Teoremas para Cuerpo Rígido

Teorema del impulso y la cantidad de movimiento para un Cuerpo Rígido.

Teoremas sobre el impulso y la cantidad de movimiento para un sistema de partículas

$$\boxed{\sum \vec{J}_{F\ externas,\,\Delta t} = \Delta\vec{p}_{CM,\Delta t}}$$

Teoremas sobre el impulso y la cantidad de movimiento para un Cuerpo rígido.

$$\boxed{\sum \vec{J}_{F\ (externas),\,\Delta t} = \Delta\vec{p}_{CM,\Delta t}}$$

$$\vec{p}_{CM\,cuerpo\ rígido} = M.\vec{v}_{CM}$$

Teoremas de conservación de la cantidad de movimiento para un Cuerpo rígido.

$$\boxed{Si\ en\ el\ lapso\ \Delta t :\ \sum \vec{J}_{F,sobre\ el\ CR} = 0\ \rightarrow \Delta\vec{p}_{CM,\Delta t} = 0}$$

$$\boxed{\begin{array}{c} Si\ sobre\ un\ cuerpo\ rígido\ \ en\ un\ lapso\ \Delta t\ no\ hay\ impulso\ neto: \\ \sum \vec{J}_{F,,\Delta t} = 0 \rightarrow \vec{p}_{iCM} = \vec{p}_{fCM} \end{array}}$$

Teorema del trabajo de todas las fuerzas y la variación de la energía cinética.

Para un sistema de partículas $\sum W_{todas\ las\ F\ internas\ y\ externas\ sobre\ el\ sistema} = \Delta Ec_{sistema A-B}$

En un cuerpo rígido $W_{F\ internas} = 0$ $(por\ la\ condición\ de\ rigidez)$

$$\boxed{\sum W_{F\ (externas)\ sobre\ un\ CR, A-B} = \Delta Ec_{CR, A-B}}$$

Conservación de la Energía cinética y de la Energía Mecánica para un cuerpo rígido.

$$\sum W_{todas\ las\ F\ (externas) sobre\ un\ cuerpo\ rígido, A-B} = \Delta Ec_{CR,A-B}$$

$$si, entre\ dos\ estados\ A\ y\ B, \quad \sum W_{todas\ las\ F\ (externas)} = 0 \rightarrow$$
$$Ec_{CR,A} = Ec_{CR,B}$$

$$\sum W_{FNC\ (externas) sobre\ un c.rígido, A-B} = \Delta EM_{C.rígido A-B}$$

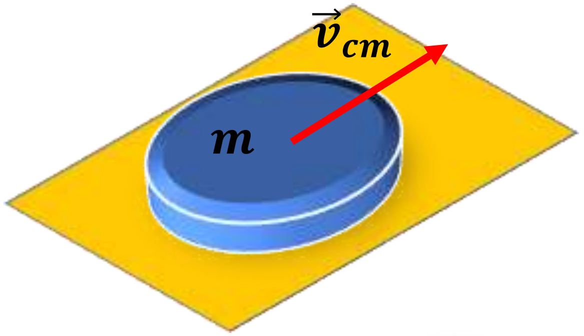
$$si, entre\ dos\ estados\ A\ y\ B, \sum W_{todas\ las\ FNC\ (externas)} = 0 \rightarrow$$
$$EM_{CR,A} = EM_{CR,B}$$

Cálculo de la Energía cinética de un Cuerpo Rígido.

$$\boxed{\textit{Según el tipo de movimiento de un C.rígido}}$$

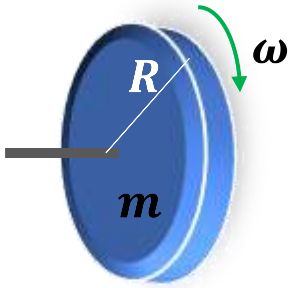
Traslación pura

$$Ec_{traslación} = \frac{1}{2}.m.v_{CM}^2$$



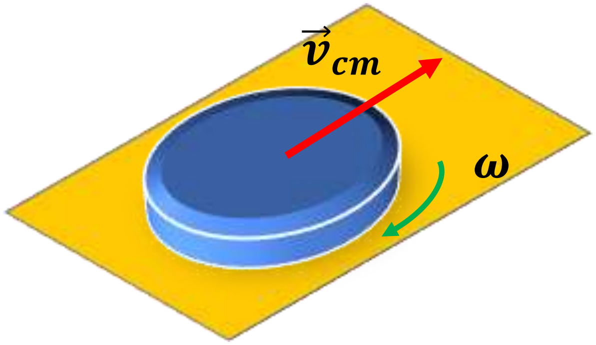
Rotación pura alrededor de un eje baricéntrico

$$Ec_{rotación} = \frac{1}{2}.I_{CR}^{CM}.\omega^2$$

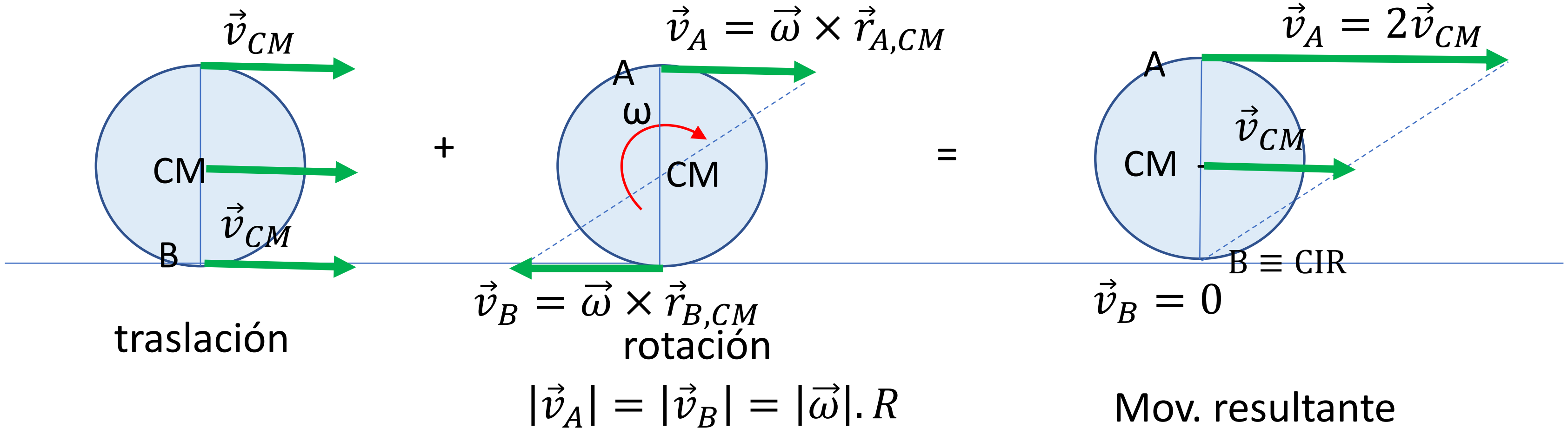


Rototraslación

$$Ec = Ec_{traslación} + Ec_{rotación} = \frac{1}{2}.m.v_{CM}^2 + \frac{1}{2}.I_{CR}^{CM}.\omega^2$$



Cálculo de la Energía cinética de un Cuerpo Rígido.
Si conocemos el EIR de la rototraslación la energía cinética la podemos escribir como la energía cinética de una rotación pura alrededor de ese eje. Ejemplo.



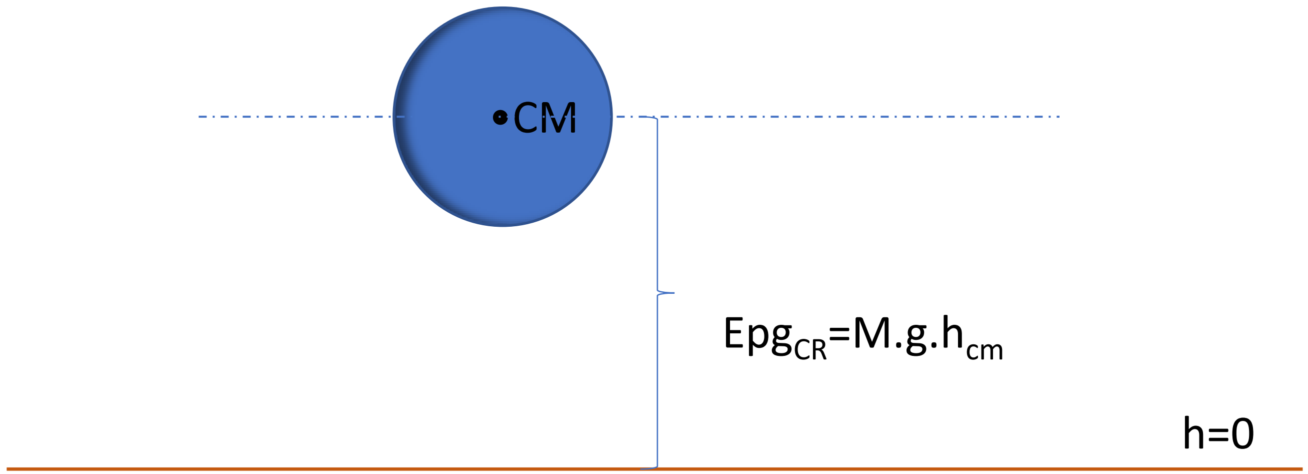
$$|\vec{\omega}|.R = |\,\vec{v}_{CM}|$$

$$Ec = Ec_{traslación} + Ec_{rotación} = \frac{1}{2}.m.v_{CM}^2 + \frac{1}{2}.I_{CR}^{CM}.\omega^2$$

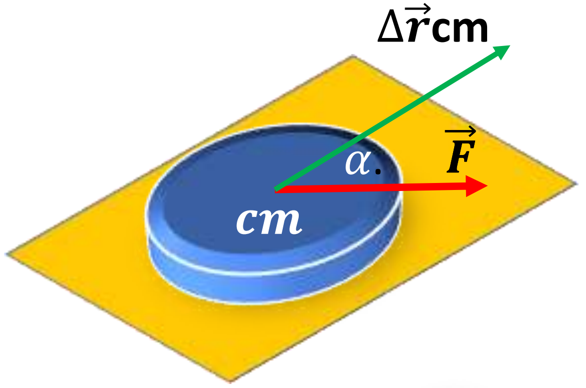
$$Ec = Ec_{traslación} + Ec_{rotación} = \frac{1}{2}.m.v_{CM}^2 + \frac{1}{2}.I_{CR}^{bar}.\omega^2 = \frac{1}{2}\mathrm{m}R^2.\omega^2 + \frac{1}{2}.\frac{1}{2}\mathrm{m}R^2.\omega^2 = \frac{1}{2}\frac{3}{2}mR^2\omega^2 = \frac{1}{2}I_{CR}^{eir}.\omega^2$$

$$Ec = \frac{1}{2}I_{CR}^{eir}.\omega^2$$ Energía cinética de rotación pura alrededor del EIR

Cálculo de la Energía potencial gravitatoria de un Cuerpo Rígido.



Cálculo del trabajo de una fuerza para un Cuerpo Rígido.

