Laura Sofia Ortiz Arcos
Camilo Andrés Silva Rodriguez

Punto 1.

Es una manera de tomar una señal y convertirla en funciones periódicas como el seno, con las cuales se trabaja mucho más fácil, cada seno y coseno de esta sumatoria es un armónico.

Punto 2.

Un armónico, como se explico en el punto 1 es cada función seno coseno que se usa para descomponer una señal, cada uno de estos armónicos tienen una amplitud que se calculan a partir de una integral dada.

Punto 3.

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum a_n \cos(n w t) + b_n \operatorname{sen}(w t n)$$ trigonométrica.

$$a_n = \frac{2}{T} \cdot \int f(t) \cdot \cos(n w t) \, dt$$

$$b_n = \frac{2}{T} \cdot \int f(t) \cdot \operatorname{sen}(n w t) \, dt$$

$$F(t) = \sum c_n \cdot e^{j n w t}$$ Exponencial

$$c_n = \frac{1}{T} \cdot \int f(t) \cdot e^{j n w t} \, dt$$

$$f(t) = \sum A_n \cos(n w t + \varphi_n)$$ Amplitud y fase

$$A_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2} \qquad \varphi_n = \arctan \frac{a_n}{b_n}$$

Punto 4

Es una forma de explicar la frecuencia de una señal, la amplitud muestra, dada una frecuencia que tanto contribuye ella a la señal, también puede ser útil para ver si la señal tiene armónicos

Por otro lado la fase nos muestra que tanto una señal se desplaza, tomando una frecuencia de base, frecuencia de la señal original.

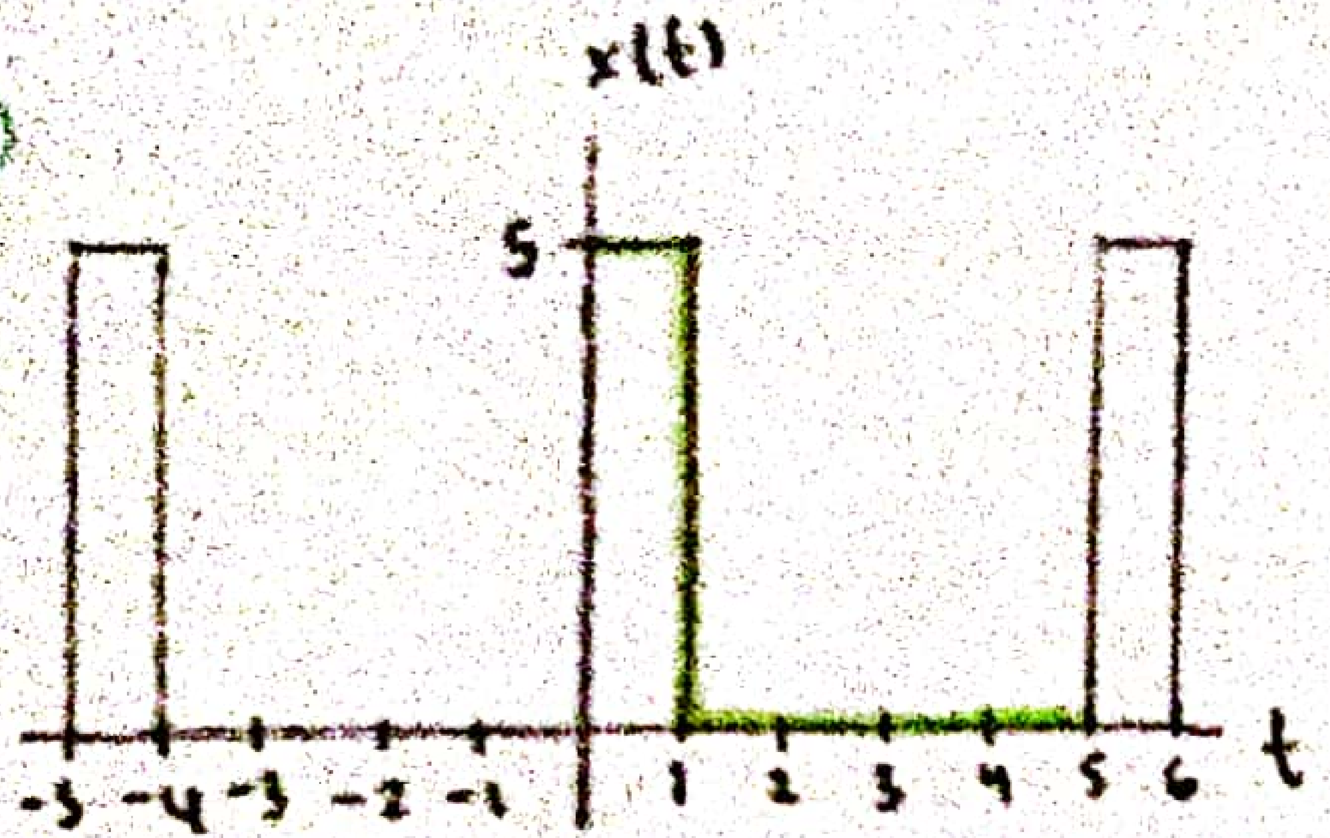
En general sintetizan las señales de muy buena manera

