

DISTRIBUZIONE DI UNA POPOLAZIONE DI SORGENTI

EDOARDO MILOTTI

Si consideri una popolazione di sorgenti che emette onde gravitazionali e sia n la densità numerica della popolazione. Assumiamo che n sia una densità bassa, in modo che anche per volumi grandi il numero di sorgenti sia abbastanza piccolo. Trascuriamo inoltre gli effetti cosmologici (lavoriamo con redshift $z \ll 1$). Assumiamo infine che le posizioni delle sorgenti siano statisticamente indipendenti. Costruiamo anzitutto un modello statistico della popolazione:

- (1) dato un guscio sferico di raggio R e spessore ΔR centrato nel Sole, che distribuzione di probabilità dovrebbe avere il numero di sorgenti nel guscio?
- (2) data la distribuzione di probabilità della domanda precedente, qual è il numero medio di sorgenti nel guscio e qual è la corrispondente varianza?
- (3) sulla base delle risposte precedenti, qual è la nostra capacità di osservare un eccesso oppure una riduzione del numero di sorgenti ad una data distanza?
- (4) all'aumentare della distanza dal Sole, l'efficienza di rivelazione del numero di sorgenti è sempre minore; supponiamo di caratterizzare l'ampiezza della radiazione gravitazionale per mezzo dello strain massimo h e supponiamo anche di poter trascurare la distinzione tra polarizzazioni e l'orientazione delle sorgenti. In tal caso $h \propto 1/r$. Infine assumiamo che l'efficienza di rivelazione sia una funzione sigmoide che possiamo approssimare con l'integrale Gaussiano

$$\varepsilon(h) = \int_{-\infty}^h \frac{\exp[-(h' - h_0)^2/2w^2]}{\sqrt{2\pi w^2}} dh'$$

dove h_0 è lo strain prodotto da una sorgente a distanza r_0 e corrisponde ad efficienza di rivelazione 0.5.

(a questo punto si possono introdurre diverse serie di dati per distanza crescente; una senza eccessi o riduzioni significative, una con un eccesso ad una data distanza, una con lo stesso eccesso a due distanze diverse, etc.; le diverse analisi possono venire modulate in modo da permettere la discriminazione tra popolazioni nel modo desiderato; si può anche assumere una distribuzione non uniforme in funzione della distanza e stimare le caratteristiche del modello a partire da una serie di dati predefinita; sono possibili anche molte altre varianti)