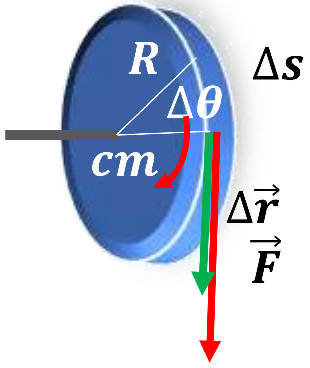


Según el tipo de movimiento del C.rígido

Traslación pura

$$W_F = \vec{F}.\Delta\vec{r}_{CM} = |\vec{F}||\Delta\vec{r}|cos\ \alpha.$$

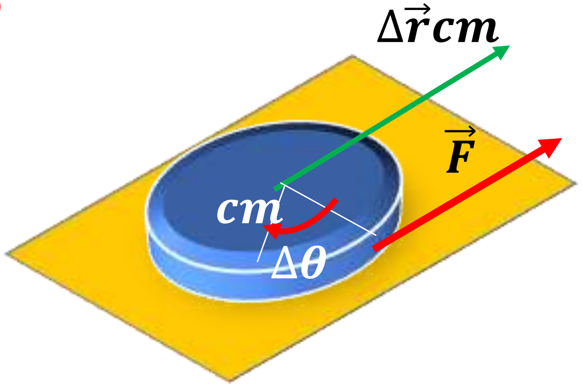
Rotación pura alrededor de un eje baricéntrico



$$W_F = \vec{F}.\Delta\vec{r} \quad = |\vec{F}||\Delta\vec{r}|\cos\alpha = |\vec{F}||\Delta\vec{\theta}|R.\cos\alpha = |\vec{M}_F^E|\ |\Delta\vec{\theta}|\cos\alpha$$

$$W_F = \vec{M}_F^{CM}.\Delta\vec{\theta}$$

Rototraslación

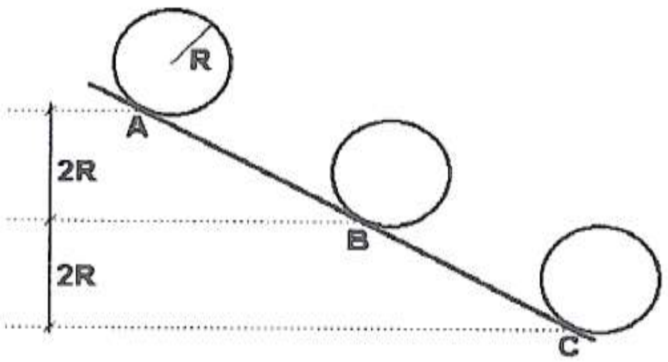


$$W_{Fneto} = W_{Ftrasl} + W_{Frot} = \vec{F}.\Delta\vec{r}_{CM} + \vec{M}_F^{CM}.\Delta\vec{\theta}$$

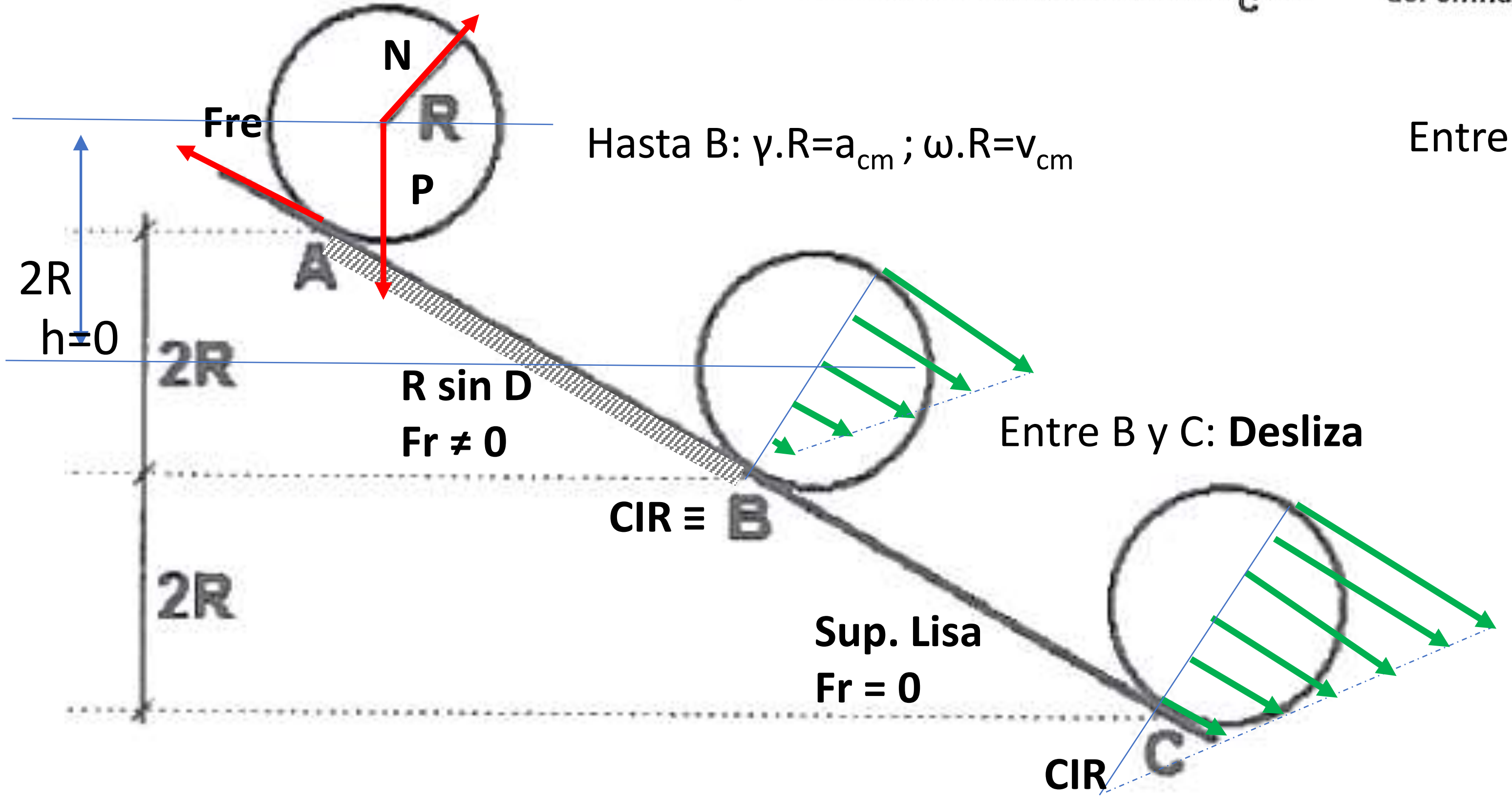
Teoremas para Cuerpo Rígido

Profesora Gabriela Schenoni
Año 2020

Problema 37



37 – Un cilindro de radio R parte de la posición A y rueda sin resbalar hacia abajo de un plano inclinado hasta B. De B hasta C la superficie es lisa.
Los desniveles entre A y B y entre B y C son ambos iguales a 2 R .
Hallar:
a) la velocidad del centro de masa del cilindro en B.
b) la velocidad angular del cilindro en B.
c) la velocidad del centro de masa y la velocidad angular del cilindro en C.



Hasta B: γ.R=a_{cm} ; ω.R=v_{cm}

Entre B y C: **Desliza**

Entre A y B:

$$Em_A = Em_B$$

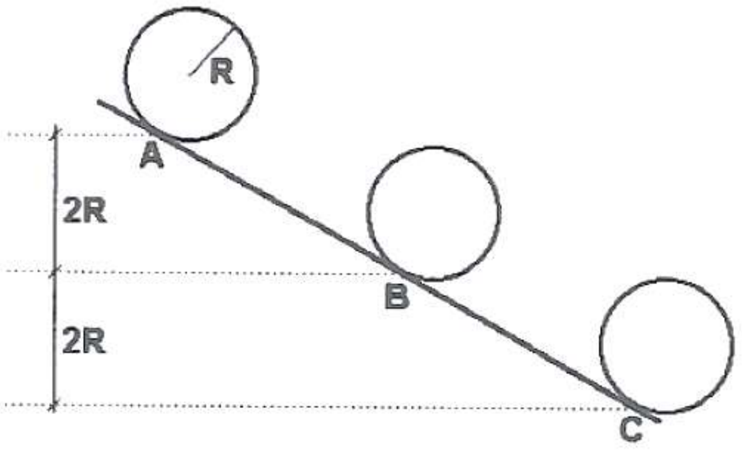
$$m.g.2R = \frac{1}{2} I_{cil}^{EIR}\,\omega_B^2$$

$$m.g.2R = \frac{1}{2}\frac{3mR^2}{2}\omega_B^2 \rightarrow \omega_B = \sqrt{\frac{8g}{3R}}$$

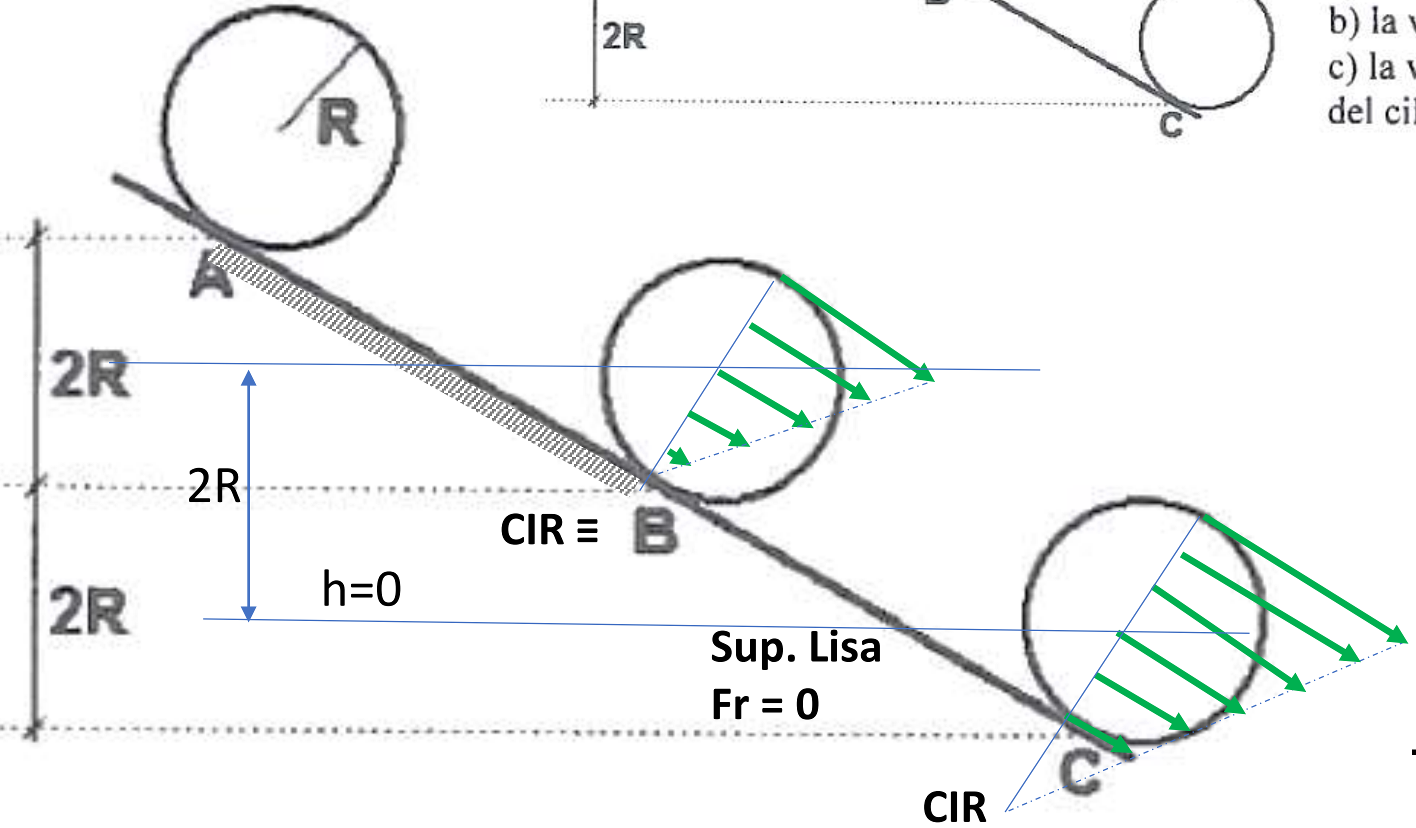
Teoremas para Cuerpo Rígido

Profesora Gabriela Schenoni
Año 2020

Problema 37



37 – Un cilindro de radio R parte de la posición A y rueda sin resbalar hacia abajo de un plano inclinado hasta B. De B hasta C la superficie es lisa.
Los desniveles entre A y B y entre B y C son ambos iguales a 2 R .
Hallar:
a) la velocidad del centro de masa del cilindro en B.
b) la velocidad angular del cilindro en B.
c) la velocidad del centro de masa y la velocidad angular del cilindro en C.



