Nombre y apellido:.. Curso Z2041

Se aprueba con 2 ítems prácticos (E_i) bien resueltos. Promoción directa: 4 ítems, uno teórico (T_i).

E1.- Halle los extremos absolutos de $f(x,y) = xy^2 - x$ en el círculo $D = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 + y^2 \leq 4\}$.

E2.- Calcule el flujo del campo $\overrightarrow{f}(x,y,z) = (-y, x, z+2)$ a través de la superficie definida por la ecuación $z = 2x^2 + 2y^2 - 2$, con $z \leq 0$. Oriente la normal hacia las z positivas.

E3.- Calcule la circulación del campo $\overrightarrow{f}(x,y,z)$ cuyo rotor es $\nabla \times \overrightarrow{f} = (-x, 1, zy)$ a lo largo de la curva borde de la superficie $z = 2 - \sqrt{x^2+y^2}$ con $z \geq 1$. Indique en un gráfico en qué sentido orientó la curva. ¿Es $\overrightarrow{f}$ conservativo? Fundamente su respuesta.

E4.- Halle la solución de la ecuación $y'' - 4y = 1$ que verifica $y(0) = 1, y'(0) = -1$.

T1.-

a) Indique cómo puede usarse el Teorema de Green para calcular áreas planas.

b) Calcule el área de la porción de círculo $S = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + (y-1)^2 \leq 4, y \geq 0\}$ mediante esta aplicación del teorema.

T2.-

a) Indique una condición necesaria y una suficiente para que un campo $\overrightarrow{f} : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$, que sea C^1 en su dominio, resulte conservativo. Defina "función potencial".

b) Calcule la circulación del campo $\overrightarrow{f}(x,y) = (\frac{2x}{x^2+y^2}, \frac{2y}{x^2+y^2})$ entre los puntos extremos del arco de elipse $x^2 + \frac{y^2}{4} = 1$ con $y \geq 1$, orientado en sentido horario.

Nombre y apellido:.. Curso Z2041

Se aprueba con 2 ítems prácticos (E_i) bien resueltos. Promoción directa: 4 ítems, uno teórico (T_i).

E1.- Considere el trozo de superficie definido por $z = 3 - \sqrt{x^2 + y^2}$, con $z \geq 1$.

a) Calcule su área.

b) Calcule el flujo del campo $\overrightarrow{f}(x, y, z) = (2y, -2x, -z)$ a través de ella. Oriente la normal hacia las z positivas y analice el significado del signo del flujo obtenido, en relación a ese sentido de la normal.

E2.- Use el teorema del rotor para calcular la circulación del campo $\overrightarrow{f}(x, y, z) = (2y, -2x, -z)$ a lo largo de la curva $\mathcal{C} : \overrightarrow{\gamma}(t) = (2cos(t), 2sen(t), 2)$ con $t \in [0, \pi]$. Indique en un gráfico en qué sentido orientó la curva.

E3.- Calcule la masa del cuerpo definido, en el primer octante, por las condiciones $z \leq 4 - x^2 - y^2$ e $y \leq x$, si la densidad en cada punto es el doble de la distancia del punto al plano xz

E4.- Halle la solución de la ecuación $y'' - 2y' = 0$ que verifica $y(0) = -1, y'(0) = 2$.

T1.- *a*) Enuncie el Teorema de Gauss.

b) Utilice este teorema para calcular el flujo del campo $\overrightarrow{f}(x, y, z) = (2 - x, -y, -z)$ a través de la superfcie esférica $(x - 2)^2 + y^2 + z^2 = 4$ orientada con su normal hacia adentro.

T2.- *a*) ¿Qué significa que un campo $\overrightarrow{f} : D \subset \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, que sea C^1 en su dominio, resulte conservativo? ¿A qué se denomina “función potencial”?

b) Calcule la circulación del campo $\overrightarrow{f}(x, y, z) = (e^y, xe^y, 2z)$ a lo largo de la curva $\mathcal{C}$ parametrizada por $\overrightarrow{\gamma}(t) = ((1 - t)e^t - sen(\pi t), ln(t^2 + 1), cos^2(\pi t) + t^3)$ para $t \in [0, 1]$.

