

Dado el subespacio $S = \{(x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4 / x + y = 0 \wedge x + t = 0 \wedge y - t = 0\}$.

Indique cuál de las siguientes proposiciones es **FALSA**.

Seleccione una:

- ☐ $\forall X = (x, y, z, t) \in \mathbb{R}^4: X \in S \vee X \in S^\perp$
- ☐ $\dim(S^\perp) = 2$
- ☐ $S + S^\perp = \mathbb{R}^4$
- ☐ $(-1, 1, 0, 0) \in S^\perp$
- ☐ $\dim(S) = 2$

2) $S = \{x, y, z, t\} \in \mathbb{R}^4 / \begin{matrix} x + y = 0 & ; & x + t = 0 & , & y - t = 0 \\ -x = -y & & -x = -t & & y = t \end{matrix}$

\Rightarrow

$B_S \left(\begin{matrix} 1, -1, 0, -1 \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} 0, 0, 1, 0 \end{matrix} \right)$

$\begin{matrix} x - y - t = 0 & \Rightarrow & x = y + t \\ z = 0 \end{matrix}$

$B \left(\begin{matrix} 1, 1, 0, 1 \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} y + t, y, 0, t \end{matrix} \right)$

\downarrow

$B \left(\begin{matrix} 1, 1, 0, 0 \end{matrix} \right) + \left(\begin{matrix} 1, 0, 0, 1 \end{matrix} \right) \Rightarrow (-1, 1, 0, 0) \notin S^\perp$

Dados los subespacios vectoriales de $(\mathbb{R}^{2 \times 2}, \oplus, \mathbb{R}, \odot)$,

$$S = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{2 \times 2} / a + b = 0 \wedge c = 0 \right\} \text{ y}$$

$$T = \text{gen} \left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\},$$

una de las proposiciones que siguen es **FALSA**.

Seleccione una:

☐ $B_S = \left\{ \begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$

☐ $\dim(S+T) = 4$

☐ $\dim(T^\perp) = 2$

☐ $S \cap T = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}$

FECHA

$$S \cap T = \left(\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \cap \left(\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$$

LA INTERSECCIÓN ES

$$S \cap T = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

FALSO, ESA NO ES LA INTERSECCIÓN

2) $S = \{X, Y, Z, T\} \in \mathbb{R}^4$ / $X+Y=0$; $X+T=0$; $Y-T=0$

$-X=Y$ $-X=T$ $Y=T$

Indique si las siguientes afirmaciones son V ó F:

a) $A = \begin{pmatrix} 9 & k \\ k & 1 \end{pmatrix} \Rightarrow S_H: A \cdot X = N$ es S.C.D. $\forall k \in \mathbb{R}$.

b) $S = \text{gen}\{(0, 1, 0, 8), (2, a, 0, 1), (-1, 0, 0, 2)\} \Rightarrow \dim(S) = 2 \forall a \in \mathbb{R}$.

Seleccione una:

☐ a) F y b) F

☐ a) V y b) F

☐ a) F y b) V

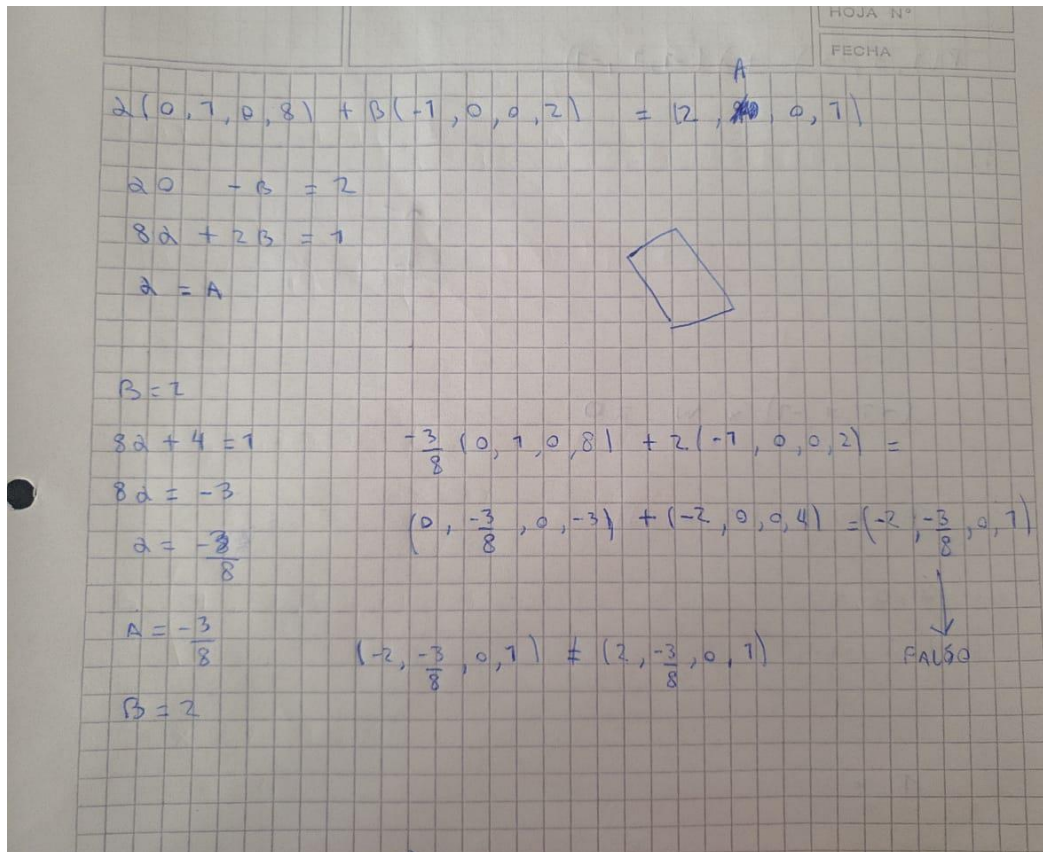
☐ a) V y b) V

$$\begin{vmatrix} 9 & k \\ k & 1 \end{vmatrix} = 9 - k^2 = 0$$
$$9 = k^2$$
$$\sqrt{9} = |k|$$
$$k = 3 \vee -3 \quad \text{es L.D.} \Rightarrow \text{S.C.I.}$$

$$\begin{array}{cc|c} 9 & 3 & 0 \\ 3 & 1 & 0 \end{array} \quad F_2' = F_2 - F_1 \left(\frac{1}{3} \right)$$
$$\begin{array}{cc|c} 9 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{array}$$

V
S.C.I.

NOTA



Dadas las rectas: $L_1: x + 2 = \frac{y}{a} = z \wedge L_2: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = b \end{cases} \wedge t \in \mathbb{R}$.

Halle, si es posible, los valores de las constantes reales a y b tal que

las rectas L_1 y L_2 se intersecten formando un ángulo recto.

Seleccione una:

☐ $a = -1 \wedge b = \frac{1}{2}$

☐ $a = 4 \wedge b = \frac{1}{5}$

☐ $a = -2 \wedge b = 2$

☐ $a = 1 \wedge b = -\frac{1}{2}$

☐ No es posible.

⑦

$$L_1: \frac{x+2}{1} = \frac{y-0}{A} = \frac{z-0}{1}$$

$$L_2 = (1, 2, 0) + \lambda(1, 1, 0)$$

$$(1, 2, 0) \cdot (1, A, 1) = 0$$

$$1 + A = 0$$

$$A = -1$$

$$L_1: -2, 0, 0) + T(1, A, 1)$$

$$x = 1 + \lambda = -2 + T$$

$$y = 2 + \lambda = -1T$$

$$z = 0 = T$$

$$1 + \lambda = -2 + T$$

$$\lambda = -3 + T$$

$$A = -1$$

$$2 + -3 + T = -T$$

$$B = \frac{1}{2}$$

$$-1 + T = -T$$

$$-1 + 2T = 0$$

$$T = \frac{1}{2} = B$$

Sea la recta L dada por intersección de planos proyectantes $L: \begin{cases} x + y = 1 \\ -y - z = 3 \end{cases}$

Halle la ecuación del plano que contiene a la recta L y es paralelo al eje de ordenadas.

Grafique el plano por sus trazas e indique en qué octante representa.

Seleccione una:

- ☐ $x + z = 0$
- ☐ $2x + z = 5$
- ☐ $x - z = 4$
- ☐ $x + z = 2$
- ☐ $x - y - z = 1$

$$X + Y = 1$$

$$-Y - Z = 3$$

$$\left| \begin{array}{ccc|c} 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 & 3 \end{array} \right| \quad (-1, 1, -1)$$

$$X = 1$$

$$-Z = 3$$

$$Z = -3$$

$$P(1, 0, -3) + \vec{W}(-1, 1, -1)$$

plano paralelo $Y \Rightarrow X + Z + 0 = 0$

$$X + Z + 0 = 0$$

plano compatible nulo

$$(A, 0, C) \cdot (-1, 1, -1) = 0$$

$$-A - C = 0$$

$$-A = C$$

$$A = -C$$

$$-X - Z + 0 = 0$$

$$A \cdot (-1, 1, -1) = 0$$

$$X - Z + 0 = 0$$

VALVAMOS (PUNTO) NULO

$$1 - (-3) + 0 = 0$$

$$1 + 3 = -0$$

$$-4 = 0$$

$$X - Z = 4$$

Indique si las siguientes afirmaciones son V ó F:

- a) $\forall A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}; A \cdot B = N \Rightarrow A = N \vee B = N$ (N : matriz nula de $\mathbb{R}^{n \times n}$).
 b) $A^3 = A^1 + 2A^2 \Rightarrow (A^1 \ A^2 \ A^3) \cdot X = N$ es S.C.D. (A^j : columna j de A).

