

CEIT
F.R.B.A.

UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA NACIONAL
FACULTAD REGIONAL BUENOS AIRES

**MECANICA DE
LOS FLUIDOS
-2007-**

**Cs. Básicas
U.D.b. Física**

BF1AT4

A. Beltramo - E. La Lorgia - H. Cassia - Edición: H. Cassia

FLUIDOS

Generalidades:

Las sustancias se dividen en tres grandes grupos: sólidos, líquidos y gases. Estos dos últimos, por sus propiedades particulares, se los agrupa bajo el nombre de fluidos.

Los fluidos se pueden clasificar en ideales y reales.

Un gas perfecto es aquel fluido que cumple rigurosamente (aunque luego se acepta que aproximadamente) con la ecuación general de estado de los gases ideales.

Un líquido perfecto o ideal es aquel fluido perfecto que no cambia de volumen bajo la acción de fuerzas exteriores o sea que es incompresible cualquiera sea la intensidad de ellas.

Las características sobresalientes de los fluidos reales son:

a) Gases:

- Ocupan totalmente el recipiente que los contiene.
- Pequeñas fuerzas producen variaciones apreciables de volumen.

b) Líquidos:

- Toman la forma del recipiente que los contiene.
- Grandes fuerzas no producen variaciones apreciables de volumen
- La superficie libre es horizontal.

1.-LIQUIDOS EN EQUILIBRIO

1.1.-Presión de un líquido

Sea un recipiente metálico como se indica en la Figura 1 a), si le aplicamos una fuerza F sobre la tapa de la izquierda se observa que dicha fuerza se transmite a la tapa de la derecha (es decir si aplica F en sentido contrario a la tapa de la derecha el recipiente permanecerá en equilibrio).



Figura 1

Si ahora reemplazamos las tapas por sendos émbolos móviles como se indica en la Figura 1 b), y se llena el recipiente con un fluido, por ejemplo agua, se observa en este caso que la fuerza trasmisita al émbolo de la derecha es menor, o sea $F > f$, cuando el área del émbolo A sea mayor que el área del émbolo a.

Como conclusión de estas experiencias se puede decir que un sólido trasmite fuerzas y los fluidos trasmiten otra propiedad, denominada presión.

Se define presión como la fuerza normal aplicada a un fluido por unidad de área.

$$p = \frac{F}{S} \quad (1)$$

La unidad en el sistema MKS (SIMELA) es el Pascal.

$$[p] = \frac{[F]}{[S]} = \frac{N}{m^2} = \text{Pascal} = Pa$$

Otras unidades derivadas son:

dina/cm²; cuya equivalencia es 1 Pa = 10 dina/cm²

La atmósfera (atm), lo mismo que el Torr o milímetro de mercurio (mmHg). El origen de esta unidad la veremos más adelante. Sus equivalencias son:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ Torr} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

Otra unidad muy usada es el bar, cuya equivalencia es:

$$1 \text{ bar} = 10^5 \text{ Pa} = 10^6 \text{ dina/cm}^2$$

y su submúltiplo el milibar (o baria),

$$1 \text{ mbar} = 10^{-3} \text{ bar}$$

La presión en cada punto del fluido es la misma para todas las orientaciones posibles del elemento de superficie considerado.

Desde un punto de vista intuitivo bastaría imaginar en un punto infinitas orientaciones del elemento de superficie y ver que ninguna de ellas tiene diferencia respecto de las otras.

Ejemplo 1

Un ladrillo de dimensiones $7 \times 15 \times 25$ cm y masa 4 kg se apoya sobre una mesa. Hallar en ambos casos indicados en la Figura 2, la presión ejercida sobre la mesa.

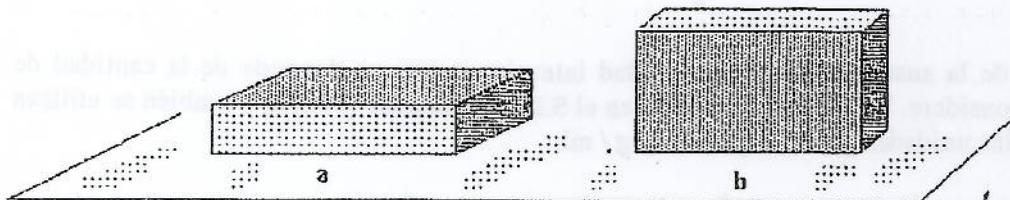


Figura 2

Solución:

Caso a)

$$P_a = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{0,15 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m}} = 1045,4 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1066,7 \text{ Pa}$$

Caso b)

$$P_b = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{4 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{0,07 \text{ m} \cdot 0,25 \text{ m}} = 2240 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 2285,7 \text{ Pa}$$

Es decir a pesar de que el peso es el mismo en ambos casos, corresponderá mayor presión cuando la superficie de apoyo es menor.

1.2.- Concepto de densidad

Si comparamos la misma cantidad de masa de dos sustancias diferentes, se observa en general que ocupan distinto volumen. Por ejemplo, si colocamos en ambos platillos de una balanza y buscamos el equilibrio entre el plomo y el aluminio observaremos que el volumen que ocupa el plomo es menor que el del aluminio. Decimos entonces que el plomo es mas denso que el aluminio.

Se define entonces la densidad de una sustancia como el cociente entre su masa y el volumen que ocupa.

(2)

$$\delta = \frac{m}{V}$$

Esta propiedad de la sustancia es una propiedad intensiva o sea no depende de la cantidad de materia que se considere. La unidad de medida en el S.I. de Unidades es kg/m^3 , también se utilizan frecuentemente las unidades g/cm^3 , kg/litro y g/ml .

Si expresamos el peso de la sustancia considerada, resulta útil definir una nueva magnitud, el peso específico ρ y se define como el cociente entre el peso y el volumen.

(3)

$$\rho = \frac{P}{V}$$

Y las unidades usuales son en el S.I. de Unidades es N/m^3 , también se utilizan frecuentemente las unidades kgf/cm^3 , gf/cm^3 , kgf/litro , gf/ml , N/m^3 , etc.

Dado que la relación entre peso y masa es: $P = m g$, la relación entre peso específico y densidad será:

(4)

$$\rho = \delta g$$

Por último se define densidad relativa al cociente de la densidad del cuerpo dividida por la densidad de otra sustancia. Esta relación es un número adimensional.

(5)

$$\delta_r = \frac{\delta}{\delta_0}$$

En general se usa como densidad de referencia a la del agua a un temperatura de 4°C , así por ejemplo, la densidad relativa del mercurio respecto del agua es 13,6, en efecto:

$$\delta_r = \frac{\delta_{Hg}}{\delta_{H2O}} = \frac{13,6 \text{ g/cm}^3}{1 \text{ g/cm}^3} = 13,6$$

Ejemplo 2

Hallar la densidad media de la Tierra, en g/cm^3

Datos: $R_T = 6340 \text{ km}$, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$

Solución:

Tomando a la Tierra como una esfera perfecta,

$$\delta = \frac{m}{V} = \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{\frac{4\pi}{3} (6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^3} = \frac{5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{1082,68 \cdot 10^{18} \text{ m}^3}$$

$$\delta = 0,005514 \cdot 10^6 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 5514 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} = 5,514 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Valor inferior a la densidad del hierro.

1.3.- Teorema fundamental de la hidrostática

Imaginemos un volumen de la masa líquida, limitado por una superficie imaginaria de grosor infinitesimal y de área S en el interior de un líquido a una altura y del fondo como se muestra en la Figura 3.

Dado que esta porción se encuentra en equilibrio se cumple que:

$$\sum F_i = 0 \rightarrow \sum F_i = F_1 + F_2 + dQ + F_L = 0 \quad (6)$$

donde:

F_1 : es la fuerza que ejerce el líquido sobre la sección superior

F_2 : es la fuerza que ejerce el líquido sobre la sección inferior

dQ : es el peso de la porción de líquido elegida

F_L : es la fuerza que el líquido ejerce sobre la superficie lateral.

Está claro que según x se cancelan todas las fuerzas ejercidas por el líquido sobre la superficie lateral.

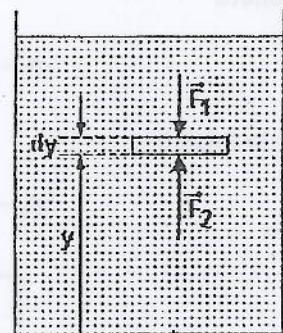


Figura 3

$$\sum F_x = 0$$

Respecto del eje y también será:

$$\sum F_y = 0$$

Luego, como las fuerzas son debidas a la presión de líquido:

$$F_1 = (p + dp) S, \quad F_2 = p S \quad y \quad dQ = dm g$$

Con $dm = \delta S dy$ siendo δ la densidad del líquido

$$\sum F_y = p S - (p + dp) S - dm g = 0$$

$$-dp \cdot S = \delta g S dy \quad \rightarrow \quad \frac{dp}{dy} = -\delta g$$

el signo menos indica que a medida que aumenta la altura y , la presión va disminuyendo

Supongamos ahora que los puntos 1 y 2 están separados en una altura h (Figura 4).

Luego dado que en la altura y_1 la presión es p_1 , y en la altura y_2 es p_2 , integrando la expresión

$$\int_{p_2}^{p_1} dp = - \int_{y_2}^{y_1} \delta g dy ,$$

resulta entonces

$$p_1 - p_2 = -\delta g (y_1 - y_2)$$

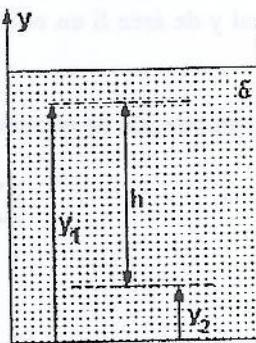


Figura 4

o lo que es lo mismo

$$p_2 - p_1 = \delta g (y_1 - y_2)$$

luego

$$p_2 - p_1 = \delta g h \quad (7)$$

Este es el Teorema general de la Hidrostática, que expresa que la diferencia de presión entre dos puntos cualesquiera en el seno de una masa líquida en equilibrio es igual al producto de la densidad por la aceleración de la gravedad (peso específico) por la diferencia de nivel existente entre los puntos considerados.

1.3.1- Presión en el interior de un líquido

Queremos calcular ahora cuál es la presión en un punto cualquiera en el interior de un líquido, por ejemplo el punto 2 a una profundidad h .

