

## CPM/PERT

Una buena planificación asegura el éxito de cualquier proyecto. Un proyecto define una combinación de actividades interrelacionadas que deben ejecutarse en un cierto orden antes que el trabajo completo pueda terminarse.

Todo proyecto debe pasar por tres etapas: Planeamiento, Programación y Control.

**Planeamiento:** consiste en identificar el objetivo de lo que se quiere hacer y que factores intervienen, que recursos se le va a asignar globalmente al proyecto, en que plazo se va a hacer, cual es el presupuesto general, etc. **QUE DEBE HACERSE Y EN QUE ORDEN.**

**Programación:** acota en el tiempo lo planeado. Define fechas y oportunidades de cada actividad. **CUANDO DEBE LLEVARSE A CABO**

**Control:** consiste en comparar lo realmente ejecutado con lo presupuestado. Permite seguir la marcha del proyecto y verificar si se cumple o no de acuerdo con lo planeado y programado. **COMO SE LLEVA A CABO**

Existen dos métodos para la planificación de un proyecto (estas técnicas **solo** se utilizan para planificar):

- **CPM** (Critical Path Method) o Método del Camino Crítico
- **PERT** (Program Evaluation and Review Techniques) o Técnica de Evaluación y Revisión de Programas

Ambas técnicas se desarrollan de la misma manera, la única diferencia entre el CPM y el PERT radica en la forma en que se calculó la duración de las tareas que conforman el proyecto. El CPM es un método **DETERMINISTICO** ya que la duración de las tareas se estima conocida con bastante aproximación debido a que existen experiencias anteriores, de este modo nos podemos basar en una información histórica respecto a la duración que se aplica a cada tarea. El PERT, en cambio, es un método **PROBABILISTICO** ya que la variable de tiempo es desconocida, solo se tienen valores estimativos.

### **¿Cómo construir el CPM/PERT?**

Lo primero que debe tenerse es un listado de tareas, las cuales tendrán asignada una duración de tiempo expresada en una única unidad (días, meses, etc). Nosotros no calcularemos ese tiempo, sino que será parte de la información que recibimos para trabajar. Luego deberemos establecer para cada tarea que tareas deben precederle y que tareas deben sucederle

Para poder organizar la construcción del diagrama partiremos de una tabla con la información de las tareas

Tarea	Descripción	Duración	Precedencia
A	Hacer lista Invitados	1 día	----
B	Alquilar salón	3 días	---
C	Invitar a la fiesta	1 día	A – B
D	Contratar Catering	2 días	---
E	Distribuir mesas	1 día	C

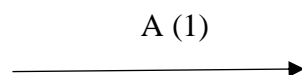
Si ya recibimos la tabla confeccionada, entonces directamente vamos al siguiente paso

## CONSTRUIR EL DIAGRAMA DE FLECHAS O RED

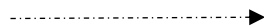
Los elementos que vamos a representar en el diagrama son 3: TAREAS REALES, TAREAS FICTICIAS y NODOS.

**TAREA REAL:** identifica alguna de las tareas definidas en el listado de tareas. Se representa con una flecha UNIDIRECCIONAL y se coloca sobre la misma: una letra que identifica el nombre de la tarea y entre paréntesis su duración (se debe tener en cuenta que existen otras formas de identificar a la tarea). El largo de la flecha que representa la tarea NO tiene ninguna relación con la duración de la misma.

En una tarea real siempre hay consumo de tiempo, pero no siempre se consumen recursos. Por ejemplo: “Pintar una pared” es una tarea que insume tiempo y también recursos (la cantidad de pintura, cantidad de pintores, etc), en cambio “Esperar que se seque la pintura de la pared” consume tiempo pero no recursos.

