PRIMER PARCIAL (T1) ANÁLISIS MATEMÁTICO II Octubre 11 de 2019

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) **Hallar** la solución de la ecuación $\cos(x)\cdot y'+\sin(x)\cdot y=1$ tal que $y=2$ cuando $x=0$

P2) **Hallar** la intersección de la recta normal a la superficie $(x,y,x)=(uv,u+v,u^2/v)$ en el punto (3,4,9) con el plano $x+y=19$

P3) **Hallar** la derivada direccional máxima de la función $h=f\circ\vec{g}$ en el punto (1,1), siendo $\vec{g}(u,v)=(u+v,u-v)$ y $f(x,y)$ se encuentra definida por $z+x^2-y^2+\ln(z+x-y)=3$

P4) Siendo $f\in C^2$ tal que su polinomio de Taylor de grado 2 en el punto (0,1) es $p(x,y)=5+x^2+x(y-1)+4(y-1)^2$, **hallar** la ecuación del plano tangente a la gráfica de *f* en (0,1,*f*(0,1)) y **analizar** si *f* tiene extremo local en (0,1)

T1) **Definir** continuidad de una función escalar de "n" variables.

Determinar si la función $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{y}{x-y} & x\neq y\\ 0 & x=y\end{cases}$ es continua en (0,0)

T2) **Definir** máximo local de una función escalar de "n" variables. Determinar si la función $f(x,y)=x^2+xy-y^2+y+1$ tiene extremos locales y en caso afirmativo clasificarlos.

PRIMER PARCIAL (T2) ANÁLISIS MATEMÁTICO II Octubre 11 de 2019

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

T1) **Definir** continuidad de una función escalar de "n" variables.

Determinar si la función $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{y}{x-y} & x\neq y\\ 0 & x=y\end{cases}$ es continua en (0,0)

T2) **Definir** máximo local de una función escalar de "n" variables. Determinar si la función $f(x,y)=x^2+xy-y^2+y+1$ tiene extremos locales y en caso afirmativo clasificarlos.

P1) **Hallar** la intersección de la recta normal a la superficie $(x,y,x)=(uv,u+v,u^2/v)$ en el punto (3,4,9) con el plano $x+y=19$

P2) **Hallar** la derivada direccional máxima de la función $h=f\circ\vec{g}$ en el punto (1,1), siendo $\vec{g}(u,v)=(u+v,u-v)$ y $f(x,y)$ se encuentra definida por $z+x^2-y^2+\ln(z+x-y)=3$

P3) Siendo $f\in C^2$ tal que su polinomio de Taylor de grado 2 en el punto (0,1) es $p(x,y)=5+x^2+x(y-1)+4(y-1)^2$, **hallar** la ecuación del plano tangente a la gráfica de *f* en (0,1,*f*(0,1)) y **analizar** si *f* tiene extremo local en (0,1)

P4) **Hallar** la solución de la ecuación $\cos(x)\cdot y'+\sin(x)\cdot y=1$ tal que $y=2$ cuando $x=0$

1° PARCIAL ANALISIS MATEMATICO II

HOJA N°

FECHA 11-10-19

P1) 4) $\cos(x)\,y' + \operatorname{sen}(x)\,y = 1$, $y = u v$, $y' = u'v + uv'$

$\cos(x)\,u'v + \cos(x)\,u v' + \operatorname{sen}(x)\,u v = 1$

$\cos(x)\,u'v + u\left(\cos(x)\,v' + \operatorname{sen}(x)\,v\right) = 1$

$\cos(x)\dfrac{dv}{dx} = -\operatorname{sen}(x)\,v \to \displaystyle\int \frac{dv}{v} = -\int \frac{\operatorname{sen}(x)}{\cos(x)}\,dx \to \ln|v| = \ln|\cos(x)| + \ln|C_1|$

$v = C_1 \cos(x)$

$C_1 \cos^2(x)\dfrac{du}{dx} = 1 \to \displaystyle\int du = \frac{1}{C_1}\int \sec^2(x)\,dx \to u = \frac{\tan(x)}{C_1} + C_2$

$y = u v = \left(\dfrac{\tan(x)}{C_1} + C_2\right) C_1 \cos(x) \to \boxed{y = \operatorname{sen}(x) + C\cos(x)}$

$2 = C \to \boxed{y = \operatorname{sen}(x) + 2\cos(x)}$

P2) 1) $(x, y, z) = (uv,\ u+v,\ u^2/v) = \bar{r}$ $(x, y, z) = (3, 4, 9)$

$\begin{cases} uv = 3 \\ u + v = 4 \\ u^2/v = 9 \end{cases}$ $v = \dfrac{3}{u} \to u + \dfrac{3}{u} = 4 \to u^2 - 4u + 3 = 0$ $u = \dfrac{4 \pm \sqrt{16-12}}{2}$