Si ubicamos el punto 1 en la superficie (Figura 5), la ecuación del teorema general de la hidrostática se escribirá de la siguiente forma

$$p_2 = p_1 + \delta g h \quad (8)$$

Llamando p_0 la presión en la superficie del fluido (la presión atmosférica) y p a la presión a la profundidad h quedará.

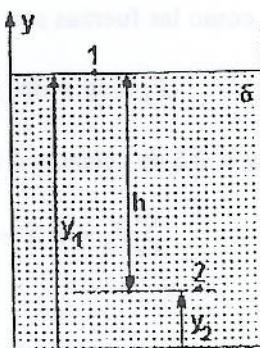


Figura 5

$$P = P_0 + \delta g h$$

(9)

Siendo esta la expresión de la presión denominada absoluta a una profundidad h , el término de presión, $\delta g h$, se denomina presión manométrica.

Ejemplo 3

La máxima profundidad marina detectada hasta la fecha se encuentra en la fosa de las islas Marianas y tiene un valor de 10911 m. Hallar la presión sobre el fondo del mar en atmósferas. La densidad relativa del agua de mar puede considerarse constante e igual a 1,05.

Solución:

La presión debida al agua será:

$$p_a = \delta g h = 1,05 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} 10911 \text{ m}$$

$$p_a = \delta g h = 1122744190 \text{ Pa}$$

Pasando a atmósferas:

$$p_a = 1122744190 \text{ Pa} \cdot \frac{1 \text{ atm}}{1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}} = 1108,3 \text{ atm}$$

Para pasar a la presión absoluta, solo hay que sumarle la presión atmosférica en la superficie del mar. Entonces:

$$p_a = 1 \text{ atm} + 1108,3 \text{ atm} = 1109,3 \text{ atm}$$

1.4.- Principio de Pascal

Sea un líquido en reposo dentro de un recipiente (Figura 6). Como consecuencia del teorema fundamental de la hidrostática aplicado a los puntos 1 y 2

$$p_2 - p_1 = \delta g (y_2 - y_1) \quad (10)$$

Comuniquemos ahora al punto 1 una sobrepresión Δp mediante un émbolo y averigüemos cuánto vale ahora la nueva presión en 2 (p'_2). Tendremos:

$$P_2 - (P_1 + \Delta p) = \delta \cdot |\vec{g}| \cdot (y_1 - y_2)$$

$$P_2 - P_1 - \Delta p = P_2 - P_1$$

$$P_2 = P_1 + \Delta p$$

(11)

de esto se deduce que la presión en 2, punto totalmente arbitrario, se incrementa en un valor igual a la sobrepresión aplicada en A. Eso es, precisamente, lo que nos dice el teorema de Pascal: *la sobrepresión aplicada en un punto de la superficie de un líquido en reposo, se transmite con igual intensidad a los demás puntos del líquido.*

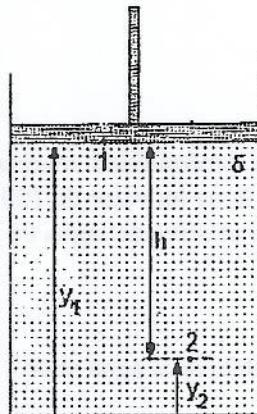


Figura 6

1.4.1.- Vasos comunicantes

Se denomina así un sistema abierto, formado por recipientes de distinta forma vinculados por un tubo como por ejemplo el que se muestra en la Figura 7.

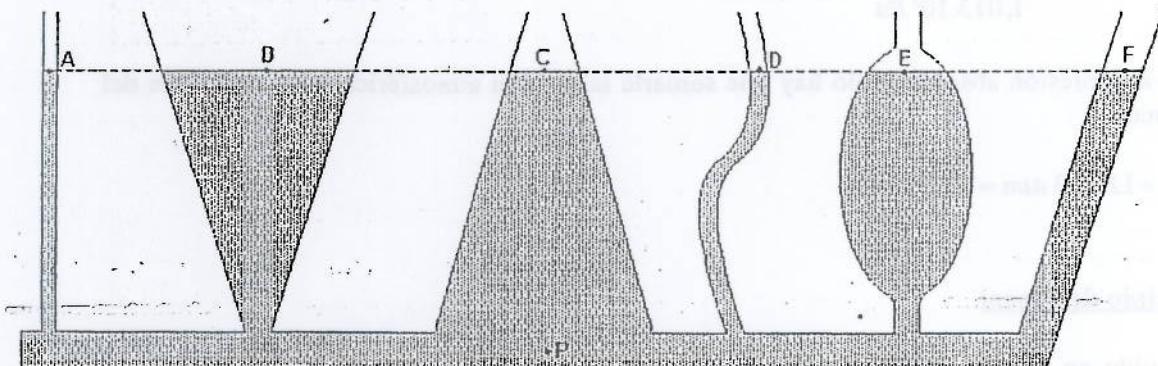


Figura 7

De acuerdo con el teorema general de la hidrostática, la diferencia de presión entre dos puntos de un líquido es proporcional a la altura.

Tomemos el punto P en el tubo inferior (Figura 7), luego los puntos A, B...F, deben estar a la misma altura respecto de P. En efecto, si se supone que en uno de los recipientes el nivel del líquido es más alto que en el otro, existirá una diferencia de presiones en la parte inferior del tubo; que será igual a la diferencia de alturas entre ambos niveles.

De acuerdo con el Principio de Pascal, la presión mayor tenderá a transmitirse hacia la menor, hasta que ambas se igualen. Además todos los puntos que están en contacto con la atmósfera soportan la misma presión y por lo tanto estarán la misma altura.

Una aplicación de este efecto, es la que permite conocer el nivel de un líquido en el interior de un tanque cerrado, colocando a uno de sus lados un tubo transparente y graduado también cerrado, que mide la altura y por lo mismo el contenido del interior del tanque.

1.4.2.- Prensa hidráulica:

Una aplicación práctica del principio de Pascal es la prensa hidráulica.

Consta esta de dos cilindros de distinta sección (Figura 8) S_1 a la izquierda y S_2 a la derecha, cerrados por dos émbolos como muestra la figura.

El sistema se encuentra en equilibrio por la aplicación de sendas fuerzas \vec{F}_1 y \vec{F}_2 . Consideremos en este caso que los émbolos se encuentran a la misma altura.

Como un líquido transmite presiones, se puede escribir de acuerdo a (8):

$$p_3 = p_1 + \delta g h_1$$

$$p_3 = p_2 + \delta g h_2$$

Luego

$$p_1 + \delta g h_1 = p_2 + \delta g h_2$$

$$\frac{F_1}{S_1} + \delta g h_1 = \frac{F_2}{S_2} + \delta g h_2 \quad (12)$$

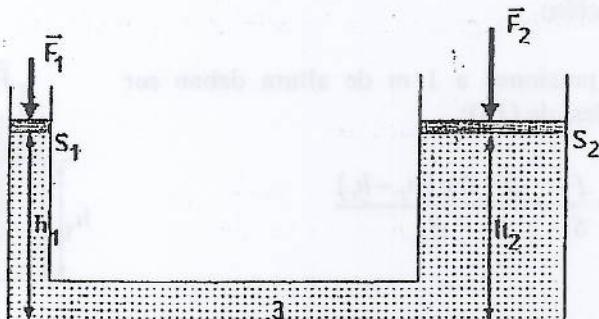


Figura 8

Debido a que la presión es la misma a la misma altura por ambos lados, se verifica que:

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \quad (13)$$

Se verifica que si se aplica una fuerza F_1 al émbolo pequeño de área S_1 , dará como resultado una fuerza F_2 más grande en el émbolo mayor de área S_2 .

Ejemplo 4

Una bomba hidráulica como la mostrada en la Figura 9 mantiene en equilibrio una carga Q . Hallar dicha carga si la fuerza aplicada en el émbolo pequeño es de 2 kgf.

Datos:

$$\begin{aligned} F_1 &= 20 \text{ kgf} & S_1 &= 20 \text{ cm}^2 \\ S_2 &= 1 \text{ m}^2 & h_1 &= 1 \text{ m} \\ h_2 &\approx 5 \text{ m} \end{aligned}$$

Solución:

Las presiones a 1 m de altura deben ser iguales, de (13):

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} = \frac{Q + \delta g (h_2 - h_1)}{S_2}$$

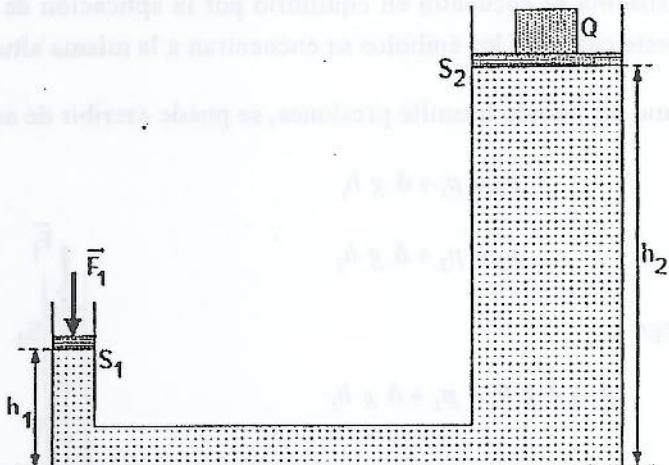


Figura 9

$$\frac{200 \text{ N}}{0,002 \text{ m}^2} = \frac{Q + 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} (5 \text{ m} - 1 \text{ m})}{1 \text{ m}^2}$$

luego,

$$Q = 6000 \text{ kgf}$$

1.4.3.- Experiencia de Torricelli

La Tierra se encuentra rodeada de la atmósfera. Siendo el aire un fluido, todo punto interior de la atmósfera recibe la presión de dicho fluido en forma similar a los líquidos.

Si tomamos un área cualquiera dentro de la atmósfera, la misma soportará el peso de la columna de aire que se extiende desde las primeras capas de la atmósfera hasta la sección considerada.

Cómo podrá ser medida entonces la presión atmosférica?. El problema fue resuelto en 1643 por Torricelli equilibrando la presión producida por la columna de aire por una columna de mercurio como se muestra en la Figura 10.