Entre B y C:

$$Em_B = Em_C$$

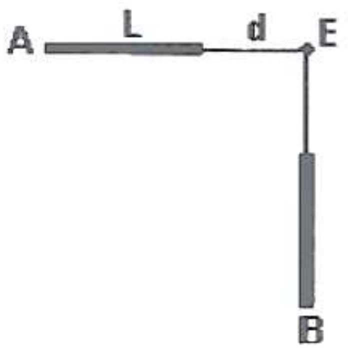
$$m.g.2R + \frac{1}{2} I_{cil}^{EIR}\,\omega_B^2 = \frac{1}{2} I_{cil}^{CM}\,\omega_B^2 + \frac{1}{2} m v_{CMC}^2$$

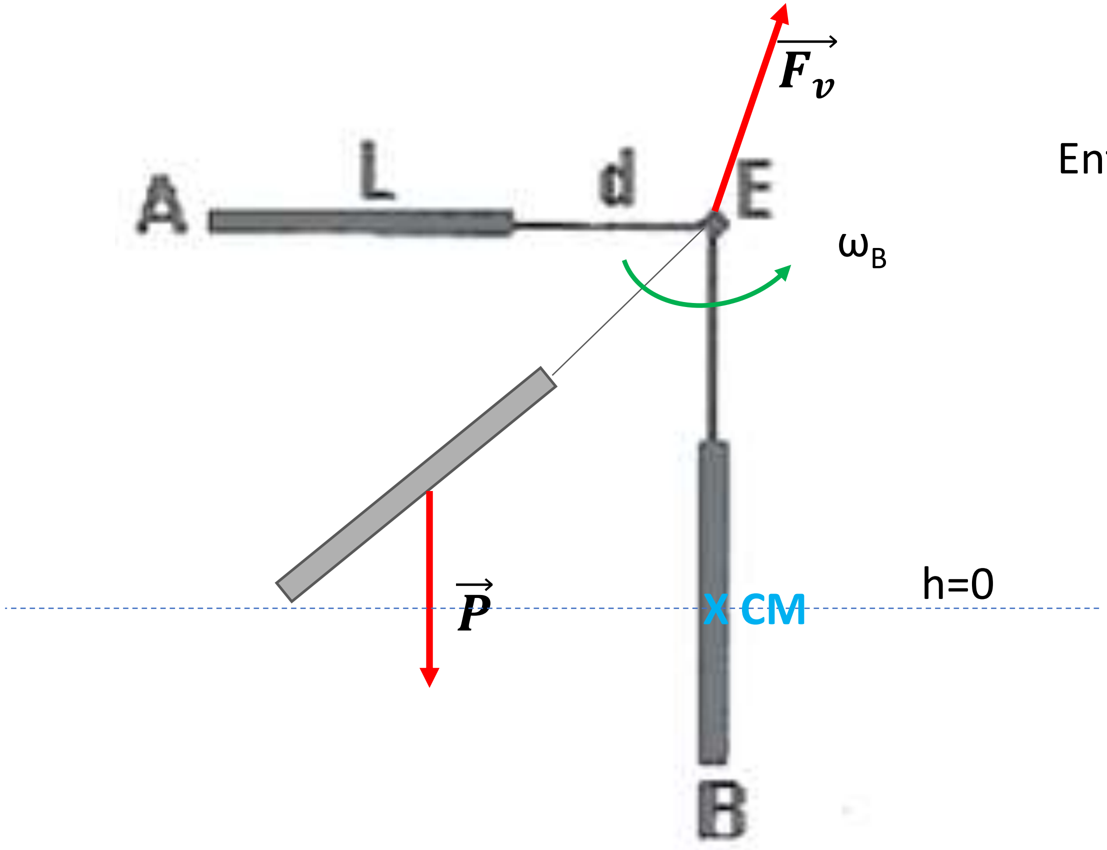
$$m.g.2R + \frac{1}{2}\frac{3mR^2}{2}\,\omega_B^2 = \frac{1}{2}\frac{1mR^2}{2}\,\omega_B^2 + \frac{1}{2} m v_{CMC}^2$$

$$.g.2R + \frac{1}{2}\frac{3R^2}{2}\frac{8g}{3R} - \frac{1}{2}\frac{1R^2}{2}\frac{8g}{3R} = \frac{1}{2} v_{CMC}^2 \rightarrow v_{cmC} = \sqrt{\frac{20gR}{3}}$$

Problema 49

47 – Una barra homogénea de longitud 3 m está vinculada a otra de masa despreciable y de longitud 1,5 m y puede girar sin rozamiento alrededor del eje fijo E. Se libera en posición horizontal y al llegar a la posición vertical se desprende del eje E. Hallar la velocidad angular de la barra un segundo después de haber pasado por su posición vertical.





Entre A y B: $W_{FNC} = 0 \rightarrow Em_A = Em_B$

$$M.g.\left(\frac{L}{2} + d\right) = \frac{1}{2} I_{sist}^{EIR} \omega_B^2$$

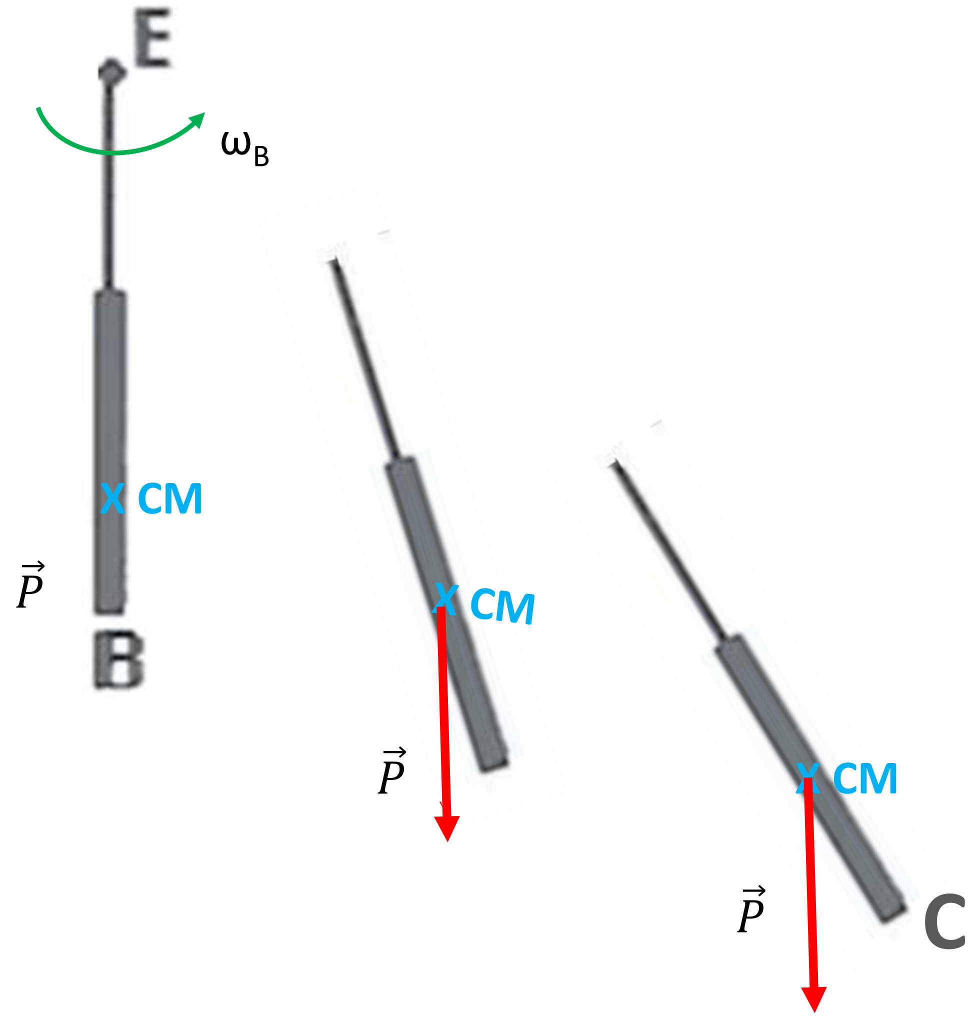
$$M.g.\left(\frac{L}{2} + d\right) = \frac{1}{2}\left[\frac{ML^2}{12} + M.\left(\frac{L}{2} + d\right)^2\right]\omega_B^2$$

$$M.g.L = \frac{1}{2}\left[\frac{ML^2}{12} + M.L^2\right]\omega_B^2 = \frac{1}{2}\frac{13\,ML^2}{12}\omega_B^2$$

$$\omega_B = \sqrt{\frac{24g}{13L}} \cong 2{,}5\ \frac{1}{s}$$

$\omega_{(1s\ \text{después})}$?

Problema 47

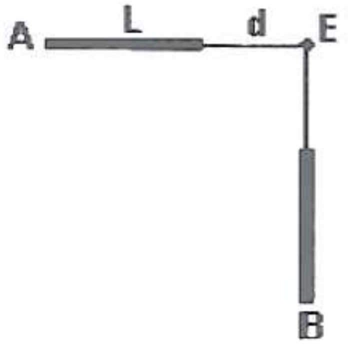


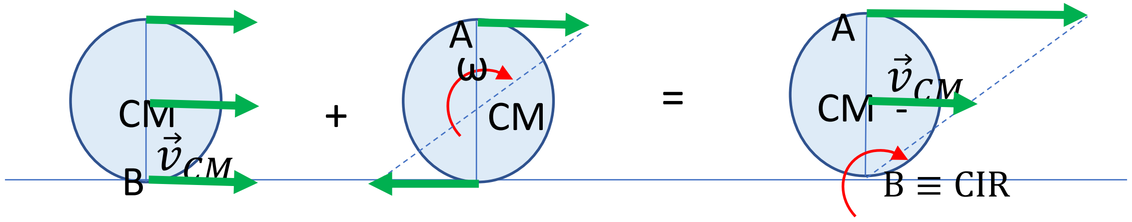
Teoremas para Cuerpo Rígido

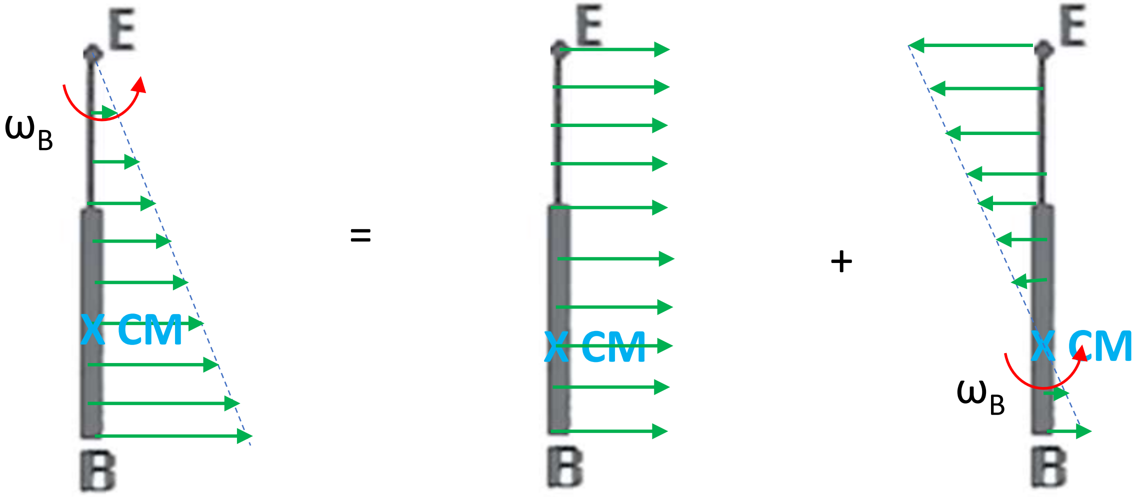
Profesora Gabriela Schenoni
Año 2020

Problema 47

47 – Una barra homogénea de longitud 3 m está vinculada a otra de masa despreciable y de longitud 1,5 m y puede girar sin rozamiento alrededor del eje fijo E. Se libera en posición horizontal y al llegar a la posición vertical se desprende del eje E. Hallar la velocidad angular de la barra un segundo después de haber pasado por su posición vertical.





