

**COMUNICACIONES K4051**  
**AÑO 2020 – VIRTUAL**

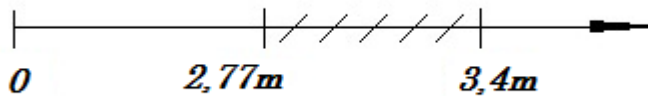
**GUIA TRABAJO PRACTICO NRO 2**  
**PARTE PRACTICA – Primera Parte**

**Características de las señales de telecomunicaciones**

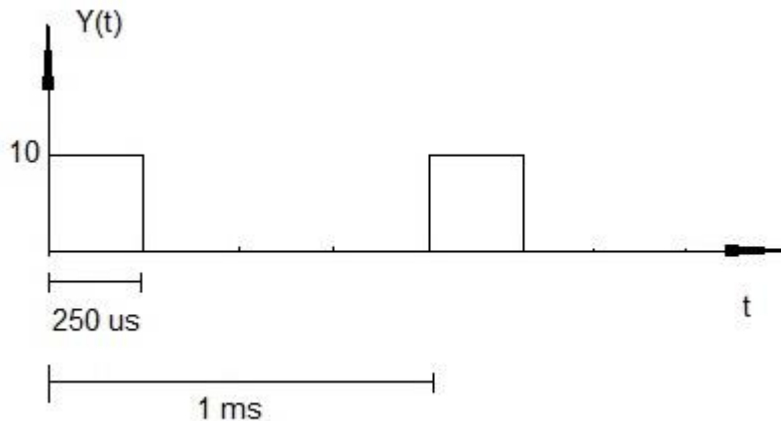
1. Calcular el rango de variación de la longitud de onda para las señales electromagnéticas portadoras de las emisoras de radio comerciales ubicadas en la banda de FM de 88 a 108 MHz.

$$\lambda_{88MHz} = \frac{c}{f_{88MHz}} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{88 \cdot 10^6 \frac{1}{s}} = 3.4m$$

$$\lambda_{108MHz} = \frac{c}{f_{108MHz}} = \frac{3 \cdot 10^8 \frac{m}{s}}{108 \cdot 10^6 \frac{1}{s}} = 2.77m$$

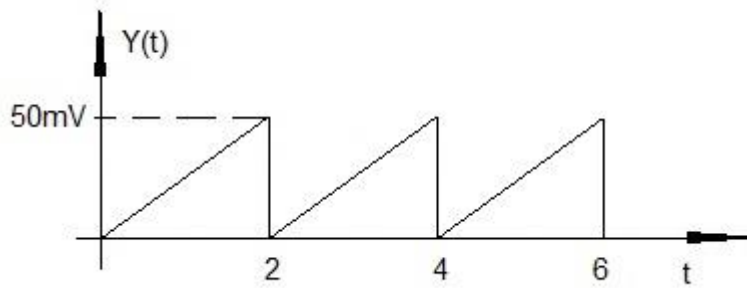


2. Calcular el valor medio ( $V_m$ ) de un pulso rectangular cuyas características son:  $A=10V$ , ancho de pulso =  $250\mu s$  y  $T=1ms$ .



$$V_{med} = \frac{1}{T} \int_0^{T/4} Y(t) \cdot dt = \frac{10}{T} [t]_0^{T/4} = \frac{10}{T} \cdot \frac{T}{4} = 2.5V$$

