}{2} > 1 \quad \frac{12}{5} > 1$$

### EJEMPLO

1. Expresa estos enunciados mediante una fracción.

- a) En un huerto que está dividido en 9 partes hay 4 sembradas.

La fracción  $\frac{4}{9}$  representa la parte sembrada del huerto.

- b) Repartimos 20 € entre 5 personas.

La fracción  $\frac{20}{5}$  representa el dinero que le corresponde a cada persona. Su valor es  $20 : 5 = 4$  €.

- c) En una oficina,  $\frac{2}{5}$  de sus 40 trabajadores llevan gafas.

Actúa como operador  $\rightarrow \frac{2}{5} \text{ de } 40 = \frac{40 \cdot 2}{5} = 16$  llevan gafas.

## 1.2. Fracciones propias e impropias

Una **fracción** es **propia** si su numerador es menor que su denominador. Es **impropia** si su numerador es mayor que su denominador.

### ACTIVIDADES

- 1 **PRACTICA.** Expresa los enunciados con una fracción.

- 7 de cada 10 estudiantes aprueban en junio.
- De 25 encuestados, 21 respondieron afirmativamente.
- De una producción de 10000 vehículos, las tres cuartas partes se exportan al extranjero.
- Mi abuelo reparte 12 caramelos entre sus 4 nietos.

- 2 **APLICA.** Clasifica las fracciones del ejercicio anterior en propias e impropias.

- 3 **REFLEXIONA.** Carolina lee un libro de 416 páginas. Hasta ahora ha leído tres octavas partes del libro.
- ¿Cuántas páginas ha leído?
  - ¿Qué fracción del total del libro le queda por leer?

## SABER HACER



### Expresar una fracción impropia como suma de un número natural y una fracción propia

Expresa estas fracciones impropias como la suma de un natural más una fracción propia.

a)  $\frac{22}{4}$

b)  $\frac{7}{2}$

#### Pasos a seguir

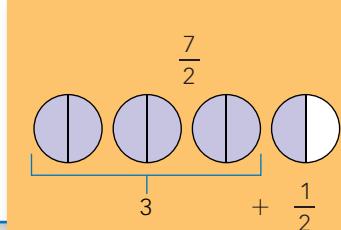
- Dividimos el numerador de cada fracción entre el denominador.
- Expresamos como la suma de un número natural más una fracción donde:
  - El cociente de la división es el número natural.
  - El resto de la división es el numerador de la fracción.
  - El divisor de la división es el denominador de esa fracción.

a)  $22 \overline{)4}$   
2    5

b)  $7 \overline{)2}$   
1    3

a)  $22 \overline{)4}$        $\frac{22}{4} = 5 + \frac{2}{4}$

b)  $7 \overline{)2}$        $\frac{7}{2} = 3 + \frac{1}{2}$



## ACTIVIDADES

- 4 Escribe cada fracción como suma de un número natural y una fracción propia.

a)  $\frac{8}{3}$

d)  $\frac{17}{4}$

b)  $\frac{20}{17}$

e)  $\frac{31}{8}$

c)  $\frac{16}{9}$

f)  $\frac{27}{5}$

- 5 Completa en tu cuaderno.

a)  $\frac{7}{\square} = 1 + \frac{3}{4}$       d)  $\frac{\square}{3} = 3 + \frac{1}{3}$

b)  $\frac{19}{6} = \square + \frac{1}{6}$       e)  $\frac{25}{7} = 3 + \frac{\square}{7}$

c)  $\frac{14}{5} = 2 + \square$       f)  $\frac{25}{8} = 3 + \frac{1}{\square}$

- 6 Encuentra el error y corrígelos.

a)  $\frac{28}{6} = 4 + \frac{1}{6}$

b)  $\frac{42}{15} = 3 + \frac{3}{15}$

c)  $\frac{36}{8} = 4 + \frac{3}{4}$

d)  $\frac{87}{10} = 8 + \frac{7}{5}$

- 7 Halla la fracción impropia en cada caso.

a)  $7 + \frac{1}{2}$

d)  $8 + \frac{4}{5}$

b)  $9 + \frac{3}{4}$

e)  $2 + \frac{1}{6}$

c)  $5 + \frac{2}{3}$

f)  $4 + \frac{3}{7}$

- 8 Indica entre qué dos números naturales se encuentran las siguientes fracciones impropias.

a)  $\frac{7}{2}$

c)  $\frac{15}{7}$

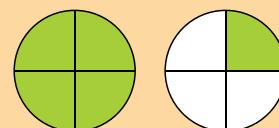
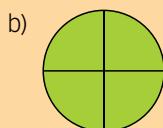
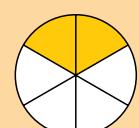
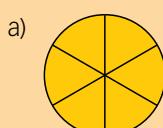
e)  $\frac{21}{5}$

b)  $\frac{9}{5}$

d)  $\frac{23}{4}$

f)  $\frac{29}{6}$

- 9 Indica las fracciones impropias que representan estas figuras y exprésalas como la suma de un número más una fracción.

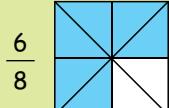
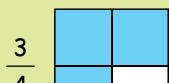


## 2

## Fracciones equivalentes

Dos **fracciones**  $\frac{a}{b}$  y  $\frac{c}{d}$  son **equivalentes**, y se escribe  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ , si se cumple que  $a \cdot d = b \cdot c$ .

**Dos fracciones equivalentes representan la misma cantidad.**



$\frac{3}{4}$  y  $\frac{6}{8}$  son equivalentes.

**EJEMPLO**

2. Determina si los siguientes pares de fracciones son equivalentes.

a)  $\frac{6}{8}$  y  $\frac{3}{4}$        $\left. \begin{array}{l} 6 \cdot 4 = 24 \\ 8 \cdot 3 = 24 \end{array} \right\} \rightarrow 6 \cdot 4 = 8 \cdot 3 \rightarrow$  Son equivalentes.

b)  $\frac{2}{5}$  y  $\frac{4}{7}$        $\left. \begin{array}{l} 2 \cdot 7 = 14 \\ 5 \cdot 4 = 20 \end{array} \right\} \rightarrow 2 \cdot 7 \neq 5 \cdot 4 \rightarrow$  No son equivalentes.

En una fracción, al multiplicar o dividir el numerador y el denominador por un número distinto de cero, se obtiene otra fracción equivalente.

**EJEMPLO**

3. Comprueba que  $\frac{2}{8}$  es equivalente a la fracción resultante de multiplicar por 3 su numerador y denominador.

Multiplicamos por 3 numerador y denominador:

$$\frac{2}{8} \rightarrow \frac{2 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{6}{24}$$

Comprobamos que las fracciones son equivalentes:

$$2 \cdot 24 = 48 = 8 \cdot 6 \rightarrow \frac{2}{8} \text{ y } \frac{6}{24} \text{ son equivalentes.}$$

**2.1. Reducción a común denominador**

**Reducir a común denominador** dos o más fracciones consiste en obtener otras equivalentes con igual denominador.

**ACTIVIDADES**

10 **PRACTICA.** Indica cuáles son equivalentes.

a)  $\frac{1}{3}$  y  $\frac{2}{5}$       b)  $\frac{3}{5}$  y  $\frac{6}{10}$       c)  $\frac{3}{15}$  y  $\frac{3}{9}$

11 **APLICA.** Calcula el valor de  $x$  para que sean equivalentes.

a)  $\frac{x}{3} = \frac{8}{6}$       b)  $\frac{4}{x} = \frac{6}{3}$       c)  $\frac{8}{4} = \frac{x}{2}$

12 **REFLEXIONA.** Escribe tres fracciones equivalentes en cada caso.

- a) Un cuarto de hora      b) Una semana al mes

13 **REFLEXIONA.** Si el numerador de una fracción lo dividimos por un número, y el denominador lo multiplicamos por el mismo número, ¿son equivalentes las fracciones? Pon un ejemplo.

 **SABER HACER**

**Reducir fracciones a común denominador**

Reduce a común denominador las fracciones  $\frac{7}{10}$  y  $\frac{8}{12}$ .

**Pasos a seguir**

**1.** Calculamos el m.c.m. de los denominadores de las fracciones.

**2.** Dividimos el m.c.m. entre el denominador de cada fracción, y el resultado obtenido lo multiplicamos por el numerador y el denominador de la fracción.

