Hoja: Legajo
Fecha: 175 732-7

• Acepto el protocolo Malagar

4/12/20

- Parcial Matemática discreta segundo Parcial

1) a) Clasifique y resuelva

$a_{n+1} - 6a_n + 9a_{n-1} = 0$ con $a_0 = 4 \wedge a_1 = 6$

b) Halle, si es posible, un $n \in \mathbb{N}$ tal que

$300 < n \leq 400 \wedge \varphi(n) = \frac{1}{2} n$ justifique

Resolución

$a_{n+1} - 6a_n + 9a_{n-1} = 0$

Polinomio ~~asoc~~ asociado

$x^2 - 6x + 9 = 0$

Raíces:

$\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4.a.c}}{2.a} = \frac{+6 \pm \sqrt{6^2 - 4.1.9}}{2.1}$

$= \frac{6 \pm \sqrt{0}}{2} \to \frac{6}{2} = 3$

$\to \frac{6}{2} = 3$

Clasificación

es: Homogenea

orden = 2

grado = 1

tiene coeficientes constantes

$\mathbb{C}^0 = \{3\}$ con multiplicidad 2

Solución general

teorema 3 $\to$ $a_n = \alpha.3^n$, $a_n = \beta.n.3^n$, $\underbrace{a_n = \gamma.n^{2-1}.2^n}_{=}$

teorema 2 $\to$ $a_n = \alpha.3^n + \beta.n.3^n$

Solución particular

$n=0 \to 4 = \alpha.3^0 + \beta.0.3^0 = \cancel{3}\alpha.1 + \beta.0.1 = \boxed{\alpha}$

$n=1 \to 6 = \alpha.3^1 + \beta.1.3^1 = \alpha.3 + \beta.3$

Reemplazo $\alpha = 4 \to 6 = 4.3 + \beta.3$

$\cancel{6} = 12 + 3\beta$

$6 - 12 = 3\beta$

$\frac{-6}{3} = \beta$

$\boxed{-2 = \beta}$

Notas:

Escaneado con CamScanner

Solución Particular $\rightarrow \underline{a_n = 4 \cdot 3^n + 2 \cdot n \cdot 3^n}$

b) $300 < n < 400 \quad \wedge \quad \varphi(n) = \frac{1}{2} n$

$\varphi(n) = n \cdot \left(1 - \frac{1}{P_1}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{P_2}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{P_3}\right)$ — Siendo Pn los primos divisores de n

$\frac{1}{2} = \left(1 - \frac{1}{2}\right) \quad (1) \longrightarrow \quad \frac{1}{2} = \frac{3}{4} \cdot \frac{2}{3} = \left(1 - \frac{1}{4}\right) \cdot \left(1 - \frac{1}{3}\right)$

Si fuera 2 su único divisor
n sería potencia de 2
pero $2^8 = 256 \wedge 2^9 = 512$
se va del rango

~~Probamos con numeros que son potencias de 3 y 4 llego~~
~~$2 \quad 324 = 4^1 \cdot 3^4$~~

~~Seguimos después~~

$\cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{2}{3} \cdot$

$(1, 2, 3, 5, 7, 11, 13)$

No es posible Hallar un n que cumpla esa condición puesto que si n es potencia de 2 no entra en el rango y si el $\frac{1}{2}$ se armo como cancelación de fracciones tampoco sería posible porque la multiplicación de 2 primos deberá dar 2 o bien ser una simplificación, pero esto no es posible ya que no puedo simplificar el producto de algo que no es divisible por 2 a 2

Hoja:

Fecha:

2) Sea $A=\{I,-I,X,Y,-Y\}$ es conjunto de matrices de orden n tales que $X\cdot X=Y \wedge X^{-1}=Y$

a) Demuestre que A es un grupo con la multiplicación matricial

b) Grafique la red de subgrupos de A e indique si tiene estructura de Algebra de Boole

