PRIMER PARCIAL (T1) ANÁLISIS MATEMÁTICO II Mayo 22 de 2019

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) **Indicar** la dirección correspondiente a la derivada direccional máxima de $h = g \circ \vec{f}$ en el punto (1,1), siendo $\vec{f}(x,y) = (y - x^2, xy^2)$ y $g(u,v)$ se encuentra definida por $z + u^2 - v^2 + \ln(u+z) = 0$

P2) a)**Hallar** la ecuación del plano normal a la curva intersección de $z = \sqrt{25 - y^2}$ $\wedge$ $x^2 + y^2 = 25$ en el punto (3,4,3). b) **Determinar** el plano en el que se encuentra incluida la curva.

P3) **Analizar** la existencia de extremos locales de $f(x,y) = y^2 - xy - x^2 + x^3$

P4) **Hallar** la familia de curvas ortogonales a $y = \dfrac{C}{x}$. De la familia de curvas hallada, **indicar** la ecuación de la curva que pasa por el punto de coordenadas (1,1)

T1) **Definir** solución general y solución particular de una ecuación diferencial de orden "*n*".

Resolver la ecuación $y' - \dfrac{y}{x} - x^2 = 0$.

T2) **Definir** derivada direccional de una función escalar de $\Re^2$

Calcular (si existen) las derivadas direccionales de $f(x,y) = \begin{cases} y^2/x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ en (0,0)

1° PARCIAL — ANALISIS MATEMATICO II — HOJA N° — FECHA 22/5/2019

2 1) $\underbrace{z + u^2 - v^2 + \ln(u+z) = 0}_{w(u,v,z)}$ $(x,y)=(1,1)$ $(u,v)=(0,1)$

$z=1$

$$g'_{u\,(0,1)} = z'_u = -\frac{w'_u}{w'_z} = -\frac{2u + \frac{1}{u+z}}{1+\frac{1}{u+z}} = -\frac{1}{2}$$

$$g'_{v\,(0,1)} = z'_v = -\frac{w'_v}{w'_z} = -\frac{-2v}{1+\frac{1}{u+z}} = -\frac{-2}{2} = 1$$

$u = y - x^2$ $\quad u'_{x\,(1,1)} = -2x = -2$ $\quad u'_{y\,(1,1)} = 1$

$v = xy^2$ $\quad v'_{x\,(1,1)} = y^2 = 1$ $\quad v'_{y\,(1,1)} = 2xy = 2$

$$h'_{x\,(1,1)} = g'_u \cdot u'_x + g'_v \cdot v'_x = -\frac{1}{2}(-2) + 1 \cdot 1 = 2$$

$$h'_{y\,(1,1)} = g'_u\, u'_y + g'_v\, v'_y = -\frac{1}{2} \cdot 1 + 1 \cdot 2 = \frac{3}{2}$$

$\bar{v} = \left(2, \frac{3}{2}\right) \rightarrow$ dirección: $\|\bar{v}\| = \sqrt{4 + \frac{9}{4}} = \frac{5}{2}$

$$\check{v} = \frac{2}{5}\left(2, \frac{3}{2}\right) = \boxed{\left(\frac{4}{5}, \frac{3}{5}\right)}$$

3 2) $\begin{cases} z = \sqrt{25 - y^2} \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = \sqrt{x^2} \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = x \\ z \geq 0 \\ x^2 + y^2 = 25 \end{cases}$

$\bar{\lambda}(t) = (5\cos t,\ 5\,\text{sen}\,t,\ 5\cos t) = (3, 4, 3)$

$\bar{\lambda}'(t) = (-5\,\text{sen}\,t,\ 5\cos t,\ -5\,\text{sen}\,t) = (-4, 3, -4)$

a) $\boxed{-4(x-3) + 3(y-4) - 4(z-3) = 0}$ $\quad -4x + 3y - 4z = -12 + 12 - 12$

b) $\boxed{z = x}$

NOTA

4 3) $f(x,y) = y^2 - xy - x^2 + x^3$

$f'_x = -y - 2x + 3x^2 = 0 \to y = 3x^2 - 2x$ $\quad 3x^2 - 2x = \frac{x}{2}$

$f'_y = 2y - x = 0 \to y = \frac{x}{2}$ $\quad \to 6x^2 - 4x - x = 0$

$f''_{xx} = -2 + 6x \qquad f''_{xy} = -1$ $\quad x(6x-5) = 0$

$x = 0 \to y = 0$

$f''_{yx} = -1 \qquad f''_{yy} = 2$ $\quad x = \frac{5}{6} \to y = \frac{5}{12}$

$H_{(0,0)} = \begin{pmatrix} -2 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \to \det(H_{(0,0)}) = -4 - 1 < 0 \Rightarrow \boxed{(0,0) \text{ punto de ensilladura}}$

$H_{\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)} = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \quad \det\left(H_{\left(\frac{5}{6}, \frac{5}{12}\right)}\right) = 6 - 1 > 0$ y $f''_{xx} > 0$

$\boxed{f \text{ tiene mínimo local en } \left(\frac{5}{6}, \frac{5}{12}\right)}$

1 4) $\begin{cases} y = \frac{c}{x} \\ y' = -\frac{c}{x^2} \end{cases} \to y' = -\frac{y}{x} \to$

$\downarrow$

$y' = \frac{x}{y} \to \int y\,dy = \int x\,dx \to \frac{y^2}{2} = \frac{x^2}{2} + \frac{k}{2} \to$

$\boxed{y^2 - x^2 = k} \to 1 - 1 = k \to k = 0 \to y^2 = x^2 \to y = \pm x$

$\boxed{y = x}$

T2 T1) $y' - \frac{y}{x} - x^2 = 0 \to u'v + uv' - \frac{uv}{x} = x^2 \to u'v + u\left(v' - \frac{v}{x}\right) = x^2$

$\to \frac{dv}{dx} = \frac{v}{x} \to \frac{dv}{v} = \frac{dx}{x} \to \ln|v| = \ln|x| + \ln|C_1| \to v = C_1 x$

$\frac{du}{dx} C_1 x = x^2 \to \int du = \int \frac{x}{C_1}\,dx \to u = \frac{x^2}{2C_1} + C_2.$

$y = \left(\frac{x^2}{2C_1} + C_2\right) C_1 x \to \boxed{y = \frac{x^3}{2} + Cx}$

T1 T2) $f'_v(0,0) = \begin{cases} 0 & \text{si } \vec{v} = (0, \pm 1) \\ \frac{V_y^2}{V_x} & \text{si } \vec{v} \neq (0, \pm 1) \end{cases}$

NOTA