Informe - Laboratorio 10

Juan José Caballero y Laura Ortiz

12 de mayo de 2023

1. Problema:

Por medio de una simulación (simulink o script de matlab) determine si los siguientes sistemas son controlables:

a). $G(s) = \dfrac{5s^2 + 2}{s^3 + 2s^2 + 6s + 4}$

b). $A = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix} C = \begin{bmatrix} 2 & 0 \end{bmatrix}, D = 0$

c). $\dot{x} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \\ -5 & 8 & 10 \end{bmatrix} \cdot x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix} \cdot u$

Utilice como entrada una señal paso, rampa, impulso y parábola. Represente en una misma figura la salida de cada uno de los sistemas ante las señales de entrada anteriormente mencionadas. Para esto utilice el comando subplot(en el script de matlab) o aumente el número de entradas del scope en Simulink. Justifique su respuesta.

1.1. Determinar controlabilidad

a). Para este primer sistema, primero se determinó el espacio de estados utilizando tf2ss, con lo que obtuvimos las siguientes matrices:

$$A = \begin{bmatrix} -2 & -6 & -4 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 5 & 0 & 2 \end{bmatrix}, D = 0$$

Ahora, para determinar si el sistema es controlable, necesitamos encontrar la matriz de controlabilidad, ver si el determinate de esa matriz es diferente de cero, y que el rango sea igual al número de filas.

Teniendo en cuenta lo anterior, utilizamos ctrb que calcula una matriz de controlabilidad a partir de matrices de estado ($C = [B\ AB\ A^2B]$). Esto nos dio como resultado:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -2 & -2 \\ 0 & 1 & -2 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

Luego, se calculó el determinante de la matriz C en matlab el cuál dio como resultado 1, es decir, que es una matriz no singular. Por último, se calculó el rango de la matriz con matlab el cuál dio igual a 3, que es el mismo número de filas. Por lo tanto **el primer sistema es controlable**.

b). Para este sistema, como ya nos dan las matrices de estado volvemos a utilizar ctrb para hallar la matriz de controlabilidad ($C = [B\ AB]$). Dandonos como resultado:

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 2 & 2 \end{bmatrix},$$

Note que en este caso, el determinante de la matriz C da 0, es decir, que es una matriz singular. Además, al calcular el rango de la matriz con matlab nos da 1, que no es el mismo número de filas. Por lo tanto **el segundo sistema no es controlable**.

c). Para el último sistema, note que solo nos dan las matrices de estado A y B, en este caso vamos a tener que las matrices C y D son iguales a cero, por lo tanto tendremos:

$$A = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 4 & 0 & 2 \\ -5 & 8 & 10 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}, C = 0, D = 0$$

Nuevamente hacemos uso de ctrb para hallar la matriz de controlabilidad ($C = [B\ AB\ A^2B]$). Dandonos como resultado:

$$C = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 7 \\ 0 & 6 & 26 \\ -1 & -15 & -97 \end{bmatrix},$$

Para esta matriz C el determinante en matlab nos da -124, es decir, que es una matriz no singular. Por otro lado, el rango de la matriz con matlab nos da 3, que es igual al número de filas. Por lo tanto **el tercer sistema también es controlable**.

1.2. Simulación de los sistemas

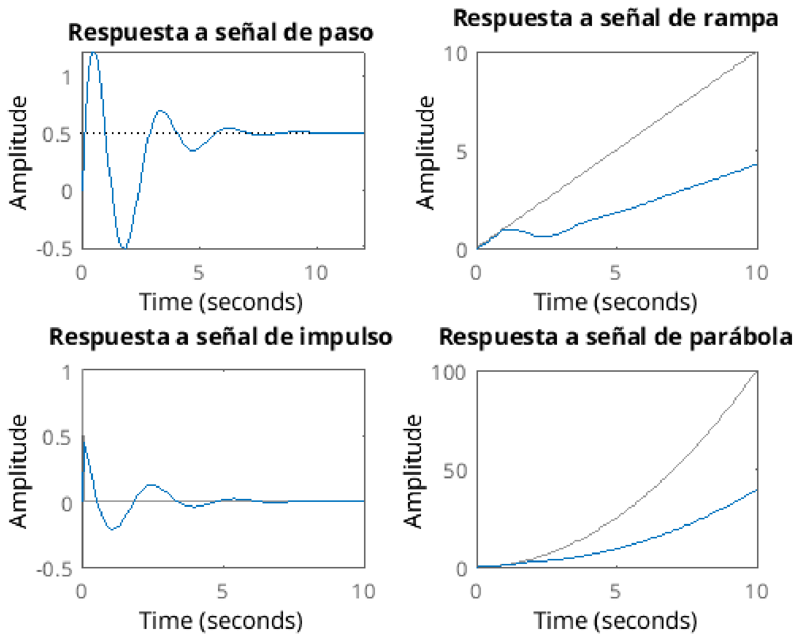

Figura 1: Simulación del primer sistema.