Las fracciones resultantes son fracciones equivalentes a las primeras y tienen igual denominador.

$$\begin{aligned} 10 &= 2 \cdot 5 \\ 12 &= 2^2 \cdot 3 \end{aligned} \rightarrow \text{m.c.m.}(10, 12) = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$$

$$60 : 10 = 6$$

$$\frac{7}{10} = \frac{7 \cdot 6}{10 \cdot 6} = \frac{42}{60}$$

$$60 : 12 = 5$$

$$\frac{8}{12} = \frac{8 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{40}{60}$$

Las fracciones  $\frac{42}{60}$  y  $\frac{40}{60}$  son equivalentes a  $\frac{7}{10}$  y  $\frac{8}{12}$ , respectivamente, y tienen el mismo denominador.

**ACTIVIDADES**

**14** Reduce a común denominador las siguientes fracciones.

a)  $\frac{7}{2}$  y  $\frac{3}{4}$

b)  $\frac{5}{8}$  y  $\frac{9}{6}$

c)  $\frac{12}{96}$  y  $\frac{9}{144}$

**15** Reduce estos pares de fracciones a común denominador.

a)  $\frac{7}{2}$  y  $\frac{5}{8}$

f)  $\frac{9}{6}$  y  $\frac{7}{30}$

b)  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{9}{6}$

g)  $\frac{5}{8}$  y  $\frac{1}{10}$

c)  $\frac{3}{5}$  y  $\frac{2}{15}$

h)  $\frac{9}{6}$  y  $\frac{2}{15}$

d)  $\frac{9}{20}$  y  $\frac{7}{30}$

i)  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{1}{10}$

e)  $\frac{3}{4}$  y  $\frac{9}{20}$

j)  $\frac{2}{7}$  y  $\frac{3}{5}$

**16** Reduce a común denominador estos conjuntos de fracciones.

a)  $\frac{7}{2}, \frac{3}{4}$  y  $\frac{9}{6}$

c)  $\frac{3}{4}, \frac{9}{20}$  y  $\frac{2}{15}$

b)  $\frac{3}{4}, \frac{5}{8}$  y  $\frac{9}{6}$

d)  $\frac{5}{8}, \frac{2}{15}$  y  $\frac{7}{30}$

**17** Reduce a común denominador las siguientes fracciones.

a)  $\frac{3}{5}, \frac{2}{15}$  y  $\frac{7}{30}$

b)  $\frac{7}{2}, \frac{5}{8}$  y  $\frac{9}{20}$

c)  $\frac{2}{15}, \frac{1}{10}$  y  $\frac{7}{30}$

d)  $\frac{7}{2}, \frac{9}{20}$  y  $\frac{7}{30}$

**18** Reduce las siguientes fracciones a común denominador.

a)  $\frac{1}{7}, \frac{1}{11}$  y  $\frac{1}{9}$

b)  $\frac{1}{13}, \frac{1}{8}$  y  $\frac{1}{15}$

**19** Reduce a común denominador estos grupos de fracciones.

a)  $\frac{3}{5}, \frac{2}{9}, \frac{1}{4}$  y  $\frac{7}{3}$

b)  $\frac{7}{3}, \frac{1}{6}, \frac{9}{2}$  y  $\frac{5}{12}$

c)  $\frac{4}{5}, \frac{3}{10}, \frac{2}{15}, \frac{9}{20}$  y  $\frac{1}{4}$

**20** Reduce estas fracciones a común denominador.

$\frac{3}{5}, \frac{9}{20}, \frac{2}{15}, \frac{1}{10}, \frac{7}{30}, \frac{12}{450}$  y  $\frac{32}{600}$

Para calcular el m.c.m. de dos o más números primero los descomponemos en factores.

Después elegimos los factores comunes y no comunes con el mayor exponente.



## RESUELVE EL RETO

¿Existe una fracción cuyo numerador y denominador sean el doble que los de  $\frac{3}{5}$ , y que no sea equivalente a  $\frac{3}{5}$ ?



## 2.2. Obtención de fracciones equivalentes

Como vimos, se pueden obtener fracciones equivalentes multiplicando o dividiendo por un mismo número los términos de una fracción.

- **Amplificación:** consiste en obtener una fracción equivalente a una dada multiplicando sus términos por un mismo número.
- **Simplificación:** consiste en obtener una fracción equivalente a una fracción dada dividiendo sus términos entre un divisor común a ambos.

### EJEMPLO

4. Obtén dos fracciones equivalentes a  $\frac{12}{18}$ , una por amplificación y otra por simplificación.

$$\text{Amplificación} \rightarrow \frac{12}{18} = \frac{12 \cdot 3}{18 \cdot 3} = \frac{36}{54} \text{ (multiplicamos por 3).}$$

$$\text{Simplificación} \rightarrow \frac{12}{18} = \frac{12 : 2}{18 : 2} = \frac{6}{9} \text{ (dividimos entre 2).}$$

## 2.3. Fracción irreducible

Una **fracción** es **irreducible** si no se puede simplificar.

En una fracción irreducible, su numerador y denominador no tienen divisores comunes distintos de 1.

### EJEMPLO

5. Determina la fracción irreducible de  $\frac{18}{30}$ .

Vamos simplificando poco a poco la fracción hasta que ya no se pueda simplificar más.

$$18 \text{ y } 30 \text{ son divisibles por } 2 \rightarrow \frac{18}{30} = \frac{18 : 2}{30 : 2} = \frac{9}{15}$$

$$9 \text{ y } 15 \text{ son divisibles por } 3 \rightarrow \frac{9}{15} = \frac{9 : 3}{15 : 3} = \frac{3}{5}$$

3 y 5 no tienen divisores comunes →  $\frac{3}{5}$  es la fracción irreducible de  $\frac{18}{30}$ .

## ACTIVIDADES

- 21 **PRACTICA.** Completa en tu cuaderno con los términos que faltan para que sean equivalentes.

a)  $\frac{4}{9} = \frac{8}{\square} = \frac{40}{\square}$       b)  $\frac{90}{120} = \frac{15}{\square} = \frac{\square}{12}$

- 22 **APLICA.** Encuentra cuáles de las siguientes fracciones son equivalentes por amplificación a  $\frac{5}{7}$ .

$$\frac{45}{63} \quad \frac{25}{30} \quad \frac{30}{45} \quad \frac{40}{56} \quad \frac{100}{140}$$

- 23 **APLICA.** Determina cuáles de estas fracciones son equivalentes por simplificación a  $\frac{300}{500}$ .

$$\frac{15}{20} \quad \frac{12}{20} \quad \frac{3}{5} \quad \frac{9}{15} \quad \frac{27}{45}$$

- 24 **REFLEXIONA.** Las fracciones  $\frac{250}{375}$  y  $\frac{14}{21}$  son equivalentes. Indica cómo se ha simplificado o amplificado una para obtener la otra.

 **SABER HACER**

**Calcular la fracción irreducible**

Halla la fracción irreducible de  $\frac{28}{70}$ .

**Pasos a seguir**

1. Calculamos el m.c.d. del numerador y el denominador de la fracción.
2. Dividimos los dos términos de la fracción entre el m.c.d.

$$\left. \begin{array}{l} 28 = 2^2 \cdot 7 \\ 70 = 2 \cdot 5 \cdot 7 \end{array} \right\} \rightarrow \text{m.c.d.}(28, 70) = 2 \cdot 7 = 14$$

$$\frac{28}{70} = \frac{28 : 14}{70 : 14} = \boxed{\frac{2}{5}}$$

↑ Fracción irreducible

Para calcular el m.c.d. de dos o más números primero los descomponemos en factores. Después elegimos los factores comunes con el menor exponente.

Si el m.c.d. es 1, la fracción no se puede reducir.

$$\frac{7}{3} \rightarrow \text{m.c.d.}(3, 7) = 1$$

$\frac{7}{3}$  no se puede reducir.

$\frac{7}{3}$  es una fracción irreducible.