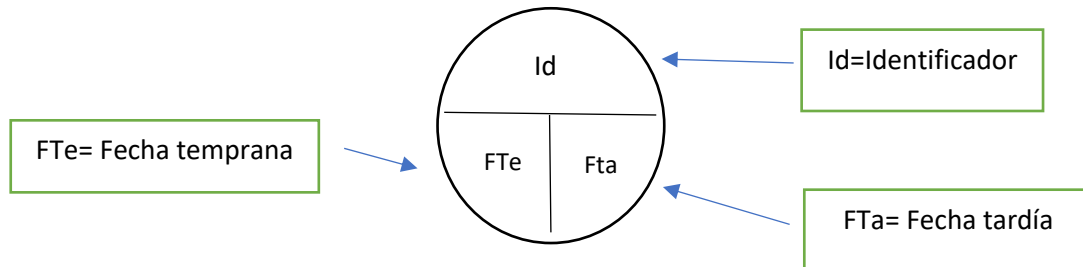


**TAREA FICTICIA:** es un artificio para permitir determinar en el grafo o red la precedencia de tareas. **No consumen ni tiempo ni recursos.** Se grafica con una flecha unidireccional de líneas punteadas. No se le coloca ni identificador ni tiempo (al ser un artificio para poder graficar la red su tiempo es 0)



**NODO:** acontecimientos en el tiempo que representan el inicio o final de una tarea. Un nodo representa un instante en la tarea y significa la terminación de algunas actividades y comienzo de nuevas tareas. Cada nodo se identifica con un número (generalmente

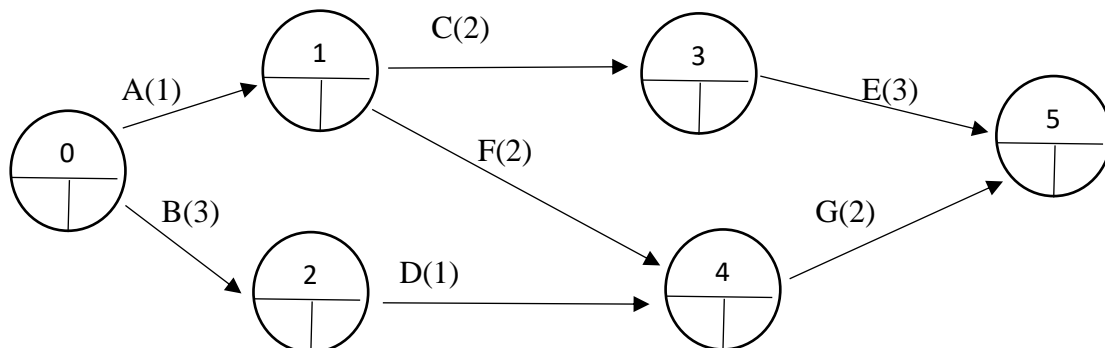
comenzando con el 0) y se coloca en la parte superior del nodo (en nuestro dibujo donde dice Id)



Las fechas tempranas y tardías se deben calcular. Más adelante explicaremos como se hace.

### Requisitos a tener en cuenta en el armado de la red

Primero veamos como quedaría armada una red



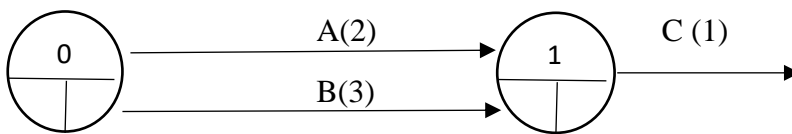
- Todo grafo o red tiene un solo nodo de inicio y un solo nodo de finalización
- El nodo inicial de una tarea es nodo final de todas las tareas que le preceden
- El nodo final de una tarea es nodo inicial de todas las tareas que le siguen
- La red se lee de izquierda a derecha. Por esto nunca debe graficarse una tarea hacia atrás.
- Dos tareas distintas no pueden tener el mismo nodo de inicio y fin

Este último ítem es muy importante, porque la solución a este problema son las tareas ficticias