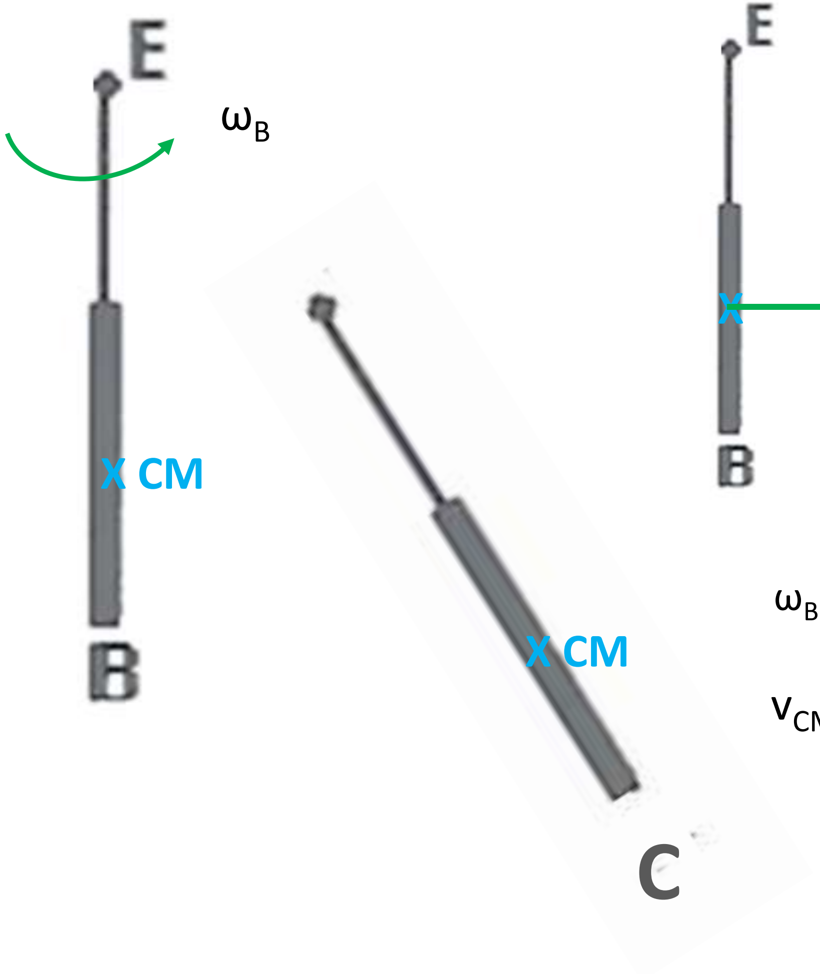


ω_B=2,5 1/s

v_{CMB}= ω_B.L=7,5 m/s

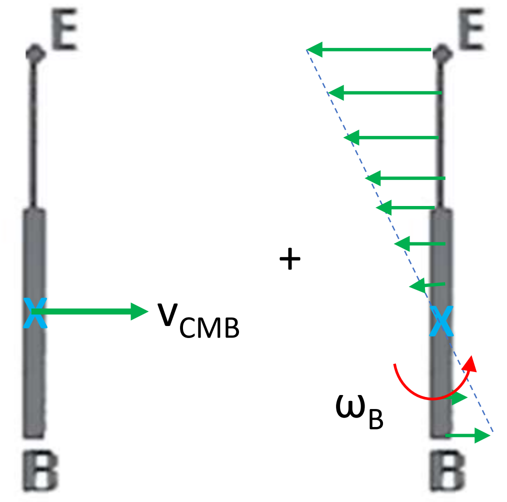
Profesora Gabriela Schenoni
Año 2020

Problema 47



Cuando pasa por B

traslación rotación

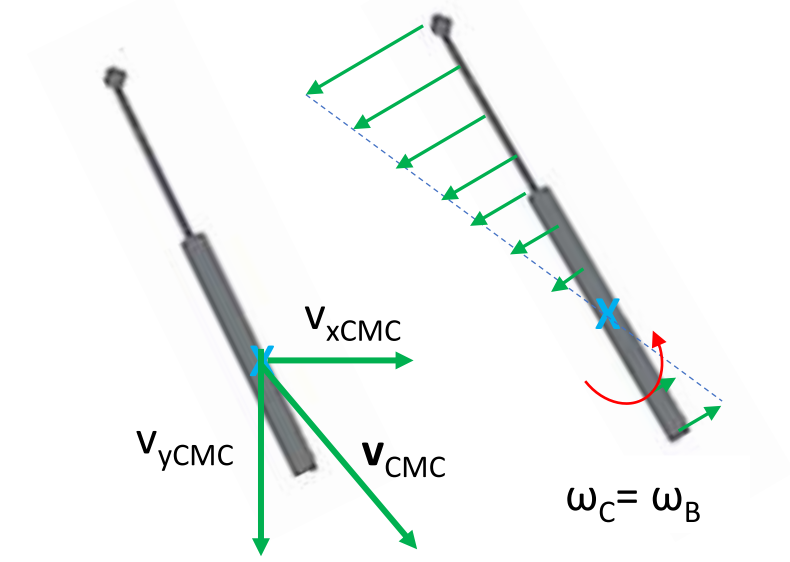


ω_B =2,5 1/s

v_{CMB}= ω_B .L=7,5 m/s

Cuando pasa por C

traslación rotación



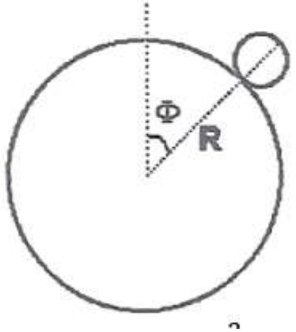
$v_{xCMC} = v_{CMB}$ =7,5 m/s

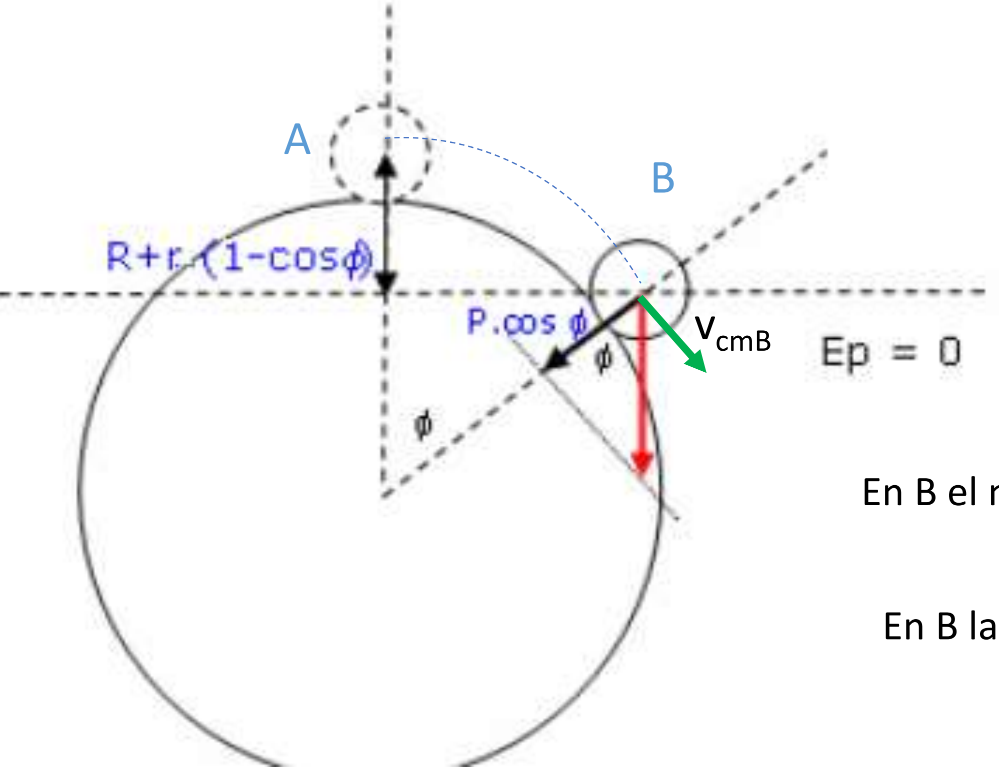
v_{yCMC} = g.Δt = 10 m/s

$\omega_C = \omega_B$ =2,5 1/s

Problema 43

43 - Una esfera homogénea parte del reposo desde un punto de la generatriz superior de un cilindro y desciende rodando sin resbalar sobre la superficie cilíndrica.
Hallar el ángulo ϕ que forma el radio que pasa por el punto en que la esfera abandona la superficie cilíndrica.





Abandona la superficie en B → Hasta B el mov del CM es circular; A partir de B la normal es 0 → En B ambas cosas

En B el mov del CM es circular → $F_{CB} = m\dfrac{v_{cmB}^2}{R+r}$

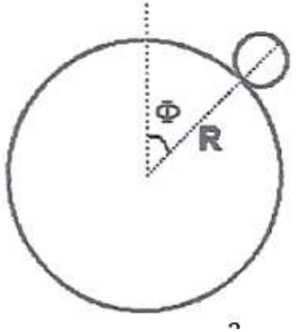
En B la normal es 0 → $F_{CB} = P.\cos\emptyset$

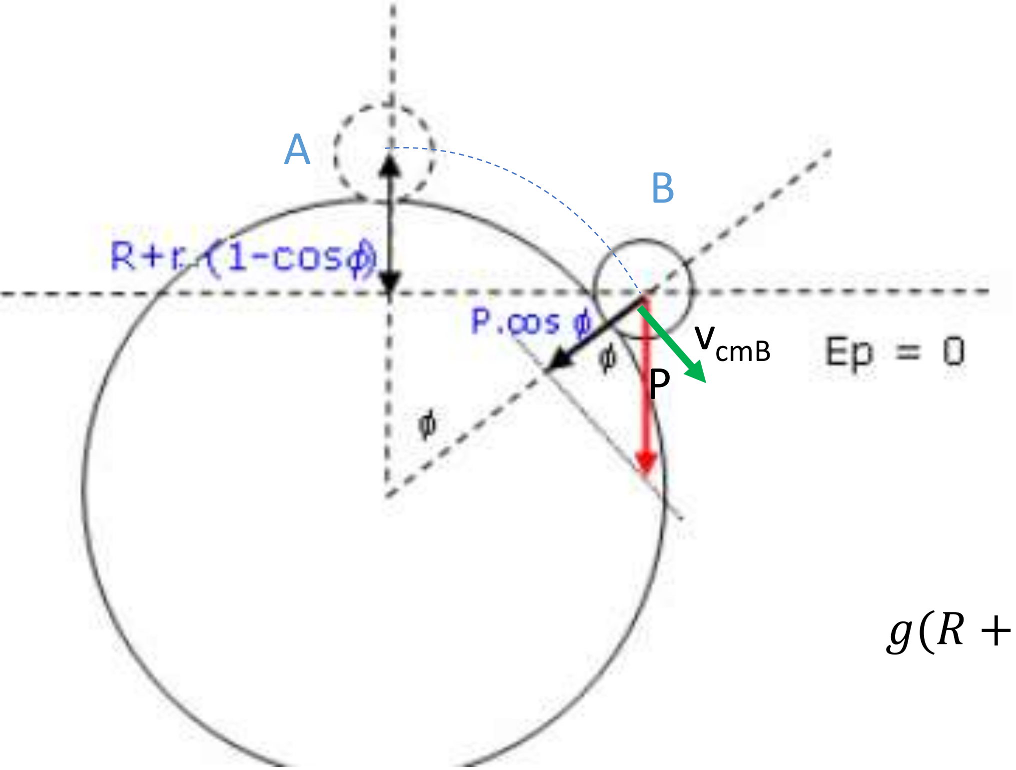
$$P.\cos\emptyset = m\frac{v_{cmB}^2}{(R+r)}$$

$$g.\cos\emptyset(R+r) = v_{cmB}^2$$

Problema 43

43 - Una esfera homogénea parte del reposo desde un punto de la generatriz superior de un cilindro y desciende rodando sin resbalar sobre la superficie cilíndrica.
Hallar el ángulo ϕ que forma el radio que pasa por el punto en que la esfera abandona la superficie cilíndrica.





$$W_{FNC,A-B} = 0 \rightarrow EM_A = EM_B$$

$$mg(R+r)(1-cos\emptyset) = \frac{1}{2} I_{esfera}^{EIR} \omega^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{2}{5}mr^2 + mr^2\right)\frac{v_{cmB}^2}{r^2}$$

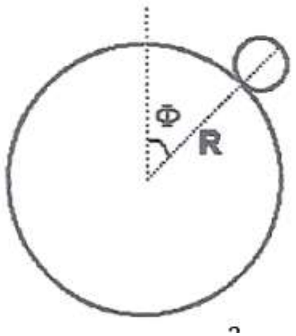
$$g(R+r)(1-cos\emptyset) = \frac{1}{2}\frac{7}{5}v_{cmB}^2$$

$$g(R+r)(1-cos\emptyset) = \frac{7}{10}g.\cos\emptyset(R+r) \rightarrow 1 - cos\emptyset = \frac{7}{10}cos\emptyset$$