**ACTIVIDADES**

- 25 Halla la fracción irreducible de las siguientes fracciones.

a) $\frac{25}{45}$	c) $\frac{3}{15}$	e) $\frac{28}{48}$
b) $\frac{14}{21}$	d) $\frac{9}{45}$	f) $\frac{50}{15}$

- 26 Determina la fracción irreducible de cada una de las siguientes fracciones.

a) $\frac{40}{26}$	c) $\frac{12}{27}$	e) $\frac{60}{55}$
b) $\frac{12}{45}$	d) $\frac{20}{18}$	f) $\frac{65}{45}$

- 27 Indica cuál de las siguientes fracciones

tiene como fracción irreducible a  $\frac{3}{5}$ .

a) $\frac{9}{20}$	c) $\frac{6}{10}$	e) $\frac{21}{35}$
b) $\frac{20}{12}$	d) $\frac{21}{40}$	f) $\frac{24}{45}$

- 28 Determina cuáles de las siguientes fracciones son irreducibles.

a) $\frac{25}{35}$	d) $\frac{9}{15}$	g) $\frac{4}{26}$
b) $\frac{14}{21}$	e) $\frac{28}{45}$	h) $\frac{13}{39}$
c) $\frac{3}{5}$	f) $\frac{5}{12}$	i) $\frac{11}{9}$

- 29 Entre todas estas fracciones, haz corresponder cada fracción con su fracción irreducible.

a) $\frac{9}{10}$	c) $\frac{20}{12}$	e) $\frac{18}{20}$	g) $\frac{8}{10}$
b) $\frac{5}{3}$	d) $\frac{4}{5}$	f) $\frac{3}{4}$	h) $\frac{21}{28}$

- 30 Utiliza cada secuencia de números para crear dos fracciones irreducibles en cada caso.

a) 2, 3, 6	e) 3, 6, 7, 9, 10
b) 3, 5, 10	f) 3, 5, 6, 9, 10
c) 5, 6, 8, 9	g) 4, 5, 8, 10, 11
d) 2, 4, 6, 9	h) 2, 3, 4, 5, 8, 9

- 31 Simplifica hasta llegar a la fracción irreducible, indicando todos los pasos.

a) $\frac{120}{140}$	c) $\frac{708}{57}$
b) $\frac{210}{275}$	d) $\frac{144}{198}$

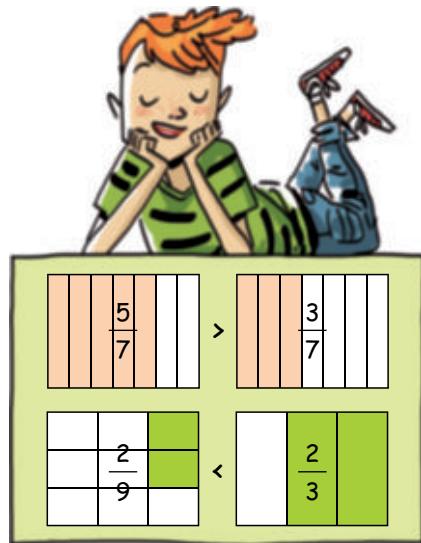
- 32 Simplifica estas fracciones hasta encontrar la fracción irreducible.

a) $\frac{2^6}{2^2 \cdot 3}$	d) $\frac{5^4}{5^2 \cdot 3^2}$	g) $\frac{3^4 \cdot 5^3}{5^5 \cdot 3^4}$
b) $\frac{3^2}{2^3 \cdot 3}$	e) $\frac{5 \cdot 2^3}{5^3 \cdot 2}$	h) $\frac{3 \cdot 5^4 \cdot 2^2}{2 \cdot 5^2 \cdot 3^3}$
c) $\frac{3^4}{5^3 \cdot 3^3}$	f) $\frac{3^5 \cdot 2^3}{5^3 \cdot 3^2}$	i) $\frac{7 \cdot 2^2}{5 \cdot 3^2}$

## 3

## Comparación de fracciones

### 3.1. Fracciones con el mismo denominador o con el mismo numerador



#### EJEMPLOS

6. Compara las fracciones  $\frac{5}{7}$  y  $\frac{3}{7}$ .

Como tienen el mismo denominador y  $5 > 3 \rightarrow \frac{5}{7} > \frac{3}{7}$

7. Compara las fracciones  $\frac{2}{9}$  y  $\frac{2}{3}$ .

Como tienen el mismo numerador y  $9 > 3 \rightarrow \frac{2}{9} < \frac{2}{3}$

### 3.2. Fracciones con distinto denominador y numerador

**RESUELVE EL RETO**

Considera las fichas de dominó como fracciones de numerador menor o igual que el denominador. Quitando la blanca doble, ¿cuál sería la ficha de mayor valor? ¿Y la menor?

Cuando dos fracciones tienen diferentes numeradores y diferentes denominadores, para compararlas se reducen a común denominador. Entonces, es mayor la de mayor numerador.

#### EJEMPLO

8. Compara las fracciones  $\frac{5}{6}$  y  $\frac{7}{8}$ .

Reducimos a común denominador: m.c.m. (6, 8) =  $2^3 \cdot 3 = 24$

$$\frac{5}{6} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 4} = \frac{20}{24} \quad \frac{7}{8} = \frac{7 \cdot 3}{8 \cdot 3} = \frac{21}{24}$$

Comparamos los numeradores:  $\frac{20}{24} < \frac{21}{24} \rightarrow \frac{5}{6} < \frac{7}{8}$

#### ACTIVIDADES

33. **PRACTICA.** Ordena de menor a mayor.

a)  $\frac{5}{2}, \frac{5}{6}, \frac{5}{4}, \frac{5}{3}$

b)  $\frac{2}{15}, \frac{7}{15}, \frac{8}{15}, \frac{4}{15}$

34. **APLICA.** Completa en tu cuaderno con  $<$ ,  $>$  o  $=$ .

a)  $\frac{3}{2} \square \frac{4}{9}$

b)  $\frac{2}{3} \square \frac{9}{4}$

c)  $\frac{3}{4} \square \frac{6}{9}$

35. **REFLEXIONA.** Escribe en tu cuaderno una fracción comprendida entre estas fracciones.

a)  $\frac{3}{5} < \square < \frac{4}{5}$

c)  $\frac{5}{9} < \square < \frac{2}{3}$

b)  $\frac{2}{7} < \square < \frac{3}{7}$

d)  $\frac{5}{8} < \square < \frac{3}{4}$

## 4

## Suma y resta de fracciones

## 4.1. Fracciones con el mismo denominador

Para **sumar (o restar) fracciones con el mismo denominador**, se suman (o se restan) los numeradores y se mantiene el denominador.

## EJEMPLO

9. Calcula.

$$\text{a)} \frac{2}{8} + \frac{4}{8} = \frac{2+4}{8} = \frac{6}{8} \xrightarrow{\text{Simplificamos}} \frac{3}{4}$$

$$\text{b)} \frac{11}{3} - \frac{7}{3} = \frac{11-7}{3} = \frac{4}{3} \rightarrow \text{Es irreducible.}$$

Cuando operes con fracciones, simplifica siempre el resultado hasta obtener una fracción irreducible.



## 4.2. Fracciones con distinto denominador

Para **sumar (o restar) fracciones con distinto denominador**:

1. Se reducen todas ellas a común denominador.
2. Se suman (o se restan) los numeradores, manteniendo el mismo denominador.

## EJEMPLO

10. Realiza la siguiente operación:  $\frac{5}{9} + \frac{7}{12} - \frac{4}{3}$ .

Común denominador:  $12 = 2^2 \cdot 3$        $9 = 3^2$        $3 = 3$  }  $\rightarrow \text{m.c.m.}(3, 9, 12) = 2^2 \cdot 3^2 = 36$

$$\frac{5}{9} = \frac{5 \cdot 4}{9 \cdot 4} = \frac{20}{36} \quad \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 3}{12 \cdot 3} = \frac{21}{36} \quad \frac{4}{3} = \frac{4 \cdot 12}{3 \cdot 12} = \frac{48}{36}$$

$$\text{Operamos: } \frac{5}{9} + \frac{7}{12} - \frac{4}{3} = \frac{20}{36} + \frac{21}{36} - \frac{48}{36} = \frac{-7}{36}$$

## ACTIVIDADES

36 **PRACTICA.** Realiza las siguientes operaciones entre fracciones.

