Universidad Tecnológica Nacional

Analisis Matematico II

Segundo parcial

ALUMNO: ENRIQUE Guido

8(ocho)

R T1) Enuncie el teorema de cambio de variable en integrales dobles .Siendo $\iint_{Dxy}(x+y)dxdy=9$,plante un cambio de variable definido por $(x,y)=(u+v,v-u)$,cual será el valor de $\iint_{Duv}(8v)dudv$?

B- T2) Enuncie el teorema de Green. Apliquelo para calcular $\oint_{C^+}\overline{f}\bullet\overline{ds}$,siendo $C: x^2-2x+y^2=0$, $\overline{f}(x,y)=(xy,x^2)$

B- P1) Calcule el flujo de $f(x,y,z)=(2xz,x,y^2)$ a través de la superficie frontera del cuerpo limitado por $x=0; y=6;; z=16; z=x^4$, en el 1er octante , indique gráficamente como a orientado a la superficie

B P2) Calcule la masa del cuerpo definido por $x^2+z^2\leq 4; y\geq x^2; y\leq 2x; z\geq 0$ si su densidad en cada punto es proporcional a la distancia desde el punto al plano xy

B- P3) Calcule el area de la región plana definida por $g(x)\leq y\leq 5$,cuando $y=g(x)$ es la solución particular de la ecuación diferencial $y''+y'=2x$ que en (0,y_0) tiene recta tangente de ecuación $y+2x=2$

B- P4) Dada la curva **C** como intersección de las superficies $\Sigma_1: x+y+z=5; \Sigma_2: x^2+y^2=2y$, calcule la circulación de $\overline{f}$ a lo largo de **C** sabiendo que $rot..\overline{f}(x,y,z)=(z^2,z+2x-5,y-z^2)$. Indique gráficamente como oriento la curva

Guido Ennque

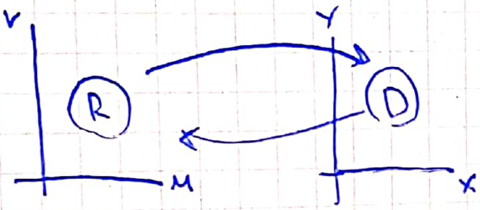
(*) los puntos del plano (u,v) pertenecientes a R (región)

T1) Sea $h(u,v) = (x(u,v), y(u,v))$ un campo vectorial biyectivo (*)

y sea $f(x,y)$ un campo escalar de 2 variables $| D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$.

Si $h(u,v) \in C^1$ y $f(x,y)$ es integrable en D así como $f \circ h(u,v)$ es integrable en R y el Jacobiano $\neq 0$

$\Rightarrow \exists\ h^{-1}(x,y)$ con las mismas propiedades que $h(u,v)$, la cual permite transformar la frontera R en la frontera D y también sus puntos



$$\iint_D f(x,y)\,dx\,dy = \iint f(x(u,v), y(u,v))\,|J|\,du\,dv$$

módulo del Jacobiano

$$\iint_{D_{xy}} x+y\ dx\,dy = 9 \qquad \iint_{D_{uv}} 8v\ du\,dv\ ?$$

$x = u+v$

$y = v-u$

$$\text{Jacob} = \begin{vmatrix} x'_u & x'_v \\ y'_u & y'_v \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} = \boxed{-2}$$

Jacob → Módulo

$$\iint_{D_{uv}} (u+v+v-u)(-2)\ du\,dv = 9$$

$$\iint 2v(-2)\ du\,dv = 9$$

$$-4\iint v\ du\,dv = 9$$

$$\iint v\ du\,dv = \boxed{-\frac{9}{4}}$$

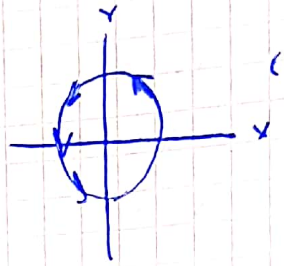
$$\Rightarrow 8\underbrace{\iint v\ du\,dv}_{-\frac{9}{4}} = \ = \boxed{8\cdot\left(-\frac{9}{4}\right)} = \iint_{D_{uv}} 8v\ du\,dv$$