3. Hallar el valor medio de una señal diente de sierra, que tiene un periodo de 2seg. y un valor máximo de 50mV.



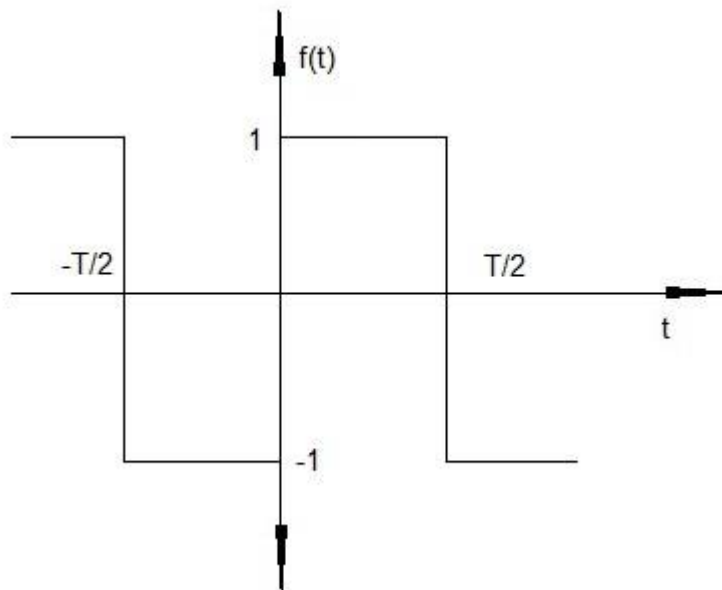
$$Y(t) = 25t$$

$$T = 2\text{seg}$$

$$V_{med} = \frac{1}{T} \int_0^T Y(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \int_0^2 25mV \cdot t \cdot dt = \left[ \frac{1}{2} \cdot 25mV \cdot \frac{t^2}{2} \right]_0^2 = \frac{25mV \cdot 4}{4} = 25mV$$

4. Dada una señal rectangular periódica, en base a la serie de Fourier, calcular los coeficientes si la señal rectangular tiene los siguientes valores:

$$\begin{aligned} f(t) &= 1 & 0 < t < T/2 \\ f(t) &= -1 & -T/2 < t < 0 \end{aligned}$$



$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} [a_n \cdot \cos(n \cdot \omega_0 t) + b_n \cdot \sin(n \cdot \omega_0 t)]$$

$$a_0 = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot dt = 0$$

$$a_n = \frac{2}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot \cos(n \cdot \omega_0 t) \cdot dt = 0$$

$$b_n = \frac{2}{T} \left[ \int_{-T/2}^0 f(t) \cdot \text{sen}(n \cdot \omega_0 t) \cdot dt + \int_0^{T/2} f(t) \cdot \text{sen}(n \cdot \omega_0 t) \cdot dt \right]$$

$$b_n = \frac{2}{T \cdot n \cdot \omega_0} \left[ - \int_{-T/2}^0 \text{sen}(n \cdot \omega_0 t) \cdot d(n \cdot \omega_0 t) + \int_0^{T/2} \text{sen}(n \cdot \omega_0 t) \cdot d(n \cdot \omega_0 t) \right]$$

$$-T/2 = 2\pi/2 = -\pi$$

$$\omega_0 = 2\pi \cdot f = \frac{2\pi}{T}$$

recordando :

$$\int \text{sen} = -\cos$$

$$\cos 0 = 1$$

$$\cos \pi = -1$$

$$\cos(-\pi) = -1$$

$$\cos 2\pi = 1$$

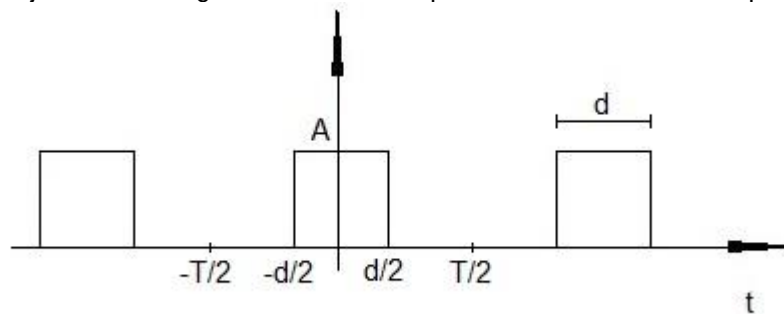
$$b_n = \frac{2}{T \cdot n \cdot \omega_0} [ -(-1-1) - (-1-1) ] = \frac{2}{T \cdot n \cdot \omega_0} \cdot 2 = \frac{4}{T \cdot n \cdot \frac{2\pi}{T}} = \frac{2}{n \cdot \pi}$$