- a)  $\frac{3}{5} + \frac{6}{5}$       c)  $\frac{3}{2} + \frac{9}{4} + \frac{7}{2}$       e)  $\frac{9}{7} - \frac{1}{7} - \frac{3}{7}$   
 b)  $\frac{1}{3} + \frac{4}{3}$       d)  $\frac{9}{8} + \frac{5}{8} - \frac{3}{4}$       f)  $\frac{10}{6} + \frac{19}{3} - \frac{8}{3}$

37 **APLICA.** Resuelve las siguientes operaciones.

$$\text{a)} \frac{8}{5} + \frac{13}{15} - 3 \quad \text{b)} \frac{4}{9} - 5 + \frac{12}{5} - \frac{3}{10}$$

38 **REFLEXIONA.** Calcula y completa en tu cuaderno.

$$\text{a)} \frac{5}{2} + \frac{\square}{4} = \frac{11}{4} \quad \text{b)} \frac{23}{6} - \frac{\square}{8} = \frac{41}{\square}$$

## 5

## Multiplicación y división de fracciones

## 5.1. Multiplicación de fracciones

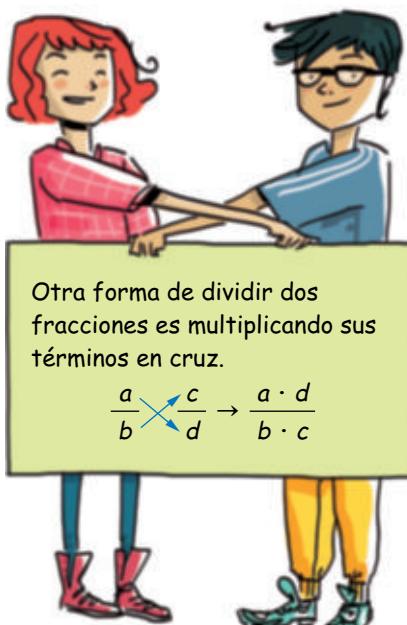
Para **multiplicar fracciones** se multiplican sus numeradores y se multiplican sus denominadores.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

## ! NO OLVIDES

$$\left(\frac{2}{5}\right)^3 = \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} = \\ = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{5 \cdot 5 \cdot 5} = \frac{2^3}{5^3}$$

Es decir:  $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$



Otra forma de dividir dos fracciones es multiplicando sus términos en cruz.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$$

## EJEMPLO

11. Calcula.

a)  $\frac{3}{5} \cdot \frac{4}{8} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 8} = \frac{12}{40} \xrightarrow{\text{Simplificamos}} \frac{3}{10}$

b)  $6 \cdot \frac{2}{5} = \frac{6}{1} \cdot \frac{2}{5} = \frac{6 \cdot 2}{1 \cdot 5} = \frac{12}{5}$

## 5.2. División de fracciones

La **fracción inversa de una fracción** es otra fracción que tiene por numerador el denominador de la primera fracción y por denominador, su numerador.

Fracción inversa de  $\frac{a}{b} \rightarrow \frac{b}{a}$

Para **dividir fracciones** multiplicamos la primera por la inversa de la segunda.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$$

## EJEMPLOS

12. Calcula la fracción inversa.

a)  $\frac{8}{3} \xrightarrow{\text{Fracción inversa}} \frac{3}{8}$

b)  $7 = \frac{7}{1} \xrightarrow{\text{Fracción inversa}} \frac{1}{7}$

13. Calcula.

a)  $\frac{2}{3} : \frac{5}{7} = \frac{2}{3} \cdot \frac{7}{5} = \frac{14}{15}$

b)  $\frac{3}{7} : 4 = \frac{3}{7} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3 \cdot 1}{7 \cdot 4} = \frac{3}{28}$

## ACTIVIDADES

39. **PRACTICA.** Realiza las siguientes operaciones.

a)  $\frac{3}{4} \cdot \frac{17}{9}$    b)  $\frac{5}{9} : \frac{19}{3}$    c)  $\frac{5}{3} : \frac{2}{7}$    d)  $\frac{7}{10} \cdot \frac{1}{9}$

40. **APLICA.** Calcula.

a)  $3 \cdot \frac{3}{2}$    b)  $\frac{7}{4} : 5$    c)  $4 : \frac{6}{9} \cdot \frac{1}{3}$    d)  $\frac{12}{15} \cdot 4 : \frac{2}{3}$

41. **REFLEXIONA.** Completa las siguientes multiplicaciones y divisiones en tu cuaderno.

a)  $\frac{6}{8} \cdot \frac{\square}{7} = \frac{3}{14}$    c)  $\frac{\square}{\square} : \frac{5}{9} = \frac{9}{10}$

b)  $\frac{\square}{12} : \frac{\square}{7} = \frac{35}{24}$    d)  $\frac{\square}{8} : \frac{6}{\square} = \frac{25}{48}$

 **SABER HACER**

**Realizar operaciones combinadas con fracciones**

**Resuelve esta operación:**  $\frac{3}{2} - \left( \frac{6}{5} + \frac{2}{10} - \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3} : \left( 2 - \frac{1}{3} \right)$

**Pasos a seguir**

1. Realizamos las operaciones que hay dentro de los paréntesis.

$$\begin{array}{l} 2 = 2 \\ 5 = 5 \\ 10 = 2 \cdot 5 \end{array} \rightarrow \text{m.c.m.}(2, 5, 10) = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\frac{6}{5} + \frac{2}{10} - \frac{1}{2} = \frac{6 \cdot 2}{5 \cdot 2} + \frac{2 \cdot 1}{10 \cdot 1} - \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5} = \frac{12}{10} + \frac{2}{10} - \frac{5}{10} = \frac{9}{10}$$

$$\begin{array}{l} 1 = 1 \\ 3 = 3 \end{array} \rightarrow \text{m.c.m.}(1, 3) = 3$$

$$2 - \frac{1}{3} = \frac{2}{1} - \frac{1}{3} = \frac{2 \cdot 3}{1 \cdot 3} - \frac{1 \cdot 1}{3 \cdot 1} = \frac{6}{3} - \frac{1}{3} = \frac{5}{3}$$

2. Calculamos las multiplicaciones y divisiones de izquierda a derecha.

$$\begin{aligned} \frac{3}{2} - \left( \frac{6}{5} + \frac{2}{10} - \frac{1}{2} \right) + \frac{2}{3} : \left( 2 - \frac{1}{3} \right) &= \frac{3}{2} - \frac{9}{10} + \frac{2}{3} : \frac{5}{3} = \\ &= \frac{3}{2} - \frac{9}{10} + \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 5} = \frac{3}{2} - \frac{9}{10} + \frac{6}{15} = \frac{3}{2} - \frac{9}{10} + \frac{2}{5} \end{aligned}$$

3. Calculamos las sumas y restas de izquierda a derecha.

$$\begin{array}{l} 2 = 2 \\ 10 = 2 \cdot 5 \\ 5 = 5 \end{array} \rightarrow \text{m.c.m.}(2, 10, 5) = 2 \cdot 5 = 10$$

$$\frac{3}{2} - \frac{9}{10} + \frac{2}{5} = \frac{3 \cdot 5}{2 \cdot 5} - \frac{9}{10} + \frac{2 \cdot 2}{5 \cdot 2} = \frac{15}{10} - \frac{9}{10} + \frac{4}{10} = \frac{10}{10} = 1$$

### ACTIVIDADES

42 Calcula.

- a)  $\frac{11}{6} - \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{6} \right)$     h)  $\frac{5}{3} : \left( \frac{1}{9} + \frac{1}{6} \right) + \frac{4}{9} \cdot \frac{3}{2}$   
 b)  $\left( \frac{3}{7} + \frac{1}{2} \right) \cdot \frac{6}{5}$     i)  $\frac{7}{4} : \frac{14}{2} + \left( \frac{3}{2} - \frac{4}{5} \right) \cdot \frac{5}{6}$   
 c)  $\frac{4}{9} : \left( \frac{5}{3} - \frac{1}{6} \right)$     j)  $\frac{5}{3} + \frac{6}{4} \cdot \left( \frac{11}{9} - \frac{1}{10} \right) + 4 : \frac{5}{12}$   
 d)  $\left( 2 - \frac{1}{2} \right) : \left( 4 + \frac{1}{3} \right)$     k)  $\frac{5}{3} + \frac{6}{9} + 10 - \frac{9}{14} \cdot \frac{3}{2} : \frac{7}{3}$   
 e)  $\frac{10}{3} : \left( \frac{4}{5} + \frac{1}{3} \right) - 2$     l)  $\frac{12}{15} \cdot \frac{10}{3} + \left( \frac{5}{18} - \frac{4}{15} : \frac{1}{3} \right)$   
 f)  $\frac{5}{3} + \frac{1}{6} \cdot \left( \frac{2}{5} - \frac{1}{8} \right)$     m)  $\left( \frac{7}{12} + \frac{11}{18} \right) \cdot \frac{1}{6} + 7$   
 g)  $\frac{9}{10} - \frac{2}{15} \cdot \frac{1}{10}$     n)  $\frac{25}{16} - \left( \frac{9}{10} - \frac{1}{2} \right) + 3 \cdot \frac{8}{3}$

43 Encuentra los errores y corrígelos.

- a)  $\frac{5}{2} - 4 \cdot \frac{3}{5} = \frac{5}{2} - \frac{4 \cdot 3}{4 \cdot 5}$   
 b)  $\frac{7}{3} \cdot \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right) = \frac{7}{3} \cdot \frac{1}{2} + \frac{1}{4}$   
 c)  $\frac{4}{3} \cdot 6 - \left( \frac{2}{7} - 2 \right) : \frac{8}{5} = \frac{4 \cdot 6}{3 \cdot 6} - \left( \frac{2 - 2}{7 - 2} \right) : \frac{8}{5}$

44 Calcula el resultado de estas operaciones y comprueba que los resultados son distintos según se coloquen los paréntesis.

