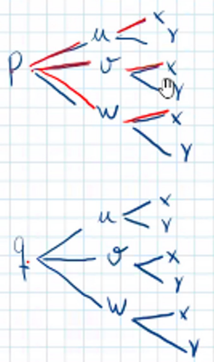
$\bar f(x,y) = (u, v, w)$ $\qquad$ $\bar g(u, v, w) = (p, q)$



$p'_x = p'_u \cdot u'_x + p'_v \cdot v'_x + p'_w \cdot w'_x$

$p'_y = p'_u \, u'_y + p'_v \, v'_y + p'_w \cdot w'_y$

q'_x

q'_y

$$J(\bar g \circ \bar f) = J\bar g \cdot J\bar f = \begin{pmatrix} p'_u & p'_v & p'_w \\ q'_u & q'_v & q'_w \end{pmatrix} \begin{pmatrix} u'_x & u'_y \\ v'_x & v'_y \\ w'_x & w'_y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} p'_u \cdot u'_x + p'_v \cdot v'_x + p'_w w'_x & \\ & \end{pmatrix}$$

Hessiano

Sea F un campo escalar de dos variables con derivadas parciales continuas hasta el segundo orden, llamamos hessiano de F en $\vec{P}_0$ al determinante:

$$H(\vec{P}_0) = \begin{vmatrix} F''_{xx}(\vec{P}_0) & F'_{xy}(\vec{P}_0) \\ F'''_{xy}(\vec{P}_0) & F'_{yy}(\vec{P}_0) \end{vmatrix} = F'_{xx}(\vec{P}_0) F''_{yy}(\vec{P}_0) - F''^{2}_{xy}(\vec{P}_0)$$

Si H($\vec{P}_0$) > 0, entonces F($\vec{P}_0$) es un extremo relativo y : $\begin{cases} F''_{xx}(\vec{P}_0) < 0 \Rightarrow F(a;b) \text{ MáxR} \\ F''_{xx}(\vec{P}_0) > 0 \Rightarrow F(a;b) \text{ MínR} \end{cases}$

Si H($\vec{P}_0$) < 0, entonces (x_0 ;y_0 ; F(x_0 ;y_0)) es un punto de ensilladura.

Si H($\vec{P}_0$) = 0 , no puede obtenerse por este método ninguna conclusión.

Condición suficiente para la existencia de extremos relativos

Se definen los siguientes hessianos:

$$H_1 = F''_{xx} \qquad H_2 = \begin{vmatrix} F''_{xx} & F''_{xy} \\ F''_{xy} & F''_{yy} \end{vmatrix} \qquad H_3 = \begin{vmatrix} F''_{xx} & F''_{xy} & F''_{xz} \\ F''_{yx} & F''_{yy} & F''_{yz} \\ F''_{zx} & F''_{zy} & F''_{zz} \end{vmatrix}$$

Si $\vec{P}_0$ es un punto que cumple la condición necesaria para la existencia de extremos relativos y las derivadas segundas de F no son simultáneamente nulas en $\vec{P}_0$, entonces si :

$$H_1(\vec{P}_0) > 0 \ \wedge \ H_2(\vec{P}_0) > 0 \ \wedge \ H_3(\vec{P}_0) > 0 \ \Rightarrow F(\vec{P}_0) \text{ es } \textbf{Mínimo relativo}$$

$$H_1(\vec{P}_0) < 0 \ \wedge \ H_2(\vec{P}_0) > 0 \ \wedge \ H_3(\vec{P}_0) < 0 \ \Rightarrow F(\vec{P}_0) \text{ es } \textbf{Máximo relativo}$$

PRIMER PARCIAL (T1) ANÁLISIS MATEMÁTICO II Mayo 22 de 2019

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) **Indicar** la dirección correspondiente a la derivada direccional máxima de $h = g \circ \vec{f}$ en el punto (1,1), siendo $\vec{f}(x,y) = (y - x^2, xy^2)$ y $g(u,v)$ se encuentra definida por $z + u^2 - v^2 + \ln(u+z) = 0$

P2) a)**Hallar** la ecuación del plano normal a la curva intersección de $z = \sqrt{25 - y^2} \ \wedge \ x^2 + y^2 = 25$ en el punto (3,4,3). b) **Determinar** el plano en el que se encuentra incluida la curva.

P3) **Analizar** la existencia de extremos locales de $f(x,y) = y^2 - xy - x^2 + x^3$

P4) **Hallar** la familia de curvas ortogonales a $y = \dfrac{C}{x}$. De la familia de curvas hallada, **indicar** la ecuación de la curva que pasa por el punto de coordenadas (1,1)

T1) **Definir** solución general y solución particular de una ecuación diferencial de orden "n".

Resolver la ecuación $y' - \dfrac{y}{x} - x^2 = 0$.

T2) **Definir** derivada direccional de una función escalar de $\Re^2$

Calcular (si existen) las derivadas direccionales de $f(x,y) = \begin{cases} y^2/x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ en (0,0)

PRIMER PARCIAL (T1) ANÁLISIS MATEMÁTICO II Agosto 15 de 2019

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) **Hallar** la familia de curvas ortogonales a $x \cdot y^2 = C$. De la familia de curvas hallada, **indicar** la ecuación de la curva que pasa por el punto de coordenadas (1,2)

P2) **Indicar** la dirección correspondiente a la derivada direccional nula de $h = g \circ \bar{f}$ en el punto (1,1), siendo $\bar{f}(x, y) = (xy^2, y - x^2)$ y $g(u, v)$ se encuentra definida por $z - u^2 + v^2 + \ln(v + z) = 0$

P3) a)**Hallar** la ecuación del plano normal a la curva intersección de $x = \sqrt{25 - y^2} \quad \wedge$ $y^2 + z^2 = 25$ en el punto (3,4,3). b) **Determinar** el plano en el que se encuentra incluida la curva.