**Para n = par, entonces bn = 0**

**Para n = impar**

$$f(t) = \frac{4}{\pi} \left( \text{sen} \omega_0 t + \frac{1}{3} \text{sen} 3\omega_0 t + \frac{1}{5} \text{sen} 5\omega_0 t + \dots + \frac{1}{n} \text{sen} \cdot n\omega_0 t \right)$$

5. Dado un tren de pulsos con simetría par, hallar la expresión del espectro de amplitud de la Serie Compleja de Fourier. ¿Qué conclusiones permite obtener el análisis pedido?



$$f(t) = \sum_{-\infty}^{\infty} C_n \cdot e^{-i \cdot n \cdot \omega_0 \cdot t}$$

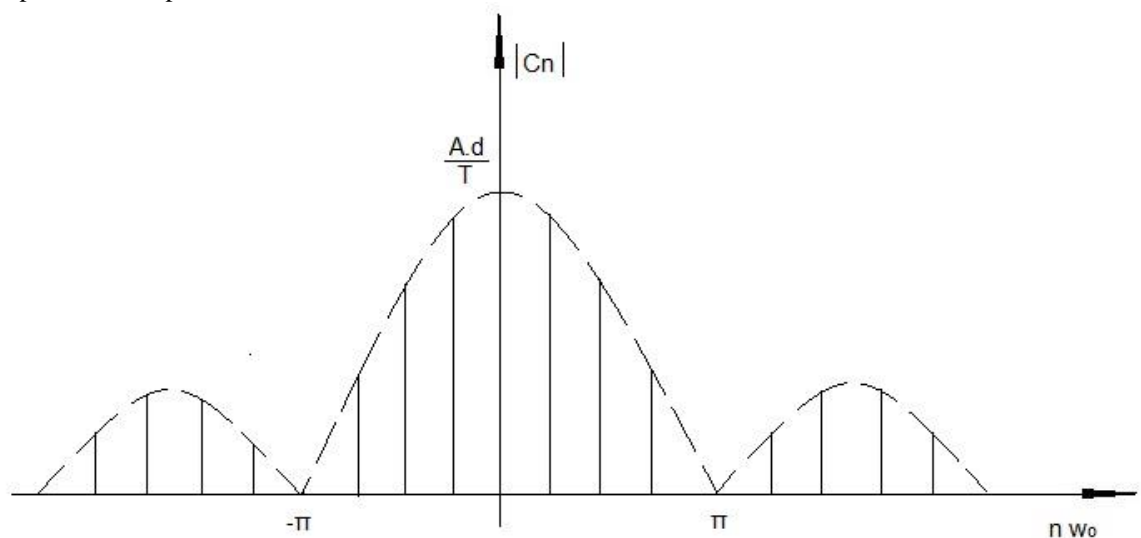
$$C_n = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} f(t) \cdot e^{-i \cdot n \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot dt$$

$$C_n = \frac{A}{T} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-i \cdot n \cdot \omega_0 \cdot t} \cdot dt = \left[ \frac{A}{T} \cdot \frac{1}{-i \cdot n \cdot \omega_0} e^{-i \cdot n \cdot \omega_0 \cdot t} \right]_{-d/2}^{d/2}$$

$$C_n = \frac{A \cdot d}{T} \cdot \frac{1}{n \cdot \omega_0 \cdot d} \cdot \frac{1}{2i} \left( e^{i \cdot n \cdot \omega_0 \cdot d/2} - e^{-i \cdot n \cdot \omega_0 \cdot d/2} \right)$$

$$C_n = \frac{A \cdot d}{T} \cdot \frac{\text{sen}\left(\frac{n \cdot \omega_0 \cdot d}{2}\right)}{\left(\frac{n \cdot \omega_0 \cdot d}{2}\right)}$$

