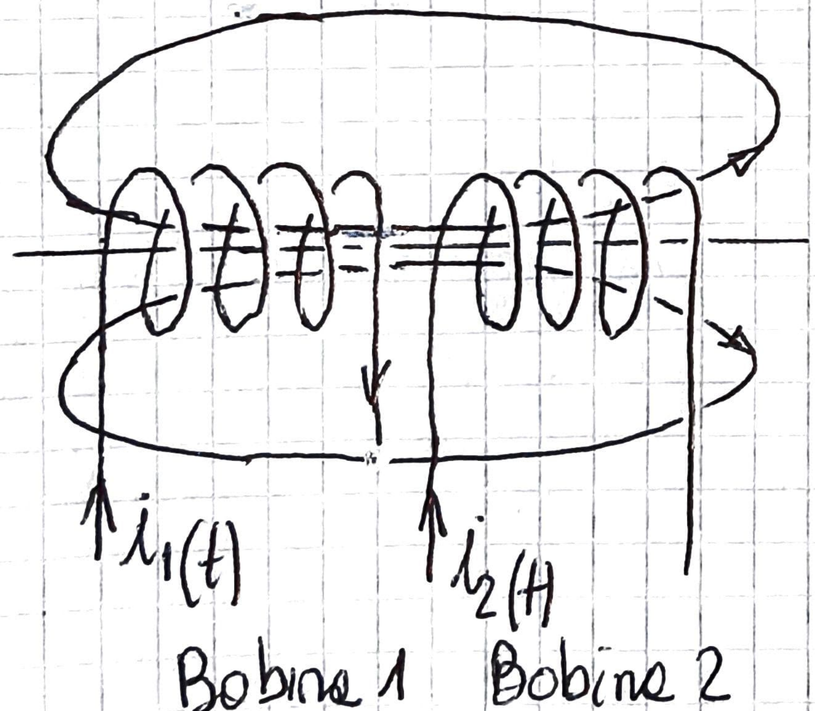
FEM de autoinducción y de inducción mutua