P4) **Analizar** la existencia de extremos locales de $f(x, y) = x^2 - xy - y^2 + y$

T1) **Definir** solución general y solución particular de una ecuación diferencial de orden "n".
Resolver la ecuación $x \cdot y' - y - x^3 = 0$

T2) **Definir** derivada direccional de una función escalar de $\Re^2$

Calcular (si existen) las derivadas direccionales de $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{y}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ en (0,0)

PRIMER PARCIAL (T1) ANÁLISIS MATEMÁTICO II Octubre 11 de 2019

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) **Hallar** la solución de la ecuación $\cos(x) \cdot y' + \sin(x) \cdot y = 1$ tal que $y = 2$ cuando $x = 0$

P2) **Hallar** la intersección de la recta normal a la superficie $(x, y, z) = (uv, u + v, u^2 / v)$ en el punto (3,4,9) con el plano $x + y = 19$

P3) **Hallar** la derivada direccional máxima de la función $h = f \circ \bar{g}$ en el punto (1,1), siendo $\bar{g}(u, v) = (u + v, u - v)$ y $f(x, y)$ se encuentra definida por $z + x^2 - y^2 + \ln(z + x - y) = 3$

P4) Siendo $f \in C^2$ tal que su polinomio de Taylor de grado 2 en el punto (0,1) es $p(x, y) = 5 + x^2 + x(y - 1) + 4(y - 1)^2$, **hallar** la ecuación del plano tangente a la gráfica de *f* en (0,1,*f*(0,1)) y **analizar** si *f* tiene extremo local en (0,1)

T1) **Definir** continuidad de una función escalar de "n" variables.

Determinar si la función $f(x, y) = \begin{cases} \dfrac{y}{x - y} & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}$ es continua en (0,0)

T2) **Definir** máximo local de una función escalar de "n" variables. Determinar si la función $f(x, y) = x^2 + xy - y^2 + y + 1$ tiene extremos locales y en caso afirmativo clasificarlos.

EVALUACIÓN INTEGRADORA ANÁLISIS MATEMÁTICO II Octubre 16 de 2020

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) **Hallar** la intersección del plano *YZ* con la recta normal a la superficie de ecuación $xz+e^{yz-2}-2=0$ en $(1, 2, z_0)$

P2) **Calcular** el volumen de la región definida por $x+y+z\leq 2$, $x\leq z$ en el primer octante

P3) **Calcular** el flujo del campo $\vec{f}(x,y,z)=(xyz,y,z)$ a través de la superficie definida por la ecuación $x=\sqrt{4-y^2-z^2}$. Indicar la orientación asignada a la superficie.

P4) **Hallar** la solución de la ecuación $y''-6y'+9y=e^{3x}$ tal que $y(0)=1$ e $y'(0)=0$

T1) Siendo $f:\Re^n\to\Re$ una función de varias variables, **indicar** si la siguiente afirmación es verdadera o falsa:

Si *f* es continua en un punto, entonces *f* es derivable en toda dirección en dicho punto.

En caso afirmativo **dar** un ejemplo y en caso contrario **dar** un contraejemplo. **Justificar**.

T2) Siendo $\vec{f}:\Re^2\to\Re^2 / \vec{f}(x,y)=(f_1,f_2)$ un campo vectorial tal que $\vec{f}\in C^1$ y $\frac{\partial f_2}{\partial x}\equiv\frac{\partial f_1}{\partial y}$

Indicar si $\vec{f}$ es conservativo

En caso afirmativo **dar** un ejemplo y en caso contrario **dar** un contraejemplo. **Justificar**.

PRIMER PARCIAL (T1) ANÁLISIS MATEMÁTICO II Octubre 5 de 2018

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) **Analizar** la existencia de extremos absolutos de $f(x,y)=x^2+y^2-2x$ en la región definida por $x^2+y^2\leq 4$

P2) **Calcular** la derivada direccional máxima de $h=g\circ\vec{f}$ en el punto (1,1) cuando $g(u,v)$ se encuentra definida por $z-u^2+v^2+\ln(v+z)=0$ siendo $\vec{f}(x,y)=(xy^2,y-x^2)$

P3) **Hallar** la ecuación del plano normal a la curva intersección de $y=2x^2+2z^2 \quad\wedge$ $y=1+x^2+z^2$ en el punto (0,2,1)

P4) **Hallar** la familia de curvas ortogonales a $y=C\cdot e^{-x}$.

De la familia de curvas hallada, **indicar** la ecuación de la curva que pasa por el punto de coordenadas (1,1)

T1) **Definir** solución general de una ecuación diferencial. **Verificar** si $y=C\cdot x\cdot e^x$ es solución de la ecuación $y''-2y'+y=0$, en caso afirmativo **indicar** si es solución general de la ecuación.

T2) **Definir** derivada direccional de una función escalar de $\Re^2$

Calcular (si existen) las derivadas direccionales de $f(x,y)=\begin{cases} x^2/y & y\neq 0 \\ 0 & y=0 \end{cases}$ en (0,0)