Este aparato consiste en un tubo largo (1 m aproximadamente) con un extremo obturado y sección pequeña que se llena de mercurio. Al invertirlo dentro de una cubeta también llena de mercurio se observa que el mercurio no desciende completamente sino que lo hace hasta una altura h independientemente de su inclinación.

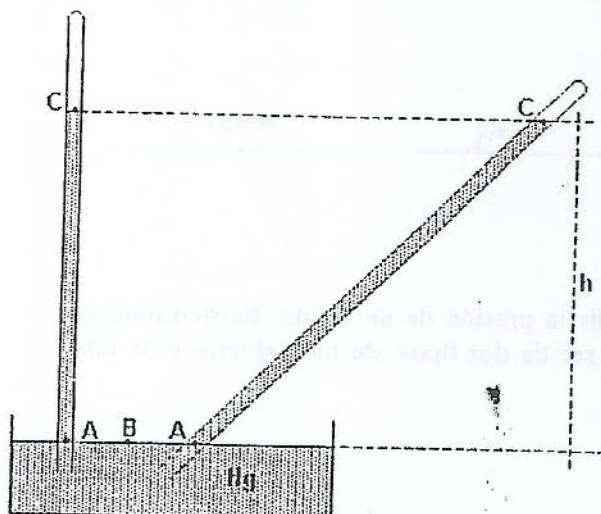


Figura 10

En el punto C la presión es prácticamente nula (despreciando la presión del vapor de mercurio a la temperatura dada).

Sobre la superficie de la cubeta B, la atmósfera ejerce una presión p_0 . Según el principio de Pascal, todos los puntos que se encuentran al mismo nivel tendrán la misma presión

$$P_A = P_B = P_0 \quad (14)$$

La presión en el punto A será entonces solamente la producida por la columna de mercurio (ya que en C dijimos que era 0)

Se comprueba en condiciones normales de presión y temperatura que la columna de mercurio es de 76 cm. O sea una columna de 76 cm de mercurio ejerce la misma presión que la atmósfera.

Como

$$P_A = P_0 = \delta g h \quad (15)$$

Con la densidad del mercurio

$$\delta = 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

quedará

$$P_0 = 13,6 \cdot 10^3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,76 \text{ m}$$

$$P_0 = 1,013 \cdot 10^5 \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$$

a esta cantidad se la denomina atmósfera (atm).

$$1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 1013 \text{ hPa}$$

Siendo

$$1 \text{ hPa} = 1 \text{ hecto Pascal} = 100 \text{ Pa}$$

Considerando la altura de la columna de mercurio para 1 atmósfera, se suele expresar esta cantidad como:

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mm Hg} = 760 \text{ Torr}$$

Siendo la unidad Torr equivalente a 1 mm de Hg.

1.4.4.- Medida de la presión - Manómetros

Un manómetro es un instrumento utilizado para medir la presión de un fluido. Existen muchos modelos de aparatos para medir la presión y pueden ser de dos tipos, de tubo abierto y de tubo cerrado.

a) Manómetro de tubo abierto.

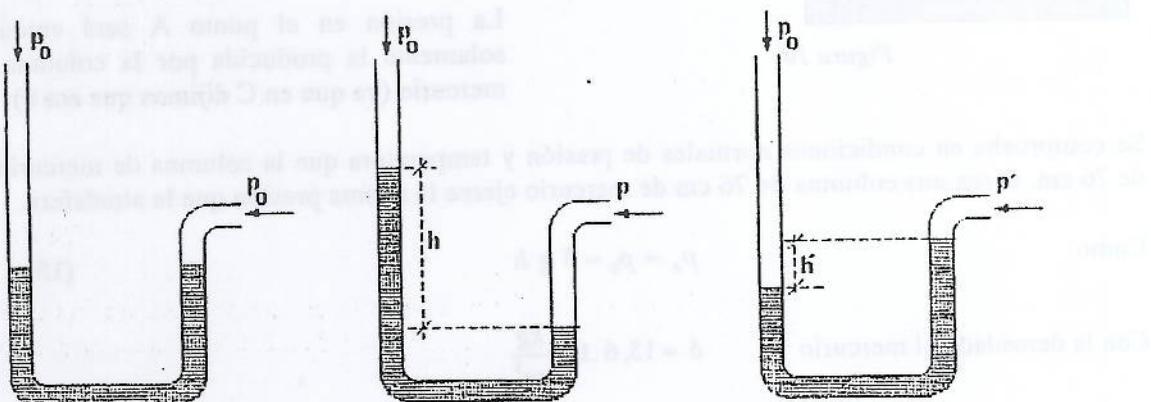
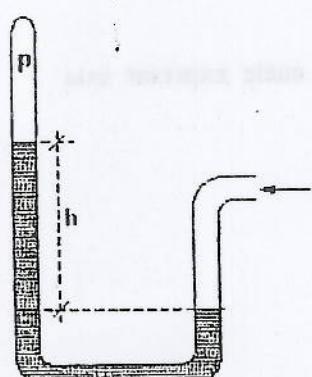


Figura 11

El más simple de ellos es el denominado manómetro de tubo abierto. Este consiste en un tubo en U como muestra la Figura 11, parcialmente lleno de un líquido, generalmente mercurio.

Si el gas al que está vinculado el líquido del tubo, tiene la presión atmosférica en ambos extremos, el mismo se comportará como vasos comunicantes. Si la presión en uno de los extremos se incrementa (o disminuye) la presión incógnita estará vinculada a la diferencia de alturas de las ramas de la siguiente forma:

$$p = p_0 + \rho g h \quad (16)$$



Donde p_0 es la presión atmosférica. Si el líquido de la columna izquierda estuviera mas abajo que el de la derecha, esto indicaría que p sería menor que la presión atmosférica (y h' debe ser considerada negativa).

b) Manómetro de tubo cerrado: Consiste en un tubo en U con una rama cerrada (Figura 12) lleno de mercurio y en la que se ha hecho vacío.

De esta manera, dado que la presión en la parte más elevada de dicha rama es nula ($p = 0$), la presión atmosférica se medirá entonces en función de la altura del desnivel de líquido.

$$p_0 = \delta g h \quad (17)$$

1.4.5.- Medición de densidades de líquidos no miscibles:

La aplicación de la propiedad fundamental de la hidrostática, nos da un método simple para comparar las densidades de dos líquidos no miscibles.

Si colocamos en un tubo en U abierto (Figura 13) un líquido, por ejemplo mercurio (δ_1) quedará ambas alturas al mismo nivel.

Si encima del líquido 1 en una de las ramas, volcamos un líquido del cual queremos conocer su densidad (δ_2), veremos que los extremos superiores alcanzarán distintos niveles, siendo el que alcanza la menor altura el líquido de mayor densidad.

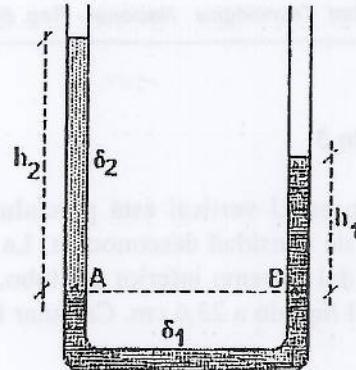


Figura 13

Consideremos el nivel que pasa por la línea de unión de ambos líquidos. La presión en cada uno de esos puntos dentro del tubo debe ser la misma.

$$P_A = P_B \quad (18)$$

La presión en A es la atmosférica más la ejercida por la columna del líquido 2, la presión en B es en forma similar, será la suma de la presión atmosférica más la debida a la producida por el líquido 1.

$$p_0 + \delta_1 g h_1 = p_0 + \delta_2 g h_2 \quad (19)$$

Simplificando la presión atmosférica y la aceleración de la gravedad quedará:

$$\delta_1 h_1 = \delta_2 h_2$$

También la relación de alturas estará relacionada con la densidad relativa de un líquido respecto de otro:

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{h_1}{h_2} \quad (20)$$

Esta relación indicaría que la densidad del líquido 2 respecto del 1 es igual a la relación de las alturas 1 y 2, es decir, las densidades son inversamente proporcionales a las alturas de las columnas respectivas.

Ejemplo 5

Un tubo en U vertical está parcialmente lleno de mercurio y se vierte en una de las ramas un líquido de densidad desconocida. La superficie de separación entre el líquido y el mercurio está a 5,8 cm del extremo inferior del tubo, la superficie libre del mercurio está a 7,7 cm y la superficie libre del líquido a 23,6 cm. Calcular la densidad del líquido.

Solución:

Dado que el sistema de referencia está tomado desde la base del tubo, los valores de las alturas a considerar en la expresión (18):

$$\frac{\delta_2}{\delta_1} = \frac{h_1}{h_2}$$

con δ_1 (densidad del líquido) y δ_2 (densidad del mercurio) serán,

$$h_1 = 23,6 \text{ cm} - 5,8 \text{ cm} = 17,8 \text{ cm}$$

$$h_2 = 7,7 \text{ cm} - 5,8 \text{ cm} = 1,9 \text{ cm}$$

Luego despejando de (18)

$$\delta_1 = \frac{h_2}{h_1} \delta_2$$

$$\delta_1 = 1,45$$

que es la densidad del líquido respecto del agua.

1.5.- Principio de Arquímedes:

Ya sabemos que si colocamos un trozo de madera en el agua esta flota, en cambio si colocamos un ladrillo éste se hunde. La experiencia nos dice que el fenómeno observado tiene que ver con la densidad del material y no con su masa, de hecho no importa la masa del ladrillo para que este se hunda.

El hecho que la madera flote nos da idea que existe una fuerza igual y contraria al peso que la mantiene en equilibrio. A esta fuerza se la denomina empuje del líquido.

Este fenómeno se denomina Principio de Arquímedes, y se enuncia así:

Todo cuerpo sumergido en un líquido recibe un empuje de abajo hacia arriba igual al peso del volumen de líquido desalojado.

Consideremos un cilindro ideal de líquido en el seno de un recipiente lleno como se muestra en la Figura 14. Dicho cilindro de peso Q se encuentra en equilibrio debido a que la presión en la tapa inferior es mayor que en la tapa superior, luego la diferencia de las fuerzas involucradas será:

$$F_2 - F_1 = \delta_L g A h_2 - \delta_L g A h_1 = Q \quad (21)$$

Siendo $Q = \delta_L g A h$ el peso del cilindro de líquido y $F_2 - F_1 = E$ el empuje debido al líquido.