Camilo Silva y Laura Ortiz

QUIZ 2

Ejercicios:

1



$T_0 = 5$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{5}$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t) + \sum_{n=1}^{\infty} b_n \operatorname{sen}(n\omega_0 t)$$

$$\rightarrow a_0 = \frac{1}{5}\left(\int_0^1 5\,dx + \int_1^5 0\,dx\right) = \frac{1}{\cancel{5}}\cancel{5}x\Big|_0^1 = 1 - 0 = 1$$

$$a_n = \frac{2}{5}\left(\int_0^1 5\cos\left(n\frac{2\pi}{5}x\right)dx + \cancel{\int_1^5 0\cos\left(\frac{n2\pi}{5}x\right)dx}^{\,0}\right) = \cancel{2}\left(\frac{5}{\cancel{2}n\pi}\operatorname{sen}\left(\frac{n2\pi}{5}x\right)\right)\Big|_0^1$$

$$= \frac{5}{n\pi}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi}{5}\right) - \cancel{\operatorname{sen}(0)}^{\,0}\right) = \frac{5}{n\pi}\operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi}{5}\right)$$

$$b_n = \frac{2}{5}\left(\int_0^1 5\operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi}{5}x\right)dx + \cancel{\int_1^5 0\operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi}{5}x\right)dx}^{\,0}\right) = 2\left(-\frac{5}{2n\pi}\cos\left(\frac{2n\pi}{5}x\right)\right)\Big|_0^1 = -\frac{5}{n\pi}\left(\cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right) - \cos(0)\right)$$

$$= -\frac{5}{n\pi}\left(\cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right) - 1\right)$$

Así, $$\left[f(t) = \frac{1}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}\frac{5}{n\pi}\operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi}{5}\right)\cdot\cos\left(\frac{2n\pi}{5}t\right) + \sum_{n=1}^{\infty} -\frac{5}{n\pi}\left(\cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right) - 1\right)\cdot\operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi t}{5}\right)\right]$$ $\rightarrow$ Forma Trigonométrica

Ahora, $C_0 = 1$ y $$C_k = \frac{1}{5}\left(\int_0^1 5e^{-jn\frac{2\pi}{5}t}dt + \cancel{\int_1^5 0e^{-jn\frac{2\pi}{5}t}dt}^{\,0}\right) = \frac{1}{5}\cdot\frac{5}{-jn2\pi}\left(e^{-jn\frac{2\pi}{5}t}\right)\Big|_0^1 = -\frac{1}{jn2\pi}\left(e^{-jn\frac{2\pi}{5}} - 1\right)$$