- a)  $2 \cdot \frac{9}{5} - \frac{3}{2} : \left( \frac{7}{4} + \frac{5}{6} \right)$     c)  $2 \cdot \frac{9}{5} - \left( \frac{3}{2} : \frac{7}{4} + \frac{5}{6} \right)$   
 b)  $2 \cdot \left( \frac{9}{5} - \frac{3}{2} \right) : \frac{7}{4} + \frac{5}{6}$     d)  $2 \cdot \frac{9}{5} - \frac{3}{2} : \frac{7}{4} + \frac{5}{6}$

## ACTIVIDADES FINALES

### Fracciones

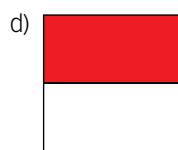
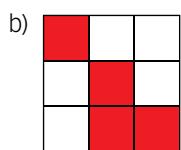
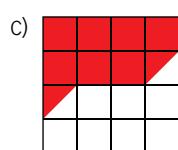
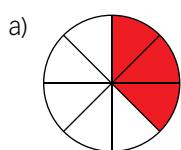
**45** Escribe una fracción que exprese los siguientes enunciados.

- a) Cuarenta y tres minutos de una hora.
- b) Cinco meses de un año.
- c) Once huevos de una docena.
- d) Nueve letras del abecedario.
- e) Siete horas de un día.
- f) Dos días de una semana.
- g) Las figuras de una baraja española.
- h) Treinta y siete céntimos de un euro.

**46** Escribe estos números en forma de fracción.

- a) 4      b) 7      c) 13      d) 27

**47** Escribe la fracción que representa cada gráfico.



**48** Determina el número natural que representan estas fracciones dividiendo el numerador entre el denominador.

- a)  $\frac{8}{2}$
- b)  $\frac{16}{4}$
- c)  $\frac{12}{3}$
- d)  $\frac{10}{5}$

**49** Calcula.

- a)  $\frac{5}{9}$  de 36
- b)  $\frac{2}{3}$  de 39
- c)  $\frac{4}{7}$  de 28
- d)  $\frac{3}{5}$  de 10

**50** Calcula.

- a) La tercera parte de 75.
- b) La quinta parte de 80.
- c) La sexta parte de 240.
- d) La mitad de la mitad de 540.
- e) La quinta parte de 175.

**51** Representa gráficamente estas fracciones y a través de su representación, determina cuáles de ellas son propias y cuáles son impropias.

- a)  $\frac{3}{5}$
- b)  $\frac{5}{4}$
- c)  $\frac{7}{3}$
- d)  $\frac{9}{5}$
- e)  $\frac{17}{20}$
- f)  $\frac{11}{6}$

**52** Expresa las siguientes fracciones como suma de un número natural más una fracción propia.

- a)  $\frac{8}{5}$
- b)  $\frac{31}{6}$
- c)  $\frac{43}{9}$
- d)  $\frac{13}{4}$
- e)  $\frac{17}{7}$
- f)  $\frac{19}{3}$

### SABER HACER

#### Representar una fracción en la recta numérica

**53** Representa las fracciones. a)  $\frac{4}{5}$     b)  $\frac{11}{6}$

- Si la fracción es propia.

**PRIMERO.** Se divide el segmento entre 0 y 1 en tantas partes como indique el denominador, 5.

**SEGUNDO.** Se toman las partes que señale el numerador, 4.



- Si la fracción es impropias.

**PRIMERO.** Se expresa la fracción como la suma de un número natural más una fracción propia.

$$\frac{11}{6} = \frac{6}{6} + \frac{5}{6} \rightarrow \frac{11}{6} = 1 + \frac{5}{6}$$

**SEGUNDO.** La fracción está comprendida entre el cociente y su número siguiente.

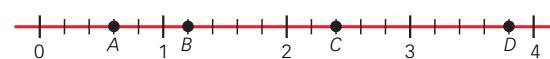
En este caso es entre 1 y 2. Se representa en este tramo la fracción resultante,  $\frac{5}{6}$ .



**54** Representa en la recta numérica:

- a)  $\frac{1}{3}$
- b)  $\frac{2}{5}$
- c)  $\frac{4}{7}$
- d)  $\frac{7}{4}$
- e)  $\frac{15}{3}$
- f)  $\frac{17}{4}$

**55** Indica la fracción que representa cada letra.



**56** Indica la fracción que representa la letra A en cada caso.

- a)
  - b)
  - c)
  - d)
-

## Fracciones equivalentes

- 57** Determina si los siguientes pares de fracciones son equivalentes.

a)  $\frac{5}{4}$  y  $\frac{20}{24}$

d)  $\frac{9}{4}$  y  $\frac{36}{16}$

b)  $\frac{7}{3}$  y  $\frac{49}{21}$

e)  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{4}{9}$

c)  $\frac{6}{5}$  y  $\frac{30}{15}$

f)  $\frac{8}{7}$  y  $\frac{72}{63}$

- 58** Calcula, para cada fracción, tres equivalentes por amplificación y otras tres equivalentes por simplificación.

a)  $\frac{72}{36}$

b)  $\frac{60}{125}$

c)  $\frac{100}{40}$

d)  $\frac{135}{90}$

### SABER HACER



#### Calcular un término desconocido para que dos fracciones sean equivalentes

- 59** Calcula el término que falta para que estas fracciones sean equivalentes.

a)  $\frac{12}{\square}$  y  $\frac{6}{2}$

b)  $\frac{6}{9}$  y  $\frac{\square}{3}$

**PRIMERO.** Se multiplican en cruz los términos de las fracciones.

a)  $\frac{12}{\square} = \frac{6}{2} \rightarrow 12 \cdot 2 = \square \cdot 6$

b)  $\frac{6}{9} = \frac{\square}{3} \rightarrow 6 \cdot 3 = \square \cdot 9$

**SEGUNDO.** Se resuelve la multiplicación.

a)  $12 \cdot 2 = \square \cdot 6 \rightarrow 24 = \square \cdot 6$

b)  $6 \cdot 3 = \square \cdot 9 \rightarrow 18 = \square \cdot 9$

**TERCERO.** Se busca el número que cumple la igualdad.

- a) Se busca un número que multiplicado por 6 dé 24.

$\square = 4$

- b) Se busca un número que multiplicado por 9 dé 18.

$\square = 2$

- 60** Completa en tu cuaderno las expresiones para que las fracciones sean equivalentes.

a)  $\frac{4}{3} = \frac{8}{\square}$

d)  $\frac{81}{21} = \frac{\square}{7}$

b)  $\frac{56}{\square} = \frac{7}{8}$

e)  $\frac{13}{\square} = \frac{52}{36}$

c)  $\frac{\square}{2} = \frac{21}{6}$

f)  $\frac{48}{44} = \frac{12}{\square}$

- 61** Completa en tu cuaderno las expresiones para que las fracciones sean equivalentes.

a)  $\frac{2}{3} = \frac{14}{\square} = \frac{56}{\square}$

c)  $\frac{6}{\square} = \frac{\square}{22} = \frac{48}{88}$

b)  $\frac{\square}{5} = \frac{9}{15} = \frac{18}{\square}$

d)  $\frac{8}{9} = \frac{56}{\square} = \frac{\square}{135}$

- 62** Halla la fracción irreducible.

a)  $\frac{50}{75}$

c)  $\frac{12}{60}$

e)  $\frac{84}{49}$

b)  $\frac{48}{120}$

d)  $\frac{99}{121}$

f)  $\frac{36}{72}$

- 63** ¿Cuántas fracciones irreducibles son equivalentes entre sí? Razona la respuesta.