Espectro de Amplitud



$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\text{sen}(x)}{x} = 1$$

$$\left[ \frac{\text{sen}(x)}{x} \right]_{x=\pi} = 0$$

$$\text{Cuando } \frac{n \cdot \omega_0 \cdot d}{2} = \pi \text{ entonces } n = \frac{T}{d}$$

La mayor concentración de energía está entre 0 y  $\pi$ , en consecuencia son las armónicas más importantes para construir el pulso. El ancho de banda del medio debería contemplar las armónicas hasta la frecuencia  $n \cdot \omega_0 = \pi$

6. Hallar el espectro de amplitud de la Serie Compleja de Fourier teniendo en cuenta que la FRP es de 4 pps (pulsos por segundo) y la velocidad de modulación es de 20 Baudios. Calcular el ancho de banda que debería tener el canal de comunicaciones.

$$\text{FRP} = 4\text{pps} \Rightarrow \text{FRP} = 1/T$$

$$T = 1/4 = 0.25\text{seg}$$

$$V_m = 1/d \Rightarrow d = 1/V_m = 1/20\text{seg} = 0.05\text{seg}$$

$$n = T/d = 0.25/0.05 = 5 \text{ (cinco armónicas)}$$

$$n \cdot \omega_0 = 5 \cdot \omega_0$$

$$\text{Para } n \cdot f_0 = 5 \cdot f_0$$

$$f_0 = 1/T = 4\text{Hz}$$

$$n \cdot f_0 = 20\text{hz}$$

$$\Delta f = 20 \text{ Hz; ancho de banda necesario.}$$

7. Indicar que sucede si en el ejemplo del problema anterior se producen las siguientes variaciones:
- Se aumenta al doble la FRP y no se varía la velocidad de modulación.
  - Se aumenta la velocidad de modulación al doble y no se varía la FRP.

a) Se aumenta al doble la FRP y no se varia lo de la modulación

$$\text{FRP}' = 2 \text{ FRP} \Rightarrow T' = T/2$$

$$\text{No se varia } V_m \Rightarrow d' = d$$

$$f'_0 = 2f_0 = 8\text{Hz}$$

$$n' = 2.5$$

$$\Delta f = n' \cdot f'_0 = 2.5 \times 8\text{Hz} = 20 \text{ Hz}$$

No se varía el  $\Delta f$  necesario.

b) Se aumenta la  $N_m$  al doble y no se varia la FRP

$$\text{FRP}' = \text{FRP} \Rightarrow T' = T = 0.25 \text{ seg}$$

$$V'_m = 2V_m \Rightarrow d' = 2d \Rightarrow d' = 1/40 \text{ seg}$$

$$n = T'/d' = 0.25 / 0.025 = 10$$

$$\Delta f = 10 \cdot f_0 = 10 \times 4 = 40\text{Hz}$$

Aumenta al doble el requerimiento del ancho de banda.

