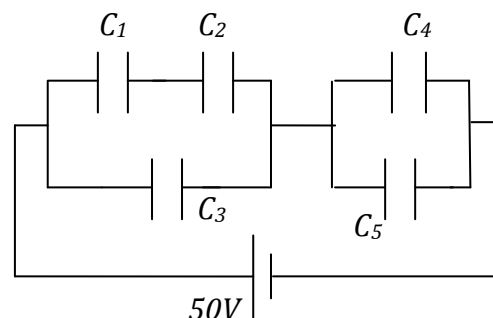


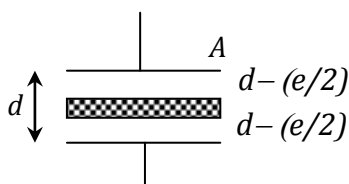
Capacitores y dieléctricos

Ejercicio 1: los capacitores del circuito de la figura valen $C_1=4\mu\text{F}$; $C_2=6\mu\text{F}$; $C_3=12,6\mu\text{F}$; $C_4=2\mu\text{F}$; $C_5=8\mu\text{F}$. En régimen estacionario, calcule:

- la capacidad equivalente de la configuración;
- la carga almacenada en cada capacitor;
- la ddp a la que se encuentra cada capacitor;
- la energía almacenada por cada capacitor y la del sistema



- $C_{eq}=6\mu\text{F}$
- $Q_1=Q_2=48\mu\text{C}$ $Q_3=252\mu\text{C}$ $Q_4=60\mu\text{C}$ $Q_5=240\mu\text{C}$
- $V_1=12\text{V}$ $V_2=8\text{V}$ $V_3=20\text{V}$ $V_4=V_5=30\text{V}$
- $U_1=288\mu\text{J}$ $U_2=192\mu\text{J}$ $U_3=2520\mu\text{J}$ $U_4=900\mu\text{J}$ $U_5=3600\mu\text{J}$
 $U_T=U_1+U_2+U_3+U_4+U_5=C_{eq}V^2/2=7500\mu\text{J}$



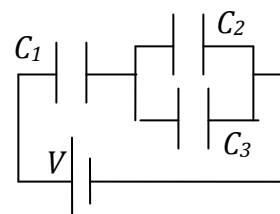
Ejercicio 2: entre las placas de un capacitor plano paralelo de placas de área A y distancia interplacas d se introduce una lámina metálica de espesor $e < d$ y de igual área A que la placa.

- calcule la nueva capacidad del capacitor;
- demuestre que la ubicación de la placa dentro del capacitor es irrelevante.

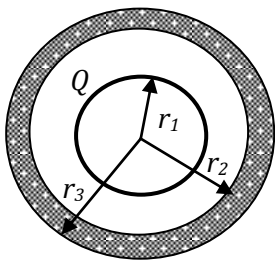
- $C' = \epsilon_0 A / (d - e)$;
- Uno de los capacitores tendrá separación D_1 y el otro D_2 . El vínculo es $D_1 + D_2 = d - e$. Los capacitores quedan en serie, y su capacidad equivalente será $C_{eq} = \epsilon_0 A / (D_1 + D_2) = \epsilon_0 A / (d - e)$.

Ejercicio 3: sean los capacitores de la figura, para los que se cumple la relación $C_1 < C_2 < C_3$.

- justifique por qué el valor de la capacidad equivalente del sistema es menor que C_1 ;
- si se retira el capacitor C_3 , justifique si la capacidad del sistema aumenta, disminuye o permanece inalterada;
- si se retira el capacitor C_3 , justifique si la carga almacenada por C_1 aumenta, disminuye o permanece inalterada.



- porque hay una serie y la capacidad equivalente es menor que la menor de las capacidades;
- disminuye porque disminuye la capacidad del paralelo;
- disminuye porque la capacidad total es menor y la carga de la serie disminuye.



Ejercicio 4: la esfera metálica de radio r_1 tiene carga $Q>0$ y se halla rodeada por una cáscara metálica, esférica y concéntrica, de radios r_2 y $r_3 > r_2$. Calcule:

- la diferencia de potencial entre las superficies de radios r_1 y r_3 ;
- el potencial de la esfera de radio r_1 ;
- la capacidad del sistema;
- la capacidad de la esfera de radio r_1 .

a) $V(r_3) - V(r_1) = k_0 Q \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$

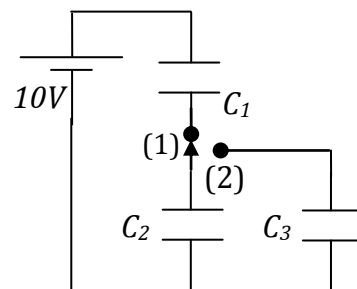
b) $V(r_1) = k_0 Q \left(\frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$

c) $C = \frac{1}{k_0 \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}$

d) $C = \frac{1}{k_0 \left(\frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)}$

