Nombre y apellido:.. Curso Z2041

E1.- Dada

$$f(x,y) = \begin{cases} x^2+y^2-2x+1 & \text{si } x>0 \\ y-x+1 & \text{si } x \leq 0 \end{cases}$$

a) Grafique el conjunto de nivel 1 de f.

b) Analice la existencia de derivadas parciales en $(0,0)$. ¿Qué puede decir acerca de la diferenciabilidad en ese punto? Justifique.

E2.- *a*) Compruebe que en un entorno del punto $(u_0, v_0, w_0) = (1,0,1)$ la ecuación $uv - 2w + e^{vw} = -1$ define una función $w = g(u,v)$ de clase C^1.

b) Si $h(x,y) = g(x^2y+1, 2cos(y)-x)$, halle la ecuación del plano tangente a la gráfica de h en $(2,0,h(2,0))$ y justifique su existencia.

E3.- Se sabe que el polinomio de Taylor de segundo orden de una función $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ de clase C^3 en $(1,-1)$ es $p(x,y) = 3x^2 - xy + y^2 - 2x + y + 4$. Si C es la curva intersección del gráfico de f con la superficie definida por $\overrightarrow{\Sigma}(u,v) = (v+u, v-u, u^2-v^2+5)$, para $(u,v) \in \mathbb{R}^2$, halle la ecuación de la recta tangente a C en $(1,-1,6)$. Justifique sus cálculos.

E4.- Sea $f(x,y) = x^3 + y^3 + 3x^2 - 2y^2 - 8$. Estudie, justificando apropiadamente, la existencia de extremos de f

a) en todo su dominio;

b) en el cuadrado $[-1,1] \times [-1,1]$.

T1.- *a*) Defina solución general y solución particular de una EDO de primer orden.

b) Si $y = sen(x)$ es solución particular de $y' + xy = f(x)$ halle la solución general.

T2.- *a*) ¿Qué significa, geométrica y analíticamente, que un campo $f(x,y)$ sea derivable en el origen de coordenadas, en toda dirección?.

b) Analice si es posible elegir una constante a para que

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2x^2+y^2}{x^2} & \text{si } x \neq 0 \\ a & \text{si } x = 0 \end{cases}$$

resulte derivable en $(0,0)$ en toda dirección. Justifique.

Nombre y apellido:.. Curso Z2045

E1.- Dada

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{2xy}{x^2-y^2} & \text{si } \ |x| \neq |y| \\ 0 & \text{si } |x| = |y| \end{cases}$$

a) ¿Es f continua en el punto $(0,0)$? Fundamente su respuesta.

b) Analice si existen las derivadas parciales de f en el origen.

c) ¿V ó F? "La gráfica de f tiene plano tangente horizontal en $(0,0,0)$". Justifique.

E2.- *a*) Halle la curva que pasa por el punto $(2,1)$ y pertenece a la familia ortogonal a la familia de parábolas $F : x^2 + ky = 0$.

b) Defina un campo escalar cuya curva de nivel 1 sea la curva hallada en el ítem anterior. Halle la expresión general de las curvas de nivel del campo elegido.

E3.- Determine, usando la regla de la cadena, la derivada parcial máxima de $h(x,y)$ en el punto $(1,-1)$ si $h = f \circ \vec{g}$, $f(u,v) = e^{u.v} + ln(u+v)$ y $\vec{g} = (x^2 - y^2, y^4)$. Justifique sus cálculos.

E4.- Sea $f(x,y) = (x+y)^2$. Estudie, justificando apropiadamente, la existencia de extremos de f

a) en todo su dominio;

b) en el cuadrado $[-2,2] \times [-2,2]$.

T1.- *a*) Defina derivada direccional de un campo escalar $f(x,y)$ en un punto (x_0, y_0) interior a su dominio, en cierta dirección (v_1, v_2). ¿Qué representa, gráficamente?

b) Calcule la derivada en $(0,0)$ en dirección del versor $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$ de la función del E1.

T2.- *a*) Enuncie el teorema que garantiza cuándo la ecuación $F(x,y,z) = 0$ define x como función implícita de y y z en un entorno de un punto (x_0, y_0, z_0).

b) Analice si la ecuación $xyz + sen(xyz) = 0$ define x como función implícita de y y z en un entorno del punto $(0, \pi, 1)$.

En caso afirmativo calcule el valor aproximado de $x(\pi + 0{,}01; 0{,}99)$.

Nombre y apellido:... Curso Z2041

Se aprueba con 2 ítems prácticos (E_i) bien resueltos. Promoción directa: 4 ítems, uno teórico (T_i).

E_1) Considere el campo escalar

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y-x}{y^2-x} & \text{si } x \neq y^2 \\ 1 & \text{si } x = y^2 \end{cases}$$

a) Halle y grafique los conjuntos de nivel 0 y 1 de f.

b) Analice la existencia de plano tangente a la gráfica de f en $(0,0,1)$.

E_2) Considere las superficies S_1, imagen de $\overrightarrow{F}(u,v) = (uv, u-v, u+v^2)$ para $u^2+v^2 \leq 4$, y S_2, conjunto de nivel 1 de $G(x,y,z) = ye^x + z^2$.

Halle la recta determinada por la intersección entre los planos tangentes a S_1 en el punto $P = (1,0,0)$ y a S_2 en el punto $Q = (0,-3,2)$. Justifique todos sus cálculos.

E_3) Se sabe que la ecuación $yzcos(x) + e^{xyz} = 2$ define implícitamente $z = f(x,y)$ en un entorno de $(0,1,1)$. Encuentre las direcciones de derivada nula de $g(x,y) = xy + f(x,y)$ en $(0,1)$ justificando todos sus cálculos.

E_4) Considere la familia de curvas $\mathcal{F} : y + ke^x = 0$.

a) Halle la familia $\mathcal{F}^{\perp}$ y grafique en forma aproximada tres miembros de cada familia.

b) Halle la curva de cada familia que pasa por $(1,0)$.

T_1) *a*) ¿Cuándo se dice que un campo escalar $f : D \subset \mathbb{R}^2 \to R$ es derivable en un punto $(x_0, y_0) \in D^{\circ}$, en cierta dirección $\breve{v}$?

b) Analice si

$$f(x,y) = \begin{cases} \frac{y-x}{y^2-x} & \text{si } x \neq y^2 \\ 1 & \text{si } x = y^2 \end{cases}$$

es derivable en $(0,0)$ en la dirección $(\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{2}})$.

T_2) *a*) Indique condiciones necesarias para que un campo $f(x,y)$ diferenciable en un punto (a,b) tenga allí un extremo.

b) ¿V o F? Justifique convenientemente. "El campo escalar $f(x,y)$ cuyo polinomio de Taylor de orden 2 en $(-1,1)$ es $p(x,y) = 1 + xy$ tiene en $(-1,1)$ un punto silla."