Note que para el primer sistema al utilizar como entrada una señal paso, rampa, impulso y parábola, la salida en la gráfica muestra algo, no sabemos si es la salida que esperamos pero al menos grafíca algo. Lo anterior nos quiere decir que el sistema si sería controlable.

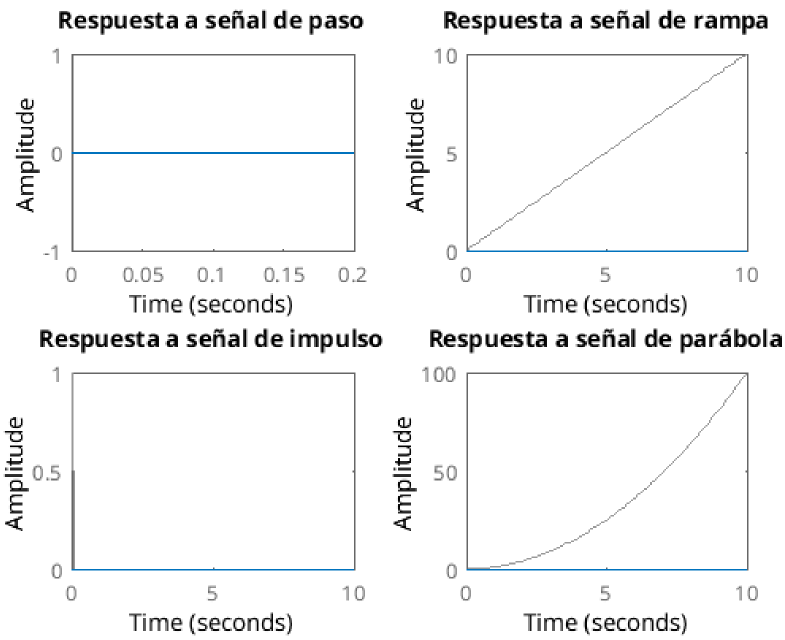

Figura 2: Simulación del segundo sistema.

Por otro lado, podemos notar que en el caso de este sistema, la salida no muestra nada. Por lo tanto, podríamos decir que este sistema no es controlable.

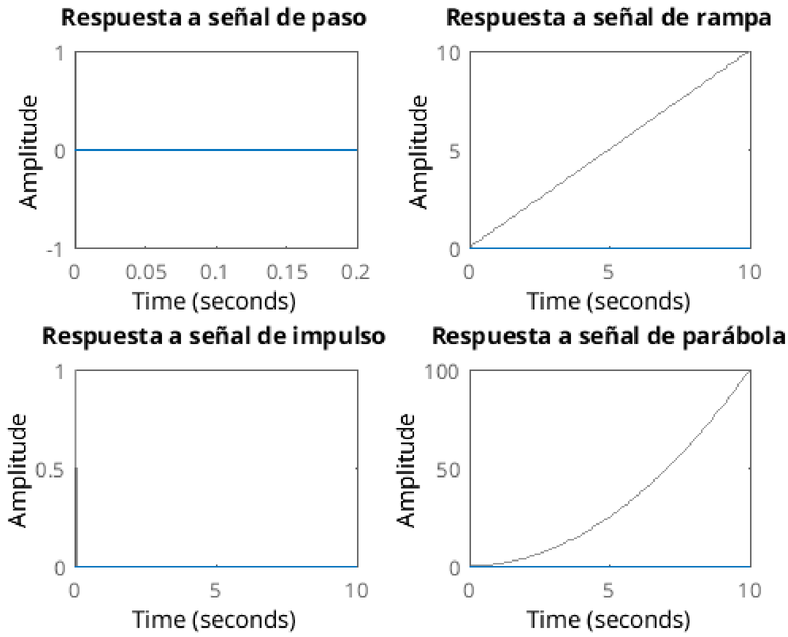

Figura 3: Simulación del tercer sistema.

Finalmente, podemos observar que para el último sistema graficamente nos dice que no es controlable, pero anteriormente habíamos visto que si lo era. Esto se debe a que tenemos dos variables de entrada, ya que nuestra matriz B tiene un 1 y también un -1.

Lo anterior da problema a la hora de simular el sistema (ya que se convierte en un problema multivariable). Y por lo tanto al utilizar como entrada las diferentes señales se tendría que hacer algo diferente para que la salida si nos muestre algo. Y así, a pesar de que la gráfica nos diga lo contrario por lo anterior, el sistema sigue siendo controlable.