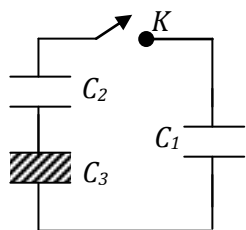
Ejercicio 5: los capacitores $C_1 = 12\mu\text{F}$ y $C_2 = 6\mu\text{F}$ de la figura se cargan con la llave en la posición (1). Una vez cargados se lleva la llave a la posición (2). Suponiendo que el capacitor $C_3 = 2\mu\text{F}$ está inicialmente descargado, calcule:

- la carga final almacenada por el capacitor C_3 ;
- la energía almacenada por el sistema $C_1 C_2$ antes de conmutar la llave, y por el sistema $C_1 C_2 C_3$ después de hacerlo.



a) $10\mu\text{C}$; b) $U_0=200\mu\text{J}$ $U'=166,67\mu\text{J}$

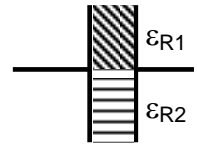
Ejercicio 6: los capacitores C_1 y C_2 de la figura son de 25nF y 20nF , respectivamente. El capacitor C_3 es de placas plano paralelas y sus dimensiones son: área de placa $A=0,5\text{m}^2$, distancia interplacas $d=0,1\text{mm}$, dieléctrico de constante relativa $\epsilon_R=4$ llenando todo el espacio interplacas. C_2 y C_3 están descargados, y C_1 se ha cargado a 60V . Calcule:



- el valor de la carga de cada capacitor cuando se cierra la llave K, una vez alcanzado el régimen estacionario;
- el valor de la ddp en cada capacitor una vez alcanzado el régimen estacionario.

a) $Q'_1 = 872 \text{ nC}$ $Q'_2 = Q'_3 = 628 \text{ nC}$
b) $\Delta V'_1 = 34,88 \text{ V}$ $\Delta V'_2 = 31,4 \text{ V}$ $\Delta V'_3 = 3,48 \text{ V}$

Ejercicio 7: el capacitor de la figura es de placas plano paralelas, $d=5\text{mm}$ y $A=40\text{cm}^2$. La mitad superior del espacio interplacas está llena con un dieléctrico de constante $\epsilon_{R1}=2,3$ y la otra mitad con un dieléctrico de constante $\epsilon_{R2}=2,6$. El arreglo se carga a potencial $V=1000\text{V}$. Calcule:

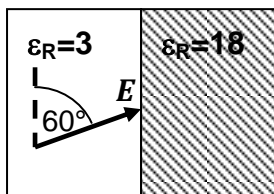


- la cantidad de carga libre frente a cada uno de los dieléctricos;
- el módulo del vector desplazamiento en cada sector del arreglo;
- el valor del campo eléctrico en cada sector del arreglo.

a) $Q_{L1}= 8,142 \text{ nC}$ $Q_{L2}=9,204 \text{ nC}$ b) $D_1= 4 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$ $D_2= 4,6 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$
c) $E_1=E_2= 200 \text{ kV/m}$

Ejercicio 8: regresemos a la esfera del ejercicio 4 y supongamos que el espacio entre r_1 y r_2 se llena con un dieléctrico de constante $\epsilon_R=3$. Para $Q=1\mu\text{C}$, $r_1= 2\text{cm}$, $r_2= 4\text{cm}$ y $r_3= 8\text{cm}$, calcule los valores de E y D en los punto A, B y C ubicados respectivamente a 3cm , 6 cm y 10 cm del centro del arreglo.

$D_A= 88,5 \mu\text{C/m}^2 \text{ e}_r$ $E_A= 3,33 \times 10^6 \text{ V/m e}_r$
 $D_B= 0$ $E_B= 0$
 $D_C= 7,96 \mu\text{C/m}^2 \text{ e}_r$ $E_C= 9 \times 10^5 \text{ V/m e}_r$

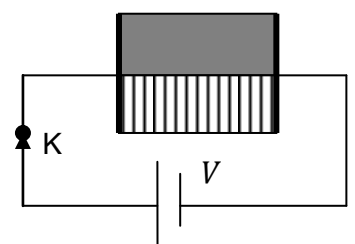


Ejercicio 9: en una región del espacio de constante relativa $\epsilon_R=3$ existe un campo eléctrico de intensidad 10^4 V/m , que forma un ángulo de 60° con la superficie que lo separa de otro medio, de constante relativa $\epsilon_R=18$. Calcule:

- las componentes normal (E_N) y tangencial (E_T) del campo eléctrico en la región con dieléctrico de constante $\epsilon_R=18$;
- el ángulo que forma el vector D (respecto de la superficie de separación) en la región con dieléctrico de constante $\epsilon_R=18$

a) $E_N=1,44 \times 10^3 \text{ V/m}$ $E_T= 5 \times 10^3 \text{ V/m}$ b) $\sim 16^\circ$

Ejercicio 10: Dos placas plano paralelas de área $A = 0,2\text{m}^2$ se hallan separadas una distancia $d=4\text{mm}$, y conectadas a una fuente de potencial $V=50 \text{ V}$. Se desconecta la fuente (abriendo la llave K) y se llena la mitad del espacio interplacas con un dieléctrico de constante relativa $\epsilon_{R1} = 10$ y la otra mitad con otro dieléctrico, de constante $\epsilon_{R2} = 30$, como muestra la figura. Calcule el valor



- de la capacidad en vacío;

- b) de la capacidad de la configuración final;
- c) de la carga inicial y discuta por qué no cambia su valor al desconectar la batería;
- d) de la diferencia de potencial en las placas una vez que se ha desconectado la batería y se ha insertado por completo el dieléctrico;
- e) de los campos E, D, P en todo punto del espacio dentro de cada dieléctrico;
- f) de la carga libre y de la densidad de carga de polarización en cada superficie;
- g) de la energía antes y después de introducir los dieléctricos. Discuta a qué se debe que la energía disminuya.

a) $C_0 = 0,44 \times 10^{-9} \text{ F} \equiv 0,44 \text{ nF}$; b) $C'_{\text{eq}} = 8,85 \times 10^{-9} \text{ F}$; c) $Q_0 = Q' = 22 \text{ nC}$. No cambia porque al desconectar la batería el sistema queda aislado.

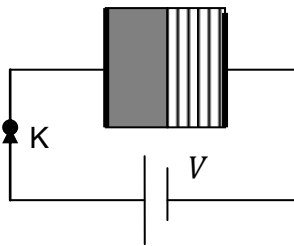
d) $\Delta V' = 2,49 \text{ V}$

e) $E_1 = E_2 = 622,5 \text{ V/m } \mathbf{e}_x$; $D_1 = 5,5 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$; $D_2 = 1,65 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$;

$P_1 = 4,95 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$; $P_2 = 1,6 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$;

f) $Q_{L1} = 5,51 \times 10^{-9} \text{ C}$; $Q_{L2} = 1,65 \times 10^{-8} \text{ C}$; $\sigma_{P1} = 4,95 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2$; $\sigma_{P2} = 1,6 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$;

g) $U_0 = 55 \times 10^{-8} \text{ J}$ $U' = 2,7 \times 10^{-8} \text{ J}$. La energía disminuye porque el trabajo de polarización de los dieléctricos se realiza a expensas de la energía interna del sistema (la energía contenida en el campo electrostático).



Ejercicio 11: Repita el ejercicio anterior suponiendo ahora que los dieléctricos se conectan como muestra la figura. Asuma que cada dieléctrico ocupa la mitad del espacio interplacas.

a) $C_0 = 0,44 \times 10^{-9} \text{ F} \equiv 0,44 \text{ nF}$; b) $C'_{\text{eq}} = 6,64 \times 10^{-9} \text{ F}$;

c) $Q_0 = Q' = 22 \text{ nC}$. No cambia porque al desconectar la batería el sistema queda aislado.

d) $\Delta V' = 3,31 \text{ V}$

e) $D_1 = D_2 = 1,1 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$

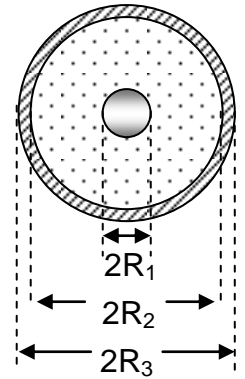
$E_1 = 1242,9 \text{ V/m } \mathbf{e}_x$ $E_2 = 414,3 \text{ V/m } \mathbf{e}_x$

$P_1 = 9,9 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$ $P_2 = 1,1 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$

f) $Q_{L1} = Q_{L2} = 22 \times 10^{-9} \text{ C}$; $\sigma_{P1} = 9,9 \times 10^{-8} \text{ C/m}^2$; $\sigma_{P2} = 1,1 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$;

g) $U_0 = 55 \times 10^{-8} \text{ J}$ $U' = 3,7 \times 10^{-8} \text{ J}$. La energía disminuye porque el trabajo de polarización de los dieléctricos se realiza a expensas de la energía interna del sistema (la energía contenida en el campo electrostático).