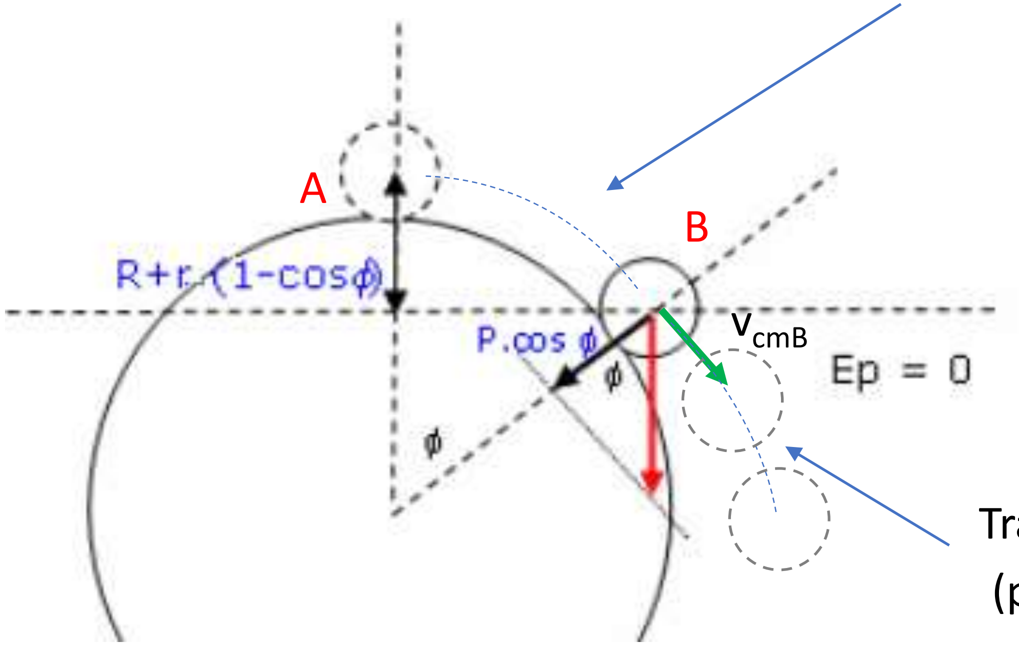
$$1 = \frac{17}{10}cos\emptyset \rightarrow \emptyset = \arccos\frac{10}{17}$$

Problema 43

43 - Una esfera homogénea parte del reposo desde un punto de la generatriz superior de un cilindro y desciende rodando sin resbalar sobre la superficie cilíndrica.
Hallar el ángulo ϕ que forma el radio que pasa por el punto en que la esfera abandona la superficie cilíndrica.

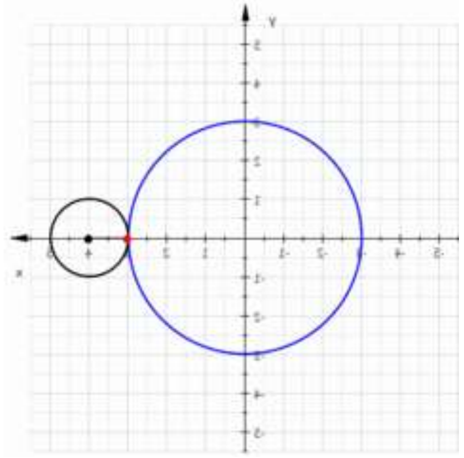


Trayectoria del CM entre A y B



Trayectoria del CM entre partir de B?
(parabólica)

Trayectoria de un punto de la periferia del la esfera entre A y B?



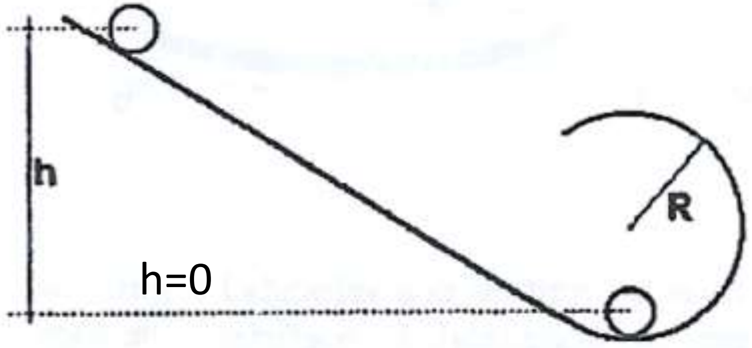
Teorema del trabajo y energía para un C. Rígido.

Problema 56

56 - Una bola homogénea de radio r rueda sin deslizar a lo largo de una vía que forma un bucle. Parte del reposo a la altura h. Si la bola no abandona la vía en la parte superior del bucle y R es el radio del bucle.

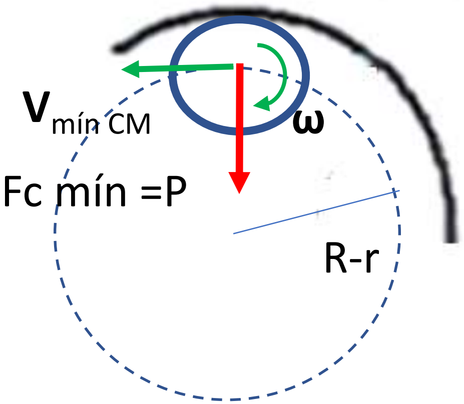
a) Cuál debe ser el valor mínimo de h.

b) Cuál es la altura mínima si la bola se desliza a lo largo de la vía sin rozamiento.



R sin D → $v_{CM} = \omega . r$

Punto crítico



$$W_{FNC} = 0 \rightarrow EM_i = EM_f$$

$$mgh_{mín} = mg.2\,(R-r) + \frac{1}{2} m.v_{cm}^2 + \frac{1}{2} I^{bar}.\omega^2 = g.2\,(R-r) + \frac{7}{10} m.r^2 \frac{v_{mín\,CM}^2}{r^2}$$

$$mgh_{mín} = mg.2\,(R-r) + \frac{7}{10} m.v_{mín\,CM}^2 = mg.2\,(R-r) + \frac{7}{10} m.g.(R-r)$$

$$h_{mín} = 2\,(R-r) + \frac{7}{10}.(R-r) \rightarrow h_{mín} = 2{,}7\,(R-r)$$

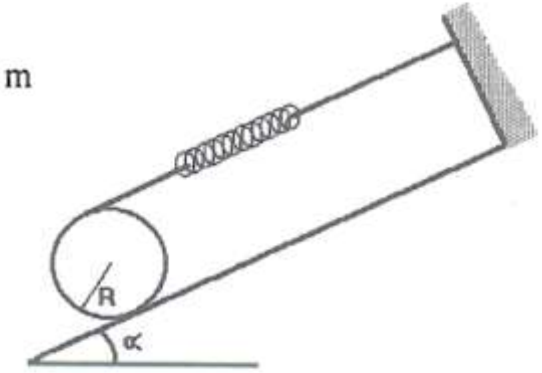
Si no hay roce no rota → $h_{mín} = 2{,}5(R-r)$

Problema 40

40 – El aro de radio R de la figura pesa 20 N. Puede rodar sin resbalar sobre el plano inclinado. En el instante inicial la velocidad del centro de masa de la rueda es 1 m/s hacia abajo y el resorte está extendido 0,2 m.
Si la constante elástica del resorte es 100 N/m, hallar el alargamiento máximo del resorte.

$\alpha = 37°$ $\quad R = 0{,}5$ m

$I_r = m.R^2$

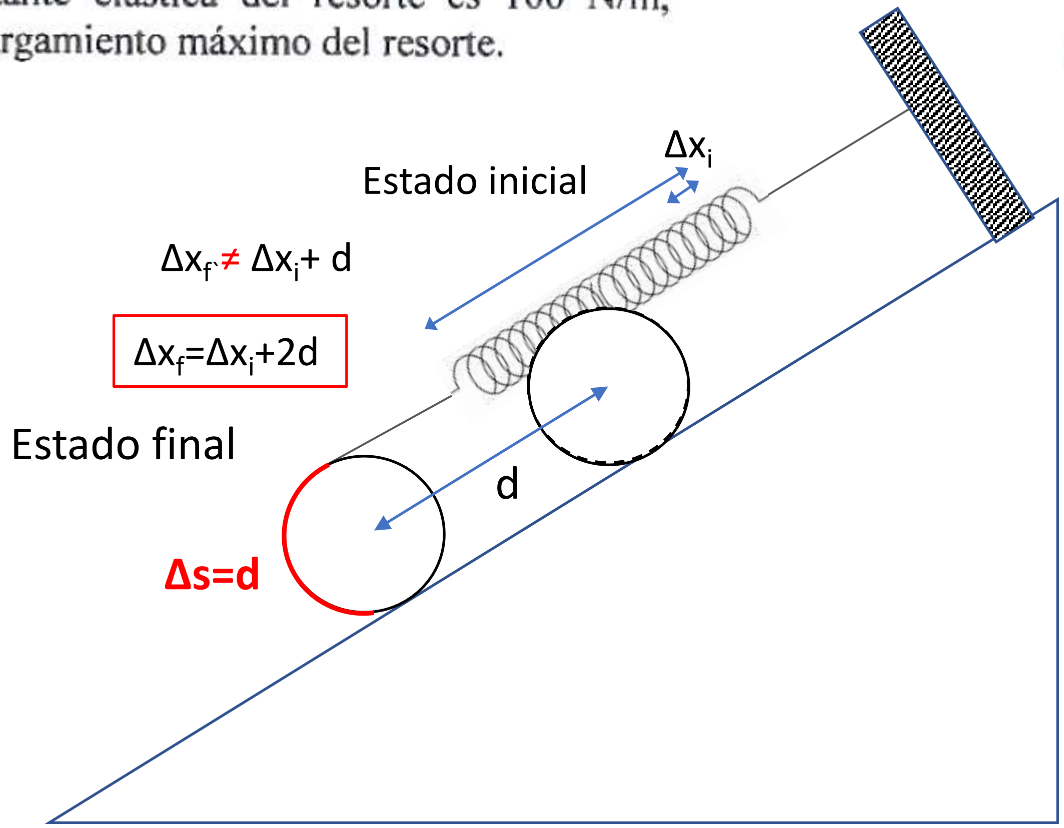


$$\omega R = v_{CM}$$

$$\omega R \Delta t = v_{CM}\, \Delta t$$

$$R\Delta\theta = d$$

$$\Delta s = d$$

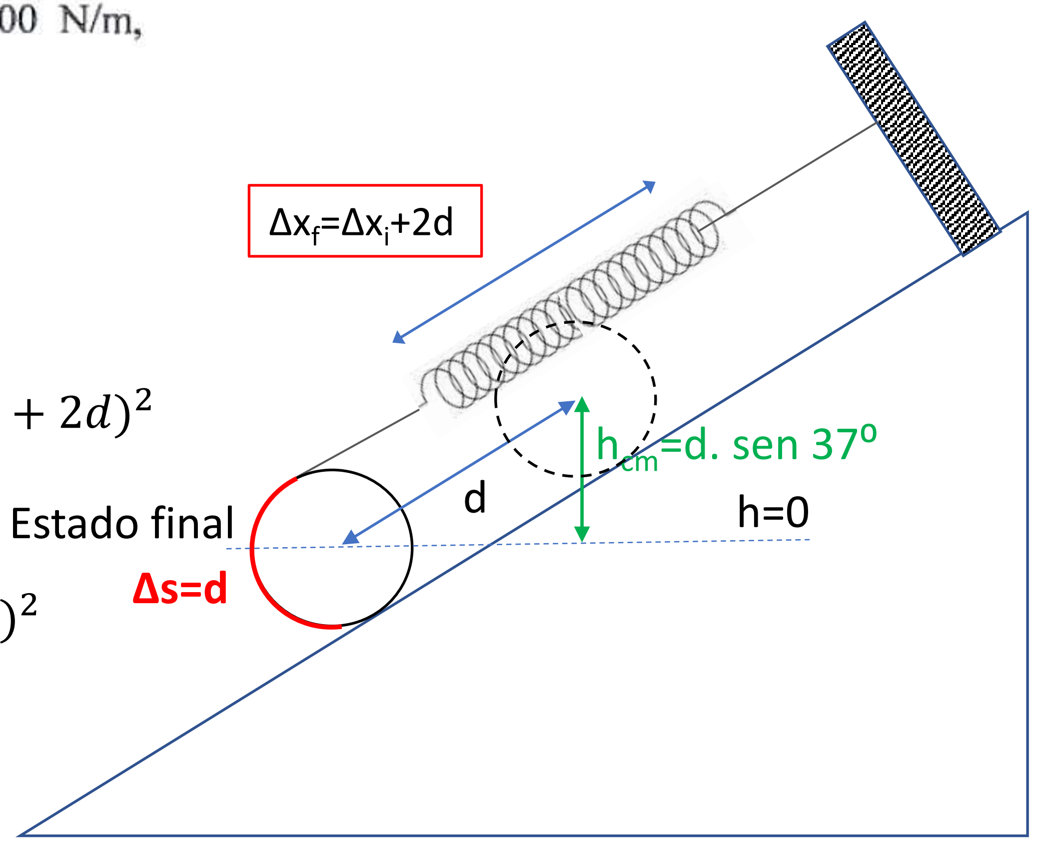


Problema 40

40 – El aro de radio R de la figura pesa 20 N. Puede rodar sin resbalar sobre el plano inclinado. En el instante inicial la velocidad del centro de masa de la rueda es 1 m/s hacia abajo y el resorte está extendido 0,2 m.
Si la constante elástica del resorte es 100 N/m, hallar el alargamiento máximo del resorte.