De esto se deduce que el empuje es equivalente al peso del cilindro de líquido considerado.

$$E = Q$$

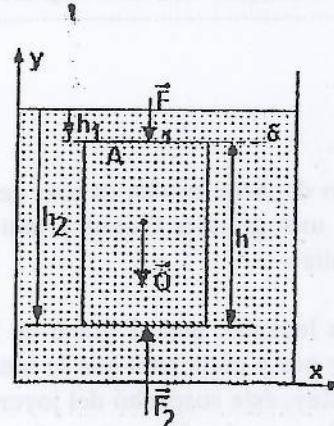


Figura 14

Si reemplazamos el cilindro de líquido por un cuerpo sólido (Figura 15) de la misma forma que la considerada, la presión en cada tapa no cambiará y tampoco lo harán las fuerzas aplicadas sobre ellas,

$$F_2 - F_1 = E = Q$$

Siendo, como vimos anteriormente $Q = \delta_L g A h$ el peso del cilindro de líquido.

Entonces en definitiva el empuje es:

$$E = \delta_L g V_s \quad (22)$$

donde δ es el peso específico del fluido y V_s el volumen desalojado por el sólido.

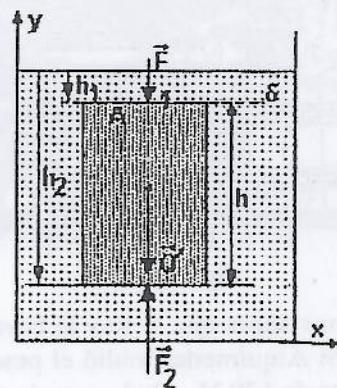


Figura 15

Por supuesto este resultado es independiente de la forma del objeto.

Se denomina flotabilidad al caso particular en que el empuje es igual al peso del cuerpo.

$$E = Q_s \quad (23)$$

Con Q_s el peso del cuerpo considerado.

Ejemplo 6

El principio de Arquímedes es uno de los grandes principios de la hidrostática. Arquímedes, fue uno de los más grandes físicos y matemáticos de la antigüedad. Vivía en la ciudad de Siracusa (Sicilia- Italia).

Cuenta una leyenda, que el tirano de Siracusa, Heron (o Hieron), entregó a su joyero una cierta cantidad de oro y plata para que le hiciera una corona. Cuando el joyero terminó la corona y se la entregó al Rey, éste sospechó del joyero al suponer que había reemplazado parte del oro y lo había reemplazado por el mismo peso de otro metal. La corona tenía el peso correcto, pero ¿había robado el joyero parte del oro?

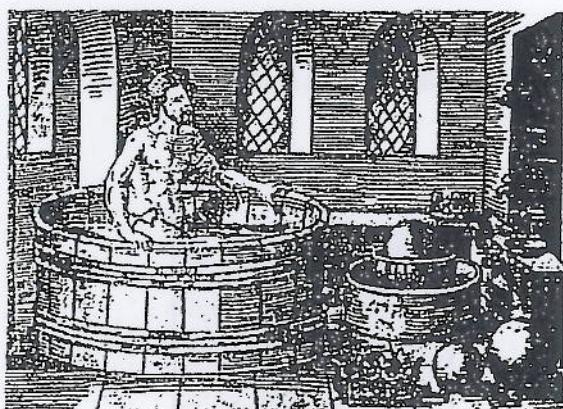


Figura 16

Herón le entregó la corona a Arquímedes para que averiguara si había sido engañado. Después de un tiempo Arquímedes encontró la solución del problema, parece ser que mientras se sumergía en una pileta para bañarse. Dicen que se puso tan contento al haber resuelto el problema, que salió corriendo desnudo a la calle gritando: ¡Eureka! ¡Eureka!, que en griego significa: ¡lo he encontrado!. (Nota: como ejemplar castigo el Rey mandó al joyero a que le cortaran la cabeza). (Figura 16)

Supongamos ahora que el Rey le haya dado al joyero para construir la corona 10 kg de oro y 4 kg de plata. Si Arquímedes midió el peso aparente de la corona sumergida en agua dulce y le dio un equivalente de 130 N. ¿Qué masa de oro se quedó el joyero?

Solución:

El peso aparente es la diferencia entre el peso en el aire y el empuje, siendo V_a el volumen de agua desalojado por la corona sumergida.

$$P_{ap} = P - E = P - V_a \delta_a g \quad (24)$$

Lo primero que hay que calcular es que volumen ocuparía la corona de estar construida con la cantidad de oro y plata cedida por el joyero.

$$V_a = \frac{m_{oro}}{\delta_{oro}} + \frac{m_{plata}}{\delta_{plata}} = 0,899 \text{ dm}^3$$

Luego el peso aparente deberá ser:

$$P_{ap} = 140 N - 0,899 \frac{kg}{dm^3} \cdot 1 \frac{kg}{dm^3} \cdot 10 \frac{m}{s^2} = 131 N$$

Como este valor difiere de lo medido por Arquímedes en 1 N, calcularemos que masa de oro se incluyó en la aleación.

El nuevo volumen de agua desalojado será la suma de los nuevos volúmenes de oro más el de plata.

$$V'_{\sigma} = \frac{m_{oro}}{\delta_{oro}} + \frac{m_{plata}}{\delta_{plata}} \quad (25)$$

Luego, el valor medido del peso aparente se reemplaza en (24)

$$P'_{ap} = 130 N = 140 N - \delta_a \cdot g \cdot \left(\frac{m_{oro}}{\delta_{oro}} + \frac{14 kg - m_{oro}}{\delta_{plata}} \right)$$

Despejando la masa de oro,

$$m_{oro} = 7,68 \text{ kg}$$

O sea el joyero se quedó con 2,32 kg de oro...pero sin la cabeza.

Ejemplo 7

Hallar que porcentaje de un témpano permanece fuera de la superficie del mar, sabiendo que la densidad del hielo es $0,917 \text{ g/cm}^3$ y que la del agua de mar es de $1,025 \text{ g/cm}^3$.

Solución:

En condición de flotabilidad el peso del témpano es igual al empuje por el principio de Arquímedes.

$$P = E$$

$$\delta_h V_h g = \delta_{agua} V_{sum} g$$

luego:

$$\frac{\delta_h}{\delta_{agua}} = \frac{V_{sum}}{V_h}$$

$$\frac{V_{sum}}{V_h} = \frac{0,917}{1,025} = 0,895$$

Por lo tanto el porcentaje de volumen emergido será de aproximadamente el 10%.

1.5.1.- Aplicación al Principio de Arquímedes:

Balanza de Jolly: Este aparato se utiliza para determinaciones rápidas de densidades, utilizando el Principio de Arquímedes.

Consiste básicamente en un resorte que responde a la ley de Hooke, cuerpo al que se le quiere medir la densidad:

En la Figura 17:

l_0 : extremo del resorte sin carga

l_1 : extremo del resorte con el cuerpo suspendido

l_2 : extremo del resorte con el cuerpo suspendido sumergido en agua

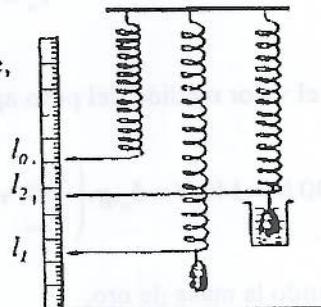


Figura 17

En el equilibrio, en el aire, el peso del cuerpo es igual al módulo de la fuerza elástica

$$P = F_{el}$$

$$P = mg = k(l_1 - l_0) \quad (26)$$

donde k es la constante elástica del resorte



Cuando se sumerge el cuerpo (de volumen V_C) o en un líquido, este recibe, por el principio de Arquímedes un empuje (E) de tal manera que su peso aparente P' será:

$$P' = P - E$$



En el equilibrio, sumergido, el peso aparente del cuerpo P' es igual al módulo de la fuerza elástica F'_{el} .

$$P' = k(l_2 - l_0)$$

Luego: $k(l_2 - l_0) = k(l_1 - l_0) - E \iff E = k(l_1 - l_2)$

Por otra parte el empuje, o sea el peso del volumen V_C agua desalojada será $E = m_a g$

Dividiendo el peso por el empuje resulta la densidad relativa del cuerpo respecto del agua:

$$\frac{P}{E} = \frac{m g}{m_a g} = \frac{m}{m_a} = \frac{\delta_C V_C}{\delta_a V_C} = \delta_r$$

Entonces la densidad relativa, en función de los estiramientos del resorte resultará:

$$\delta_r = \frac{P}{E} = \frac{k(l_1 - l_0)}{k(l_1 - l_2)} = \frac{l_1 - l_0}{l_1 - l_2} \quad (27)$$

2.-DINAMICA DE LOS FLUIDOS

2.1.-Consideraciones generales:

La dinámica de los fluidos o hidrodinámica, se ocupa del estudio del movimiento de los fluidos.

El estudio del movimiento de los fluidos puede ser muy complejo, debido a las innumerables moléculas que componen un fluido. Para simplificar dicho estudio se considera el movimiento de partículas de fluido, que consisten en un grupo de muchas moléculas que tiene propiedades cinemáticas y dinámicas similares.

Cada partícula debe ser considerada como una porción de líquido suficientemente grande conteniendo un número muy grande de moléculas y lo suficientemente pequeño como para que su volumen resulte despreciable frente a la totalidad del volumen del líquido estudiado.

Considerando a la partícula de dimensiones despreciables, puede ser asimilada a un punto material y permitirnos, de ese modo, definir como trayectoria línea de flujo al lugar geométrico de las sucesivas posiciones ocupadas por la partícula en su movimiento.

Las líneas de flujo nunca se pueden cruzar entre sí, porque un vector velocidad no puede tener dos direcciones distintas en un punto.

La distribución particular de velocidades depende de la naturaleza del flujo, el cual a su vez es una función de la geometría del conducto y de las propiedades físicas del fluido

En general, cualquiera sea el tipo de flujo, la velocidad de cada punto material del fluido es una función de las coordenadas y del tiempo.

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z, t) \quad (28)$$

2.1.1.-Flujo laminar.

Las líneas de flujo delimitan zonas denominadas capas. Las capas del fluido, en este tipo de flujo, se mueven en forma relativa unas sobre otras sin ningún tipo de mezclado macroscópico. En los sistemas con flujo laminar las capas se representan en forma gráfica por líneas de corriente. A través de estas capas no hay flujo de fluido.