## Comparación de fracciones

- 64** Ordena de menor a mayor.

a)  $\frac{6}{5}, \frac{3}{5}, \frac{5}{5}, \frac{4}{5}$

c)  $\frac{6}{19}, \frac{6}{15}, \frac{6}{23}, \frac{6}{18}$

b)  $\frac{10}{9}, \frac{16}{9}, \frac{13}{9}, \frac{19}{9}$

d)  $\frac{3}{14}, \frac{3}{9}, \frac{3}{15}, \frac{3}{13}$

- 65** Ordena de menor a mayor cada grupo de fracciones, simplificando antes, siempre que sea posible.

a)  $\frac{6}{4}, \frac{10}{6}, \frac{25}{20}, \frac{1}{3}$

c)  $\frac{5}{3}, \frac{5}{2}, \frac{15}{18}, \frac{10}{4}$

b)  $\frac{3}{9}, \frac{4}{14}, \frac{25}{30}, \frac{4}{7}$

d)  $\frac{10}{12}, \frac{24}{36}, \frac{21}{18}, \frac{63}{42}$

### SABER HACER

#### Comparar un número y una fracción

- 66** ¿Es 3 menor que  $\frac{7}{2}$ ?

**PRIMERO.** Se expresa el número como una fracción con el mismo denominador que la fracción dada.

$$3 = \frac{3 \cdot 2}{2} = \frac{6}{2}$$

**SEGUNDO.** Se comparan las fracciones.

$$\frac{6}{2} < \frac{7}{2} \rightarrow 3 < \frac{7}{2}$$

- 67** Indica cuáles de las siguientes fracciones son mayores que 5:

a)  $\frac{36}{7}$

b)  $\frac{65}{16}$

c)  $\frac{45}{11}$

d)  $\frac{25}{6}$

- 68** Indica cuáles de las siguientes fracciones son menores que 3:

a)  $\frac{35}{8}$

b)  $\frac{23}{6}$

c)  $\frac{17}{7}$

d)  $\frac{44}{12}$

## ACTIVIDADES FINALES

### Operaciones con fracciones

**69** Opera y simplifica cuando sea posible.

- a)  $\frac{5}{9} + \frac{3}{9} + \frac{10}{9}$
- b)  $\frac{7}{3} - \frac{2}{3} + \frac{1}{3}$
- c)  $\frac{8}{5} - \frac{2}{5} - \frac{3}{5}$
- d)  $\frac{11}{15} + \frac{8}{15} - \frac{4}{15}$

**70** Resuelve estas sumas y restas de fracciones.

- a)  $\frac{5}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{2}$
- b)  $\frac{1}{4} + \frac{3}{8} - \frac{1}{6}$
- c)  $\frac{3}{5} - \frac{1}{10} - \frac{4}{15}$
- d)  $\frac{7}{12} - \frac{8}{9} + \frac{13}{18}$

**71** Efectúa estas operaciones.

- a)  $3 + \frac{1}{2}$
- b)  $9 - \frac{3}{4}$
- c)  $\frac{28}{3} - 5$
- d)  $\frac{5}{2} + 4$

**72** Resuelve estas operaciones.

- a)  $\frac{3}{2} + 4 - \frac{7}{4}$
- b)  $\frac{10}{3} - \frac{11}{6} + 9$
- c)  $\frac{3}{4} + 5 - \frac{1}{8}$
- d)  $\frac{7}{2} - \frac{7}{4} - \frac{7}{8}$
- e)  $\frac{8}{9} + \frac{16}{15} - \frac{2}{15}$
- f)  $\frac{9}{7} + \frac{9}{14} + 2$
- g)  $\frac{15}{8} - \frac{3}{4} + \frac{3}{10}$
- h)  $3 - \frac{5}{12} + \frac{13}{6}$

**73** En las siguientes igualdades hay algunos errores.

Encuéntralos y corrígelos.

- a)  $\frac{26}{3} + \frac{4}{9} - 5 = \frac{26+4-5}{9}$
- b)  $\frac{17}{2} - \frac{7}{4} + \frac{8}{3} = \frac{17-7+8}{2-4+3}$
- c)  $\frac{19}{5} - \frac{9}{10} + \frac{2}{15} = \frac{19}{5} - \frac{9 \cdot 3 + 2 \cdot 2}{30}$

**74** Realiza estas operaciones.

- a)  $\frac{13}{5} - \left( \frac{1}{2} + \frac{1}{6} \right)$
- b)  $4 - \left( 2 - \frac{1}{2} \right) + \left( 3 - \frac{1}{3} \right)$
- c)  $\frac{25}{9} - \left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right)$
- d)  $\frac{6}{5} - \left( \frac{3}{10} - \frac{1}{4} \right)$
- e)  $\frac{4}{3} - \left( \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \right) + \left( \frac{5}{2} - \frac{1}{6} \right)$
- f)  $\frac{2}{7} - \frac{1}{5} + \left( 7 - \frac{2}{5} + \frac{5}{3} \right)$
- g)  $\frac{11}{6} - \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{10} \right) + \left( 4 - \frac{1}{9} \right)$

**75** Efectúa y simplifica cuando sea posible.

- a)  $\frac{3}{2} \cdot \frac{8}{9}$
- b)  $\frac{1}{4} \cdot \frac{7}{2}$
- c)  $\frac{9}{5} \cdot \frac{10}{11}$
- d)  $\frac{2}{7} \cdot \frac{28}{2}$
- e)  $\frac{12}{5} \cdot 6$
- f)  $8 \cdot \frac{3}{2}$

**76** Calcula.

- a)  $\frac{9}{4} : \frac{3}{8}$
- b)  $\frac{5}{6} : \frac{10}{3}$
- c)  $7 : \frac{21}{4}$
- d)  $\frac{8}{15} : 2$
- e)  $\frac{16}{3} : \frac{12}{15}$
- f)  $\frac{2}{5} : 5$
- g)  $\frac{6}{11} : \frac{24}{22}$
- h)  $1 : \frac{1}{2}$

**77** Efectúa.

- a)  $\frac{3}{2} \cdot \left( \frac{5}{4} + 3 \right)$
- b)  $\left( 2 + \frac{1}{4} \right) : \frac{15}{8}$
- c)  $\left( \frac{9}{2} - 1 \right) \cdot \frac{1}{4}$
- d)  $\frac{2}{7} : \left( 3 - \frac{1}{5} \right)$

**78** Efectúa.

- a)  $\frac{13}{5} : \left( \frac{7}{9} - \frac{5}{12} \right)$
- b)  $\left( \frac{4}{5} + \frac{1}{10} \right) \cdot \frac{3}{2}$
- c)  $\left( \frac{1}{3} + \frac{1}{6} \right) \cdot \frac{12}{7}$
- d)  $\left( \frac{5}{2} - \frac{5}{12} \right) \cdot \frac{20}{3}$

**79** Calcula.

- a)  $\frac{2}{5} \cdot \frac{1}{6} + \frac{3}{10}$
- b)  $\frac{6}{5} + 3 \cdot \frac{5}{6}$
- c)  $3 - \frac{4}{7} \cdot \frac{2}{3}$
- d)  $\frac{7}{9} : \frac{3}{2} - \frac{1}{3}$
- e)  $\frac{4}{3} + \frac{1}{6} \cdot \frac{8}{3}$
- f)  $\frac{15}{28} - \frac{1}{2} \cdot \frac{9}{2}$
- g)  $\frac{21}{2} \cdot \frac{8}{3} - \frac{15}{4}$
- h)  $5 + \frac{1}{3} \cdot \frac{9}{2}$

**80** Realiza estas operaciones.

- a)  $\frac{12}{7} - \frac{1}{5} + \frac{3}{4}$
- b)  $\frac{3}{5} + \frac{7}{5} \cdot \frac{6}{5} : \frac{1}{7}$
- c)  $\frac{13}{2} - \frac{1}{3} + \frac{16}{5} \cdot \frac{7}{4}$
- d)  $\frac{132}{5} - \frac{7}{3} \cdot \frac{42}{5} + \frac{1}{2}$
- e)  $\frac{6}{7} : \frac{3}{15} - \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{4}$
- f)  $\frac{3}{2} : \frac{17}{5} + \frac{6}{5} \cdot \frac{1}{2}$

