ACH2011 – Cálculo I

Lista de Exercícios 05

Exercícios

Fornecer a representação em série (de Taylor) das seguintes funções; tome x_0 como sendo o ponto de referência.

001) $f(x) = \sin x \; (x_0 = 0)$

002) $f(x) = \cos x \; (x_0 = 0)$

003) $f(x) = \dfrac{1}{1 \pm x}$, $|x| < 1 \; (x_0 = 0)$

004) $f(x) = \ln(1 \pm x)$, $|x| \leq 1 \; (x_0 = 0)$

005) $f(x) = e^x \; (x_0 = 0)$

006) $f(x) = \dfrac{1}{x} \; (x_0 = a \neq 0)$

007) Estimar o número de Euler e com um desvio do valor verdadeiro não maior que $\epsilon = 10^{-5}$; encontrar n_0, que é o grau mínimo do polinômio de Taylor usado para esta estimativa.

008) Estimar $(3/2)^{1.9}$ com um desvio do valor verdadeiro não maior que $\epsilon = 10^{-5}$; encontrar n_0, que é o grau mínimo do polinômio de Taylor usado para esta estimativa. **Hint:** $\ln(3/2) \in (0.4, 0.5)$.

009) Estimar $\sin 89°$ com um desvio do valor verdadeiro não maior que $\epsilon = 10^{-6}$; encontrar n_0, que é o grau mínimo do polinômio de Taylor usado para esta estimativa.

010) Estimar $\cos 61°$ com um desvio do valor verdadeiro não maior que $\epsilon = 10^{-8}$; encontrar n_0, que é o grau mínimo do polinômio de Taylor usado para esta estimativa.

011) Estimar $\ln 20$ com um desvio do valor verdadeiro não maior que $\epsilon = 10^{-7}$; encontrar n_0, que é o grau mínimo do polinômio de Taylor usado para esta estimativa. **Hint:** $20.08 < e^3 < 20.09$.

012) Estimar $\sqrt{101}$ com um desvio do valor verdadeiro não maior que $\epsilon = 10^{-3}$; encontrar n_0, que é o grau mínimo do polinômio de Taylor usado para esta estimativa.

013) Estimar $\sin 46°$ com um desvio do valor verdadeiro não maior que $\epsilon = 10^{-13}$; encontrar n_0, que é o grau mínimo do polinômio de Taylor usado para esta estimativa.

014) Estimar $10^{1.99}$ com um desvio do valor verdadeiro não maior que $\epsilon = 10^{-8}$; encontrar n_0, que é o grau mínimo do polinômio de Taylor usado para esta estimativa. **Hint:** $2 < \ln 10 < 2.5$.

015) Estimar $e^{0.9}$ com um desvio do valor verdadeiro não maior que $\epsilon = 10^{-4}$; encontrar n_0, que é o grau mínimo do polinômio de Taylor usado para esta estimativa.

Problemas

p1) Seja $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ uma função derivável $(n+1)$ vezes. Dado um ponto de referência $x_0 \in \mathbb{R}$, mostrar que o resto de Lagrange

$$R_{n+1} := f(x) - P_n(x), \quad \text{com} \quad P_n(x) := \sum_{m=0}^{n} \frac{f^{(m)}(x_0)}{n!} (x - x_0)^n$$

pode ser representado por

$$R_{n+1} = \frac{f^{(n+1)}(\xi)}{(n+1)!} (x - x_0)^{n+1} ,$$

onde ξ é um ponto entre x e x_0.

p2) (**Teorema do valor médio**) Se $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ for contínua e derivável em (a, b), mostrar que existe $\xi \in (a, b)$ tal que

$$f(b) - f(a) = f'(\xi)\,(b - a) .$$