Si existiese intercambio de partículas entre las distintas capas se dirá que es un flujo viscoso. Considerar el ejemplo del agua por un lado y la miel por el otro, que se dejan fluir sobre un plano inclinado. La miel está sometida a mayores fuerzas de fricción viscosa que en el caso del agua, las cuales hacen que el líquido se desplace en el descenso más lentamente en comparación al rápido fluir del agua.

La Figura 18 muestra las líneas de corriente de un flujo laminar en un tubo de flujo.

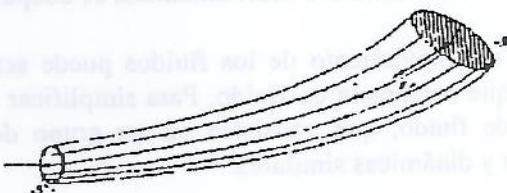


Figura 18

2.1.2.-Flujo turbulento.

En este caso, hay un movimiento irregular, al azar, del fluido en dirección transversal al flujo principal. Este movimiento de fluctuación irregular puede considerarse como sobreimpuesto al movimiento principal.

2.2.-Régimen estacionario:

Si la velocidad es sólo función de las coordenadas, el movimiento del fluido está en régimen estacionario.

$$\vec{v} = \vec{v}(x, y, z) \quad (29)$$

2.2.1.-Caudales de volumen y masa:

Tomando una porción de fluido, se pueden seleccionar líneas adyacentes de corriente, formando lo que se denomina haz de líneas o un tubo de flujo, delimitado por las mismas líneas de corriente.

Sea v la velocidad con que el fluido atraviesa la sección σ_1 (Figura 19), y es la misma en todos los puntos de σ_1 , y si además dicha sección se mantiene constante (la llamaremos σ) en el intervalo de tiempo Δt , el volumen $V = \sigma s$ contenido en el tramo $s = v \Delta t$ del tubo de corriente, es el que atravesó la sección σ en dicho intervalo y por lo tanto el caudal volumétrico, o flujo del fluido o gasto o simplemente caudal es:

$$Q = \frac{V}{\Delta t} = \frac{\sigma s}{\Delta t} = \sigma v \quad (30)$$

Y su unidad será:

$$[Q] = \frac{m^3}{s}$$

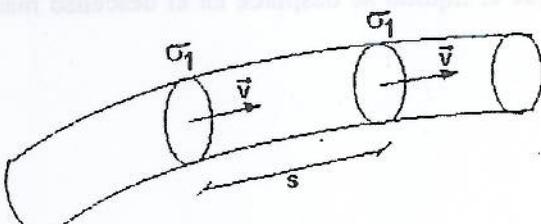


Figura 19

Si consideramos la masa que pasa a través de la sección σ en un cierto intervalo Δt , definimos caudal de masa o caudal másico y lo simbolizaremos con Q , al cociente entre la masa Δm que atravesó la sección σ y el intervalo Δt :

$$Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (31)$$

Reemplazando la definición de densidad: $\delta = \frac{\Delta m}{V}$

$$Q_m = \frac{\delta V}{\Delta t} = \delta \frac{V}{\Delta t} = \delta Q = \delta \sigma v$$

Siendo su unidad:

$$[Q_m] = \frac{kg}{s}$$

En general si v no es uniforme en la sección, se toma una sección diferencial donde v sea uniforme y se la integra para toda la sección.

2.2.2.-Ecuación de continuidad

Consideremos un fluido incompresible ($\delta = \text{cte.}$) y no viscoso, que fluye en régimen estacionario en un tubo de corriente entre dos secciones normales σ_1 y σ_2 (Figura 20). La velocidad es v_1 en σ_1 y v_2 en σ_2 .

La masa de fluido que atraviesa la sección σ_1 en el tiempo dt es:

$$dm_1 = \delta_1 \sigma_1 v_1 dt \quad (32)$$

La masa de fluido que atraviesa la sección σ_2 en el tiempo dt es:

$$dm_2 = \delta_2 \sigma_2 v_2 dt \quad (33)$$

En el tubo de corriente no hay ni acumulación ni pérdidas de fluido, por lo que todo el fluido que entra por σ_1 en dt sale por σ_2 en dicho intervalo, es decir el caudal másico es constante:

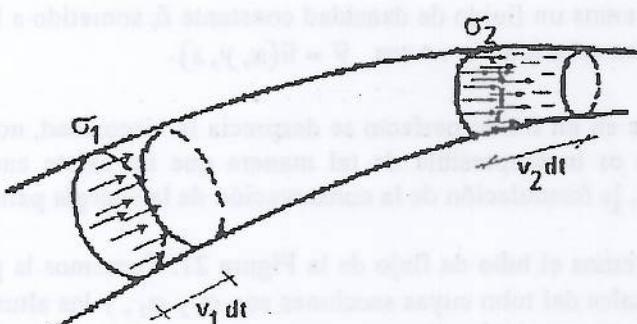


Figura 20

$$\delta_1 \sigma_1 v_1 dt = \delta_2 \sigma_2 v_2 dt \quad (34)$$

Simplificando el término dt , resulta

$$\delta \sigma v = cte \quad (35)$$

Esta ecuación se conoce con el nombre de ecuación de continuidad y representa la ley de conservación de la masa para el movimiento de los líquidos.

Como el fluido considerado es incompresible, resulta $\delta = cte$, entonces:

Simplificando

$$\sigma_1 v_1 = \sigma_2 v_2 \quad (36)$$

o sea:

$$\sigma v = cte \quad (37)$$

que es el caso particular de la ecuación de continuidad.

2.2.3.-Teorema de Bernoulli:

Este teorema establece en tubos de corriente las relaciones entre las velocidades y las presiones en distintas secciones del mismo.

Consideremos un fluido de densidad constante δ , sometido a la acción de un campo gravitatorio, y en régimen estacionario, o sea $\bar{v} = \bar{v}(x, y, z)$.

Dado que en un fluido perfecto se desprecia la viscosidad, no existe disipación de energía y como el fluido es incompresible de tal manera que no existe energía involucrada con el cambio de densidad, la formulación de la conservación de la energía para describir el movimiento es simple.

Consideremos el tubo de flujo de la Figura 21. Tomemos la porción de fluido entre dos secciones transversales del tubo cuyas secciones son σ_1 y σ_2 , y las alturas respecto de un plano de referencia son respectivamente h_1 y h_2 .

Las velocidades de dichas porciones del tubo serán v_1 y v_2 perpendiculares al área de la sección.

Habrá flujo hacia la derecha siempre que la presión p_1 en la zona de sección σ_1 sea mayor que la presión p_2 en la zona de sección σ_2 .



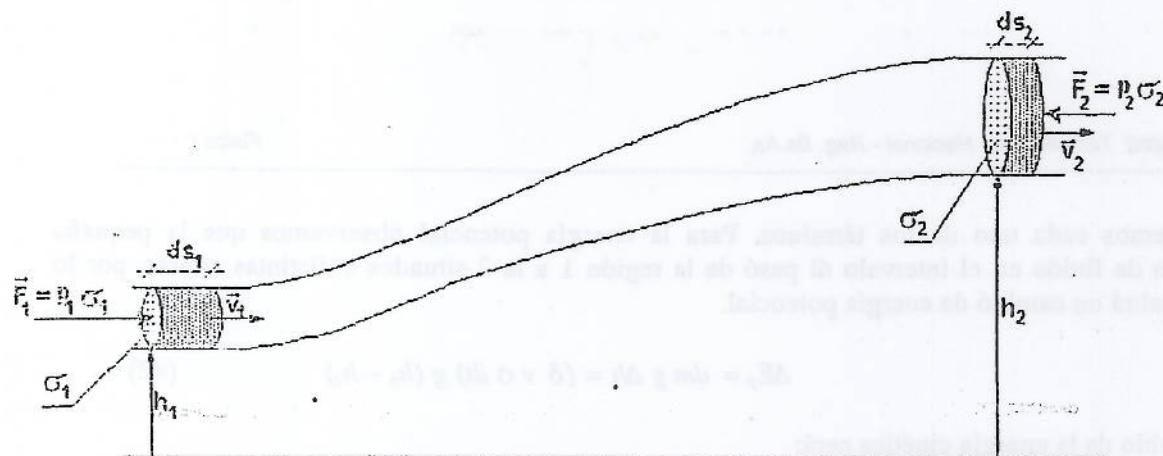


Figura 21

Véamos que sucede durante un intervalo de tiempo dt . El fluido de la región intermedia entre σ_1 y σ_2 , habrá avanzado de tal manera que a la altura h_1 , es $ds_1 = v_1 dt$, y la distancia que avanza a la altura h_2 , es $ds_2 = v_2 dt$.

Calculemos ahora el trabajo efectuado al avanzar el fluido en el tubo, viendo las fuerzas que actúan en cada extremo. Entonces el trabajo L_1 de la presión p_1 sobre la sección izquierda se puede escribir:

$$L_1 = F_1 d_1 = (p_1 \sigma_1) (v_1 dt) \quad (38)$$

El trabajo L_2 efectuado en la región derecha por la presión p_2 se puede calcular del mismo modo.

