

**U.T.N. F.R.B.A. - MATEMÁTICA DISCRETA****Examen final:** 22 de diciembre de 2021**Apellido:** ..... **Nombre:** ..... **Legajo:** .....

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	Nota

PARA APROBAR ES NECESARIO TENER AL MENOS 4 BIEN de la parte I, 1 de la parte II Y 6 BIEN EN TOTAL.

**PARTE I: MARCAR LA UNICA RESPUESTA CORRECTA DE CADA EJERCICIO**1) Sean: **p:**  $\forall x: \exists y: p(x,y)$  **q:**  $\exists y: \forall x: p(x,y)$  **r:**  $\exists y: \exists x: p(x,y)$  entonces es cierto:

<b>a)</b> $(p \equiv q) \wedge (p \Rightarrow r)$	<b>b)</b> $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow r)$	<b>c)</b> $\sim (p \equiv q \vee p \Rightarrow r)$	<b>d)</b> $\sim (p \equiv q) \wedge q \Rightarrow r$
---	--	--	--

2) El grupo  $(Z_2 \times Z_4; +)$ 

<b>a)</b> Es abeliano y cíclico	<b>b)</b> Tiene en total 6 subgrupos	<b>c)</b> Tiene un subgrupo isomorfo al grupo 4-Klein	<b>d)</b> No es cíclico y tiene un único subgrupo de orden 4
---------------------------------	--------------------------------------	---	--

3) La relación de equivalencia definida en el conjunto de vértices de un Grafo:  $v R w \Leftrightarrow g(v)=g(w)$ 

<b>a)</b> Tiene seguro más de una clase de equivalencia si el grafo no es conexo	<b>b)</b> Tiene 2 clases de equivalencia en cualquier grafo bipartito	<b>c)</b> Puede tener hasta 6 clases de equivalencia en un grafo simple de 6 vértices	<b>d)</b> ninguna de las anteriores
--	---	---	-------------------------------------

4) Sea  $(A; R)$  un conjunto ordenado. Indique la proposición VERDADERA:

<b>a)</b> Si tiene primer y último elemento es red	<b>b)</b> Si es red y su cardinal es potencia de 2 entonces es Algebra de Boole	<b>c)</b> Si es red, entonces $(A; R^{-1})$ es red	<b>d)</b> Si es totalmente ordenado, no puede ser Algebra de Boole
--	---	--	--

5) Sean  $a, b, c, d \in \mathbb{Z}$ . Si  $a \mid b \wedge \text{m.c.d.}(c,d) = 1$  entonces necesariamente:

<b>a)</b> $a \mid (3b - 2a) \wedge \text{m.c.d.}(c, c-d)=1$	<b>b)</b> $\text{m.c.m.}(c,d) = c \cdot d \wedge (a+2) \mid (b+2)$
<b>c)</b> $a \mid (b+c) \wedge \text{m.c.d.}(c, c+d)=1$	<b>d)</b> ninguna de las anteriores

6) La operación definida en  $\mathbb{Z}$ :  $a * b = 2a + 2b$ 

<b>a)</b> Es conmutativa y asociativa pero no tiene neutro	<b>b)</b> Es conmutativa y tiene neutro pero no simétricos	<b>c)</b> No es asociativa y no tiene neutro	<b>d)</b> cumple todas las propiedades de grupo abeliano
--	--	--	--

7) Sea  $A$  un conjunto no vacío y  $P_1$  y  $P_2$  dos particiones de  $A$ . Se cumple seguro que:

<b>a)</b> $P_1 \cap P_2 = \emptyset$	<b>b)</b> $P_1 \cap P_2 \neq \emptyset$	<b>c)</b> $P_1 \cap P_2 \subseteq P(A)$	<b>d)</b> $P_1 \cup P_2 = P(A)$
--------------------------------------	---	---	---------------------------------

8) Sea  $G = (\{S,A,B,C\}, \{0,1,2\}, P, S)$  con  $P: S \rightarrow 0A; A \rightarrow 0A + 1B + \lambda; B \rightarrow 2A + 0C; C \rightarrow \lambda$ La E.R. del lenguaje generado por la gramática  $G$  es:

<b>a)</b> $0(0^* + (12)^*)10$	<b>b)</b> $0(0 + 12)^* + 10$	<b>c)</b> $00^*(12)^*10$	<b>d)</b> ninguna de las anteriores
-------------------------------	------------------------------	--------------------------	-------------------------------------

## **PARTE II: A DESARROLLAR DETALLADAMENTE**

Indique Verdadero o Falso y justifique:

9)  $H = \{ x \in \mathbb{Q} / x = 3^{2k} \text{ con } k \in \mathbb{Z} \}$  es subgrupo de  $(\mathbb{Q} - \{0\} ; \cdot )$

10)  $\forall n \in \mathbb{N}: 2^{3n+1} + 3^{n+1}$  es múltiplo de 5