$u = 3 \to v = 1$

~~$u = 1 \to v = 3$~~

$\bar{r}'_u \times \bar{r}'_v = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ v & 1 & 2u/v \\ u & 1 & -\frac{u^2}{v^2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \check{i} & \check{j} & \check{k} \\ 1 & 1 & 6 \\ 3 & 1 & -9 \end{vmatrix} = (-9-6,\ 18+9,\ 1-3) = (-15, 27, -2)$

$\underline{i}(x,y,z) = (3,4,9) + t(-15, 27, -2)$ $t \in \mathbb{R}$

$3 - 15t + 4 + 27t = 19 \to t = 1$

$(x, y, z) = (3-15,\ 4+27,\ 9-2) = \boxed{(-12, 31, 7)}$

P3) 2) $h = f \circ \bar{g}$ $g(u,v) = (1,1)$ $(x,y) = (2,0)$ $z + 4 + \ln(z+2) = 3$ $z = -1$

$F(x,y,z) = z + x^2 - y^2 + \ln(z+x-y) - 3$

$f'_{x\,(2,0)} = -\dfrac{2x + \frac{1}{z+x-y}}{1 + \frac{1}{z+x-y}}\Bigg|_{(2,0,-1)} = -\dfrac{5}{2}$

$x'_u = 1$ $x'_v = 1$

$y'_u = 1$ $y'_v = -1$

$f'_{y\,(2,0)} = -\dfrac{-2y - \frac{1}{z+x-y}}{1 + \frac{1}{z+x-y}}\Bigg|_{(2,0,-1)} = -\dfrac{-1}{2} = \dfrac{1}{2}$

$h'_u = f'_x\,x'_u + f'_y\,y'_u = -\frac{5}{2}\cdot 1 + \frac{1}{2}\,1 = -2$

$h'_v = f'_x\,x'_v + f'_y\,y'_v = -\frac{5}{2}\cdot 1 + \frac{1}{2}(-1) = -3$

máx $h'_{(1,1)} = \|\nabla h_{(1,1)}\| = \sqrt{(-2)^2 + (-3)^2} = \boxed{\sqrt{13}}$

NOTA

P4) 3) $p(x,y) = 5 + x^2 + x(y-1) + 4(y-1)^2$

$p(0,1) = 5$ $\quad p'_x(0,1) = 2x + (y-1) = 0$ $\quad p'_y(0,1) = x + 8(y-1) = 0$

$\boxed{z = 5}$

$p''_{xx}(0,1) = 2$ $\quad p''_{xy}(0,1) = 1$ $\quad \det(Hf)_{(0,1)} = 15 > 0$

$p''_{yx}(0,1) = 1$ $\quad p''_{yy}(0,1) = 8$ $\quad p''_{xx}(0,1) = 2$

$\boxed{f \text{ tiene mínimo local en } (0,1)}$

T1) Siendo $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \,/\, y = f(x_1, \dots, x_n) = f(\bar{x})$

$\bar{x}_0 \in A$

se dice que f es continua en $\bar{x}_0$ si $\lim_{\bar{x} \to \bar{x}_0} f(\bar{x}) = f(\bar{x}_0)$

si $y = mx \quad m \neq 1$

$\lim_{x \to 0} f(x, mx) = \lim_{x \to 0} \frac{mx}{x - mx} = \frac{m}{1-m}$ $\therefore \nexists \lim_{(x,y)\to(0,0)} f(x,y)$ $\therefore$ $\boxed{f \text{ no es continua en } (0,0)}$

T2) Siendo $f : A \subseteq \mathbb{R}^n \to \mathbb{R} \,/\, A$ abierto

se dice que f tiene un máximo local en $\bar{x}_0 \in A$ si existe $\delta \in \mathbb{R}^+$ tal que $f(\bar{x}_0) \geq f(\bar{x}) \quad \forall \bar{x} \in E_{(\bar{x}_0, \delta)}$

$f(x,y) = x^2 + xy - y^2 + y + 1$

$f'_x = 2x + y = 0 \to y = -2x$

$f'_y = +x - 2y + 1 = 0 \to +x + 4x + 1 = 0 \to x = \frac{-1}{5} \quad y = \frac{+2}{5}$

$f''_{xx} = 2 \quad f''_{xy} = 1 \quad \det(Hf) = -4 - 1 = -5 < 0$

$f''_{yx} = 1 \quad f''_{yy} = -2$ $\quad \boxed{f \text{ tiene un punto silla en } \left(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}\right)}$

NOTA