PRIMER PARCIAL (T2) ANÁLISIS MATEMÁTICO II Octubre 5 de 2018

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

T1) **Definir** solución general de una ecuación diferencial. **Verificar** si $y = C \cdot x \cdot e^x$ es solución de la ecuación $y'' - 2y' + y = 0$, en caso afirmativo **indicar** si es solución general de la ecuación.

T2) **Definir** derivada direccional de una función escalar de $\Re^2$

Calcular (si existen) las derivadas direccionales de $f(x,y) = \begin{cases} x^3/y & y \neq 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}$ en (0,0)

P1) **Hallar** la familia de curvas ortogonales a $y = C \cdot e^{-x}$.
De la familia de curvas hallada, **indicar** la ecuación de la curva que pasa por el punto de coordenadas (1,1)

P2) **Hallar** la ecuación del plano normal a la curva intersección de $y = 2x^2 + 2z^2 \wedge y = 1 + x^2 + z^2$ en el punto (0,2,1)

P3) **Calcular** la derivada direccional máxima de $h = g \circ \vec{f}$ en el punto (1,1) cuando $g(u,v)$ se encuentra definida por $z - u^2 + v^2 + \ln(v+z) = 0$ siendo $\vec{f}(x,y) = (xy^2, y - x^2)$

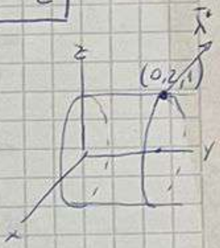
P4) **Analizar** la existencia de extremos absolutos de $f(x,y) = x^2 + y^2 - 2x$ en la región definida por $x^2 + y^2 \leq 4$

1° PARCIAL | ANALISIS MATEMATICO II | HOJA N° | FECHA 5/10/18

4) 1) $\begin{cases} Y = Ce^{-x} \\ Y' = -Ce^{-x} \end{cases} \rightarrow Y' = -Y \rightarrow Y' = \frac{1}{Y} \rightarrow \int Y\,dy = \int dx \rightarrow$

$\boxed{\frac{Y^2}{2} = x + K}$ $\quad \frac{1}{2} = 1 + K \rightarrow K = -\frac{1}{2} \rightarrow \boxed{\frac{Y^2}{2} = X - \frac{1}{2}}$

3) 2) $\begin{cases} Y = 2X^2 + 2Z^2 \\ Y = 1 + X^2 + Z^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2X^2 + 2Z^2 = 1 + X^2 + Z^2 \\ Y = 1 + X^2 + Z^2 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} X^2 + Z^2 = 1 \\ Y = 2 \end{cases}$



$\bar{\lambda} \begin{cases} X = \cos t \\ Y = \cancel{}\,2 \\ Y = \operatorname{sen} t \end{cases} \rightarrow \bar{\lambda}' = (-\operatorname{sen} t, 0, \cos t)$

$\bar{\lambda}(\pi/2) = (0, 2, 1) \quad \bar{\lambda}'(\pi/2) = (-1, 0, 0) \rightarrow -(X - 0) = 0 \rightarrow \boxed{X = 0}$

– 2) 3) $h = g \circ \bar{f}$ $\quad z \overset{g}{<} \begin{matrix} u \overset{\bar{f}}{<} x, y \\ v < x, y \end{matrix}$

$g'_{u\,(1,0)} = z'_{u\,(1,0)} = -\left.\frac{-2u}{1 + \frac{1}{v+z}}\right|_{(1,0,1)} = \frac{2}{2} = 1$

$D\bar{f}_{(1,1)} = \begin{pmatrix} Y^2 & 2XY \\ -2X & 1 \end{pmatrix}_{(1,1)} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad g'_{v\,(1,0)} = z'_{v\,(1,0)} = -\left.\frac{2v + \frac{1}{v+z}}{1 + \frac{1}{v+z}}\right|_{(1,0,1)} = -\frac{1}{2}$

$u = 1$ y $v = 0 \rightarrow z - 1 + \ln(1) = 0 \rightarrow z = 1$

$h'_{x\,(1,1)} = g'_u \cdot u'_x + g'_v\, v'_x = 1 \cdot 1 - \frac{1}{2} \cdot (-2) = 2$

$h'_{Y\,(1,1)} = g'_u\, u'_Y + g'_v\, v'_Y = 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$

Máx $h'_{\breve{v}\,(1,1)} = \sqrt{2^2 + \left(\frac{3}{2}\right)^2} = \sqrt{\frac{16+9}{4}} = \boxed{\frac{5}{2}}$

– 1) 4) f: $x^2 + y^2 < 4$ conj abierto

$\begin{cases} f'_x = 2X - 2 = 0 \\ f'_Y = 2Y = 0 \end{cases}$ $\quad (x,y) = (1,0)$. punto crítico

∂: $\underbrace{x^2 + y^2 = 4}_{h}$ ext condicionado

$\bar{\nabla} f = \lambda \cdot \bar{\nabla} h$

$(2X - 2, 2Y) = \lambda (2X, 2Y)$

$\begin{cases} 2X - 2 = \lambda \cdot 2X \\ 2Y = \lambda\, 2Y \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$

si $Y \neq 0 \rightarrow \lambda = 1 \rightarrow -2 \neq 0$ absurdo

$Y = 0 \rightarrow x = \pm 2 \rightarrow (2,0)$ y $(-2,0)$ ptos críticos.

Por Bolzano se garantiza la exist. de ext. abs. de función cont. en compacto.

$\boxed{f(1,0) = -1 \text{ mín abs.}}$ $\quad f(2,0) = 0 \quad$ $\boxed{f(-2,0) = 8 \text{ máx abs.}}$

NOTA