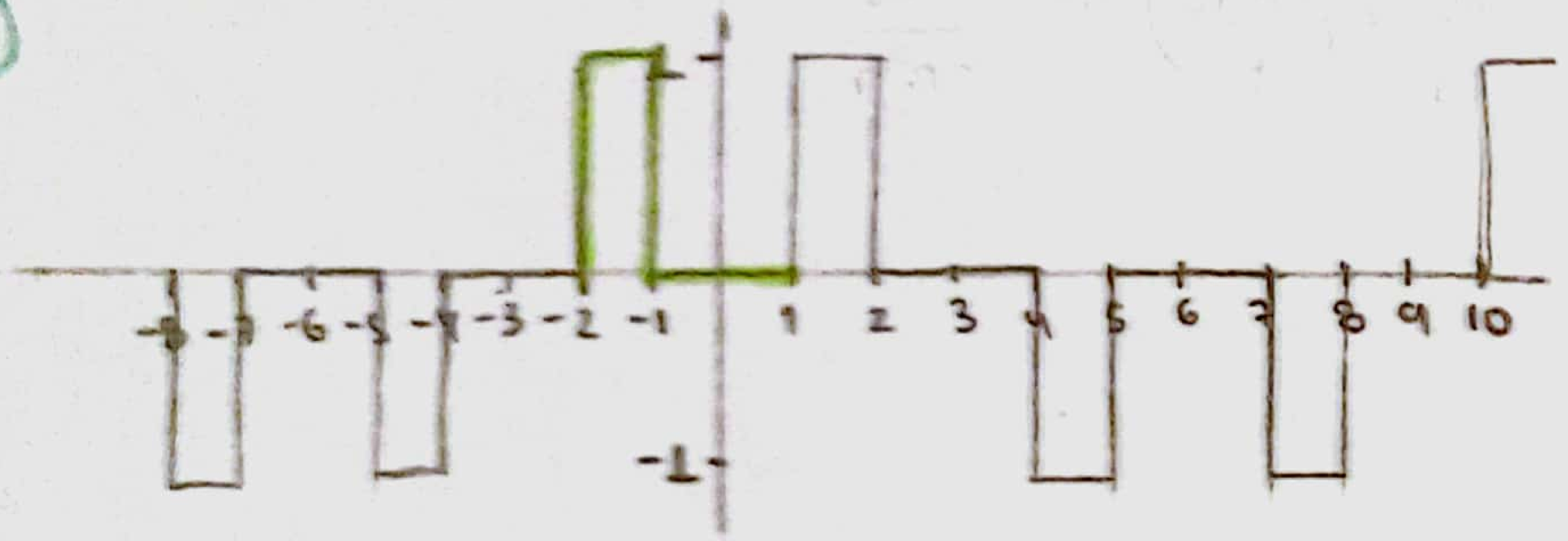
Así, $$\left[f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{1}{jn2\pi}\left(e^{-jn\frac{2\pi}{5}} - 1\right)\cdot e^{jn\frac{2\pi}{5}t}\right]$$ $\rightarrow$ Forma exponencial compleja

$$A_k = \sqrt{\left(\frac{5}{n\pi}\operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi}{5}\right)\right)^2 + \left(-\frac{5}{n\pi}\left(\cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right) - 1\right)\right)^2} = \frac{\sqrt{50 - 50\cos\left(\frac{2\pi n}{5}\right)}}{\pi n}$$

$$\phi_k = \tan^{-1}\left(\frac{-\frac{5}{n\pi}\left(\cos\left(\frac{2n\pi}{5}\right) - 1\right)}{\frac{5}{n\pi}\operatorname{sen}\left(\frac{2n\pi}{5}\right)}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{-\cos\left(\frac{2\pi n}{5}\right) + 1}{\operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n}{5}\right)}\right)$$

$\rightarrow$ Espectros de frecuencia

2



$T_0 = 3$

$\omega_0 = \frac{2\pi}{3}$

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos(n\omega_0 t)$$

$$\to a_0 = \frac{1}{3}\left(\int_{-2}^{-1} 1\,dx + \int_{-1}^{1} 0\,dx\right) = \frac{1}{3}\, x \Big|_{-2}^{-1} = \frac{1}{3}(-1+2) = \frac{1}{3}$$

↳ Función par, es decir $b_n = 0$

$$a_n = \frac{2}{3}\left(\int_{-2}^{-1} 1 \cos\left(\frac{2\pi n}{3} x\right) dx + \int_{-1}^{1} 0\, \cancel{\cos\left(\frac{2\pi n}{3}\right) dx}^{\,0}\right)$$

$$= \frac{\cancel{2}}{\cancel{3}}\left(\frac{\cancel{3}}{2\pi n} \operatorname{sen}\left(\frac{2\pi n x}{3}\right)\right)\Big|_{-2}^{-1} = \frac{1}{\pi n}\left(\operatorname{sen}\left(-\frac{2\pi n}{3}\right) - \operatorname{sen}\left(-\frac{4\pi n}{3}\right)\right)$$