Ejercicio 12: La figura representa una esfera conductora de radio $R_1 = 5$ cm que está rodeada de un dieléctrico de constante dieléctrica relativa $\epsilon_R = 4$, dentro de una esfera conductora hueca de radio interior $R_2 = 20$ cm y radio exterior $R_3 = 22$ cm concéntrica con la primera. La carga propia de la esfera interior es $Q_1 = 40$ nC y la de la exterior es $Q_2 = 30$ nC. Halle



- la expresión y el valor de la diferencia de potencial entre las dos esferas.
- la cantidad de carga distribuida en cada superficie (interior y exterior) de la esfera conductora hueca (justifique la respuesta).

a) $V(R_2) - V(R_1) = \frac{kQ_1}{\epsilon_R} \left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1} \right) = -1350 \text{ V}$

b) Como el campo eléctrico en el interior de la esfera hueca es nulo, sobre R_2 se induce $-Q_1 = -40$ nC, de manera tal que la cantidad de carga en la esfera de radio R_3 es $Q = Q_1 + Q_2 = 70$ nC.

Ejercicio 13: suponga que en el ejercicio 10 los dieléctricos se introducen sin desconectar la batería. Discuta cualitativa y cuantitativamente cuáles son los resultados que cambian.

(a) y (b) son los mismos.

La carga inicial y la final no son iguales. De hecho valen $Q_0 = 22$ nC y $Q' = 441,5$ nC.

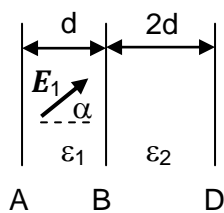
$\Delta V = \Delta V' = 50 \text{ V}$

$E_1 = E_2 = 12500 \text{ V/m } \mathbf{e}_x$; $D_1 = 1,1 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$; $D_2 = 3,3 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$;

$P_1 = 9,9 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$; $P_2 = 3,19 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2 \mathbf{e}_x$;

f) $Q_{L1} = 1,11 \times 10^{-7} \text{ C}$; $Q_{L2} = 3,32 \times 10^{-7} \text{ C}$; $\sigma_{P1} = 9,96 \times 10^{-7} \text{ C/m}^2$; $\sigma_{P2} = 3,21 \times 10^{-6} \text{ C/m}^2$;

g) $U_0 = 55 \times 10^{-8} \text{ J}$ $U' = 1,1 \times 10^{-5} \text{ J}$. La batería entrega trabajo para polarizar el dieléctrico y esa energía queda almacenada en la configuración, por eso la energía final es mayor que la inicial.



Ejercicio 14: a) en la región con ϵ_1 existe un campo eléctrico E_1 , que forma un ángulo α con la dirección horizontal. Sea W_1 el trabajo requerido para transportar a velocidad constante una carga Q desde A hasta B. Calcule el trabajo W_2 para transportarla entre B y D en términos de ϵ_1 , ϵ_2 y W_1 ;
b) calcule el valor de la densidad de carga de polarización en A y en D.

a) $W_1 = QE_{1N} \times d = QE_1 \cos \alpha \times d$ $W_2 = QE_{2N} \times 2d = QE_{1N} \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} \times 2d = 2 \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} W_1$

b) $\sigma_{PA} = (\epsilon_1 - \epsilon_0) |E_1| \cos \alpha$ $\sigma_{PD} = (\epsilon_2 - \epsilon_0) (\epsilon_1 / \epsilon_2) |E_1| \cos \alpha$

Ejercicio 15: Tres de las siguientes afirmaciones son correctas. Indique cuáles son.

	Dos capacitores iguales en paralelo almacenan el doble de energía que conectados en serie.
	La capacidad de un capacitor se duplica si se duplica la ddp a la que se lo conecta.
	El vector polarización es una medida del número de dipolos orientados por unidad de volumen.
	La capacidad de un capacitor puede aumentar o disminuir cuando se lo llena con un dieléctrico.
	El vector desplazamiento se asocia siempre a la carga total.
	La capacidad de un sistema es un factor puramente geométrico, siempre positivo.
	La componente normal de \mathbf{D} se conserva si $\sigma_p=0$ en la superficie de separación de los medios
	La polarizabilidad de un medio aumenta con la temperatura.
	El vector desplazamiento se asocia a la carga libre y el CE a la carga total.
	Un capacitor es un sistema almacenador de carga eléctrica.

El vector polarización es una medida del número de dipolos orientados por unidad de volumen.

La capacidad de un sistema es un factor puramente geométrico, siempre positivo.

El vector desplazamiento se asocia a la carga libre y el CE a la carga total.