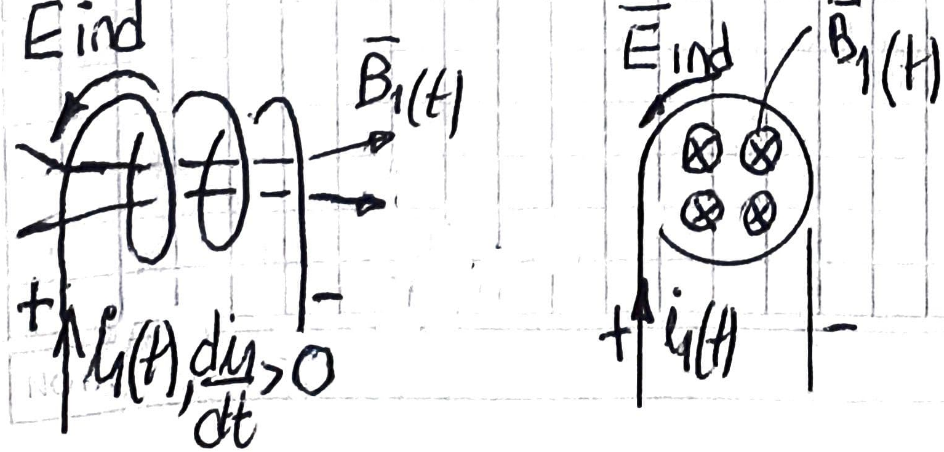


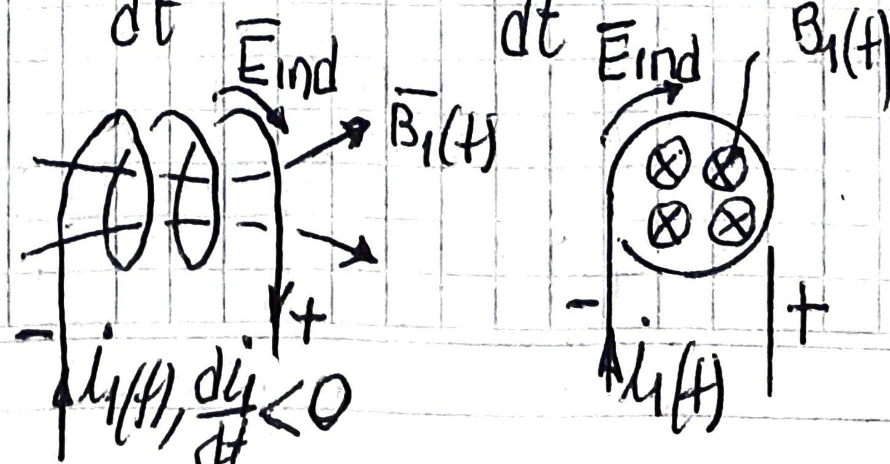
ϕ_{11} : flujo producido por bob 1 y concatenado por bob 1