Dado que el trabajo es el producto escalar entre la fuerza y el desplazamiento y como el desplazamiento es hacia la derecha y la fuerza (y por consiguiente la presión) actúa hacia la izquierda, aparecerá un signo menos.

$$L_2 = F_2 d_2 = - (p_2 \sigma_2) (v_2 dt) \quad (39)$$

Entonces el trabajo neto efectuado sobre el tubo de flujo, entre las regiones 1 y 2 será, teniendo en cuenta la constancia del caudal en todo punto del tubo de flujo (36):

$$v_1 \sigma_1 = v_2 \sigma_2 = v \sigma$$

Luego,

$$L = L_1 + L_2 = (p_1 - p_2) v \sigma dt \quad (40)$$

Aplicaremos ahora el teorema del trabajo y de la energía. Dado que:

$$L = \Delta E_M = \Delta E_C + \Delta E_P \quad (41)$$

Calculemos cada uno de los términos. Para la energía potencial observamos que la pequeña porción de fluido en el intervalo Δt pasó de la región 1 a la 2 situadas a distintas alturas, por lo tanto habrá un cambio de energía potencial.

$$\Delta E_p = dm g \Delta h = (\delta v \sigma dt) g (h_2 - h_1) \quad (42)$$

El cambio de la energía cinética será:

$$\begin{aligned} \Delta E_c &= \frac{1}{2} dm (v_2^2 - v_1^2) \\ \ddot{\Delta} E_c &= \frac{1}{2} (\delta v \sigma dt) (v_2^2 - v_1^2) \end{aligned} \quad (43)$$

De la ecuación (40)

$$L = \Delta E_c + \Delta E_p$$

$$(p_1 - p_2) v \sigma dt = \frac{1}{2} (\delta v \sigma dt) (v_2^2 - v_1^2) + (\delta v \sigma dt) g (h_2 - h_1)$$

Dividiendo por el factor $(v \sigma dt)$

$$p_1 - p_2 = \frac{1}{2} \delta (v_2^2 - v_1^2) + \delta g (h_2 - h_1) \quad (44)$$

Reagrupando los términos:

$$p_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2 + \delta g h_2 \quad (45)$$

Entonces se cumple que a lo largo de una línea de flujo en un líquido incompresible:

$$p + \frac{1}{2} \delta v^2 + \delta g h = cte$$

(46)

O sea, cuando no se fijan más limitaciones, la constante es una para cada trayectoria o línea de flujo.

Ejemplo 6

Determinar cual será la velocidad y la presión manométrica de salida de agua caliente de un sistema de calefacción sabiendo que se bombea desde el sótano a una velocidad de 0,5 m/s por un caño de 5 cm de diámetro y a una presión de 3,5 atm y que debe salir en el piso 7, a 25 m de altura por un tubo de 2,6 cm de diámetro.

Solución:

Utilizando la ecuación de continuidad del caudal (36) a los puntos 1 (sótano) y 2 (primer piso) :

$$Q = v_1 \sigma_1 = v_2 \sigma_2$$

resulta:

$$v_2 = v_1 \frac{\sigma_1}{\sigma_2} = v_1 \frac{\pi r_1^2}{\pi r_2^2} = 2,2 \text{ m/s}$$

Aplicando el teorema de Bernoulli (45) en ambos puntos

$$p_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2 + \delta g h_2$$

$$3,5 \cdot 1,013 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} + \frac{1}{2} 10^3 \frac{kg}{m^3} \left(0,6 \frac{m}{s} \right)^2 = P_2 + \frac{1}{2} 10^3 \frac{kg}{m^3} \left(2,2 \frac{m}{s} \right)^2 + 10^3 \frac{kg}{m^3} 10 \frac{m}{s^2} 25 m$$

Despejando P_2 :

$$P_2 = 1.09 \text{ atm}$$

Notar en este caso la escasa influencia del término asociado a la velocidad

2.2.4.-Aplicaciones del teorema de Bernoulli

- a) Teorema de Torricelli: velocidad con que sale un fluido que se derrama por un orificio de un recipiente.

Sea un líquido de densidad ρ contenido en un recipiente cerrado y sometido a una presión interior p_1 (figura 22). Si lo suponemos de pared delgada y abrimos en la misma un orificio de pequeña sección comparada con la del recipiente ($\sigma_1 \gg \sigma_2$), el líquido saldrá por el orificio con cierta velocidad cuyo módulo designaremos v_2 . Si la presión en el ambiente al cual sale el líquido es p_2 obtendremos, aplicando el teorema de Bernoulli (45):

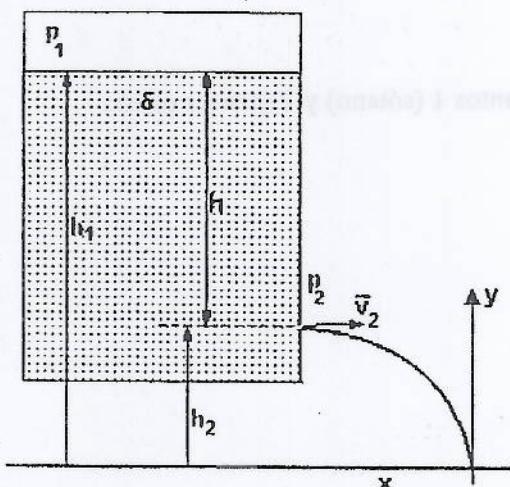


Figura 22

$$p_1 + \delta |g| y_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 = p_2 + \delta |g| y_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2$$

$$\frac{1}{2} \delta (v_2^2 - v_1^2) = p_1 - p_2 + \delta |g| (y_1 - y_2)$$

Aplicando la ecuación de continuidad (36):

$$v_1 \sigma_1 = v_2 \sigma_2$$

Al ser la superficie $\sigma_1 \gg \sigma_2$ será $v_1 \ll v_2$, es decir se puede despreciar la velocidad con que desciende el nivel superior del recipiente.

Reemplazando

$$\rho v_2^2 = 2 [(p_1 - p_2) + \delta |g| (y_1 - y_2)]$$

y obtendremos:

$$v_2 = \sqrt{2 \left(\frac{p_1 - p_2}{\delta} + |g| h \right)} \quad (47)$$

Teniendo en cuenta el caso particular en que $p_1 = p_2 = p_{atm}$ (si el recipiente es abierto) la expresión anterior se reduce a:

$$v_2 = \sqrt{2 |g| h} \quad (48)$$

o sea que la velocidad de salida de cada partícula es la misma que adquiriría en caída libre entre el nivel de la capa superior del líquido y el nivel medio del orificio. El nivel del recipiente, en todos los casos, se supondrá que se mantiene constante para que el régimen sea estacionario.

Ejemplo 9

Un deposito de gran superficie se llena con agua hasta una profundidad de 30 cm (Figura 23). Se practica en el fondo un orificio de sección igual a $6,25 \text{ cm}^2$, por el cual sale el agua formando una vena continua.

- a) Hallar el caudal de salida en litros por segundo.
 b) ¿A qué distancia por debajo del fondo del depósito la sección de la vena líquida se reducirá a la mitad de la de salida?

Solución:

- a) Se calcula primero la velocidad de salida del agua del orificio. Usando la expresión (48)

$$v_1 = \sqrt{2 g H} = 242 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

Y el caudal de salida será:

$$Q = v_1 \sigma_1 = 1513 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}} = 1,513 \frac{\text{litros}}{\text{s}}$$

- b) Por el punto 2 de la vena líquida pasará el mismo caudal Q (36), luego:

$$Q = v_1 \sigma_1 = v_2 \sigma_2$$

De aquí, como la sección se reduce a la mitad, entonces la velocidad del agua en ese punto será el doble de la de salida

Aplicando el teorema de Bernoulli (46) en ambos puntos

$$p_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 + \delta g h_1 = p_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2 + \delta g h_2$$

dado que las presiones en 1 y 2 son aproximadamente iguales (presión atmosférica)

$$v_1^2 = v_2^2 - 2 \delta g h$$

Despejando h , resulta

$$h = 90 \text{ cm}$$

Hay que aclarar que este valor solo es válido si la vena líquida permanece coherente. En general, a cierta distancia del orificio de salida el flujo se hace turbulento.

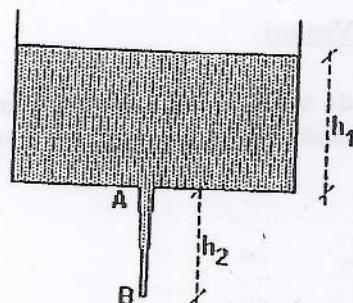
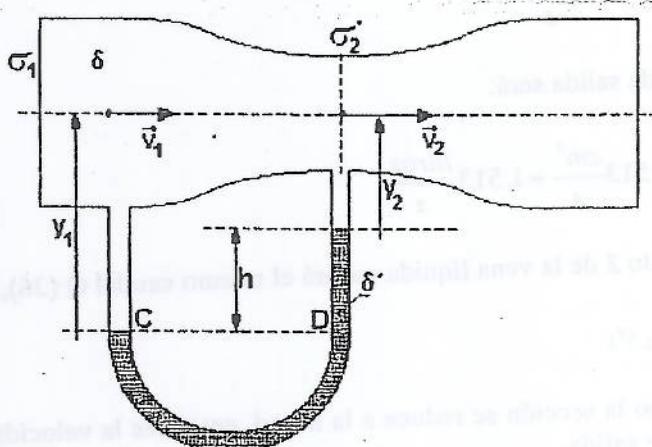


Figura 23

b) Medidor Venturi:

Está destinado a determinar, en forma práctica, la velocidad con que se mueve un líquido en una determinada sección de una tubería la que, por comodidad supondremos horizontal, donde (Figura 24):



Las referencias en este dibujo son:

S_1 : sección de la tubería

S_2 : sección estrangulada del medidor

δ : densidad del líquido que circula

δ' : densidad del líquido manométrico

$|g|$: módulo de la aceleración de la gravedad

h : desnivel manométrico

$|v|$: módulo de la velocidad buscada

Figura 24

Aplicando el teorema de Bernoulli a las secciones 1 y 2, teniendo en cuenta que se encuentran en el mismo nivel horizontal

$$p_1 + \frac{1}{2} \delta v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \delta v_2^2 \quad (49)$$

O lo que es lo mismo:

$$\frac{p_1}{\delta} + \frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2}{\delta} + \frac{v_2^2}{2}$$

de donde despejamos:

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{p_2 - p_1}{\delta} + \frac{v_2^2}{2}$$

Si aplicamos la ecuación de continuidad a las secciones S_1 y S_2

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sigma_1}{\sigma_2} \quad \Rightarrow \quad v_2^2 = v_1^2 \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

y sustituyendo,

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{P_2 - P_1}{\delta} + \frac{v_1^2}{2} \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2}$$

$$\frac{v_1^2}{2} \left(1 - \frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} \right) = \frac{P_2 - P_1}{\delta}$$

$$\frac{v_1^2}{2} = \frac{(P_2 - P_1)}{\delta} \frac{\sigma_2^2}{(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}$$

Despejando v_1

$$v_1 = S_2 \sqrt{\frac{(P_2 - P_1)}{\delta} \frac{2}{(\sigma_2^2 - \sigma_1^2)}} \quad (50)$$

La diferencia de presiones $P_1 - P_2$ se obtiene considerando que en C y D la presión es la misma y la llamamos p_x .