→ F. Trigonométrica

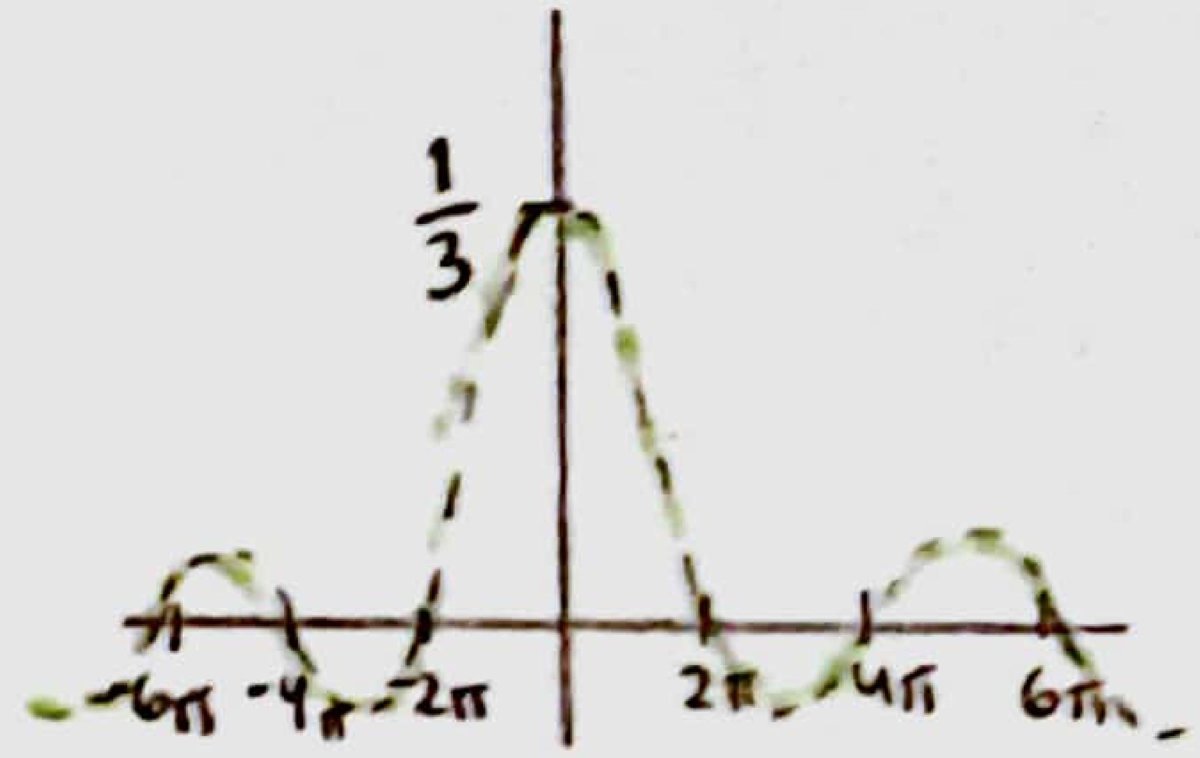
Así, $$\left[f(t) = \frac{1}{6} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\pi n}\left(\operatorname{sen}\left(\frac{-2\pi n}{3}\right) - \operatorname{sen}\left(\frac{-4\pi n}{3}\right)\right) \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3} n t\right) \right]$$

Ahora, $c_0 = \frac{1}{3}$ y $$c_k = \frac{1}{3}\left(\int_{-2}^{-1} 1 e^{-jn\frac{2\pi}{3}t} dt + \int_{-1}^{1} \cancel{0 e^{-jn\frac{2\pi}{3}t}}^{\,0} dt\right) = \frac{1}{\cancel{3}} \cdot \frac{\cancel{3}}{-jn2\pi}\left(e^{-jn\frac{2\pi}{3}t}\right)\Big|_{-2}^{-1} = -\frac{1}{jn2\pi}\left(e^{jn\frac{2\pi}{3}} - e^{jn\frac{4\pi}{3}}\right)$$