Supongamos que tenemos esta tabla

Tarea	Duración	Precedencia
A	2	---
B	3	---
C	1	A – B
D	5	C

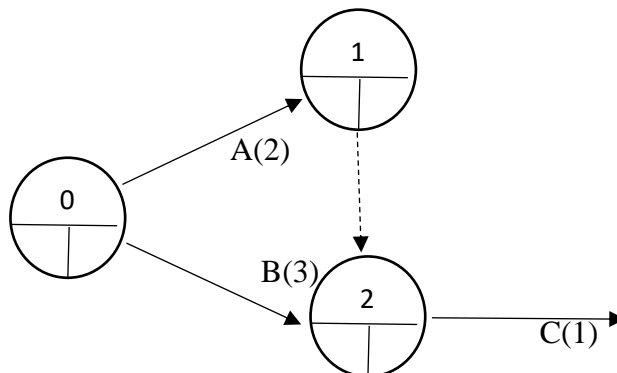
Las tareas A y B al tener precedencia ---, significa que son tareas iniciales, es decir que ambas comienzan en el nodo inicial. La tarea C tiene como precedencia la tarea A y B



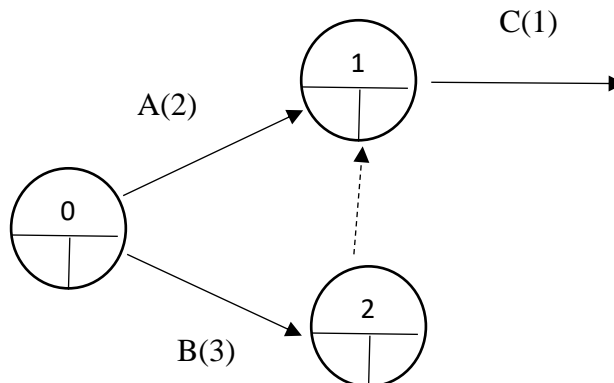
**ESTO NO ES CORRECTO!!!! PORQUE DOS TAREAS SALEN DEL MISMO NODO Y LLEGAN AL MISMO NODO!!!!**

Esto se soluciona utilizando las tareas ficticias

Opción 1:



Opción 2:



En algunos casos podemos usar cualquiera de las dos opciones, pero en ciertos casos sólo puedo usar una sola, depende si A y B además preceden a otras tareas en forma individual, supongamos por ejemplo que tenemos la tarea D que sólo depende de A, la opción 1 es válida mientras que la 2 no, porque si D sale del nodo 1 estaríamos arrastrando la precedencia de B.

### Cálculo de Fechas

La fecha es la oportunidad de verificación de un evento identificado por un nodo. Las fechas se dividen en: FECHAS TEMPRANAS y FECHAS TARDÍAS

**FECHA TEMPRANA:** es la primera oportunidad que tiene una tarea de comenzar a ejecutarse (iniciación) o de estar finalizada desde que se comenzó el proyecto. El cálculo se hace en forma progresiva de izquierda a derecha. En el nodo inicial se comienza con la fecha temprana 0 y se realizan los siguientes pasos:

- Se identifica el nodo de cálculo
- Se determinan cuales son las tareas que llegan a él
- Se identifican las fechas tempranas de inicio de esas tareas
- Se identifican las correspondientes duraciones de las tareas
- Se realizan las siguientes sumas:

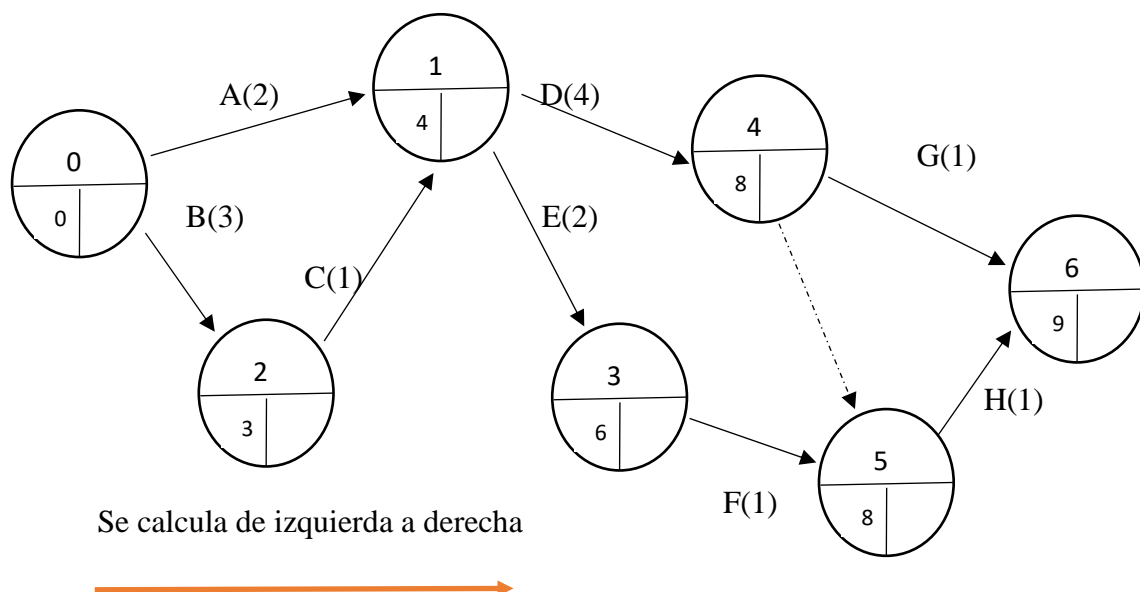
$$FTe_1 + t_1 = x_1$$

$$FTe_2 + t_2 = x_2$$

$$FTe_n + t_n = x_n$$

- Se elige de esas sumas el mayor valor

Veamos un ejemplo para entender este concepto



En el nodo 0, al ser el nodo inicial, se coloca la fecha temprana 0. En el nodo 2, la fecha temprana surge de sumar la fecha temprana del nodo 0 más la duración de la tarea B ( $0 + 3 = 3$ ).

Veamos que pasa en el nodo 1. Al llegar 2 tareas a este nodo se calculan dos fechas tempranas:  $0 + 2 = 2$  (fecha temprana obtenida de la tarea A) y  $3 + 1 = 4$  (fecha temprana obtenida de la tarea C). Cómo lo indicamos en el último punto se elige la de mayor valor, es decir 4

Por último analicemos la fecha temprana del nodo 5 al cual llega una tarea ficticia. Tenemos dos fechas tempranas:  $6 + 1 = 7$  (fecha temprana obtenida de la tarea F) y  $8 + 0 = 8$  (fecha temprana de la tarea ficticia, la cual, recordemos, no consume tiempo). Nuevamente entre ambas fechas tempranas elegimos la mayor: 8

**FECHA TARDÍA:** es la última oportunidad que tiene una tarea de comenzar a ejecutarse, puesto que de excederse esa fecha se demoraría la terminación del proyecto. Para calcularla se procede en sentido inverso que para el cálculo de las fechas tempranas (desde el nodo final al inicial, es decir de derecha a izquierda). El nodo final de un proyecto tiene igual fecha tardía que temprana.

- Se identifica el nodo de cálculo
- Se determinan todas las actividades que parten de él
- Se identifican los nodos a que dichas tareas llegan
- Se identifican las duraciones de esas tareas
- A cada fecha tardía se le resta su correspondiente duración de la tarea