Obtenemos entonces:

$$P_1 = p_x - \delta |\vec{g}| y_1 \quad (51)$$

$$P_2 = p_x - \delta |\vec{g}| h - \delta |\vec{g}| y_2$$

$$P_1 - P_2 = \delta |\vec{g}| h + \delta |\vec{g}| y_2 - \delta |\vec{g}| y_1$$

$$P_1 - P_2 = \delta |\vec{g}| h - \delta |\vec{g}| (y_1 - y_2)$$

$$P_1 - P_2 = \delta' |\vec{g}| h$$

$$P_1 - P_2 = (\delta' - \delta) |\vec{g}| h$$

Reemplazando esta expresión en la 49, se obtiene el valor del módulo de la velocidad $|\vec{v}_1|$

$$|\vec{v}_1| = S_2 \sqrt{\frac{(\delta' - \delta)}{\delta} |\vec{g}| h \frac{2}{(\sigma_1^2 - \sigma_2^2)}} \quad (52)$$

Es de destacar que las transiciones entre las secciones σ_1 y σ_2 son curvas muy suaves, de tal modo de no generar turbulencia.

Una vez determinada la velocidad, como se conoce la sección, es factible determinar el caudal.

Ejemplo 10

Se fabrica un medidor como se muestra en la Figura 25, para un líquido de densidad δ con un tubo acodado, calcular la velocidad del flujo v_1 .

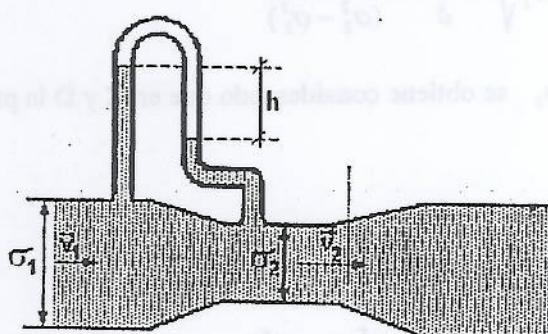


Figura 25

Solución:

Sabiendo que existe un estrechamiento de sección σ_2 en el tubo de sección σ_1 , usando la ecuación de conservación del caudal (35):

$$v_2 = \frac{\sigma_1 v_1}{\sigma_2}$$

reemplazando en la (10), donde $h_1 = h_2$ y despejando v_1 , se tiene:

$$v_1 = \sqrt{\frac{2(p_2 - p_1)}{\delta \left(\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} - 1 \right)}} = \sqrt{\frac{2 g h}{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} - 1}} \quad (53)$$

c) Túnel aerodinámico:

Otra aplicación interesante del tubo Venturi es el túnel aerodinámico, donde se deja en reposo al modelo y se provoca la corriente de aire por medio de una turbina o grandes hélices.

La Figura 26 muestra un esquema clásico de un túnel aerodinámico. La velocidad del aire que circula sobre el modelo se calcula con la

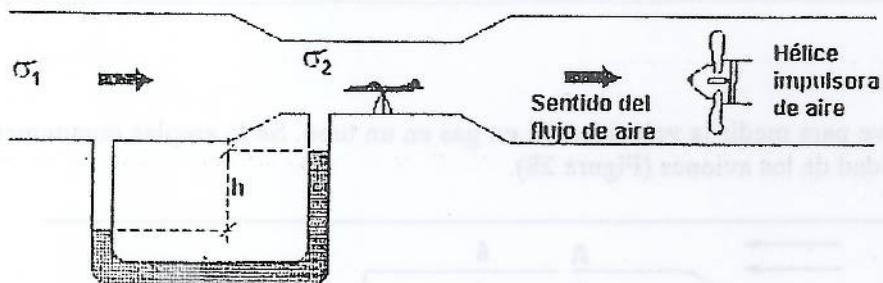


Figura 26

Con la ecuación (52) se calcula con que velocidad se impulsa el aire

$$v_1 = \sqrt{\frac{2 g h}{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_2^2} - 1}} \quad (54)$$

Luego, con la ecuación de continuidad (35) se calcula cual es la velocidad que circula por el modelo. De esta manera la ecuación final quedará:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2 g h}{1 - \frac{\sigma_2^2}{\sigma_1^2}}} \quad (55)$$

d) Sustentación del ala de un avión:

En la Figura 27 se muestra el perfil de un ala en vuelo horizontal. Alrededor se muestran las líneas de flujo de aire en dicha situación.

Existe una perturbación relativamente baja de las líneas de corriente por debajo del ala. Pero a causa del perfil se produce un acercamiento pronunciado de las líneas de corriente por encima, como si el fluido pasase por el estrechamiento de un tubo Venturi. Por lo tanto la región por encima del ala es de mayor velocidad y menor presión, mientras que la situada por debajo tiene aproximadamente la presión atmosférica. Esta diferencia de presiones entre las superficies del ala origina su sustentación.



Figura 27

e) Tubo de Pitot:

El tubo de Pitot sirve para medir la velocidad de un gas en un tubo. Se lo emplea comúnmente en la medida de velocidad de los aviones (Figura 28).

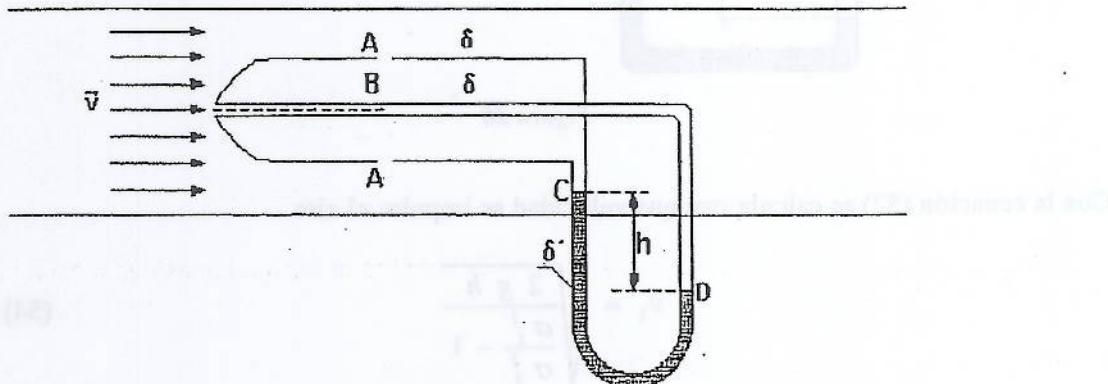


Figura 28

La presión en la rama izquierda del manómetro, cuya abertura es paralela a la dirección del movimiento, es igual a la presión de la corriente gaseosa. La presión en la rama derecha, cuya abertura (muy afinada para no crear torbellino) es perpendicular a la misma, puede calcularse aplicando el teorema de Bernouilli al eje de la conducción (puntos A y B).

Si v es la velocidad a medir, δ la densidad del gas y p_A la presión en el punto A, teniendo en cuenta que v_B es nula, por Bernoulli (46) resulta:

$$p_B = p_A + \frac{1}{2} \delta |v|^2$$

siendo p_B mayor que p_A , el líquido manométrico de densidad δ' presenta un desnivel h , por lo que, aplicando nuevamente el teorema de Bernouilli a los puntos C y D obtenemos:

$$p_B = p_A + \delta' |v|^2 h$$

Combinando ambas ecuaciones cuyos primeros miembros son iguales, resulta:

$$\delta' |v|^2 h = \frac{1}{2} \delta |v|^2$$

de donde:

$$|v| = \sqrt{\frac{2 \delta' |g| h}{\delta}} \quad (56)$$

FLUIDOS

CUESTIONARIO

- 1) Enuncie las diferencias que existen entre fuerza y presión
- 2) ¿Porqué una persona puede estar sobre una cama de clavos sin sentir dolor?
- 3) ¿Qué es la presión atmosférica?
- 4) ¿Qué diferencia existe entre la presión absoluta y la manométrica?
- 5) Defina el principio de Pascal. ¿Es válido para todos los tipos de fluidos?
- 6) ¿Tiene la fuerza de flotación sobre un submarino sumergido la misma intensidad a cualquier profundidad?
- 7) ¿Porqué se eleva del suelo un globo lleno de aire caliente?
- 8) Se les advierte a los buceadores con tanques de aire que no contengan la respiración al nadar hacia arriba. ¿por qué?
- 9) Las personas flotan con mucha facilidad en el Mar Muerto, ¿por qué?
- 10) Una vieja pregunta dice, ¿qué pesa más, un kilo de plomo o un kilo de plumas? Si el peso en kilogramos es la fuerza que hace la tierra sobre el plomo un kilo de plumas encerrado en una bolsa plástica de masa despreciable equilibrará un kilo de plomo en los platillos opuestos de una balanza de brazos iguales explique
- 11) Cuando un chorro de agua fluye suavemente de una canilla se estrecha al caer; si la altura de caída es suficiente finalmente se divide en gotitas. Explique este fenómeno
- 12) ¿Se puede aplicar el teorema de Bernoulli para estudiar el flujo de un líquido viscoso?
- 13) ¿Se puede aplicar el teorema de Bernoulli para estudiar el caso de un fluido en reposo?
- 14) Un tornado consiste en un vórtice de aire que gira rápidamente. Por que la presión es mucho mas baja en el centro que en los bordes como explica esto la potencia destructiva del tornado cual es la zona más peligrosa
- 15) Porqué los días de tormenta en que el viento tiene mucha velocidad se desprenden las chapas de las casas precarias
- 16) ¿La sustentación de un ala de avion depende de la altitud? Explique

algunas de las cuales se presentan a continuación:

1) **Propiedades de la materia**: Se refiere a las propiedades que poseen los cuerpos y que no dependen de su forma o posición. Estas propiedades son:

- a) **Masa**: Es la cantidad de materia que contiene un cuerpo. La masa es una medida de la cantidad de materia que contiene un cuerpo y es independiente de su forma o posición.
- b) **Densidad**: Es la relación entre la masa y el volumen de un cuerpo. La densidad es una medida de la concentración de materia en un espacio determinado.
- c) **Tensión superficial**: Es la fuerza que actúa perpendicularmente sobre la superficie de un líquido en reposo. La tensión superficial es causada por la atracción molecular entre las moléculas de la superficie y las moléculas del interior del líquido.
- d) **Flotabilidad**: Es la capacidad de un cuerpo para flotar en un líquido. Un cuerpo flota si su densidad es menor que la densidad del líquido en el que se encuentra.
- e) **Viscosidad**: Es la resistencia que opone un fluido a la deformación. La viscosidad es una medida de la resistencia a la deformación de un fluido.
- f) **Capilaridad**: Es la tendencia de los líquidos a subir o bajar en los surcos de los materiales que los rodean. La capilaridad es causada por la atracción molecular entre las moléculas de líquido y las moléculas de los materiales que lo rodean.