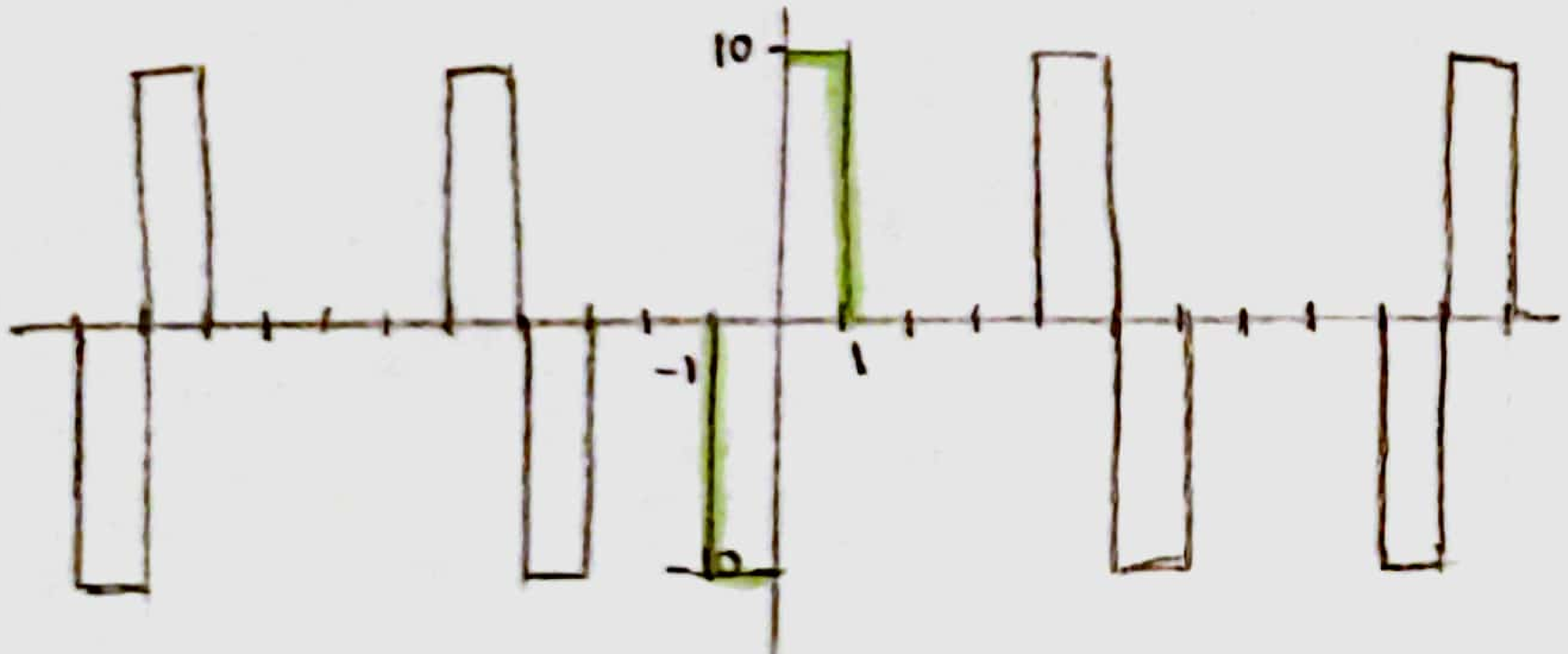
Así, $$\left[f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} -\frac{1}{jn2\pi}\left(e^{jn2\pi/3} - e^{jn4\pi/3}\right) \cdot e^{jn\frac{2\pi}{3}t} \right]$$ → Exponencial

$$A_k = \sqrt{\left(\frac{1}{\pi n}\left(sen\left(-\frac{2\pi n}{3}\right) - sen\left(\frac{-4\pi n}{3}\right)\right)\right)^2 + 0^2} = \frac{-sen\left(\frac{2\pi n}{3}\right) + sen\left(\frac{4\pi n}{3}\right)}{\pi n}$$

$$\phi_k = \tan^{-1}(0) = 0$$



(3)



$$T_0 = 2 \qquad f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \, sen(n\omega_0 t)$$

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

↳ F. impar, es decir a_n y a_0 son 0.

$$\rightarrow b_n = \frac{2}{2}\left(\int_{-1}^{0} -10\, sen(n\pi x)\,dx + \int_{0}^{1} 10\, sen(n\pi x)\,dx\right)$$

$$= \frac{10}{n\pi}\cos(n\pi x)\Big|_{-1}^{0} - \frac{10}{n\pi}\cos(n\pi x)\Big|_{0}^{1}$$

$$= \frac{10}{n\pi}\left(1-\cos(-n\pi)\right) - \frac{10}{n\pi}\left(\cos(n\pi)-1\right)$$

Así, $\left[f(t) = \sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{10}{n\pi}\left(1-\cos(-n\pi)\right) - \frac{10}{n\pi}\left(\cos(n\pi)-1\right)\right)\cdot sen(n\pi t) \right]$

$$c_n = \frac{2}{2}\left(\int_{-1}^{0} -10\, e^{-jn\pi t}\,dt + \int_{0}^{1} 10\, e^{-jn\pi t}\,dt\right)$$

$$= \frac{-10}{-jn\pi} e^{-jn\pi t}\Big|_{-1}^{0} + \frac{10}{-jn\pi} e^{-jn\pi t}\Big|_{0}^{1} = \frac{10}{jn\pi}\left(1-e^{jn\pi}\right) - \frac{10}{jn\pi}\left(e^{-jn\pi}-1\right)$$

Así, $\left[f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{10}{jn\pi}\left(1-e^{jn\pi}\right) - \frac{10}{jn\pi}\left(e^{-jn\pi}-1\right)\right)\cdot e^{jn\pi t} \right]$

$$A_k = \sqrt{0^2 + \left(\frac{10}{n\pi}\left(1-\cos(-n\pi)\right) - \frac{10}{n\pi}\left(\cos(n\pi)-1\right)\right)^2} = \frac{20-20\cos(\pi n)}{\pi n}$$