Universidad de los Andes
Programación científica
Laboratorio 08
Fecha de entrega: Martes 31 de Octubre de 2017, 11:59pm

Objetivos

- Programar métodos de regresión lineal y de solución de ecuaciones no lineales en MATLAB.

Antes de la práctica

Para regresión lineal revisar el capítulo 2 del libro **King MR, Mody NA.** *Numerical and Statistical Methods for Bioengineering: Applications in MATLAB (Cambridge Texts in Biomedical Engineering).* Cambridge University Press, 2010. Para solución de ecuaciones no lineales consultar el capítulo 5 del mismo libro.

Metodología

El laboratorio se realizará de manera individual; la guía se sube el martes 17 de octubre y la entrega será, a más tardar, el día **martes 31 de octubre a las 11:59pm para TODAS las secciones** en el link habilitado en Sicua. Para este laboratorio se debe adjuntar cada una de las funciones creadas y el script que da solución a los ejercicios, tenga en cuenta que debe marcar sus funciones como se le indique. Cuando envíe el archivo debe ir en un .zip llamado como se especifica a continuación.

Parámetros de calificación:

1. El archivo que suban debe llamarse **Apellido1Apellido2_Lab08**
2. Si el ejercicio exige varios archivos, enviarlos en una carpeta comprimida con el mismo nombre indicado en el primer numeral.
3. Todas las variables en sus scripts deben llamarse de la misma manera en que están en esta guía (cuando se mencionen).
4. Todos los códigos deben estar propiamente comentados, tengan en cuenta que no les pedimos informe por lo que los comentarios serán los que nos ayuden a ver si entienden o no los conceptos.
5. No se permite el uso de funciones de Matlab que realicen en su totalidad lo que se pide en los ejercicios.
6. El código se evaluará basado en estos parámetros más su correcto funcionamiento.
7. **Si hay un error de escritura del código por lo que su script no corre, el ejercicio será evaluado con 0 y no se entrará a revisar el código**.
8. Todos los casos de fraude serán tratados según el reglamento de la Universidad.

Primera parte: Regresión lineal

Escriba un código en Matlab para dar solución a la siguiente regresión lineal. Su script debe llamarse *Regresion_Lineal.*

El dataset entregado adjunto (pobreza.txt) contiene información de pobreza para Estados Unidos. Realice una regresión lineal y haga una gráfica donde sea posible observar el resultado. Si considera necesario, imprima en la ventana de comandos valores adicionales.

Adicionalmente, halle la regresión usando la función *polyfit* de MATLAB, encuentre el valor R^2 de su regresión usando la función de MATLAB y su método y compare los resultados.

Nota: imprimir en la ventana de comandos no es quitar el ';', ya se tiene el conocimiento de funciones que permiten realizar esto.

Segunda parte: Técnicas para ecuaciones no lineales

1. Realice una función llamada *Biseccion* que le permita dar solución a una ecuación no lineal mediante el método de la bisección.
2. Realice una función llamada *Falsa_Posicion* que le permita dar solución a una ecuación no lineal mediante el método de la falsa posición.
3. Realice una función llamada *Newton_Raphson* que le permita dar solución a una ecuación no lineal mediante el método de Newton - Raphson.
4. Realice una función llamada *Secante* que le permita dar solución a una ecuación no lineal mediante el método de la secante.

Tercera parte – Ejercicios

Realice cada uno de los siguientes ejercicios en un script diferente llamándolo *EjercicioX.* Cada ejercicio debe ser resuelto por uno de los métodos para ecuaciones no lineales para los que usted ya creó una función, el cual es especificado en cada uno de los ejercicios. El punto 7 b requiere de la implementación de otro método (punto fijo).

El resultado que debe entregar debe ser **una tabla para cada método** en la que defina la iteración, los valores de los parámetros, de la función y el valor de su condición de parada (error relativo).

