

### TERCER PARCIAL

#### Indicaciones generales

- Este es un examen **individual** con una duración de **60 minutos: de 9:00 a 10:00 a.m.**
- Sólo se permite el uso de calculadoras como medio electrónico. Los celulares deben estar apagados durante todo el examen.
- Cualquier incumplimiento de lo anterior conlleva a la anulación del examen.
- Las respuestas deben estar totalmente justificadas.
- ¡Suerte y ánimo!

1. (20 pts) Suponga que las densidades conjuntas de  $\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_p)'$  de dos poblaciones  $\pi_1$  y  $\pi_2$  son normales multivariadas con parámetros  $\mu_1$  y  $\Sigma$  y  $\mu_2$  y  $\Sigma$  respectivamente

Muestre que:

$$\begin{aligned} & -\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mu_1)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \mu_1) + \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \mu_2)' \Sigma^{-1}(\mathbf{x} - \mu_2) \\ & = (\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1} \mathbf{x} - \frac{1}{2}(\mu_1 - \mu_2)' \Sigma^{-1}(\mu_1 + \mu_2) \end{aligned}$$

2. (20 pts) Los vectores aleatorios  $X^{(1)}$  y  $X^{(2)}$  de tamaño (2x1) tienen la media y la matriz de covarianza conjunta:

$$\mu = \begin{bmatrix} \mu^{(1)} \\ \mu^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 2 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma = \left[ \begin{array}{cc|cc} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} \\ -\Sigma_{21} & \Sigma_{22} \end{array} \right] = \left[ \begin{array}{cc|cc} 8 & 2 & 3 & 1 \\ 2 & 5 & -1 & 3 \\ \hline 3 & -1 & 6 & -2 \\ 1 & 3 & -2 & 7 \end{array} \right]$$

Calcule las correlaciones canónicas  $\rho_1^*$ ,  $\rho_2^*$