$\alpha = 37°$ $R = 0{,}5$ m

$I_r = m.R^2$



$$W_{FNC} = 0 \rightarrow EM_i = EM_f$$

$$mg.d.sen\ 37^0 + \frac{1}{2}k.\Delta x_i^2 + \frac{1}{2}I^{EIR}{\omega_i}^2 = \frac{1}{2}k.\Delta x_f^2 = \frac{1}{2}k\ (\Delta x_i + 2d)^2$$

$$mg.d.sen\ 37^0 + \frac{1}{2}k.\Delta x_i^2 + \frac{1}{2}I^{EIR}{\omega_i}^2 = \frac{1}{2}k\ (\Delta x_i + 2d)^2$$

$$d =$$

$$\Delta x_f =$$

Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.

Para un sistema de partículas:

$$\sum \vec{J}_{M^{O}_{F,externas},\Delta t} = \Delta \vec{L}^{O}_{sistema\,\Delta t}$$

Para un cuerpo rígido:

$$\boxed{\sum \vec{J}_{M^{O}_{F(externas)},\Delta t} = \Delta \vec{L}^{O}_{CR\,\Delta t}}$$

Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.

Conservación del Momento cinético de un cuerpo rígido respecto a un punto O en un lapso Δt

$$\boxed{\sum \vec{J}_{M_F^o,\Delta t} = \Delta \vec{L}^{O}_{CR\,\Delta t}}$$

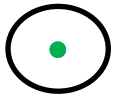
$$\boxed{si, en\ \Delta t, \sum \vec{J}_{M^O_{F(externas)}} = 0 \rightarrow \Delta \vec{L}^{O}_{CR\,\Delta t} = 0 \rightarrow \vec{L}^{O}_{CR,t_1} = \vec{L}^{O}_{CR,t_2}}$$

Si sobre un cuerpo rígido, en un lapso Δt el Impulso neto de momentos respecto a un punto O es cero, entonces, el Momento cinético del cuerpo rígido respecto a O es igual al principio y a l final del lapso.

Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.

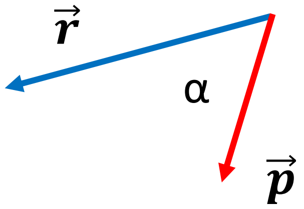
¿Cómo se calcula el momento cinético en el caso de un cuerpo rígido?

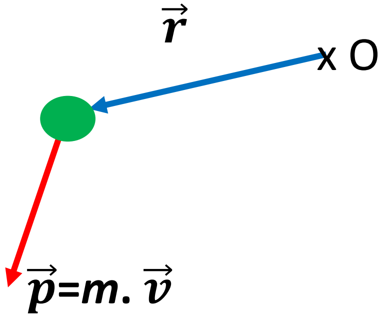
Para una partícula, Momento cinético de una partícula respecto a un punto

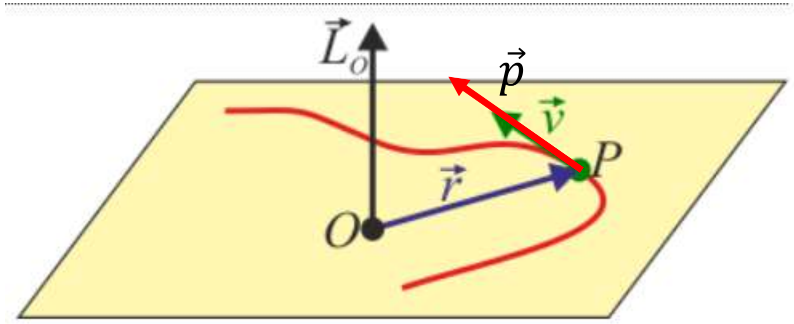


Saliente

$$\vec{L}_m^O = \vec{r} \times \vec{p}$$





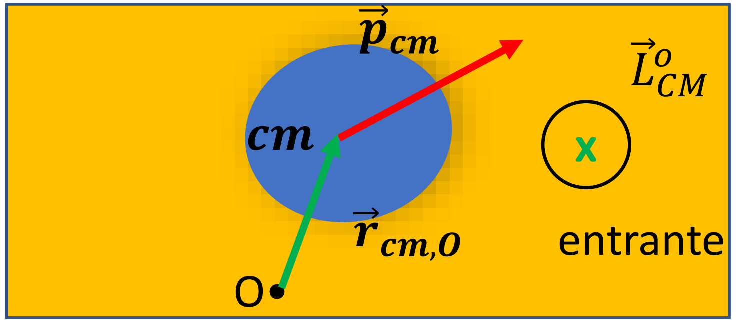


Teorema del impulso de momentos y la variación del momento cinético para un cuerpo rígido. ¿Cómo se calcula el momento cinético en el caso de un cuerpo rígido?

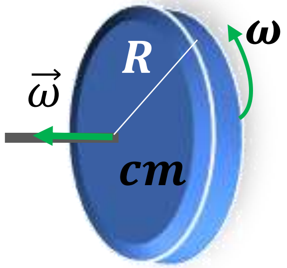
Según el tipo de movimiento de un C. rígido

Traslación pura

$$\vec{L}^{o}_{CM} = \vec{r}^{\,O}_{CM} \times \vec{p}_{CM}$$

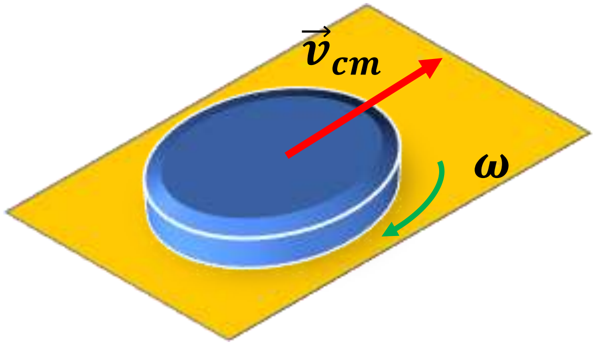


Rotación pura alrededor de un eje baricéntrico



$$\vec{L}^{CM}_{CR} = I^{bar}_{CR}\,\vec{\omega}$$

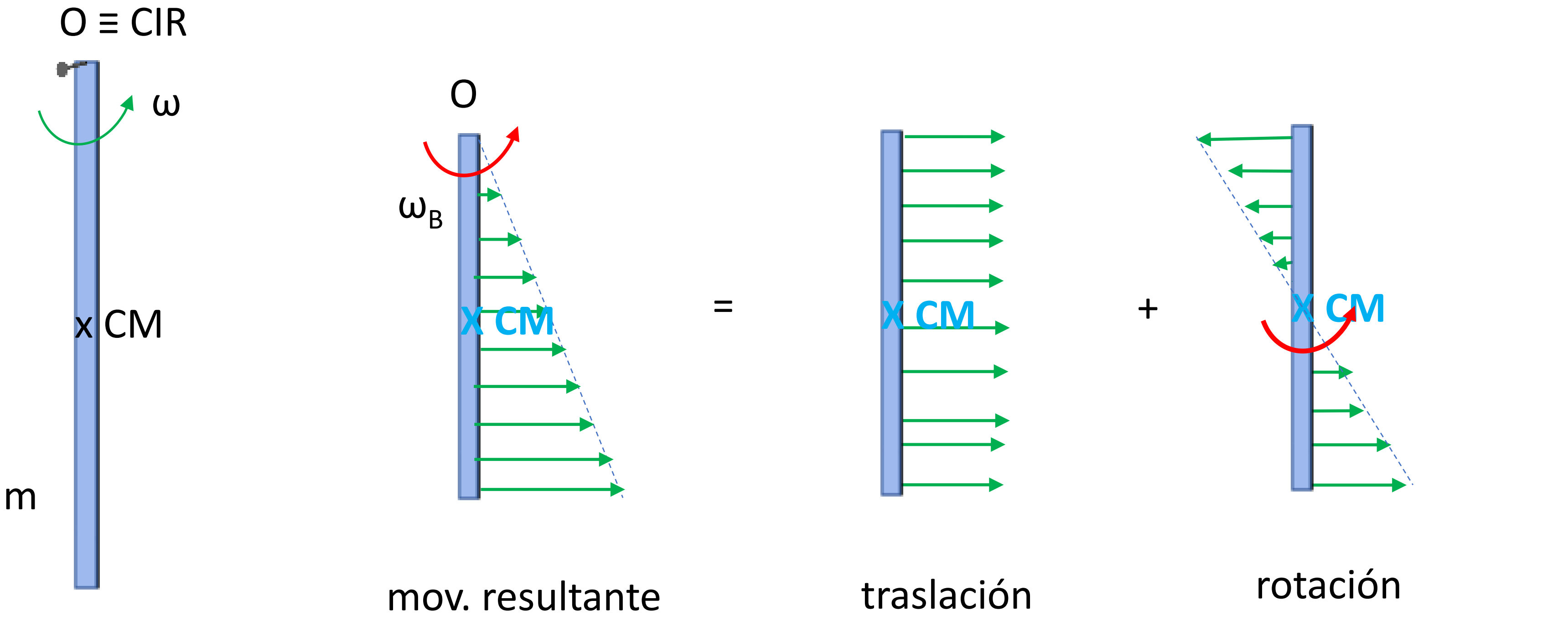
Rototraslación



$$\vec{L}^{o}_{CR} = \vec{L}^{CM}_{CR} + \vec{L}^{o}_{CM} = \vec{r}^{\,O}_{CM} \times \vec{p}_{CM} + I^{bar}_{CR}\,\vec{\omega}$$

Física 1 – Sistema de partículas

Cálculo del momento cinético de un cuerpo rígido.
Si conocemos el EIR de la rototraslación el Momento cinético lo podemos escribir como el de una rotación pura alrededor de ese eje. Ejemplo.



$$\vec{L}^{o}_{CR} = \vec{L}_{spin} + \vec{L}_{orbital} = \vec{L}^{o}_{CM} + \vec{L}^{CM}_{CR} = \vec{r}^{\,O}_{CM} \times \vec{p}_{CM} + I^{bar}_{CR}\,\vec{\omega}\ (ambos\ salientes) \rightarrow$$

$$\left|\vec{L}^{o}_{CR}\right| = \frac{L}{2}.m.v_{CM} + \frac{m\,L^2}{12}\omega = \frac{L}{2}.m.\omega.\frac{L}{2} + \frac{m\,L^2}{12}\omega = \left[\left(\frac{m\,L^2}{12} + m.\left({}^{L}\!/_{2}\right)^2\right]\omega = \frac{m\,L^2}{3}\omega = I^{Cir}_{CR}.\omega$$

Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.

Problema 51

51 - Un hombre está parado verticalmente sobre el eje de una plataforma que gira sin rozamiento alrededor de un eje vertical con frecuencia de 1 r.p.m. Sus brazos están estirados y sostiene una pesa en cada mano. En esa posición el momento de inercia total del conjunto con respecto al eje es 6 kgm^2. Al acercar las pesas al cuerpo el momento de inercia disminuye hasta 4 kgm^2.

a) Cuál es el módulo de la velocidad angular de la plataforma en la última posición?

b) Calcule el trabajo de todas las fuerzas involucradas en este proceso.

Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.