Nombre y apellido:... Curso Z2545

Se aprueba con 2 ítems prácticos (E_i) bien resueltos. Promoción directa: 4 ítems, uno teórico (T_i).

E_1. Sea $\overrightarrow{F}(x,y,z) = (yz, -xz, x^2z)$. Halle $a > 0$ para que la circulación de $\overrightarrow{F}$ a lo largo de la curva borde de la superfcie $S : z = \sqrt{x^2+y^2}, z \leq a$ resulte, en valor absoluto, 16π.
Indique en un gráfico cómo decidió orientar la curva y con qué signo resultó la circulación.

E_2. Evalúe el flujo del campo $\overrightarrow{f}(x,y,z) = (yx, -x^2, z)$ a través de la superficie $\Sigma : z = 4 - x^2 - y^2$, con $x^2 + y^2 \leq 1$, orientando la normal de modo que en el punto $(0,0,4)$ apunte hacia las z crecientes.

E_3. Halle la solución de la ecuación diferencial $y'' + 6y' + 5y = 0$ con las condiciones $y(0) = 1, y'(0) = -1$.

E_4. Elija $k > 0$ de modo que el área de la superficie $S : kx + y + z = 1$, con $y^2 + z^2 \leq 4$, resulte 12π.

T_1. *a*) ¿Cuándo se dice que un campo vectorial continuo $\overrightarrow{f} : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ tiene función potencial en su dominio abierto D?

b) ¿V o F? Justifique.
"La circulación del campo $\overrightarrow{f}(x,y) = (2x, 2y-4)$ es nula a lo largo de la curva de potencial 6, que se sabe que pasa por $(0,1)$."

T_2. *a*) Defina *mínimo local* de un campo escalar $f : D \subset \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

b) ¿V o F? Justifique.
"El campo $f(x,y) = x^2y + 3xy + y^2$ tiene un mínimo local en $(0,0)$".

Nombre y apellido:.. Curso Z2545

Se aprueba con 2 ítems prácticos (E_i) bien resueltos. Promoción directa: 4 ítems, uno teórico (T_i).

E1.- Calcule el flujo del campo $\overrightarrow{f}(x,y,z) = (yz, -xz, z^2)$ a través del trozo de superficie definido por $z = x^2 + y^2$, con $x^2 + y^2 + z^2 \leq 6$. Indique en un gráfico cómo orientó la normal a la superficie. Justifique sus cálculos.

E2.- Use el Teorema del Rotor para calcular el trabajo que el campo $\overrightarrow{f}(x,y,z) = (3yz, 3xz, 3xy + x)$ realiza sobre una partícula que se mueve entre los puntos $(2,0,3)$ y $(-2,0,3)$ recorriendo una semicircunferencia en el plano $z = 3$, con $y \geq 0$. ¿Es $\overrightarrow{f}$ conservativo? Justifique todas sus respuestas.

E3.- Calcule la masa de una chapa de metal, cuya forma está descripta por $y = \sqrt{x^2 + z^2}, y \leq 3, z \geq 0$, si se sabe que la densidad en cada punto es el doble de la distancia del punto al plano xz.

E4.- Halle la solución de la ecuación $y'' + 2y' + y = 0$ que verifica $y(0) = 0, y'(0) = 1$.

T1.- *a*) Enuncie el Teorema de Green.

b) Utilícelo para calcular la circulación del campo $\overrightarrow{f}(x,y) = (y + x^3, 2x + sen(y))$ a lo largo de la frontera del triángulo de vértices $(-3,0), (0,2)$ y $(3,0)$, recorrida en sentido horario.

T2.- *a*) Indique cómo se transforma una integral doble, escrita en coordenadas cartesianas, si efectúa un cambio a coordenadas polares.

b) Escriba en coordenadas polares la integral $\int_0^1 \int_0^x y dx dy$.