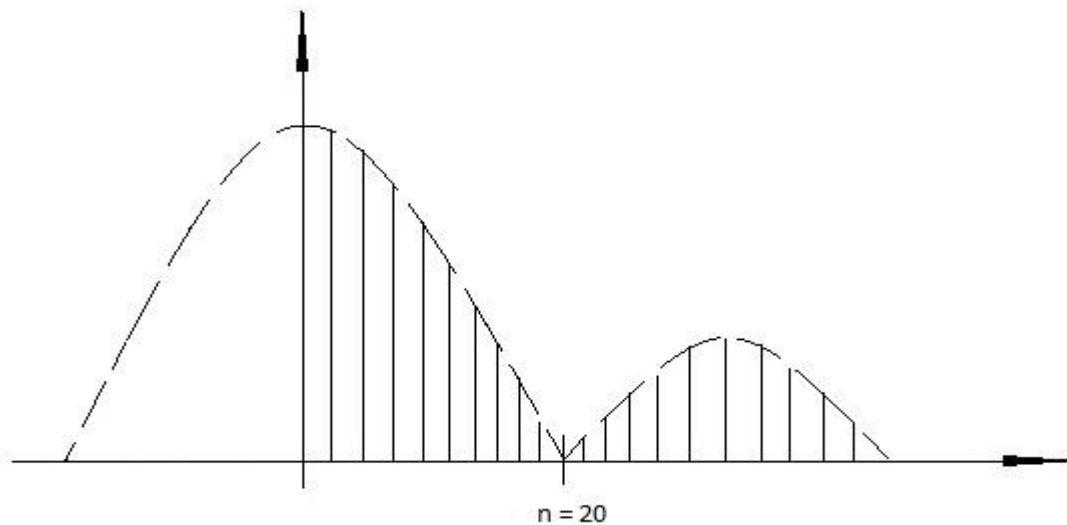
8. Dado los siguientes datos, FRP = 100 pps (pulsos por segundos), velocidad de modulación = 2000 Baudios y la amplitud del pulso ( $A = 1 \text{ V}$ ). Se solicita realizar el gráfico de amplitud del espectro de Fourier. Calcular el ancho de banda, cantidad de armónicas y el valor máximo de  $C_n$ .

$$\text{FRP} = 100\text{pps} \Rightarrow T = 0.01 \text{ seg}$$

$$V_m = 2000 \text{ Baudios} \Rightarrow d = 1/2000 = 0.5 \times 10^{-3} \text{seg}$$

$$n = T/d = 0.01 / 0.5 \times 10^{-3} = 0.02 \times 10^3 = 20 \text{ armónicas}$$

$$\Delta f = 20 \cdot f_0 = 20 \times 100\text{Hz} = 2000\text{Hz}$$



Amplitud máxima:  $\frac{Ad}{T} = \frac{1 \cdot 0.5 \times 10^{-3}}{0.01} = 0.05$

9. Dado los siguientes datos, FRP = 300 pps (pulsos por segundos), velocidad de modulación = 1200 baudios y la amplitud del pulso ( $A = 1$  V). Se solicita realizar el gráfico de amplitud del espectro de Fourier. Calcular el ancho de banda, cantidad de armónicas y el valor máximo de  $C_n$ .

FRP = 300pps  $\Rightarrow T = 1/300 = 0,0033$  seg  
 $V_m = 1200$  Baudios  $\Rightarrow d = 1/1200 = 0,000833$  seg  
 $n = T/d = 0,0033 / 0,000833 = 3.97 \sim 4$  armónicas  
 $\Delta f = 4 \cdot f_o = 4 \times 300\text{Hz} = 1200$  Hz

Amplitud máxima:  $\frac{Ad}{T} = \frac{1 \cdot 0.833 \times 10^{-3}}{3.3 \times 10^{-3}} = 0.25$

10. Dado un tren de pulsos de FRP = 10 pps (pulsos por segundos), velocidad de modulación igual a 50 baudios y amplitud del pulso ( $A = 1$  V). Se solicita realizar el gráfico de amplitud del espectro de Fourier. Calcular el ancho de banda necesario para transmitir dicha señal, cantidad de armónicas y el valor máximo de  $C_n$ .

FRP = 10pps  $\Rightarrow T = 0,1$  seg  
 $V_m = 50$  Baudios  $\Rightarrow d = 0,02$   
 $n = T/d = 0,1 / 0,02 = 5$  armónicas  
 $\Delta f = 5 f_o = 5 \times 10\text{Hz} = 50$  Hz

Amplitud máxima:  $\frac{Ad}{T} = \frac{1 \cdot 0.02}{0.1} = 0.2$