2) **Propiedades termodinámicas**: Se refiere a las propiedades que describen el comportamiento térmico de los cuerpos. Estas propiedades son:

- a) **Temperatura**: Es la medida de la energía térmica que posee un sistema. La temperatura es una medida de la energía térmica que posee un sistema.
- b) **Calor**: Es la transferencia de energía térmica entre dos sistemas. El calor es una medida de la transferencia de energía térmica entre dos sistemas.
- c) **Entalpía**: Es la medida de la energía térmica que posee un sistema. La entalpía es una medida de la energía térmica que posee un sistema.
- d) **Extracción de calor**: Es la transferencia de energía térmica de un sistema a otro. La extracción de calor es una medida de la transferencia de energía térmica de un sistema a otro.
- e) **Calor latente**: Es la cantidad de energía térmica necesaria para cambiar la temperatura de un sistema sin cambiar su composición. El calor latente es una medida de la cantidad de energía térmica necesaria para cambiar la temperatura de un sistema sin cambiar su composición.
- f) **Calor específico**: Es la cantidad de energía térmica necesaria para elevar la temperatura de un kilogramo de un material en un grado Celsius. El calor específico es una medida de la cantidad de energía térmica necesaria para elevar la temperatura de un kilogramo de un material en un grado Celsius.
- g) **Calor latente de fusión**: Es la cantidad de energía térmica necesaria para fundir un kilogramo de un material a su punto de fusión. El calor latente de fusión es una medida de la cantidad de energía térmica necesaria para fundir un kilogramo de un material a su punto de fusión.
- h) **Calor latente de vaporización**: Es la cantidad de energía térmica necesaria para evaporar un kilogramo de un líquido a su punto de vaporización. El calor latente de vaporización es una medida de la cantidad de energía térmica necesaria para evaporar un kilogramo de un líquido a su punto de vaporización.

3) **Propiedades ópticas**: Se refiere a las propiedades que describen el comportamiento óptico de los cuerpos. Estas propiedades son:

- a) **Transmisión**: Es la capacidad de un material para permitir la pasaje de la luz a través de él. La transmisión es una medida de la capacidad de un material para permitir la pasaje de la luz a través de él.
- b) **Reflexión**: Es la capacidad de un material para devolver la luz que le incide. La reflexión es una medida de la capacidad de un material para devolver la luz que le incide.
- c) **Refracción**: Es la capacidad de un material para cambiar la dirección de la luz que le incide. La refracción es una medida de la capacidad de un material para cambiar la dirección de la luz que le incide.
- d) **Dispersión**: Es la separación de la luz blanca en sus componentes de acuerdo con su longitud de onda. La dispersión es una medida de la separación de la luz blanca en sus componentes de acuerdo con su longitud de onda.
- e) **Resplandor**: Es la capacidad de un material para emitir luz propia. El resplandor es una medida de la capacidad de un material para emitir luz propia.
- f) **Brillo**: Es la intensidad de la luz emitida por un material. El brillo es una medida de la intensidad de la luz emitida por un material.

PROBLEMAS PROPUESTOS

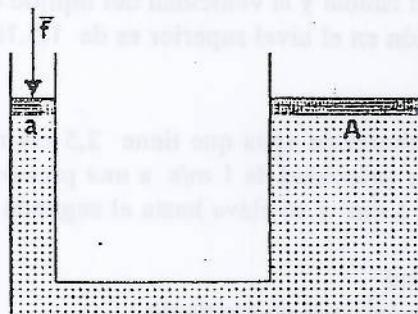
1 - Una piscina tiene las siguientes dimensiones : 30 m x 10 m x 3 m. Cuando se llena con agua,
 a) ¿cuál es la fuerza sobre el fondo ?
 b) ¿cuál es la fuerza sobre los lados ?

2 - Un tubo en U simple contiene mercurio. Cuando en la rama derecha se vierten 13,6 cm de agua, a qué altura se eleva el nivel de mercurio en el brazo izquierdo respecto de su nivel inicial?

3 - Dos recipientes cilíndricos idénticos con sus bases en el mismo nivel contienen ambos un líquido de densidad ρ . El área en ambas bases es A , pero en uno la altura del líquido es h , y en el otro es h_2 . Encontrar el trabajo realizado por la gravedad para igualar los niveles cuando ambos recipientes conectan.

4 - Un pistón de pequeña área de sección recta a se usa en una prensa hidráulica para ejercer una fuerza F sobre el líquido encerrado en ella. Una tubería lo conecta con un pistón de área mayor A de sección recta.

- a) ¿qué fuerza F se ejerce sobre el pistón grande?
- b) si el pistón pequeño tiene un diámetro de 5 cm y el pistón grande tiene uno de 60 cm qué fuerza sobre el pistón pequeño hará que el pistón grande soporte 2 toneladas.
- c) ¿qué altura se elevará el pistón A , si el a desciende 30 cm?



5 - Cuál es el área mínima de un bloque de hielo flotando en el agua para poder sustentar a un automóvil que pesa 1200 kgf?. El bloque tiene una altura de 2 m. ($\rho_{\text{hielo}} = 0,9 \text{ gf/cm}^3$).

6 - Tres niños, cada uno de los cuales pesa 40 kgf, fabrican una balsa uniendo troncos de diámetro $D = 30 \text{ cm}$ y de longitud $L = 1,8 \text{ m}$ cada uno. ¿Cuántos troncos serán necesarios como mínimo para mantenerla a flote? ($\delta_{\text{madera}} = 0,8 \text{ g/cm}^3$).

7 - Un bloque de madera flota en el agua con $2/3$ de su volumen sumergido. En aceite tiene $9/10$ de su volumen sumergido. Hallar:

- a) al densidad de la madera
- b) la densidad del aceite.

8 - Una esfera hueca de hierro flota casi completamente sumergida en el agua. Si el diámetro exterior es de 0,6 m , y la densidad del hierro es 7,8 g/cm³, hallar el radio interior.

9 - Una manguera de jardín que tiene un diámetro interno de 2 cm, se conecta a un rociador de césped que consiste simplemente en un recipiente con 24 orificios circulares, cada uno de los cuales tiene 1 cm de diámetro . Si el agua en la manguera una velocidad de 1 m/s, ¿Con qué velocidad sale de los orificios del rociador?

10 - Por una tubería circula agua con una velocidad de 5 m/s a través de una sección recta de 4 cm². El agua desciende gradualmente 10 m, mientras la tubería se ensancha hasta aumentar su área a 8 cm².

- a) ¿cuál es el caudal y la velocidad del líquido en el nivel inferior ?
- b) si la presión en el nivel superior es de 1,5.10⁵ N/m², ¿cuál es la presión en el nivel inferior?

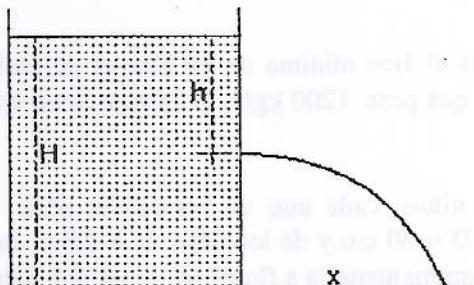
11 - Una tubería de agua que tiene 2,5 cm de diámetro interior lleva agua hasta la base de una casa con una velocidad de 1 m/s a una presión de 2 kgf/cm². Si la tubería reduce su sección a un diámetro de 1 cm y se eleva hasta el segundo piso a 8 m por encima del punto de llegada, cuáles son :

- a) la velocidad
- b) la presión del agua en ese punto

12 - Un depósito está lleno con agua hasta una altura H, se practica un orificio en una de las paredes a una profundidad h por debajo de la superficie del agua.

- a) demostrar que la distancia x desde el pie de la pared hasta el punto en el cual la corriente choca con el suelo está dada por:

$$x = 2\sqrt{h(H-h)}$$



- b) podría abrirse otro orificio a otra profundidad, de manera que el chorro emergente de éste orificio tenga el mismo alcance? si es así , ¿cuál debería ser su profundidad ?

13 - Un medidor de Venturi tiene un diámetro en su tubería de 25 cm y el diámetro estrangulación es de 7,5 cm. Si la presión del agua en la tubería es de 1 kgf / cm², y en la estrangulación es de 0,7 kgf / cm², determinar el caudal volumétrico del agua.

14 - La superficie superior del agua en un depósito está a una altura H por encima del nivel del suelo.

- a) ¿A qué profundidad h puede hacerse un pequeño orificio para que el chorro del agua horizontal saliente llegue al suelo a la distancia máxima de la base del recipiente?
b) ¿Cuál es esta distancia?

-----000-----

-----000-----

Integramos la ecuación de Bernoulli:

$$\rho g H = \rho g d$$

$$\rho g H = \rho g d$$

$$d = g t^2 / 2$$

$$H = g t^2 / 2$$

RESPUESTAS

1 - a) $3,94 \cdot 10^7 \text{ N}$; b) $3,49 \cdot 10^6 \text{ N}$

2 - Sube 0,5 cm por encima del nivel original

3 - $L = 1/4 \rho g A (h_2 - h_1)^2$

4 - a) $F = f (A / a)$; b) $13,89 \text{ kgf}$; b) $h_A = 0,21 \text{ cm}$

5 - $A = 6 \text{ m}^2$

6 - $n = 5$

7 - $\rho_m = 0,6669 \text{ km}^3$; $\rho_s = 0,74 \text{ g/cm}^3$

8 - $1 \text{ i} = 0,287 \text{ m}$

9 - $v = 0,167 \text{ m/s}$

10 - a) $Q = 2 \cdot 10^3 \text{ m}^3/\text{s}$; $v = 2,5 \text{ m/s}$; b) $p_2 = 2,57 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$

11 - a) $v = 6,25 \text{ m/s}$; b) $p = 1 \text{ kgf/cm}^2$

12 - $h' = H - h$

13 - $Q = 0,034 \text{ m}^3/\text{s}$

14 - a) $h = H / 2$; b) $X_M = H$