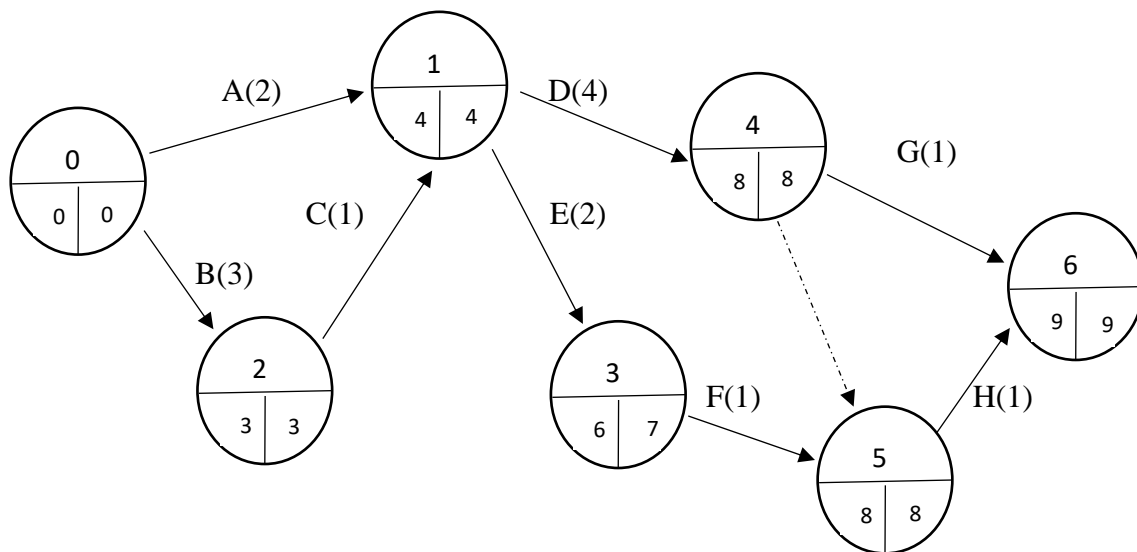
$$FTa_1 - t_1 = x_1$$

$$FTa_2 - t_2 = x_2$$

$$FTa_n - t_n = x_n$$

- Se selecciona como fecha tardía del nodo de cálculo el menor valor obtenido

Busquemos las fechas tardías en nuestro ejemplo



Se calcula de derecha a izquierda



En el nodo 6 al, ser nodo final, se coloca en la fecha tardía el mismo valor obtenido en la fecha temprana. En el nodo 5 la fecha tardía se obtiene de restar la fecha tardía del nodo 6 menos 1 duración de la tarea H ( $9 - 1 = 8$ )

Veamos que pasa en el nodo 1. Al partir 2 tareas de este nodo se calculan dos fechas tardías:  $8 - 4 = 4$  (fecha tardía obtenida de la tarea D) y  $7 - 2 = 5$  (fecha tardía obtenida de la tarea E). Cómo lo indicamos en el último punto se elige la de menor valor, es decir 4

Cuando se llega al nodo de inicio la fecha tardía tiene que darles 0 sí o sí, si esto no sucede es que han tenido un error en las cuentas, ya sea cuando calcularon las fechas tempranas o las fechas tardías

Podemos observar, si comparamos las fechas tempranas y las fechas tardías de cada nodo que se pueden dar dos situaciones:

- $F_{Te} = F_{Ta}$
- $F_{Te} \neq F_{Ta}$

O sea que la relación que se da siempre es que la fecha temprana es menor o igual que la fecha tardía

En esta instancia obtenemos información sumamente importante de la técnica. El último nodo nos da **LA DURACIÓN PLANIFICADA DEL PROYECTO**

En nuestro ejemplo:

Duración Planificada del Proyecto = 9

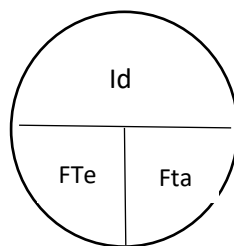
Ya tenemos armado el grafo o la red, hemos calculado sus fechas tempranas y tardías y sabemos cual es la duración planificada del proyecto, pero ¿Cuál es el camino crítico?. Porque recordemos que este es el nombre de la técnica que estamos aprendiendo. Para poder buscar dicho camino es necesario que veamos el concepto de Margen.

### Márgenes

La definición de margen indica el conjunto de restricciones conceptualizado como una frontera. En esta técnica hay 2 tipos de márgenes: MARGEN DE LOS NODOS y MÁRGENES DE LAS TAREAS

**MARGEN DE LOS NODOS:** el margen de los nodos se llama **INTERVALO DE FLOTAMIENTO (IF)**. Una vez que tenemos todas las fechas calculadas podemos hallar este intervalo, el cual siempre va a tener un valor mayor igual a cero