Ejemplo para método de la bisección:

n	Extremo izquierdo a_n	Extremo derecho b_n	Punto medio c_n	Valor de la función $f(c_n)$	Error Relativo $\left\|\frac{c_n - c_{n-1}}{c_n}\right\|$
1	0	2	1	-0.158529	
2	1	2	1.5	0.496242	0.333333
3	1	1.5	1.25	0.186231	0.2
4	1	1.25	1.125	0.015051	0.111111
5	1	1.125	1.0625	-0.071827	0.0588235
6	1.0625	1.125	1.09375	-0.028362	0.0285714
7	1.09375	1.125	1.109375	-0.006643	0.0140845
8	1.1093750	1.125	1.1171875	0.004208	0.0069930
9	1.1093750	1.1171875	1.11328125	-0.001216	0.0035087

Figura 1. Resultados por método de bisección. Tomado de
http://portales.puj.edu.co/objetosdeaprendizaje/Online/OA10/capitulo5/5.htm

Nota: Para todos sus ejercicios tome el error relativo como condición de parada. Debe ser menor a 10^{-3}

Al final realice una pequeña discusión en un archivo Word en el que exponga las diferentes características de cada método, cómo puede compararlos y qué puede concluir de los ejercicios que realizó.

1. La sangre se comporta como un fluido no-newtoniano, y puede ser modelado como un "fluido de Casson". Este modelo predice que, a diferencia de un fluido simple como el agua, la sangre fluirá a través de un tubo de modo que el en el centro sufre poca deformación, y la mayoría del gradiente de velocidad se producirá cerca de la pared del vaso. La siguiente ecuación es usada para describir el flujo en un tubo de un fluido Casson:

$$F(\xi) = 1 - \frac{16}{7}\sqrt{\xi} + \frac{4}{3}\xi - \frac{1}{21}\xi^4,$$

Donde F mide la reducción de tasa de flujo (relativo al fluido Newtoniano) experimentado por el fluido Casson dado un gradiente de presión y ξ representa la fracción del tubo que es llenado por el flujo. Para un valor de F=0.40, use el método de la secante para determinar el valor correspondiente a ξ . Use una estimación inicial de ξ = 0.25 (y una segunda estimación de 0.26, dado que el **método de la secante** requiere de 2 estimaciones iniciales). Muestre que la tasa de convergencia es superlineal y aproximadamente igual a r = 1.618. Note que la función no está definida para $\xi \leq 0$. De modo que se deben escoger las estimaciones iniciales cuidadosamente.

2. El oxígeno se puede disolver en el agua hasta una concentración de saturación que es dependiente de la temperatura del agua. La concentración de saturación del oxígeno disuelto en agua se puede calcular usando la siguiente ecuación empírica:

$$\ln s_{ow} = -139.34411 + \frac{1.575701 \times 10^5}{T_a} - \frac{6.642308 \times 10^7}{T_a^2} + \frac{1.243800 \times 10^{10}}{T_a^3} - \frac{8.621949 \times 10^{11}}{T_a^4},$$

Donde S_{ow} = la concentración de saturación del oxígeno disuelto en agua a 1 atm (mg/l) y T_a = la temperatura absoluta (K). Recuerden que $T_a = T_c + 273.15$, donde T_c = la temperatura (°C). De acuerdo a esta ecuación, la saturación disminuye con el incremento de la temperatura. Para muestras de agua cercanas a la temperatura ambiente, esta ecuación puede ser usada para terminar la concentración de oxigeno de 14.621 mg/l a 0°C hasta 6.949 mg/l a 35°C. Dado un valor de concentración de oxígeno, esta fórmula y el **método de bisección** pueden ser usado s para hallar una solución de la temperatura en grados Celsius.

   a. Si las estimaciones iniciales se establecen como 0 y 35 °C, ¿cuántas iteraciones de bisección serían necesarias para determinar la temperatura con un error absoluto de 0.05°C?

   b. Basado en el literal a. desarrolle y pruebe **la función de bisección** para determinar T en función de la concentración de oxígeno. Pruebe su función para S_{ow} = 8, 10 y 14 mg/l.

3. Investigadores han realizado estudios de la variación de la velocidad del sonido relacionada a la edad (SOS) en la tibia y la prevalencia de osteoporosis en mujeres originarias de China. Ellos obtuvieron la siguiente relación entre el SOS y la edad en años Y:

$$SOS = 3383 + 39.9Y - 0.78\,Y^2 + 0.0039\,Y^3,$$

Donde SOS esta expresado en m/s. El SOS par un sujeto de investigación fue medido como 3850 m/s. Use el **método de Newton** para determinar su edad más probable. Use Y = 45 como su estimación inicial.