Seleccione una:

- ☐ a) F y b) V
☐ a) V y b) V
☐ a) F y b) F
☐ a) V y b) F

S)
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

\downarrow \downarrow \downarrow
 $A \neq N$ $B \neq N$ $A \cdot B = N$

NOTA

S.B) $A^3 = A^1 + 2A^2 \Rightarrow (A^1 \ A^2 \ A^3) \cdot X = N \quad \text{S.C.D.}$

$(1, 0, 1) + (0, 1, 2) =$

$\det \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & A_1 \end{pmatrix} + \det \begin{pmatrix} A_1 & A_2 & 2A_2 \end{pmatrix} = \det(A)$

\downarrow \downarrow
 0 0

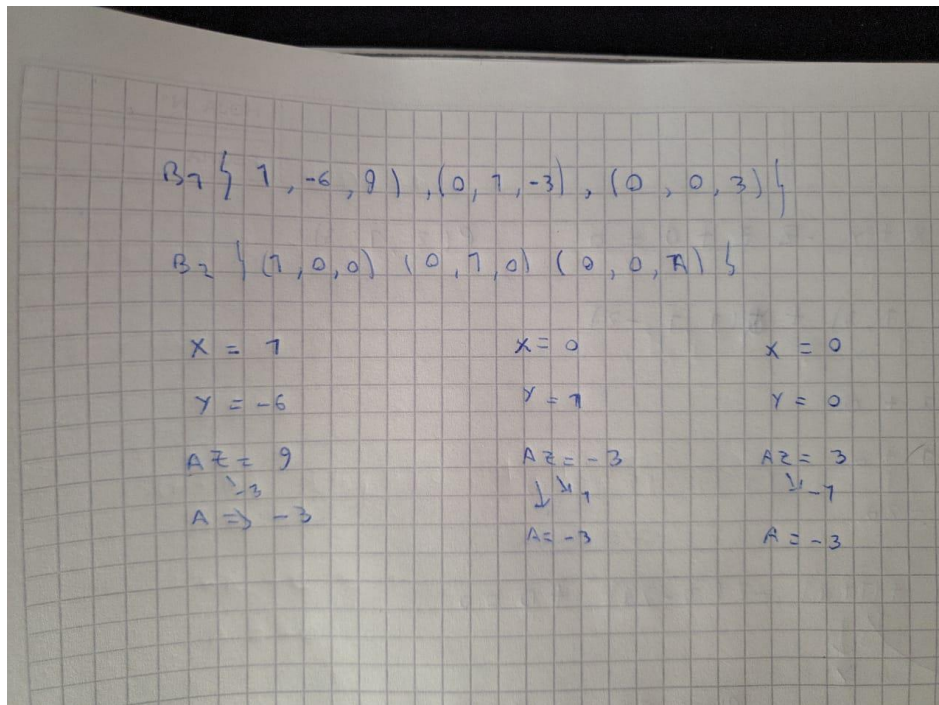
$\det(A) = 0 \Rightarrow \text{L.D.} \Rightarrow \text{No es S.C.D.}$

Dadas las bases del espacio \mathbb{P}_2 : $B_1 = \{(x-3)^2, x-3, 3\}$ y $B_2 = \{x^2, x, a\}$, halle $a \in \mathbb{R}$ tal que:

$$[(x-3)^2]_{B_2} = \begin{bmatrix} 1 \\ -6 \\ -3 \end{bmatrix}, [x-3]_{B_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} \wedge [3]_{B_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

(ESCRIBIR SOLAMENTE EL NÚMERO)

Respuesta:



Dados el plano $\beta: x + y - 2z + d = 0$ y el punto $P(2, 1, 3)$,
 obtenga el valor de d tal que la proyección ortogonal del punto P
 sobre β sea un punto perteneciente al plano xz .

(ESCRIBIR SOLAMENTE EL NÚMERO)

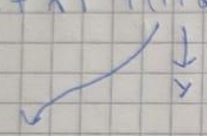
Respuesta:

HOJA
FECH

8) D: $x + y - 2z + d = 0$ $P(2, 1, 3)$

$\hookrightarrow (2, 1, 3) + \lambda(1, 1, -2)$

$x = 2 + \lambda$
 $y = 1 + \lambda$
 $z = 3 - 2\lambda$

$(2 + \lambda) + (1 + \lambda) - 2(3 - 2\lambda) + d = 0$


$1 + d = 0$ Plano $xz \Rightarrow y = 0$
 $d = -1$

$(2 + (-1)) + (1 - 1) - 2(3 - (-2)) + d = 0$
 $1 + 0 - 2(5) + d = 0$
 $-10 + 1 = -d$
 $-9 = -d$
 $d = 9$