Repaso Algebra Lin

Sunday, January 30, 2022 4:27 PM

Distancia Estadística.

Si quiero q' quede centrada en el 0. $\sqrt{\left(\frac{x_1 - \bar{x}_1}{s_{11}}\right)^2 \ldots}$

→ Para 2D, la matriz de rotaº

$$\begin{bmatrix} \cos\theta & \sin\theta \\ -\sin\theta & \cos\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{x}_1 \\ \tilde{x}_2 \end{bmatrix}$$

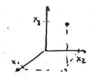
$A = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & a_{1p} \\ \vdots & \ddots & \\ a_{p1} & \cdots & a_{pp} \end{bmatrix}$ simétrica t.q'

→ $d(P,Q) = d(Q,P)$
→ $d(P,Q) = 0$ sii $P = Q$
→ $d(P,Q) > 0$; $P \neq Q$
→ $d(P,Q) \leq d(P,R) + d(R,Q)$

Repaso Algebra Lin

$x \in \mathbb{R}^n$ $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$ $x_i \in \mathbb{R}$.

$x^T = x' = [x_1 \cdots x_n]$



- $\text{Long}(x) = \sqrt{x_1^2 + \cdots + x_n^2} = \sqrt{x'x}$
- Si $c \in \mathbb{R}$.
- $L_{cx} = |c| L_x$
- Si $c = L^{-1}_{x}$, cx es el vec unitario de dir. de x.
- $\cos\theta = \frac{x'y}{L_x L_y}$ → x, y perpend $\Leftrightarrow x'y = 0$

Indep. Lin

$x, y \in \mathbb{R}^n$ son lin dep si $\exists c_1, c_2 \neq 0$ t.q $c_1 x + c_2 y = 0$

son lin indep si $c_1 x_1 + \ldots + c_n x_n = 0 \rightarrow c_1 = \cdots = c_n = 0$.

Proyecciones

Proyeº ortogonal de x sobre y

$P_y(x) = \left(\frac{x'y}{y'y}\right) y$

Long. de proyeº $L_{P_y(x)} = |\cos\theta| L_y$

Matrices

$A_{n \times p}$ $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{1p} \\ a_{n1} & a_{np} \end{bmatrix} \}n$

$A_{n \times k} \cdot B_{k \times p} = C_{ij}$ → fila i de A × col j de B

$= C_{n \times p}$

Simetría: $A = A^T$

En general, $A \cdot B \neq B \cdot A$

Inversa A^{-1}

Una matriz cuadrada es invertible si $\exists$ B.

$A \cdot B = B \cdot A = I$. ↳ $B = A^{-1}$.

es invertible si todos los vec col. son lin indep.

Vecs y Vals propios

A cuadrada. λ es val propio de A con vec propio $x \neq 0$ si

$$Ax = \lambda x$$

Sea $A_{k \times k}$ simétrica → A tiene k pares de vals propios y vecs. propios

$\lambda_1 e_1, \ldots, \lambda_k e_k$

$e_1, \ldots, e_k$ → ortonormales

Descomposiº espectral

A matriz cuadrada simétrica, la des. esp. de A

$$A = \lambda_1 e_1 e_1^T + \ldots + \lambda_k e_k e_k^T$$

Formas cuadráticas

A cuadrada $k \times k$ x vec. $k \times 1$. $x = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}$

la forma cuadrática asoc. a A

$$x'Ax = a_{11} x_1^2 + \ldots + a_{ij} x_i x_j + \cdots + a_{k-1,k} x_k x_{k-1}$$

* Si $\forall x \in \mathbb{R}^n$ $0 \leq x'Ax$

A es def no neg.

* Si A es def. no neg. → $x'Ax = 0 \Leftrightarrow x = 0$

Entonces, A es def. pos.

A def. pos. $\Leftrightarrow$ todos los vals propios son pos.

A def. no neg. $\Leftrightarrow$ todos los vals propios son no neg.