Dado el subespacio $S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \wedge x + t = 0 \wedge y - t = 0\}$.

Indique cuál de las siguientes proposiciones es **FALSA**.

Seleccione una:

- $\forall X = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 : X \in S \vee X \in S^{\perp}$
- $dim(S^{\perp}) = 2$
- $S + S^{\perp} = \mathbb{R}^4$
- $(-1, 1, 0, 0) \in S^{\perp}$
- $dim(S) = 2$

2) $S = \{X, Y, Z, T\} \in \mathbb{R}^4 / \; X + Y = 0 \; ; \; X + T = 0 \; ; \; Y - T = 0$

$-X = Y \qquad -X = T \qquad Y = T$

$\Rightarrow$

$B_S \{ (1, -1, 0, -1) + (0, 0, 1, 0) \}$

$X - Y - T = 0 \qquad X = Y + T$

$Z = 0 \qquad Z = 0$

$B \{ \cancel{1, 1, 0, 1} + \qquad (Y+T, Y, 0, T)$

$B^{\perp} (1, 1, 0, 0) + (1, 0, 0, 1) \Rightarrow (-1, 1, 0, 0) \notin S^{\perp}$

Dados los subespacios vectoriales de $(\mathbb{R}^{2x2}, \oplus, \mathbb{R}, \odot)$,

$S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2x2} / a + b = 0 \wedge c = 0 \right\}$ y

$T = gen\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$,

una de las proposiciones que siguen es **FALSA**.

Seleccione una:

- $B_S = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$
- $dim(S+T) = 4$
- $dim(T^{\perp}) = 2$
- $S \cap T = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

FECHA

$$S \cap T = \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}}_{B_S} \cap \underbrace{\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}}_{B_T}$$

$$S \cap T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

LA INTERSECCIÓN ES

FALSO, ESA NO ES LA INTERSECCIÓN

---

2) $S = \{X, Y, Z, T\} \in \mathbb{R}^4 / \quad X + Y = 0 \;;\; X + T = 0 \;;\; Y - T = 0$

$-X = Y \qquad -X = T \qquad Y = T$

Indique si las siguientes afirmaciones son V ó F:

a) $A = \begin{pmatrix} 9 & k \\ k & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow S_H: A \cdot X = N$ es S.C.D. $\forall k \in \mathbb{R}$.

b) $S = gen\{(0,1,0,8),(2,a,0,1),(-1,0,0,2)\} \Rightarrow dim(S) = 2 \ \forall a \in \mathbb{R}$.

Seleccione una:

- a) F y b) F
- a) V y b) F
- a) F y b) V
- a) V y b) V

$\begin{vmatrix} 9 & k \\ k & 1 \end{vmatrix} = 9 - k^2 = 0$

$9 = k^2$

$\sqrt{9} = |k|$

$k = 3 \vee -3$ es LD $\Rightarrow$ S.C.I

$\left(\begin{array}{cc|c} 9 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{array}\right)$ $F_2' = F_2 - F_1\left(\frac{1}{3}\right)$ $\left(\begin{array}{cc|c} 9 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}\right)$

S.C.I

L

NOTA

$\alpha(0,1,0,8) + \beta(-1,0,0,2) = (2, \overset{A}{\cancel{\;}}, 0, 1)$

$\alpha 0 - \beta = 2$

$8\alpha + 2\beta = 1$

$\alpha = A$

$\beta = 2$

$8\alpha + 4 = 1$

$8\alpha = -3$

$\alpha = -\frac{3}{8}$

$A = -\frac{3}{8}$

$\beta = 2$

$-\frac{3}{8}(0,1,0,8) + 2(-1,0,0,2) =$

$(0, -\frac{3}{8}, 0, -3) + (-2, 0, 0, 4) = (-2, -\frac{3}{8}, 0, 1)$

$(-2, -\frac{3}{8}, 0, 1) \neq (2, -\frac{3}{8}, 0, 1)$

FALSO

Dadas las rectas: $L_1: x + 2 = \frac{y}{a} = z \wedge L_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = b \end{cases} \wedge t \in \mathbb{R}$.

Halle, si es posible, los valores de las constantes reales a y b tal que las rectas L_1 y L_2 se intersecten formando un ángulo recto.

Seleccione una:

- ○ $a = -1 \wedge b = \frac{1}{2}$
- ○ $a = 4 \wedge b = \frac{1}{5}$
- ○ $a = -2 \wedge b = 2$
- ○ $a = 1 \wedge b = -\frac{1}{2}$
- ○ No es posible.