**81** Resuelve.

a)  $\frac{5}{9} - \left( \frac{7}{6} - \frac{2}{3} \right)$

d)  $\frac{8}{3} : \left( \frac{6}{7} : \frac{3}{2} \right)$

b)  $\frac{7}{5} - \left( \frac{3}{10} + \frac{1}{3} \right)$

e)  $\frac{5}{3} : \left( \frac{15}{2} : \frac{3}{4} \right)$

c)  $\left( \frac{5}{12} + \frac{3}{8} \right) - \frac{2}{3}$

f)  $\left( \frac{3}{5} + \frac{1}{10} \right) : \frac{7}{2}$

**82** Calcula.

a)  $\left( \frac{11}{4} - 2 \right) + \frac{2}{5}$

d)  $\left( \frac{9}{5} \cdot \frac{2}{3} \right) : \frac{3}{5}$

b)  $\frac{3}{4} \cdot \left( \frac{5}{6} : \frac{7}{2} \right)$

e)  $\left( \frac{9}{4} - \frac{3}{8} \right) : \frac{5}{4}$

c)  $\frac{6}{7} : \left( \frac{4}{5} \cdot \frac{7}{2} \right)$

f)  $\left( \frac{7}{8} \cdot \frac{5}{2} \right) : \frac{3}{2}$

**83** Calcula y simplifica el resultado.

a)  $12 - \left( \frac{25}{6} - \frac{7}{6} \right) - \frac{4}{18} \cdot \frac{18}{4}$

b)  $\frac{2}{16} + \left( \frac{3}{6} - \frac{4}{8} \right) \cdot \frac{9}{5} - 6 \cdot \frac{4}{8}$

c)  $\frac{7}{17} \cdot \frac{17}{57} + 6 - \frac{7}{4} + 5 \cdot \frac{2}{8}$

d)  $\frac{2}{32} \cdot \frac{32}{4} \cdot \frac{4}{2} + 45 \cdot \frac{5}{7}$

e)  $\frac{1}{3} : \frac{2}{5} + \frac{2}{5} - \frac{3}{12} + 4$

f)  $4 - \left( \frac{2}{7} + \frac{1}{5} \right) \cdot \frac{5}{3} - \frac{7}{24}$

g)  $\frac{19}{5} - \left( \frac{3}{4} - \frac{1}{7} \right) \cdot \frac{2}{6} \cdot \frac{4}{9}$

h)  $5 \cdot \frac{4}{9} \cdot \left( \frac{37}{47} - \frac{4}{8} \right) + 7$

**84** Escribe en tu cuaderno el número que falta.

a)  $\frac{\square}{3} : \frac{1}{9} \cdot \frac{1}{\square} = \frac{3}{2}$

b)  $\frac{8}{7} \cdot \frac{6}{\square} \cdot \frac{1}{4} = \frac{6}{7}$

c)  $\frac{4}{3} \cdot \frac{12}{5} \cdot \frac{\square}{\square} = \frac{5}{13}$

d)  $\frac{3}{10} + \frac{5}{\square} = \frac{43}{60}$

e)  $\frac{\square}{4} + \frac{8}{3} - \frac{7}{6} = \frac{17}{4}$

## Problemas con fracciones

**85** Un tercio de 27 vecinos practican la natación. ¿Cuántos vecinos no la practican?



**86** En una clase de 1.º de ESO hay 22 alumnos, de los cuales 13 son chicas, y en otra clase hay 20 alumnos, siendo chicas 12 de ellos. ¿En qué clase es mayor la parte de los alumnos que son chicas?

**87** En un partido de baloncesto, un jugador consigue 10 canastas triples de 14 intentos y otro jugador consigue 12 canastas de 20 tiros. ¿Cuál de los dos tira mejor los triples?

**88** En el desayuno, Luisa bebe  $\frac{2}{8}$  de litro de leche mientras que Juan bebe  $\frac{3}{4}$  de litro.

a) ¿Cuánta leche beben entre los dos?

b) ¿Quién bebe más? ¿Cuánto?



**89** Si llenamos tazas de un cuarto de litro con un bidón de cinco litros:

a) ¿Cuántas tazas llenaremos?

b) ¿Y si son tazas de un tercio de litro?

c) ¿Y si son de un sexto?

**90** Ricardo y Álex participan en una carrera popular.

Ricardo recorre, en media hora, 3 kilómetros y  $\frac{2}{5}$  de kilómetro, y Álex, en el mismo tiempo, ha hecho  $\frac{16}{5}$  de kilómetro. ¿Quién ha recorrido más distancia en esa media hora?

## ACTIVIDADES FINALES

**91** Si cada día bebes 2 litros y  $\frac{3}{4}$  de litro de agua, ¿bebes más de 600 litros al año?

**92** Una caja de 12 lápices vale 4 €. ¿Cuántos lápices son los  $\frac{2}{3}$  de la caja? ¿Cuánto cuestan?

**93** En la linde de una finca que mide  $\frac{3}{5}$  de km, queremos plantar un árbol cada  $\frac{1}{20}$  de km. ¿Cuántos árboles podemos plantar?



**94** Silvia y Miguel acuden a la misma escuela. Silvia va andando todos los días y tarda  $\frac{3}{4}$  de hora en llegar, mientras que Miguel coge el autobús y llega en  $\frac{3}{5}$  de hora. Si salen a la misma hora, ¿cuál de los dos llega antes a la escuela?

**95** Dos amigas, Ana y Eva, hacen sus deberes escolares. Ana está  $\frac{2}{5}$  de hora estudiando Matemáticas,  $\frac{2}{3}$  de hora Lengua y  $\frac{3}{4}$  Inglés, mientras que Eva estudia  $\frac{4}{6}$  de hora Lengua,  $\frac{3}{5}$  de hora Matemáticas y  $\frac{7}{12}$  de hora Idiomas.

- ¿A qué área ha dedicado Ana menos tiempo de estudio?
- ¿En qué área ha empleado Eva más tiempo?
- ¿Cuál de las dos dedica más tiempo a estudiar Matemáticas?
- ¿Cuál de ellas estudia más cada día?

**96** Jorge reparte su tiempo de ocio, que son 4 horas, de la siguiente manera:

- Una tercera parte la dedica a hacer deporte.
  - Dos quintas partes a la lectura.
  - Y el resto, a ver la televisión.
- ¿Qué fracción de su tiempo de ocio dedica a ver la televisión?
  - ¿En qué actividad emplea más tiempo?



### SABER HACER

#### Calcular una parte del total

**97** De todos los alumnos de la clase,  $\frac{2}{3}$  son chicas. ¿Cuántos chicos hay?

**PRIMERO.** Se expresan numéricamente el *total* y la *parte*. El *total* siempre es 1.

TOTAL: Todos los alumnos → 1

PARTE: Chicas →  $\frac{2}{3}$

**SEGUNDO.** Se resta la *parte del total* para obtener la otra *parte*.

$$1 - \frac{2}{3} = \frac{3}{3} - \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$$

De todos los alumnos de la clase,  $\frac{1}{3}$  son chicos.

**98** En el jardín de Paula, tres séptimas partes del total de las flores son rosas, una décima parte son petunias y el resto son margaritas.

- ¿Qué fracción del total representan las margaritas?
- ¿Qué flores son las menos abundantes?



**99** En una playa,  $\frac{3}{7}$  de los bañistas son españoles,  $\frac{1}{5}$  franceses y el resto de otras nacionalidades. ¿Qué fracción del total representan estos últimos?

**100** Felipe camina cada día 3 120 m repartidos en dos sesiones:

- Por la mañana recorre tres quintas partes del total.
  - Por la tarde hace el resto del trayecto.
- ¿Qué fracción del total recorre por la tarde?
  - ¿Cuántos metros camina en cada sesión?

**101** De una clase de 24 alumnos, los  $\frac{3}{8}$  han tenido la gripe. ¿Qué fracción de alumnos no ha enfermado? ¿Cuántos alumnos son?

**102** De un bote con 180 caramelos Laura se ha comido una décima parte, Marta una novena parte y Cristina una quinta parte. De lo que queda, Juan se ha comido la mitad.

- a) ¿Cuántos caramelos quedan?
- b) ¿Qué fracción de caramelos se han comido entre todos?

**103** Una caja de galletas tiene 15 paquetes de 8 galletas cada uno. Alejandro ya se ha comido 40 galletas.

- a) ¿Qué fracción del total de paquetes se ha comido Alejandro?
- b) ¿Qué fracción del total de galletas queda?