El INTERVALO DE FLOTAMIENTO representa la demora que se puede admitir en el comienzo de una tarea sin afectar la fecha de terminación del proyecto. A ser un margen del nodo se calcula con los datos de las fechas tempranas y tardías de cada nodo



$$IF = FTa - FTe$$

Calculemos en nuestro ejemplo algunos Intervalos de Flotamiento:

$$IF_3 = 7 - 6 = 1 \quad (\text{Intervalo de flotamiento del nodo 3})$$

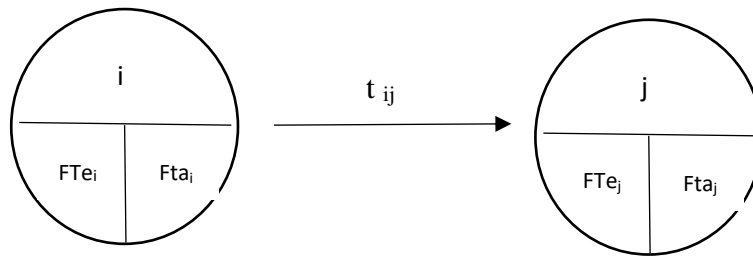
$$IF_5 = 8 - 8 = 0 \quad (\text{Intervalo de flotamiento del nodo 5})$$

**CUANDO EL IF = 0, ESTAMOS EN PRESENCIA DE UN NODO CRÍTICO**

**MÁRGENES DE LAS TAREAS:** existen 3 márgenes en las tareas: Margen Libre, Margen Independiente y Margen Total. Nosotros sólo utilizaremos el **MARGEN LIBRE (ML)** y el **MARGEN TOTAL (MT)**.

El **MARGEN LIBRE** es el tiempo en que se puede demorar la ejecución de una tarea sin afectar el comienzo de las que le siguen en su primera oportunidad.





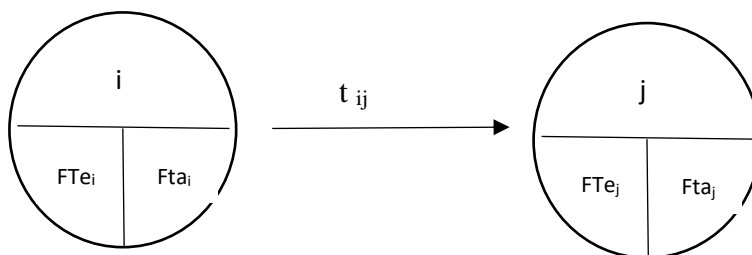
$$ML = FTE_j - FTE_i - t_{ij}$$

Es decir que a la fecha temprana del nodo de fin se le resta la fecha temprana del nodo de comienzo y se le resta la duración de la tarea. Calculemos en nuestro ejemplo algunos márgenes libres.

$$ML_E = 6 - 4 - 2 = 0 \quad (\text{Margen Libre de la tarea E})$$

$$ML_F = 8 - 6 - 1 = 1 \quad (\text{Margen Libre de la tarea F})$$

El **MARGEN TOTAL** indica el tiempo límite que esa tarea podría retrasarse para no afectar a los tiempos límites del proyecto



$$MT = Fta_j - FTE_i - t_{ij}$$

Es decir que a la fecha tardía del nodo de fin se le resta la fecha temprana del nodo de comienzo y se le resta la duración de la tarea. Calculemos en nuestro ejemplo algunos márgenes totales