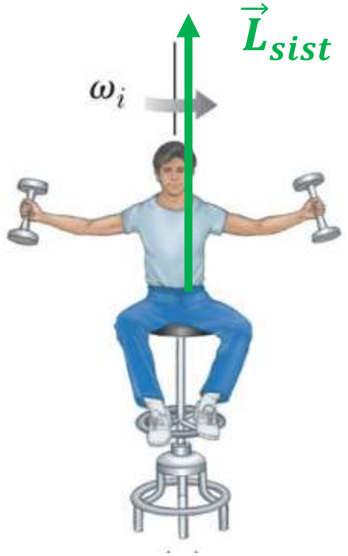
Problema 51

51 - Un hombre está parado verticalmente sobre el eje de una plataforma que gira sin rozamiento alrededor de un eje vertical con frecuencia de 1 r.p.m. Sus brazos están estirados y sostiene una pesa en cada mano. En esa posición el momento de inercia total del conjunto con respecto al eje es 6 kgm². Al acercar las pesas al cuerpo el momento de inercia disminuye hasta 4 kgm².

a) Cuál es el módulo de la velocidad angular de la plataforma en la última posición?

b) Calcule el trabajo de todas las fuerzas involucradas en este proceso.

$$\sum \vec{J}_{M^O_{F externas}} = 0 \rightarrow \Delta\vec{L}^O_{sist\,\Delta t} = 0 \rightarrow \vec{L}^O_{sist,t_1} = \vec{L}^O_{sist,t_2}$$



$$I_i\omega_i = I_f\omega_f$$

El sistema sólo rota alrededor de un eje baricéntrico $\rightarrow$

$$\vec{L}_{sist} = \vec{L}_{spin} = \vec{L}^{CM}_{sistema} = I^{bar}_{sist}\vec{\omega}$$

$$I^{bar}_{sist\;inicial}\vec{\omega}_{inicial} = I^{bar}_{sist\;final}\vec{\omega}_{final}$$

$$I^{bar}_{sist\;inicial}|\vec{\omega}_{inicial}| = I^{bar}_{sist\;final}|\vec{\omega}_{final}| \rightarrow |\vec{\omega}_{final}| = {I^{bar}_{sist\;inicial}|\vec{\omega}_{inicial}|}\Big/{I^{bar}_{sist\;final}}$$

$$W_{fuerzas\;internas} = \Delta EC_{sistema} = \frac{1}{2}(I^{bar}_{sist\;f}\omega_f^2 - I^{bar}_{sist\;i}\omega_i^2)$$

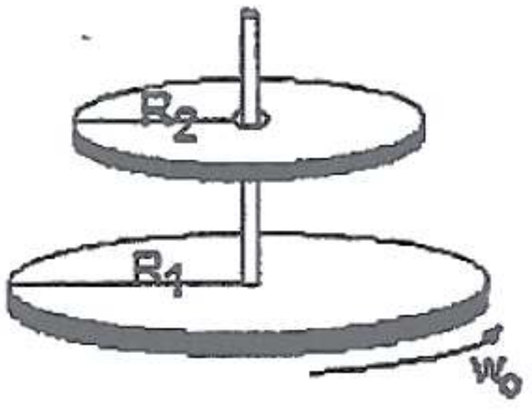
Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.

Problema 52

52 - Un disco homogéneo de radio 50 cm y masa 10 kg, está girando en un plano horizontal alrededor de un eje vertical que pasa por su centro a razón de 300 revoluciones por minuto. Un segundo disco de radio 30 cm y masa 8 kg, inicialmente en reposo, está situado por encima del primero y montado en el mismo eje, se deja caer sobre el primer disco de modo que quedan unidos. Hallar:

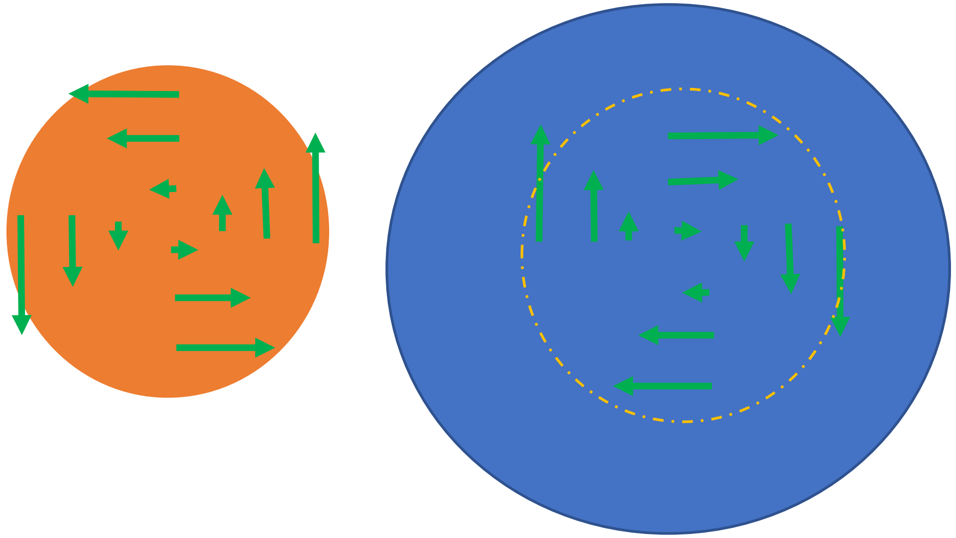
a) La velocidad angular del conjunto formado por los discos.

b) La pérdida de energía cinética como consecuencia del choque entre los dos discos.



Durante el "choque" aparecen fuerzas de rozamiento internas :

$$\sum \vec{J}_{M^{O}_{Fexternas}} = 0 \rightarrow \vec{L}_{sist} = \vec{L}_{spin} = \vec{L}^{CM}_{sistema} = cte$$

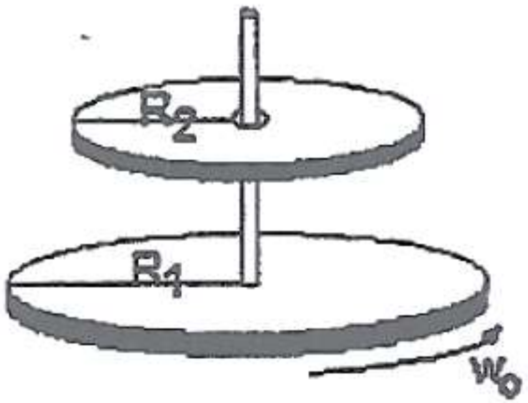


Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.

Problema 52

52 - Un disco homogéneo de radio 50 cm y masa 10 kg, está girando en un plano horizontal alrededor de un eje vertical que pasa por su centro a razón de 300 revoluciones por minuto. Un segundo disco de radio 30 cm y masa 8 kg, inicialmente en reposo, está situado por encima del primero y montado en el mismo eje, se deja caer sobre el primer disco de modo que quedan unidos. Hallar:

a) La velocidad angular del conjunto formado por los discos.
b) La pérdida de energía cinética como consecuencia del choque entre los dos discos.

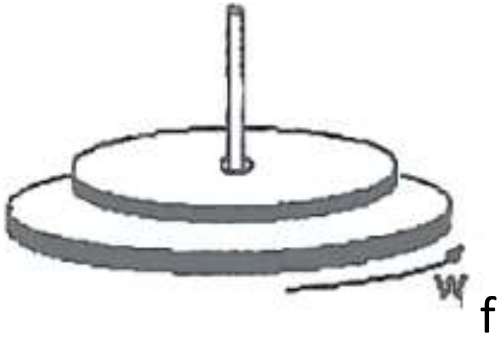


Durante el "choque" aparecen fuerzas de rozamiento internas :

$$I^{bar}_{sist\ inicial}|\vec{\omega}_{inicial}| = I^{bar}_{sist\ final}|\vec{\omega}_{final}|$$

$$\frac{1}{2}m_1\, R_1^2\omega_0 \ = \frac{1}{2}(m_1R_1^2 + m_2R_2^2)\omega_f$$

$$\Delta Ec_{sist.} = \frac{1}{4}(m_1\ R_1^2 + m_2R_2^2)\omega_f^2 - \frac{1}{4}m_1\ R_1^2\omega_0^2$$

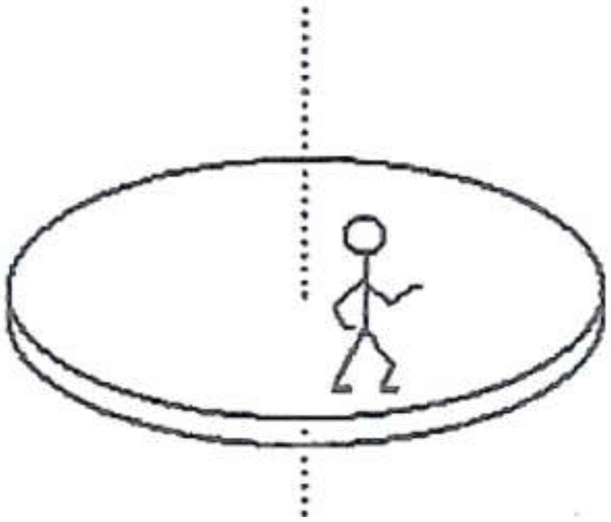


Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.
Problema 58

58 - Se monta una plataforma circular sobre un eje vertical sin rozamiento. Su radio es 2 m y su momento de inercia respecto del eje 280 kgm^2. Inicialmente está en reposo. Un hombre de 70 kg que está de pie en el borde de la plataforma empieza a pasear a lo largo del borde a una velocidad de 1 m/s respecto al suelo.

a) Cuál es la velocidad angular de la plataforma.

b) Cuando el hombre haya recorrido una vuelta alrededor de la plataforma, cuál será su desplazamiento angular respecto del suelo.



https://www.youtube.com/watch?v=at-xPUTpKwc

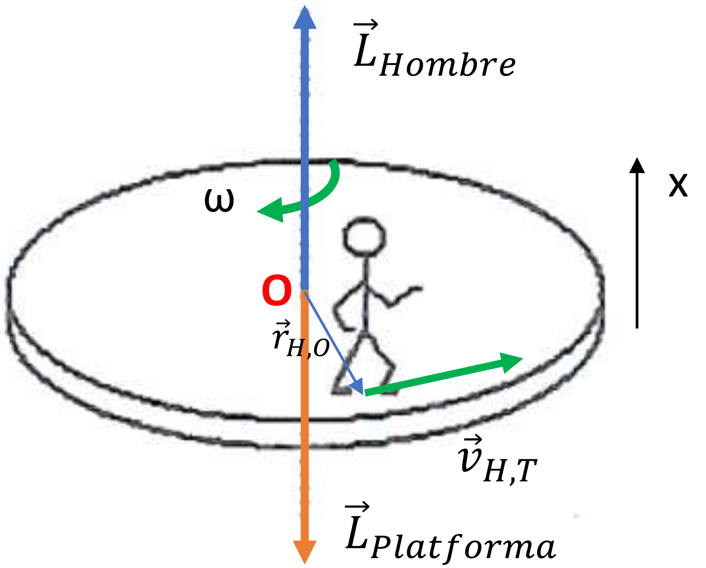
Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.

