PRIMER PARCIAL (T1) ANÁLISIS MATEMÁTICO II Julio 12 de 2018

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) **Hallar** la familia de curvas ortogonales a $y = C \cdot e^{2x}$.
De la familia de curvas hallada, **indicar** la ecuación de la curva que pasa por el punto de coordenadas (1,1)
P2) **Hallar** la ecuación de la recta tangente y el plano normal a la curva intersección de las siguientes superficies: $z = x^2 - y^2$, $z = x + y$ en el punto (2,1,3)
P3) **Calcular** la derivada direccional máxima de $h = g \circ \vec{f}$ en el punto (1,1) cuando $g(u,v)$ se encuentra definida por $z - u^2 + v^2 + \ln(v+z) = 0$ siendo $\vec{f}(x,y) = (xy^2, y - x^2)$
P4) **Analizar** la existencia de extremos locales de $f(x,y) = x - y^2 - x^3 + 2xy$
T1) **Definir** derivada parcial de una función escalar de $\Re^2$
Calcular (si existen) las derivadas parciales de $f(x,y) = \begin{cases} x^2/y & y \neq 0 \\ 0 & y = 0 \end{cases}$ en (0,0)
T2) Siendo y_p solución particular de $x^2 y'' - 2y = f(x)$ tal que $y(2) = 3$, verificar que $y = x \cdot y_p$ es solución particular de $xy'' - 2y' = f(x)$ que pasa por el punto $(2, y_0)$

1º PARCIAL	ANALISIS MATEMATICO II	HOJA Nº FECHA 12/7/2018

P1) $\begin{cases} y = C e^{2x} \\ y' = 2C e^{2x} \end{cases} \rightarrow y' = 2y \rightarrow y' = -\dfrac{1}{2y} \rightarrow \int 2y\,dy = -\int dx \rightarrow$

$\boxed{y^2 = -x + K} \rightarrow 1 = -1 + K \rightarrow K = 2$

$\boxed{y^2 = -x+2}$

P2) $\begin{cases} z = x^2 - y^2 \\ z = x+y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = (x+y)(x-y) \\ z = x+y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} z = z(x-y) \\ z = x+y \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x-y = 1 \\ x+y = z \\ z \neq 0 \end{cases}$

$\bar{\lambda} \begin{cases} x = t \\ y = t-1 \\ z = 2t-1 \end{cases} \qquad \bar{\lambda}' = (1,1,2) \qquad \bar{\lambda}'(2) = (1,1,2)$

recta tang. $\boxed{(x,y,z) = (2,1,3) + s(1,1,2) \quad s \in \mathbb{R}}$

plano normal $x-2 + y-1 + 2(z-3) = 0$

$\boxed{x+y+2z = 9}$

P3) $h = g \circ \bar{f}$ $\qquad x=1 \quad y=1 \quad u=1 \quad v=0 \quad z=1$

$z < \begin{matrix} u < \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \\ v < \begin{matrix} x \\ y \end{matrix} \end{matrix}$

$h'_x = z'_u\, u'_x + z'_v\, v'_x = 1 \cdot 1 - \frac{1}{2}(-2) = 2$

$h'_y = z'_u\, u'_y + z'_v\, v'_y = 1 \cdot 2 - \frac{1}{2} \cdot 1 = \frac{3}{2}$

$z'_u = -\dfrac{-2u}{1 + \frac{1}{v+z}}\Bigg|_{(1,0,1)} = \dfrac{2}{2} = 1$

$z'_v = -\dfrac{2v + \frac{1}{v+z}}{1 + \frac{1}{v+z}}\Bigg|_{(1,0,1)} = -\dfrac{1}{2}$

$u'_x = y^2 = 1 \qquad u'_y = 2xy = 2$

$v'_x = -2x = -2 \qquad v'_y = 1 = 1$

máx $f'_{\bar{v}}(1,1) = \|\nabla h_{(1,1)}\| = \sqrt{\frac{16}{4} + \frac{9}{4}}$

$= \boxed{\dfrac{5}{2}}$

NOTA

P4) $f(x,y) = x - y^2 - x^3 + 2xy$

$$\begin{cases} f'_x = 1 - 3x^2 + 2y = 0 \rightarrow -3x^2 + 2x + 1 = 0 \rightarrow x = \dfrac{-2 \pm \sqrt{4 - 4(-3)}}{2(-3)} \\ f'_y = -2y + 2x = 0 \rightarrow y = x \end{cases}$$

$$x = \frac{-2 \pm 4}{-6} \rightarrow x_1 = -\frac{1}{3} \quad x_2 = 1$$

$f''_{xx} = -6x \qquad f''_{xy} = 2 \qquad Hf_{(1,-\frac{1}{3})} = -6(-2) - 4 = 8 > 0$

$f''_{yx} = 2 \qquad f''_{yy} = -2 \qquad f''_{xx(1,-\frac{1}{3})} = -6 < 0$

$\boxed{f \text{ tiene un máximo local en } (1,1)}$ en $\left(-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\right)$ punto silla.

T1) $f'_{x(0,0)} = \lim_{t \to 0} \dfrac{f(t,0) - f(0,0)}{t} = \lim_{t \to 0} \dfrac{0 - 0}{t} = \boxed{0}$

$f'_{y(0,0)} = \lim_{t \to 0} \dfrac{f(0,t) - f(0,0)}{t} = \lim_{t \to 0} \dfrac{\frac{0}{t} - 0}{t} = \boxed{0}$

T2) $y = x\,y_p$

$y' = y_p + x\,y_p'$

$y'' = y_p' + y_p' + x\,y_p'' = 2y_p' + x\,y_p''$

reemp. en la ec. $x(2y_p' + x\,y_p'') - 2(y_p + x\,y_p') = \cancel{2x\,y_p' + \underbrace{x^2\,y_p'' - 2y_p'}}$

$\cancel{2x\,y_p'} + \underbrace{x^2\,y_p'' - 2\,y_p}_{f(x)} - \cancel{2x\,y_p'} = f(x)$ VERIFICA

$x = 2 \quad y_p = 3 \Rightarrow y_0 = 2 \cdot 3 = \boxed{6}$

NOTA