Resolución

$X^{-1}=Y$ quiere decir q' se habilita la multiplicación a ambos lados

$\cdot$	I	$-I$	X	$-X$	Y	$-Y$
I	I	$-I$	X	$-X$	Y	$-Y$
$-I$	$-I$	I	$-X$	X	$-Y$	Y
X	X	$-X$	Y	$-Y$	I	$-I$
$-X$	$-X$	X	$-Y$	Y	$-I$	I
Y	Y	$-Y$	I	$-I$	X	$-X$
$-Y$	$-Y$	Y	$-I$	I	$-X$	X

Tiene neutro y es I

$X\cdot X^{-1}=I \rightarrow X^{-1}\cdot X=I$

$X\cdot Y=I \qquad Y\cdot X=I$

- Todos los elementos tienen simétrico

$X^{-1}\cdot X^{-1}=\cancel{X}$

- La operación es cerrada
- Es abeliano

¿Asociativa? $(A,\cdot)$

Sean $a,b\in A$ / {

$a,b,c\in A: a*(b*c)=(a*b)*c$, pruebe anulable

$a*(b*c)\rightarrow a\cdot(b\cdot c)\xrightarrow{Asoc}(a\cdot b)\cdot c\rightarrow(a*b)*c$ por asociativa del grupo

~~Se puede asociar ya q' las operaciones~~

Notas:

Escaneado con CamScanner

b)

$H_6 = A$

$H_1 = \langle I \rangle = \{I\}$

$H_2 = \langle -I \rangle = \{I, -I\}$

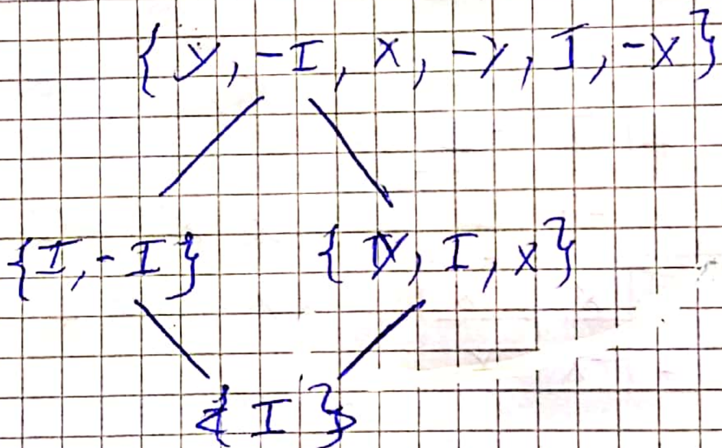
$H_3 = \langle X \rangle = \{Y, I, X\}$

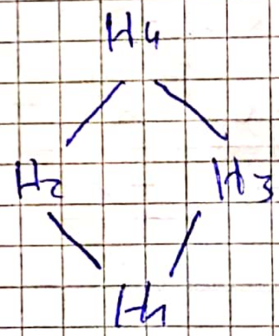
$H_4 = \langle -X \rangle = \{Y, -I, X, -Y, I, -X\} = \langle -Y \rangle$

$\langle Y \rangle = \{X, I, Y\}$

$\langle -Y \rangle = \{X, -I, Y, -X, I, -Y\}$

Red de subgrupos:





-Si, el Algebra de boole puesto que es una red distributiva y complementada

Hoja:

Fecha:

3) Indique V o F y justifique

a) Es posible que un grafo conexo posea 2 o más puntos de corte y además tenga ciclo de Hamilton

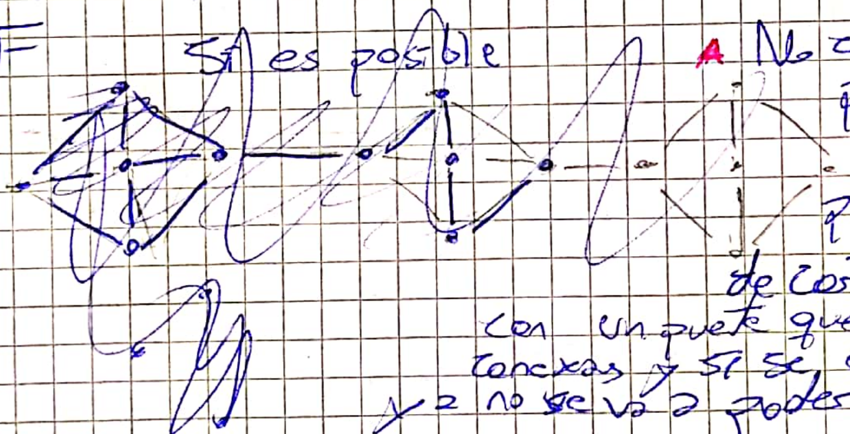
b) El árbol que representa la siguiente expresión dada en notación polaca:

+, ∘, /, x, y, ↑, z, +, t, w, −, h, ∘, m, n

no es balanceado

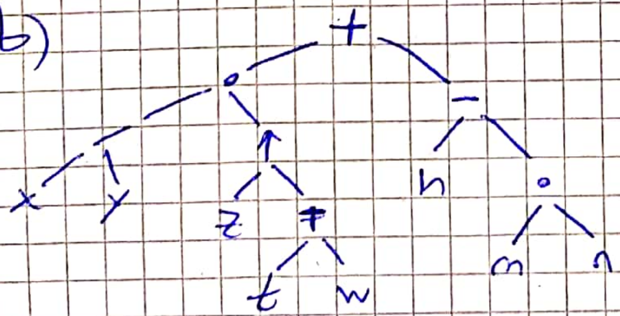
Resolución:

a) F   Si es posible



No es posible ya que para tener ciclo tiene que ser conexo y poder ir y volver, por haber un punto de corte tiene que ser con un puente que termine en partes conexas y si se empieza de un lado ya no se va a poder volver al inicio

b)

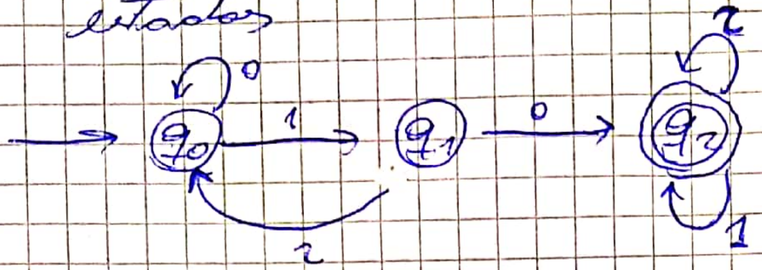


Altura = 4

Es desbalanceado ya que la hoja h está en el nivel 2

Notas:

4) Dado el siguiente diagrama de transición de estados



a) Indique si es determinístico o no (Justifique) y escriba una gramática regular que genere dicho lenguaje

b) Halle la expresión regular del lenguaje que reconoce

Resolución

a) El diagrama de transición es determinístico puesto que no posee ~~[illegible]~~ transiciones por λ y cumple con la unicidad, es decir que cada estado posee a lo sumo una transición por cada letra diferente.

P:

$q_0 \rightarrow 0q_0 \mid 1q_1$ $\qquad G = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0,1,2\}, P, q_2)$

$q_1 \rightarrow 2q_0 \mid 0q_2$

$q_2 \rightarrow 1q_2 \mid 2q_2 \mid \lambda$

b) $q_0 = 0q_0 \vee 1q_1 \rightarrow q_0 = 0q_0 \vee 1.[2q_0 \vee (0.(1 \vee 2)^*] \longrightarrow$

$q_1 = 2q_0 \vee 0q_2 = 2q_0 \vee 0.(1 \vee 2)^*$

$q_2 = 1q_2 \vee 2q_2 \vee \lambda = q_2.(1 \vee 2) \vee \lambda = (1 \vee 2)^*.\lambda = (1 \vee 2)^*$

$\longrightarrow 0q_0 \vee 12q_0 \vee 0.(1 \vee 2)^* = q_0.(0 \vee 12) \vee 0.(1 \vee 2)^*$

Nota: $\text{Rta} = (0 \vee 12)^*.1.0.(1 \vee 2)^*$ $\quad = (0 \vee 12)^* \, 0(1 \vee 2)^* \rightarrow$ Le falta un 1