ϕ_{21} : flujo concatenado por bob 2 y producido por bob 1

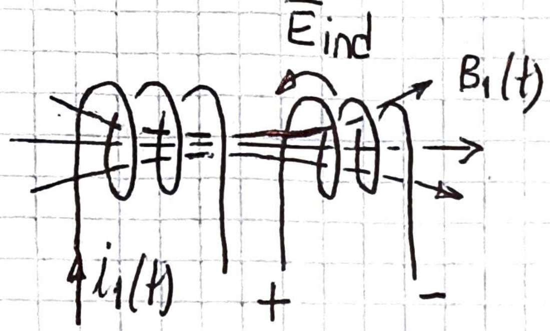
$$\phi_{11} = L i_1$$

Fem de autoinducción $e_{11} = -\dfrac{d\phi_{11}}{dt} = -L\dfrac{di_1}{dt}$





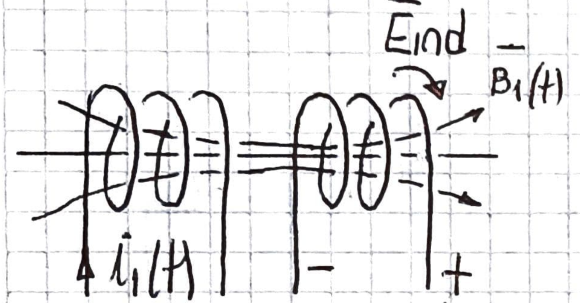
Fem de inducción mutua



$\frac{di_1}{dt} > 0$

$$\phi_{21} = M i_1$$

$$e_{21} = -\frac{d\phi_{21}}{dt} \overset{!}{=} -M\frac{di_1}{dt}$$

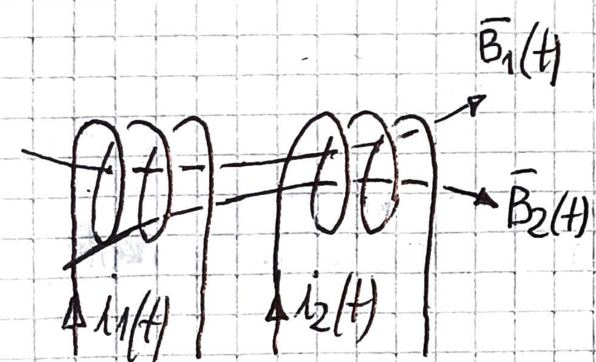


$\frac{di_1}{dt} < 0$

Recíprocamente, si la bobina 2 tiene corriente variable en el tiempo existirán

$$e_{22} = -\frac{d\phi_{22}}{dt} = -L_2\frac{di_2}{dt}$$

$$e_{12} = -\frac{d\phi_{12}}{dt} = -M\frac{di_2}{dt}$$



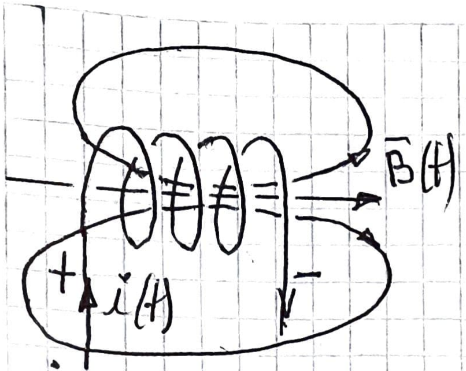
La fem total en cada bobina es

$$e_1 = e_{11} \pm e_{12} = -L_1\frac{di_1}{dt} \mp M\frac{di_2}{dt}$$

$$e_2 = e_{22} \pm e_{21} = -L_2\frac{di_2}{dt} \mp M\frac{di_1}{dt}$$

El signo de la fem de inducción mutua depende de que los flujos propio y mutuo sean aditivos (−) ó sustractivos (+), de acuerdo a los sentidos de i_1 e i_2.

Energía de una bobina con corriente (energía de campo magnético)



$$\frac{di}{dt} > 0$$

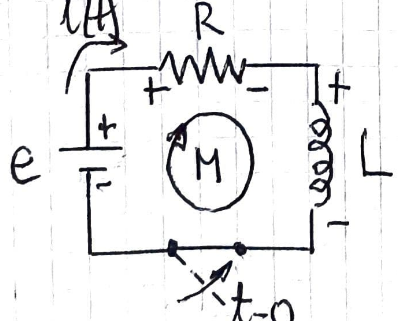
Si la derivada de la corriente respecto del tiempo es positiva significa que aumenta la corriente, el campo producido por ella y la energía de campo, al circular en el sentido de la corriente hay en el inductor (bobina) una caída de tensión. La energía se halla como la integral de la potencia suministrada por el circuito eléctrico en el tiempo.

$$U_m = \int_0^t p\,dt = \int_0^t (-e)\,i\,dt = \int_0^t L\frac{di}{\cancel{dt}}\,i\,\cancel{dt} = \int_0^i L\,i\,di = L\int_0^i i\,di$$

$$\boxed{U_m = \frac{1}{2} L\, i^2}$$

RÉGIMEN TRANSITORIO: cuando en un circuito la corriente varía en el tiempo.

Transitorio RL:



M : $e - i(t)R - L\dfrac{di}{dt} = 0$

$$-L\frac{di}{dt} = R\,i(t) - e \quad \text{, por variables separables}$$

$$\frac{di}{i(t) - \frac{e}{R}} = -\frac{R}{L}\,dt$$

Haciendo $u = i(t) - \frac{e}{R} \Rightarrow du = di$

$$\int \frac{du}{u} = -\frac{R}{L}\int dt + C_1 \Rightarrow \ln|u| = -\frac{R}{L}t + C_1$$

$$\ln\left|i(t) - \frac{e}{R}\right| = -\frac{R}{L}t + C_1 \Rightarrow \left|i(t) - \frac{e}{R}\right| = e^{-\frac{R}{L}t + C_1}$$

Mientras la bobina se carga (aumenta i) es $i(t) < \frac{e}{R} \Rightarrow$

$$-\left(i(t) - \frac{e}{R}\right) = e^{-\frac{R}{L}t} \cdot \underbrace{e^{C_1}}_{C} \Rightarrow i(t) = \frac{e}{R} - C e^{-\frac{R}{L}t}$$ Solución General

Condiciones iniciales: $i(t=0) = 0$ (Si $i(t=0)$ fuera distinto de cero habría un escalón instantáneo en $i(t) \Rightarrow$ $e = -L\frac{di}{dt}$ tendería a infinito superando a la fuente e, cosa imposible porque la bobina se carga mediante la fuente). Reemplazando en la solución general:

$$i(t=0) = 0 = \frac{e}{R} - C e^{0} \Rightarrow C = \frac{e}{R}$$, entonces reemp. en S.G.

$$i(t) = \frac{e}{R}\left(1 - e^{-t/\tau}\right)$$, donde $\tau = \frac{L}{R}$ es la constante de tiempo

$[\tau] = \text{Seg.}$