NOTA

12) Sea $F(x,y) = (P,Q)$ un campo vectorial $C^1 : D \subseteq \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2$ y sea una Region simple del plano $R \in D$, cuya frontera es una curva cerrada C suave a trozos tambien perteneciente a D $\Rightarrow$

$$\int_{C^+} \bar{F} \cdot d\bar{s} = \iint_R (Q'_x - P'_y)\, dx\, dy$$

circulación Antihorario



$C: x^2 - 2x + y^2 = 0$

$F(x,y) = (\underbrace{xy}_{P}, \underbrace{x^2}_{Q})$

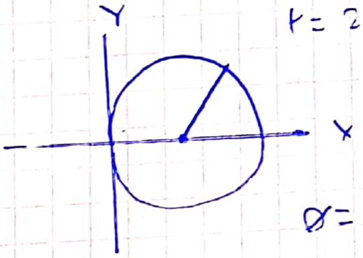
$Q'_x = 2x$

$P'_y = x$

$$= \iint_{D_{xy}} 2x - x \, dx\, dy = \iint_{D_{xy}} x \, dx\, dy$$

$$\iint_{D_{r\theta}} (1 + r\cos\theta) \cdot r \, dr\, d\theta$$

$x^2 + y^2 = 2x$



$r = 2 \cdot \cos\theta$

$\theta = 0$ A 2π

$$\int_{\theta=0}^{2\pi} \int_{r=0}^{1} r + r^2 \cos\theta \, dr\, d\theta$$

$$\int_0^{2\pi} \left[\frac{r^2}{2} + \frac{r^3}{3} \cos\theta \Big|_0^1 \right] d\theta$$

$(x-1)^2 + y^2 = 1$

Polares

$x = 1 + r\cos\theta$

$y = r\,\text{sen}\,\theta$

$$\int_0^{2\pi} \frac{1}{2} + \frac{1}{3} \cos\theta \quad d\theta$$

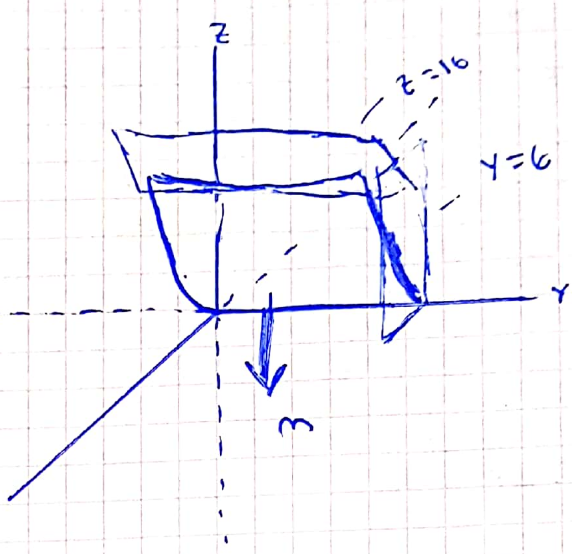
$$= \frac{\theta}{2} + \frac{1}{3}\,\text{sen}\,\theta \Big|_0^{2\pi}$$

$$= \left[\left(\pi + \frac{\text{sen}\, 2\pi}{3} \right) - \left(\frac{\text{sen}\, 0}{3} \right) \right] = ?$$

GUido ENN ge

P1) $f(x,y,z) = (\overset{P}{2x.z}, \overset{Q}{x}, \overset{R}{y^2})$

$x=0$, $y=6$, $z=16$, $z=x^4$ 1° oct



GAUSS:

$$\varnothing \text{ total} = \iiint_{VOL} \operatorname{div} F \; dz\,dy\,dx$$

$x \geq 0$
$y \geq 0$
$z \geq 0$

$$\operatorname{div} \bar{F} = 2z$$

$$\int_{y=0}^{6} \int_{x=0}^{2} \int_{z=x^4}^{16} 2z$$

$x^4 = 16$
$\boxed{x=2}$

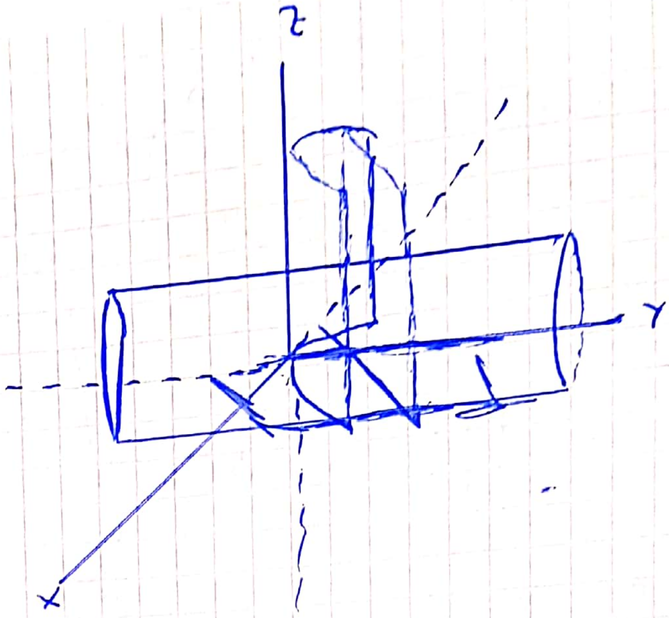
$$= 2 \int_{y=0}^{6} \int_{x=0}^{2} \int_{z=x^4}^{16} z \; dz\,dx\,dy = 2 \int_0^6 \int_0^2 \left[\frac{z^2}{2}\right]_{x^4}^{16} dx\,dy$$

$$= 2 \int_0^6 \int_0^2 \left(128 - \frac{x^8}{2}\right) dx\,dy = 2 \int_0^6 \left(\left[128x - \frac{1}{2}\frac{x^9}{9}\right]_0^2\right) dy$$

$$= 2 \int_0^6 \frac{2048}{9} dy = \left| 2 \left[\frac{2048}{9} y \Big|_0^6\right] \right|$$

P2)

$$\text{MASA} = K \iiint_{vol} z \; dz\,dy\,dx$$



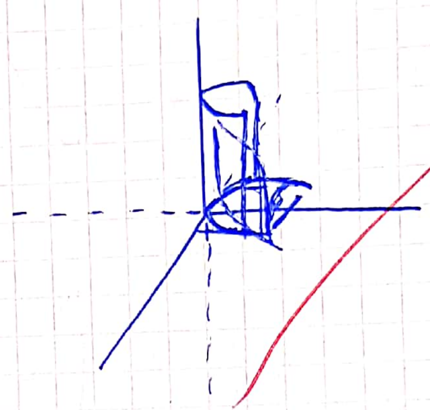
$x^2+z^2 \leq 4$

$y \geq x^2$

$y \leq 2x$

$z \geq 0$

$$K \int_{x=0}^{2} \int_{y=x^2}^{2x} \int_{z=0}^{\sqrt{4-x^2}} z \; dz \; dy\,dx$$



$\sqrt{4-x^2} = 0$

$4-x^2 = 0$

$x^2 = 4$

$x^2 - 2x = 0$

$$\int_0^2 \int_{x^2}^{2x} \left[\left[\frac{z^2}{2}\right]_0^{\sqrt{4-x^2}} \right] dy\,dx$$

$$= \int_0^2 \int_{x^2}^{2x} \frac{\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2}{2} \, dy\,dx = \int_0^2 \int_{x^2}^{2x} \frac{4-x^2}{2} \, dy\,dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^2 \int_{x^2}^{2x} 4-x^2 \; dy\,dx = \frac{1}{2} \int_0^2 4y - x^2 y \Big|_{x^2}^{2x} dx$$

$$= \frac{1}{2} \int_0^2 (8x - x^2 2x) - (4x^2 - x^4) \, dx = \frac{1}{2} \int_0^2 8x - 2x^3 - 4x^2 + x^4 \, dx$$

$$\boxed{= \frac{1}{2} \left[\frac{8x^2}{2} - \frac{2x^4}{4} - \frac{4x^3}{3} + \frac{x^5}{5} \Big|_0^2 \right]}$$

Gueb Cnng

P3) $g(x) \leq y \leq 5$ $\quad y = g(x)$

$y'' + y' = 2x$ tiene Rtg en $(0, y_0)$: $y + 2x = 2$

homogenea

$x^2 + x = 0$

$x = 0 \;,\; x = -1$

$y = k.e^{0.x} + c.e^{-x}$

$\Rightarrow \boxed{y_0 = k + ce^{-x}}$

Falsa Particular

$y = Ax^2 + Bx + c$

$(Ax^2 + Bx + c)'' + (Ax^2 + Bx + c)' = 2x$

$2A + 2Ax + B = 2x$

$2A = 2$

$\boxed{A = 1}$

$2 + B = 0$

$\boxed{B = -2}$

$\boxed{y = x^2 - 2x}$

$\boxed{y_G = k + ce^{-x} + x^2 - 2x}$

Rtg: $y + 2x = 2$ en $(0, y_0)$

$y_0 = 2$ $\left\{ \begin{array}{l} x = 0 \\ y = 2 \end{array} \right.$ 1° cond $\Big\}$ $y_0 = k + c$

