RESPUESTAS FINAL 2021 02 08

1) La proposición: $\{ p \wedge \sim [q \vee \sim (r \wedge q)] \} \Rightarrow (r \wedge t)$ es una tautología

VERDADERO. Queda todo el antecedente F, por lo tanto el condicional es verdadero.

(REVISAR LOS PASOS QUE HAYA HECHO CADA ALUMNO)

2) Sean $R: A \to A$ y $S: A \to A$ entonces $\mathrm{dom}(R \cap S) \subseteq \mathrm{dom}(R) \cap \mathrm{dom}(S)$

VERDADERO. Hay que demostrarlo genéricamente:

$\forall x : [x \in \mathrm{dom}(R \cap S) \Rightarrow \exists y \in A : (x,y) \in R \cap S \Rightarrow (x,y) \in R \wedge (x,y) \in S \Rightarrow$

$\Rightarrow x \in \mathrm{dom}(R) \wedge x \in \mathrm{dom}(S) \Rightarrow x \in \mathrm{dom}(R \cap S)$

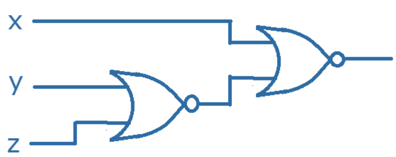
3) La relación R definida en $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ tal que: " $(x,y)\ R\ (z,t) \Leftrightarrow x^2 = z^2 \wedge y + t$ es par "

es de equivalencia y un posible conjunto cociente es $\{ cl(x,y) / x \in \mathbb{Z} \wedge y \in \{ 1 , -1 \} \}$

FALSO. Si bien R es de equivalencia, el conjunto cociente propuesto no es correcto, pues si se toman las primeras componentes de Enteros, se están nombrando las clases mas de una vez. Debería tomarse por ejemplo $x \geq 0$. Tampoco está bien la parte de y, debería ser $\{0,1\}$

4) Dada la función booleana: $f(x,y,z) = \bar{x} \bullet (y + z)$, es posible implementarla con un circuito formado únicamente por 2 compuertas NOR.

VERDADERO. Se puede escribir la función así: $\overline{x + \overline{y + z}}$



5) $a_n = k \bullet (-3)^n + 4$ es la solución general de la recurrencia: $a_{n+1} + 3\, a_n = 16$

VERDADERO. Se puede justificar de distintas formas: Reemplazar la solución dada en la ecuación y ver que cumple. O sino resolver la ecuación dada y ver que se llega a la solución dada.

6) Sean los enteros a, b, c y n natural: $a \equiv b\ (n) \wedge a \equiv c\ (n) \Rightarrow 3 \bullet b \equiv 3 \bullet c\ (n)$

VERDADERO. Hay que demostrarlo genéricamente:

$\forall\, a,b,c \in \mathbb{Z} \wedge n \in \mathbb{N}$:

$a \equiv b\ (n) \wedge a \equiv c\ (n) \Rightarrow m \mid a-b \wedge m \mid a-c \Rightarrow$

$\Rightarrow a-b = mk \wedge a-c = mq$ con $k,q \in \mathbb{Z}$

$\Rightarrow \cancel{a}-c-(\cancel{a}-b) = mq - mk$

$b-c = m(q-k)$ multiplico por 3

$3(b-c) = 3m(q-k)$

$3b-3c = m(3(q-k))$

$\Rightarrow m \mid 3b-3c \Rightarrow 3b \equiv 3c\ (m)$ es válido!

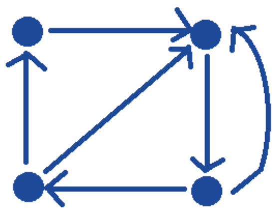
7) El grupo $(\mathbb{Z}_2 \times \mathbb{Z}_6\ ;\ +)$ tiene al menos un subgrupo de orden 4.

VERDADERO. Es el subgrupo { (0;0);(0;3);(1;0);(1;3) }

8) Todo dígrafo fuertemente conexo tiene ciclo de Euler.

FALSO. Hay que dar un contraejemplo.

(REVISAR QUE ESTE BIEN DADO EL CONTRAEJEMPLO DE CADA ALUMNO)



9) El lenguaje generado por la gramática: G = ({S,X,Y} ; {0,1,2} ; P ; S) es regular.

siendo P: $S \rightarrow 00X1$; $X1 \rightarrow 2Y + 211$; $Y \rightarrow 22 + \lambda$

VERDADERO. El lenguaje es finito, por eso es regular.

10) Es posible diseñar un autómata finito que reconozca el lenguaje formado por todas las palabras de { a,b,c }* tales que tienen una cantidad par de “b” y una cantidad impar de “c”.

VERDADERO.