Problema 58

58 - Se monta una plataforma circular sobre un eje vertical sin rozamiento. Su radio es 2 m y su momento de inercia respecto del eje 280 kgm². Inicialmente está en reposo. Un hombre de 70 kg que está de pie en el borde de la plataforma empieza a pasear a lo largo del borde a una velocidad de 1 m/s respecto al suelo.

a) Cuál es la velocidad angular de la plataforma.

b) Cuando el hombre haya recorrido una vuelta alrededor de la plataforma, cuál será su desplazamiento angular respecto del suelo.



$$\sum \vec{J}_{M^O_{Fexternas}} = 0 \rightarrow \Delta \vec{L}^O_{sist\,\Delta t} = 0 \rightarrow \vec{L}^O_{sist,i} = \vec{L}^O_{sist,f}$$

$$0 = \vec{L}^O_{sist,f} \rightarrow 0 = \vec{L}^O_{hombre,f} + \vec{L}^O_{plat,f}$$

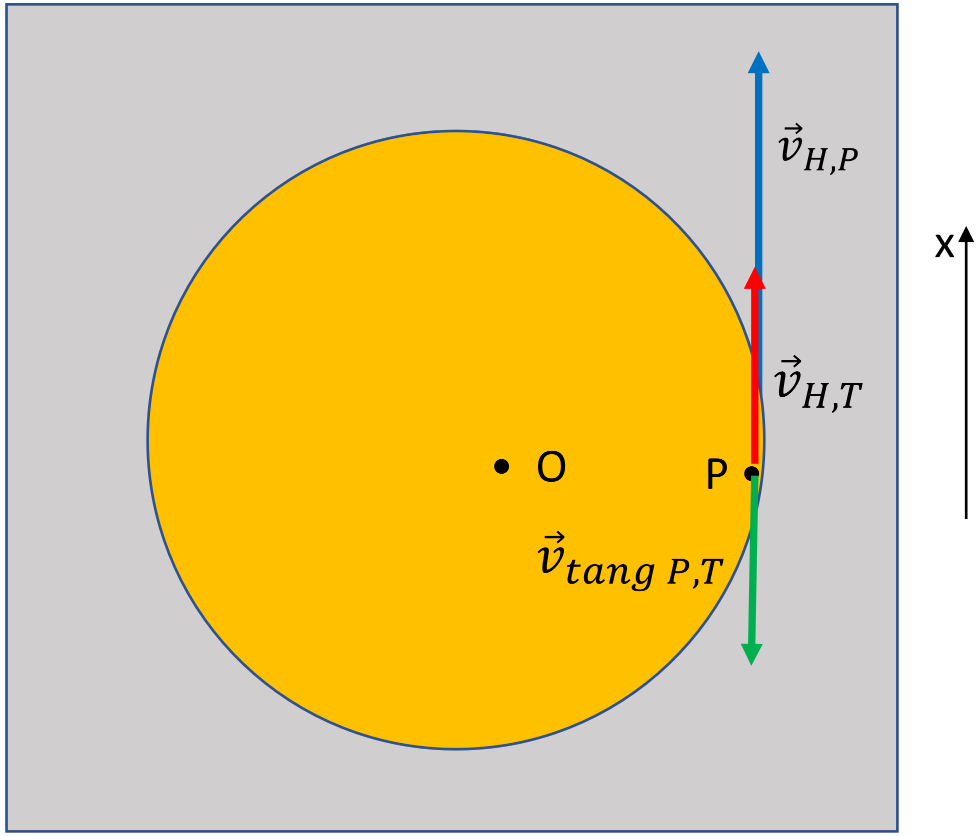
$$0 = Rmv_{H,T} - I^{bar}_{Plat}\,\omega \rightarrow \omega = \frac{Rmv_{H,T}}{I^{bar}_{Plat}} \rightarrow \omega = 0{,}5\,\frac{1}{s}$$

Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.
Problema 58

58 - Se monta una plataforma circular sobre un eje vertical sin rozamiento. Su radio es 2 m y su momento de inercia respecto del eje 280 kgm^2. Inicialmente está en reposo. Un hombre de 70 kg que está de pie en el borde de la plataforma empieza a pasear a lo largo del borde a una velocidad de 1 m/s respecto al suelo.

a) Cuál es la velocidad angular de la plataforma.

b) Cuando el hombre haya recorrido una vuelta alrededor de la plataforma, cuál será su desplazamiento angular respecto del suelo.



$$\vec{v}_{H,T} = \vec{v}_{H,P} + \vec{v}_{P,T}$$

$$|\vec{v}_{H,T}| = 1 m/s$$

$$|\vec{v}_{tang\ P,T}| = \omega . R = 1\ m/s$$

$$1\frac{m}{s} = |\vec{v}_{H,T}| - 1\frac{m}{s} \rightarrow |\vec{v}_{H,P}| = 2\frac{m}{s}$$

Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.

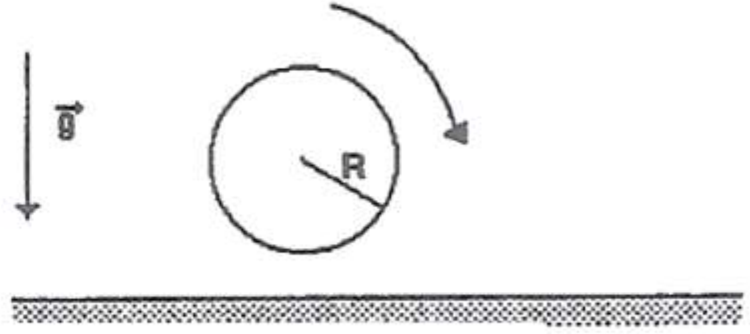
Problema 54

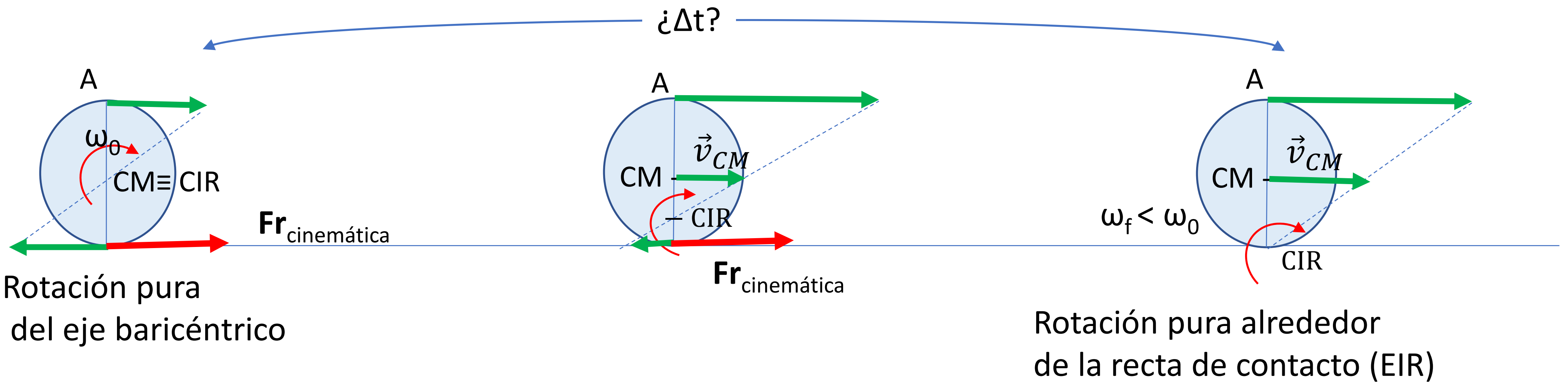
54 - Un disco homogéneo de radio 50 cm y masa 5 kg está girando en un plano vertical alrededor de su eje con velocidad angular de 6 s^{-1}. En determinado momento se pone en contacto con una superficie horizontal. Sabiendo que el coeficiente de roce cinético entre el disco y la superficie horizontal es 0,2. Calcular,

a) el tiempo que transcurrirá hasta el instante en que ruede sin resbalar.

b) la velocidad del centro de masa del disco mientras rueda sin resbalar.

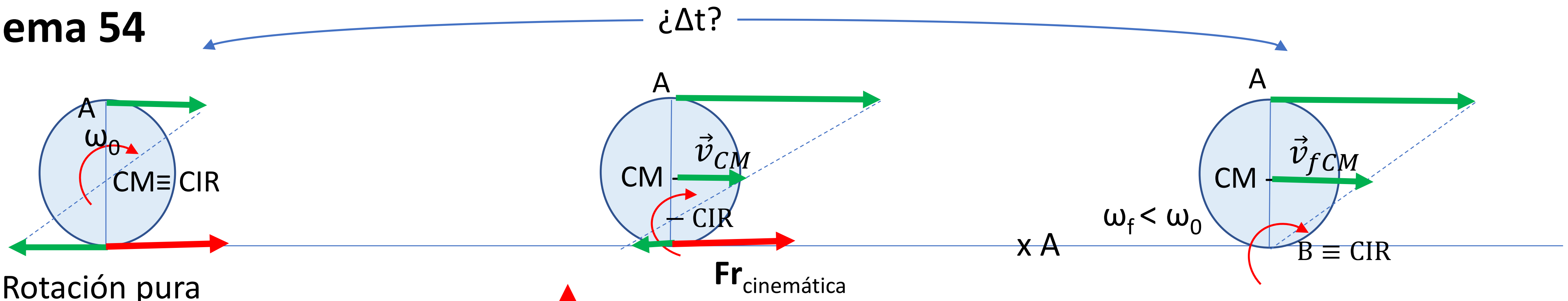
c) Los valores de la fuerza de rozamiento que actúan sobre el disco en las situaciones a) y b).





Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.

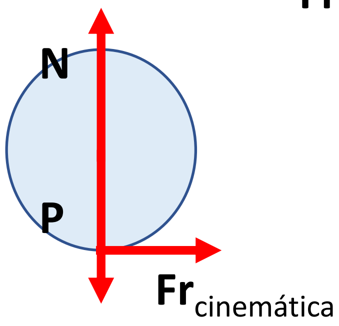
Problema 54



Rotación pura
del eje baricéntrico

Rotación pura alrededor
de la recta de contacto (EIR) ($v_{fCM} = \omega_f R$)

Entre el estado inicial y el final:



$$\sum \vec{J}_{F,\Delta t} = \Delta\vec{p}_{CM,\Delta t} \rightarrow Fr_{cin}\Delta t = m\vec{v}_{fCM}$$

$$\mu_c m.g\Delta t = m v_{fCM} \qquad (1)$$

$$\sum \vec{J}_{M_F^o,\Delta t} = \Delta\vec{L}^{O}_{CR_{\Delta t}} \rightarrow \sum \vec{J}_{M_F^A,\Delta t} = \Delta\vec{L}^{A}_{CR_{\Delta t}} \rightarrow$$

$$\vec{L}^{A}_{CR,inicial} = \vec{L}^{A}_{CR,\,final} \qquad I^{bar}_{disco}\vec{\omega}_0 = I^{eir}_{disco}\vec{\omega}_f \qquad \frac{1}{2}mR^2\omega_0 = \frac{3}{2}mR^2\,\omega_f \qquad (2)$$

Teorema del impulso de momentos y la variación del Momento cinético para un cuerpo rígido.
Problema 59

59 - Una varilla homogénea descansa sobre una mesa horizontal sin rozamiento. Tiene masa M y puede moverse libremente de cualquier manera sobre la mesa. Un pequeño disco de masa m se mueve según indica la figura con velocidad v y choca en forma perfectamente elástica contra la regla.

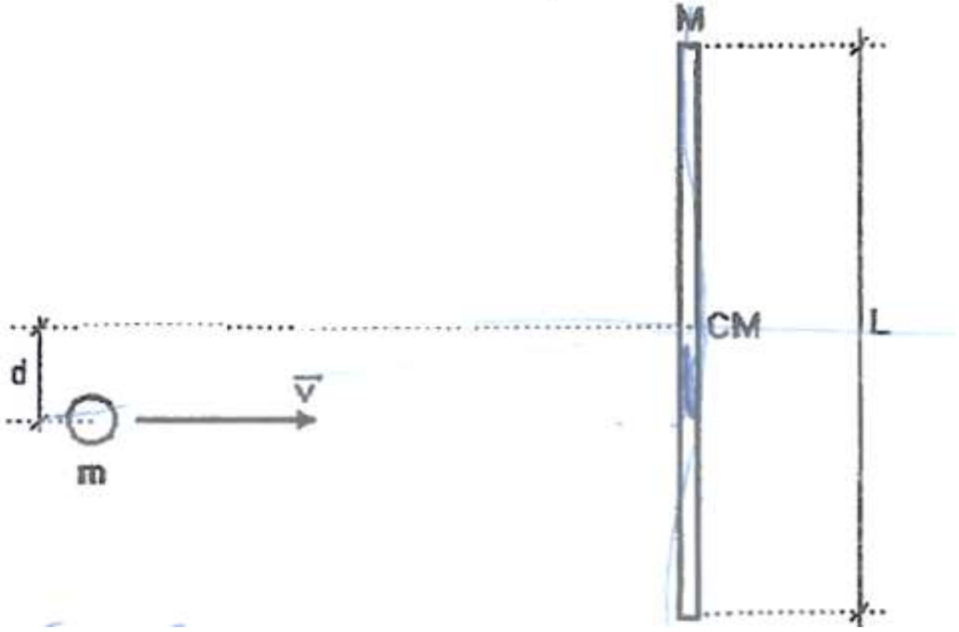
a) Qué magnitudes se conservan en el choque?

b) Cuál debe ser el valor de la masa m del disco para que quede en reposo inmediatamente después del choque?

c) Resuelva el punto anterior para los siguientes datos:

M = 1 kg L = 1 m d = 0,2 m y
v = 20 m/s

d) Calcule cuál será la velocidad del centro de masa de la regla, su velocidad angular y la velocidad de la masa incidente después del choque para el caso en que m = 1 kg.



Problema 59