

T1) a) Defina derivada direccional .

Siendo $f(x, y) = \frac{x^2 y + y^2 \sin(x)}{x^2 + y^2}$ si $(x, y) \neq (0, 0)$, $f(x, y) = 0$ si $(x, y) = (0, 0)$, analice si existe $f'((0, 0), \vec{r})$ para distintos $\vec{r} \in \mathbb{R}^2$

b) Siendo $x - y + z = 4$ la ecuación del plano tangente a la superficie de ecuación $z = f(x, y)$ en el punto $(2, 1, z_0)$, halle las direcciones de derivada direccional máxima, mínima y nula de f en $(2, 1)$ indicando para cada caso, cual es el correspondiente valor de la derivada.

T2) a) Sea el campo f diferenciable en el punto $\bar{A} \in \mathbb{R}^2$, demuestre que existe $f'(\bar{A}, \vec{r})$ para todo $\vec{r} \in \mathbb{R}^2$

b) La superficie Σ tiene ecuación $z = h(x, y)$ donde $h(x, y) = f(xy, 2x^2)$ con $f \in C^1$, halle la ecuación del plano tangente a Σ en $(1, 1, z_0)$ sabiendo que $\nabla f(1, 2) = (2, 3)$ y que $f(1, 2) = 4$

P1) Dada $f(x, y)$ definida implícitamente por $x + z \ln(yz - 5) + e^{xz} + xy - 1 = 0$, calcule aproximadamente $f(0.3, 1, 9)$

P2) Dado $f(x, y) = a^2 xy^2 - x^2 y - 3ay$, halle a para que $f'((1, 1), \vec{r})$ sea máxima si $\vec{r} = \frac{\vec{r}}{\|\vec{r}\|}$ con $\vec{r} = (2, 1)$

P3) Dada la superficie Σ parametrizada por $\phi(\rho, \theta) = (\rho \cos \theta, \rho \sin \theta, \rho^2)$, verifique que $(\sqrt[2]{2}/2, \sqrt[2]{2}/2, 1)$ es punto regular de Σ y si lo es halle la ecuación del plano tangente a Σ en dicho punto y expréselo en forma cartesiana y paramétrica

P4) Dada $z = x^2/y$ si $(x, y) \neq (x, 0)$ y 0 en cualquier otro caso, analice continuidad, derivabilidad y diferenciabilidad en el origen.