$\boxed{2 = k + c}$

$y_g' = -ce^{-x} + 2x - 2 \Rightarrow -2 = -ce^{0} + 2$

$-c = 0$

$\boxed{c = 0}$

$\boxed{c = 0}$

$\boxed{k = 2}$

$\boxed{y_{PArt}: 2 + x^2 - 2x}$

Rtg: $y = -2x + 2$

$y'(0) = -2$

$S = 2 + x^2 - 2x$

$x^2 - 2x = 3$

$x^2 - 2x - 3 = 0$

$x = 3 \;,\; x = -1$

$$\int_{x=-1}^{3} \int_{y = 2 + x^2 - 2x}^{5} dx\, dy = \int_{-1}^{3} [5 - 2 - x^2 + 2x]\, dx = \int_{-1}^{3} [3 - x^2 + 2x]\, dx = \left. 3x - \frac{x^3}{3} + x^2 \right|_{-1}^{3}$$

NOTA

P4) $\Sigma_1: x+y+z=5$

$\Sigma_2: x^2+y^2=2y$

$\text{rot } F = (z^2, z+2x-5, y-z^2)$

$\nabla\Sigma_1 = x+y+z=5$

teorema del Rotor

plano

$$= \iint_{D_{xy}} \frac{\text{rot } F \cdot \nabla S}{|S'_z|}\, dx\, dy = \iint_{D_{xy}} \frac{(z^2, z+2x-5, y-z^2)\cdot(1,1,1)}{|1|}\, dx\, dy$$

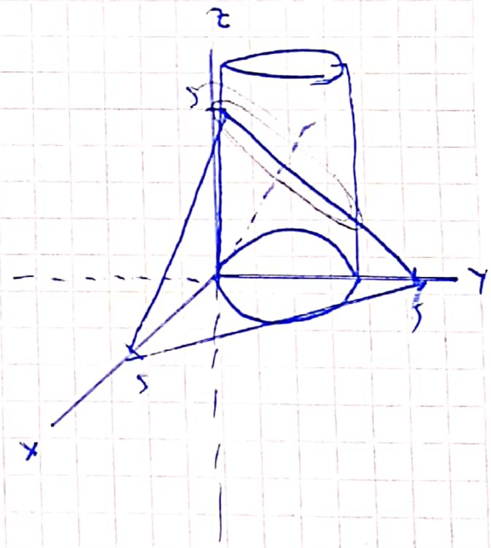
$$= \iint_{D_{xy}} \cancel{z^2} + z + 2x - 5 + y - \cancel{z^2}\, dx\, dy$$

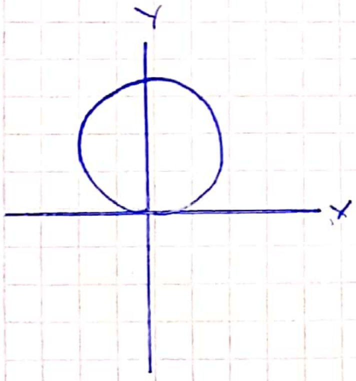
$5-x-y$

$$= \iint_{D_{xy}} z + 2x - 5 + y\, dx\, dy = \iint_{D_{xy}} \cancel{5} - \cancel{x} - \cancel{y} + \cancel{2}x - \cancel{5} + \cancel{y}\, dx\, dy$$

$$= \iint_{D_{xy}} x\, dx\, dy$$

A Polares





$x^2+y^2=2y$

$x = r\cos\theta$

$y = r\,\text{sen}\,\theta$

$x^2+y^2=r^2$

$r^2 = 2r\,\text{sen}\,\theta$

$\boxed{r = 2\,\text{sen}\,\theta}$

$$\int_{\theta=0}^{2\pi}\int_{r=0}^{2\text{sen}\theta} r\cos\theta \cdot r\, dr\, d\theta = \int_0^{2\pi} \cos\theta \left[\frac{r^3}{3}\Bigg|_0^{2\text{sen}\theta}\right] d\theta$$

$$= \int_0^{2\pi} \cos\theta \left[\frac{8}{3}\,\text{sen}^3\theta\right] d\theta = \boxed{\frac{8}{3}\int_0^{2\pi} \cos\theta \cdot \text{sen}^3\theta\, d\theta}$$

NOTA