4. El esfuerzo realizado por una persona mientras salta es dependiente de varios factores que incluyen el peso del cuerpo y el tiempo gastado en levantar el cuerpo del suelo. La siguiente ecuación describe la fuerza F (medida en libras-fuerza lb_f) ejercida por una persona cuto peso es de 160 lb que salta desde una posición estacionaria. El tiempo gastado en enviar el cuerpo hacia arriba se denota como τ (en milisegundos):

$$F(t) = 480 \cdot \sin\left(\frac{\pi t}{\tau}\right) + 160(1 - t/\tau).$$

Para un τ = 180 ms, use el **método de falsa posición** para determinar el tiempo en el cual la fuerza es igual a 480 lb_f. Use 1 < t <75 como su intervalo inicial.

5. La siguiente ecuación describe el estado estacionario del perfil de concentración de una droga en el tejido circundante a un implante de polímero circular:

$$\frac{C_t}{C_i} = \frac{1}{\zeta}\exp[-\phi(\zeta - 1)],$$

Donde $C_t(\zeta)$ es la concentración en el tejido, C_i es la concentración en la superficie del implante

$$\phi = R\sqrt{k^*/D^*},$$

$\zeta = r/R$ es la posición radial adimensional, R es el radio del implante, k^* es la constante de eliminación aparente de primer orden y D^* es la difusividad aparente en la droga. Para los valores de los parámetros R = 0.032 cm, k^* = $1.9 \times 10^{-4}/s$, y D^* = $4 \times 10^{-7} cm^2/s$ (valores típicos de implantes experimentales usados para tratar tumores cerebrales), use el **método de la secante** para encontrar una solución para la posición radial adimensional. Determine las dos primeras estimaciones haciendo la gráfica de la función. ¿Por qué el método de punto fijo no funcionaría para este caso?

6. La solución analítica del modelo de MIchaekis-Menten está dada por:

$$K_m \ln\left(\frac{S_0}{S}\right) + (S_0 - S) = V_{max}t$$

Donde K_m, la concentración de substrato que produce la mitad de la tasa máxima de consumo de substrato, es igual a 0.5 mM; la tasa máxima de consumo de substrato, V_{max}, es igual a 5.0 mM/min; y la concentración se substrato inicial, S_0, es 1.0 mM. Encuentre la concentración de substrato como una función del tiempo (de 0 a 200 minutos) a incrementos de 0.1 minutos usando el **método de Newton-Raphson**.

7. El transporte de biofluido es relevante para un amplio rango de procesos fisiológicos, incluyendo flujo de sangro via convección, el transporte de oxígeno a tejidos periféricos via difusión por diferencia de concentración, y el transporte de iones dentro y fuera de las células mediante bombas de iones y gradientes electroquímicos. Los fluidos biológicos necesitan ser transportados frecuentemente durante una intervención terapéutica como, por ejemplo, durante la transfusión o perfusión antes y durante una cirugía. Imagine que un sistema de perfusión que usa el flujo de un fluido fisiológico (densidad $\rho = 1000\ kg/m^3$; viscosidad, $\mu = 0.001 \frac{kg}{m \cdot s}$) a través de un catéter de 2.8 mm de diámetro (D) a una velocidad $u = 1.8\ m/s$. Típicamente, el uso de catéteres conlleva el uso de flujo laminar de fluidos. En casos donde se alcanzan altas velocidades en los vasos sanguíneos, un régimen turbulento se puede producir. La relación de las fuerzas inerciales y viscosas es un término adimensional llamado el número de Reynolds (Re), dado por $Du\rho/\mu$. Cuando el valor de este término está por encima de un umbral empírico de 2000, el flujo se considera turbulento. Para dicho flujo turbulento, el factor de fricción, b, es usado para determinar el cambio en la velocidad durante el flujo del fluido in un canal o tubo. La ecuación no lineal empírica que se muestra a continuación se llama la Ecuación de Colebrook:

$$\frac{1}{\sqrt{b}} = 4.07 \log\left(Re\,\sqrt{b}\right) - 0.06$$

   a. Resuelva la ecuación Colebrook para el factor de fricción b en el tubo de catéter usando el método de falsa posición. La ecuación de Colebrook se muestra a continuación en el método para dicho método $f(x) = 0$:

$$\frac{1}{\sqrt{b}} - 4.07 \log\left(Re\,\sqrt{b}\right) + 0.06 = 0$$

   b. Resuelva la ecuación Colebrook para el factor de fricción b en el tubo de catéter usando el método de punto fijo. La ecuación de Colebrook se muestra a continuación en el formato para dicho método ($x = g(x)$):

$$b = \frac{1}{\left(4.07\ \log\left(Re\sqrt{b}\right) - 0.06\right)^2}$$