(1)

$L_1 : \frac{x+2}{1} = \frac{y-0}{A} = \frac{z-0}{1}$

$\boxed{L_2 = (1, 2, B) + \lambda(1, 1, 0)}$

$(1, 1, 0) \cdot (1, A, 1) = 0$

$1 + A = 0$

$\boxed{A = -1}$

$\boxed{L_1 (-2, 0, 0) + T(1, A, 1)}$

$$\boxed{\begin{aligned} x &= 1+\lambda &&= -2+T \\ y &= 2+\lambda &&= -1T \\ z &= B &&= T \end{aligned}}$$

$1 + \lambda = -2 + T$

$\lambda = -3 + T$ $\qquad A = -1$

$2 + -3 + T = -T$ $\qquad B = \frac{1}{2}$

$-1 + T = -T$

$-1 + 2T = 0$

$\boxed{T = \frac{1}{2} = B}$

Sea la recta L dada por intersección de planos proyectantes $L: \begin{cases} x + y = 1 \\ -y - z = 3 \end{cases}$

Halle la ecuación del plano que contiene a la recta L y es paralelo al eje de ordenadas.

Grafique el plano por sus trazas e indique en qué octante representa.

Seleccione una:

- $x + z = 0$
- $2x + z = 5$
- $x - z = 4$
- $x + z = 2$
- $x - y - z = 1$

HOJA N°

FECHA

$X + Y = 1$ $\quad\left|\begin{matrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 \end{matrix}\right|$ $(-1, 1, -1)$

$-Y - Z = 3$

$X = 1$

$-Z = 3$

$Z = -3$

$P(1, 0, -3) + \vec{w}\,(-1, 1, -1)$

PLANO PARALELO $Y \Rightarrow x + z + D = 0$

$A\cancel{x} + CZ + D = 0$

PLANO CONTIENE RECTA

$(A, 0, C)\,(-1, 1, -1) = 0$

$-A - C = 0$

$-A = C$

$A = -C$

$\cancel{-A}\; AX - CZ + D = 0$

$A\cancel{X}\; \cancel{-C\,(-Z)}\; \cancel{+D} = \cancel{0}$

VALUAMOS PUNTO RECTA

$X - Z + D = 0$

$1 - -3 + D = 0$

$1 + 3 = -D$

$-4 = D \qquad X - Z = 4$

NOTA

Indique si las siguientes afirmaciones son V ó F:

a) $\forall A, B \in \mathbb{R}^{nxn}: A \cdot B = N \Rightarrow A = N \vee B = N$ (N: *matriz nula de* $\mathbb{R}^{nxn}$).

b) $A^3 = A^1 + 2A^2 \Rightarrow (A^1\ A^2\ A^3) \cdot X = N$ es S.C.D. (A^j: *columna j de A*).

Seleccione una:

- a) F y b) V
- a) V y b) V
- a) F y b) F
- a) V y b) F

5)
$$\underbrace{\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}_{A \neq N} \times \underbrace{\begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}}_{B \neq N} = \underbrace{\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}}_{A \times B = N}$$

NOTA

5 B) $A^3 = A^1 + 2A^2 \Rightarrow (A^1\ A^2\ A^3) . X = N$ SCD

$\cancel{(1, 0, 1) + (0, 1, 2)} =$

$$\text{DET}(\underbrace{A_1\quad A_2\quad A_1}_{0}) + \text{DET}(\underbrace{A_1\quad A_2\quad 2A_2}_{0}) = \text{DET}(A)$$

$\text{DET}(A) = 0 \Rightarrow$ L.D $\Rightarrow$ NO es S.C.D

Dadas las bases del espacio $\mathbb{P}_2$: $B_1 = \{(x-3)^2, x-3, 3\}$ y

$B_2 = \{x^2, x, a\}$, halle $a \in \mathbb{R}$ tal que:

$$[(x-3)^2]_{B_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ -6 \\ -3 \end{bmatrix}, [x-3]_{B_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \wedge [3]_{B_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(ESCRIBIR SOLAMENTE EL NÚMERO)

Respuesta:

$B_1 \{ 1, -6, 9), (0, 1, -3), (0, 0, 3) \}$

$B_2 \{ (1, 0, 0)\ (0, 1, 0)\ (0, 0, A) \}$

$X = 1$	$X = 0$	$X = 0$
$Y = -6$	$Y = 1$	$Y = 0$
$AZ = 9$	$AZ = -3$	$AZ = 3$
$\searrow -3$	$\downarrow \searrow 1$	$\searrow -1$
$A \Rightarrow -3$	$A = -3$	$A = -3$

Dados el plano $\beta: x + y - 2z + d = 0$ y el punto $P(2, 1, 3)$,

obtenga el valor de d tal que la proyección ortogonal del punto P

sobre β sea un punto perteneciente al plano xz.

(ESCRIBIR SOLAMENTE EL NÚMERO)

Respuesta:

8) $\beta: x + y - 2z + D = 0$ $\quad P(2, 1, 3)$

$L: (2, 1, 3) + \alpha(1, 1, -2)$

$x = 2 + \alpha$

$y = 1 + \alpha$

$z = 3 - 2\alpha$

$(2 + \alpha) + \underbrace{(1 + \alpha)}_{y} - 2(3 - 2\alpha) + D = 0$

Plano $xz \Rightarrow y = 0$

$1 + \alpha = 0$

$\alpha = -1$

$[2 + (-1)] + (1 - 1) - 2(3 - -2) + D = 0$

$1 + 0 - 2(5) + D = 0$

$-10 + 1 = -D$

$-9 = -D$

$D = 9$