$$MT_F = 8 - 6 - 1 = 1 \quad (\text{Margen Total de la tarea F})$$

$$MT_D = 8 - 4 - 4 = 0 \quad (\text{Margen Total de la tarea D})$$

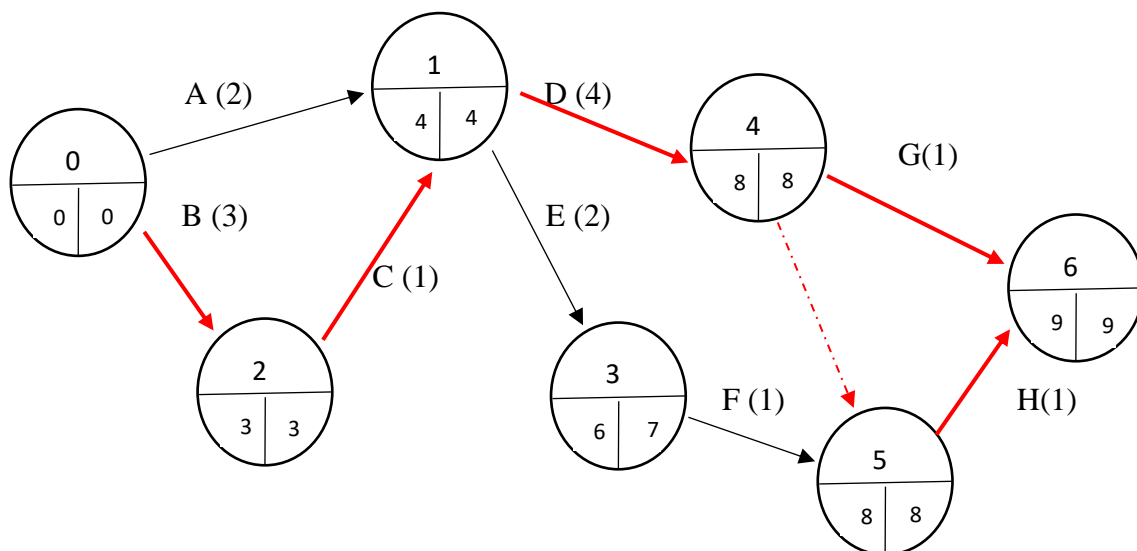
**CUANDO UNA TAREA ESTA ENTRE NODOS CRITICOS Y SU MT = 0, ESTAMOS EN PRESENCIA DE UNA TAREA CRÍTICA**

Las Tareas Críticas son aquellas actividades que si se retrasan, provocan un retraso de todo el proyecto, y si se adelantan pueden provocar o no, un corrimiento en la conclusión del proyecto, ya que puede existir más de un camino crítico

Deben ser vigiladas con mayor cuidado por los profesionales que administran el proyecto

### NODOS CRÍTICOS + TAREAS CRÍTICAS = CAMINO CRÍTICO

Siguiendo con nuestro ejemplo marcaremos en el grafo el camino crítico. Esto se suele hacer de alguna forma que nos permita visualizarlo claramente (por ejemplo utilizando otro color). Además se escribe el o los caminos críticos (SI, puede haber más de un camino crítico, lo que no puede suceder nunca es que NO haya caminos críticos). Existen varias formas de hacerlo pero nosotros utilizaremos para indicar el camino crítico el nombre de las tareas. ¿Qué pasa si una tarea ficticia está en el camino crítico? (SI, en el camino crítico puede haber tareas ficticias). Se las nombra con los nodos de inicio y finalización o no se las coloca



**CAMINOS CRÍTICOS: B – C – D – G**

**B – C – D – (4, 5) – H**

**ATENCIÓN!!** El error más común que cometen es considerar a la tarea A dentro del camino crítico porque está entre nodos críticos. Pero recuerden que la tarea TAMBIÉN tiene que tener Margen Total = 0 para que sea tarea crítica y en este caso  $MT_A = 4 - 0 - 2 = 2$ , por lo tanto NO es tarea crítica y por ende no pertenece al camino crítico

Entonces podemos dar la definición de **CAMINO CRÍTICO**: es la sucesión ordenada desde el origen al fin del proyecto de las tareas críticas del mismo. Todas las tareas críticas constituyen el Camino Crítico

### Características del Camino Crítico

- Define el plazo de ejecución del proyecto
- Identifica el menor tiempo en que el proyecto puede ejecutarse
- En un proyecto pueden existir varios caminos críticos pero todos tienen la misma longitud en términos de tiempos
- Las tareas ficticias pueden formar parte del camino crítico
- Si hay varios caminos críticos estos pueden ser:
  - ✚ INDEPENDIENTES: no tienen ninguna tarea en común.
  - ✚ DEPENDIENTES: tienen tareas en común

Entonces estamos preparados para poder resolver un ejercicio sencillo. Acá les dejo el enunciado

*Teniendo las siguientes tareas, se pide realizar el CPM correspondiente, indicando también los intervalos de flotamiento de cada nodo, las tareas críticas, caminos críticos y márgenes totales de cada tarea*

Tareas	Dependencia	Duración
A	--	5 días
B	C	2 días
C	--	4 días
D	A – E	6 días
E	B	2 días
F	E – G	2 días
G	B	1 día
H	D	1 día