**104** De una naranja se aprovechan para hacer zumo solamente  $\frac{4}{9}$  partes, siendo el resto piel.

- a) Si utilizamos 27 kg de naranjas, ¿qué cantidad de zumo obtendremos?
- b) ¿Qué fracción corresponderá a piel?

**105** Las  $\frac{2}{5}$  partes de un grupo de 15 amigos irán de vacaciones a la playa, una tercera parte irá a la montaña y el resto no irá de vacaciones.

- a) ¿Qué fracción irá de vacaciones?
- b) ¿Cuántos irán a la montaña?



**106** Ángel distribuye su salario así:

- Una sexta parte para comida.
- Una quinta parte a ropa y calzado.
- Una octava parte para pagar facturas domésticas.
- Y dos séptimas partes para el pago de la hipoteca.
- El resto del dinero de su salario lo reserva para imprevistos.

- a) ¿Qué fracción del total destina a comida, ropa y calzado?
- b) ¿Qué parte reserva para imprevistos?
- c) ¿Cómo reparte su dinero si su salario es de 1 260 €?

**107** El depósito de gasolina del coche de Luisa tiene una capacidad de 60 litros. En cierto momento le quedan 8 litros y se enciende el piloto de la reserva.

- a) ¿Qué fracción del depósito representa la reserva?
- b) ¿Y la parte vacía?

**108** Ángela ha comprado un piso y paga como entrada los  $\frac{3}{8}$  de su valor y el resto en 10 plazos iguales. ¿Qué fracción del total ha de pagar en cada plazo?

**109** De una botella llena que tiene una capacidad de tres cuartos de litro se extrae la sexta parte del contenido.

- a) ¿Qué fracción de litro se ha extraído?
- b) ¿Cuántos mililitros quedan en la botella?

## DEBES SABER HACER



### Fracciones equivalentes

**1** Encuentra y escribe en tu cuaderno los valores que hacen que estas fracciones sean equivalentes.

a)  $\frac{\square}{4} = \frac{15}{6}$

b)  $\frac{8}{\square} = \frac{6}{9}$

**2** Obtén la fracción irreducible.

a)  $\frac{84}{40}$

b)  $\frac{72}{96}$

c)  $\frac{255}{102}$

d)  $\frac{385}{440}$

### Comparación de fracciones

**3** Completa en tu cuaderno con valores que cumplan las siguientes condiciones.

a)  $\frac{1}{2} < \frac{\square}{8} < \frac{5}{8}$

c)  $\frac{5}{6} < \frac{\square}{\square} < \frac{7}{8}$

b)  $\frac{3}{7} < \frac{3}{\square} < \frac{3}{4}$

d)  $\frac{\square}{9} < \frac{7}{9} < \frac{7}{\square}$

### Operaciones con fracciones

**4** Realiza estas operaciones.

a)  $\left(\frac{17}{6} - \frac{3}{7}\right) : \frac{5}{2} + \frac{11}{3}$

b)  $\frac{5}{4} - \left(\frac{12}{5} + \frac{3}{2}\right) \cdot \frac{7}{3} \cdot 5$

**5** Lucía y Tomás están leyendo un libro de 360 páginas. Si Lucía ha leído  $\frac{7}{15}$  del libro y Tomás  $\frac{9}{20}$ :

- a) ¿Quién ha leído más de los dos?
- b) ¿Cuántas páginas le quedan por leer a cada uno?

**6** Ana está pintando una pared. Si ya ha pintado la sexta parte, ¿qué fracción le queda por pintar?



## En la vida cotidiana

**110** ¿Has hecho alguna vez una foto de un objeto en movimiento?

••• Si lo has hecho, habrás observado que el objeto que has fotografiado aparece como si estuviera parado.

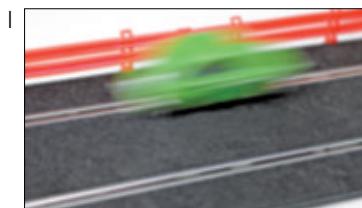
Fíjate en las fotos del molinillo. Aunque parezca mentira, en las tres gira a la misma velocidad. Para conseguir este efecto tienes que fijarte en las propiedades con las que se realiza el disparo.



En las aplicaciones de la cámara encontrarás una pantalla similar a la que ves a la izquierda. En ella aparece una fracción que indica el tiempo que está entrando luz en el sensor de la cámara. Para poder hacer fotos como las anteriores necesitamos tiempos largos para fotografiar el movimiento y necesitamos tiempos cortos para congelar la imagen.



a) Asigna a cada foto uno de los siguientes tiempos de exposición:  $\frac{1}{30}$ ,  $\frac{1}{400}$ ,  $\frac{1}{6}$ .



b) La siguiente tabla muestra los tiempos, menores que el segundo, más utilizados.

1	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{15}$	$\frac{1}{30}$	$\frac{1}{60}$	$\frac{1}{125}$	$\frac{1}{250}$	$\frac{1}{500}$
---	---------------	---------------	---------------	----------------	----------------	----------------	-----------------	-----------------	-----------------

¿Qué relación hay entre cada fracción y la siguiente?

## Formas de pensar. Razonamiento matemático

**111** Escribe una fracción que esté comprendida entre  $\frac{1}{2}$  y  $\frac{1}{3}$ .

a) Encuentra ahora una fracción comprendida entre  $\frac{1}{2}$  y la fracción que has hallado antes.

b) ¿Podrías repetir el proceso cuantas veces quisieras? Razona tu respuesta.

**112** Utilizando 1, 2, 3 y 4, forma todas las fracciones posibles que no sean equivalentes.

**113** Si las divisiones que se han hecho entre  $\frac{2}{3}$  y  $\frac{46}{15}$  son iguales, ¿qué fracción representa A?





## PROYECTO FINAL. Trabajo cooperativo

### OBJETIVO: Escribir un artículo para la revista del instituto

Una vez formados los grupos, seguid este proceso:



#### 1.<sup>a</sup> Fase.

- Elaborad una lista con temas que se podrían tratar en el artículo.
- Buscad información sobre ellos y evaluar el interés que pueden tener para las personas que lo lean.
- Determinad los posibles enfoques que se pueden dar a cada tema: ecológico, tecnológico, histórico...

#### 2.<sup>a</sup> Fase.

- Estimad el espacio que debe ocupar el artículo y determinad si los temas propuestos se adaptan a esta extensión.
- Diseñad el formato del artículo: necesidad de fotografías, ilustraciones, espacio que debe ocupar el texto...

#### 3.<sup>a</sup> Fase.

- Ponid en común la información y escoged el tema del artículo.
- Buscad fotografías o ilustraciones que aporten claridad al artículo.
- Escribid el artículo, que estará firmado por todo el grupo, añadiendo las fuentes de donde habéis obtenido la información que aparece en el artículo.

## Pruebas PISA

### El embalse

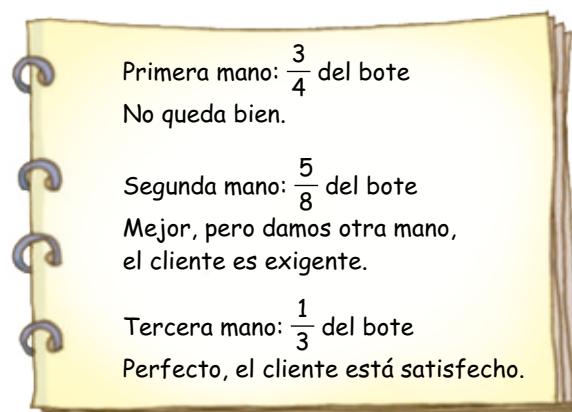
- 114** Para evitar que un embalse se quede vacío, se establece que tiene que estar, como mínimo, a  $\frac{1}{12}$  de su capacidad. Cuando el agua está por debajo de este mínimo, se ordenan cortes en el suministro de agua. Si está a  $\frac{2}{3}$  de su capacidad, y se reduce  $\frac{1}{60}$  por día:



- Después de 30 días, ¿hay que empezar a realizar los cortes en el suministro?
- ¿Para cuántos días habrá agua en el embalse si no llueve durante ese tiempo?

### El pintor profesional

- 115** Se quiere pintar de blanco una pared azul oscura. Como el cambio de color es drástico, habrá que dar más de una mano de pintura. El pintor anota las manos de pintura que da y la parte del bote que utiliza.



- ¿Tiene suficiente con un bote de pintura?
- ¿Cuánta pintura ha sobrado en el bote?