

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) Siendo $f \in C^1$, $f'(\bar{A}, (-0.6; 0.8)) = -2$ y $f'(\bar{A}, (0.8; 0.6)) = 1$. Hallar $f'(\bar{A}, (0.3; -0.4))$.

Indicar las direcciones en que la derivada direccional es nula en el punto \bar{A} .

P2) Siendo $\bar{g}(x, y) = (xy + 1, xy - x, xy - 1)$, $\nabla f(7, 3, 5) = (3, -2, 1)$ y $f \in C^1$. Calcular la derivada direccional máxima de $h(x, y) = f(\bar{g}(x, y))$ en $(3, 2)$. Indicar la dirección.

P3) Hallar la recta normal a la superficie Σ definida por la ecuación

$x + yz + \ln(x + y^2 - z - 3) - 3 = 0$ en el punto $\bar{A} = (1, 2, z_0)$. Hallar la intersección de dicha recta con el plano XZ .

P4) Hallar la solución de la ecuación $x \frac{dy}{dx} - 4y = x^6 e^x$ sujeta a la restricción $y(1) = 1$

T1) Definir continuidad de una función escalar de " n " variables.

Determinar si la función $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y}{x-y} & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}$ es continua en $(0, 0)$

T2) Definir derivada direccional de una función escalar en \mathbb{R}^2

Calcular (si existen) las derivadas direccionales de $f(x, y) = \begin{cases} y^2/x & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ en $(0, 0)$

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) Siendo $f \in C^1$, $f'(\bar{A}, (0.6; 0.8)) = 3$ y $f'(\bar{A}, (0.8; 0.6)) = 11$. **Calcular** $f'(\bar{A}, (-0.8; 0.6))$

P2) **Calcular** mediante una aproximación lineal el valor de z para $(x, y) = (1.03; 1.98)$ siendo

$$xz + e^{yz-2} - 2 = 0$$

P3) Siendo $f \in C^1$, $\bar{\nabla} f(2, 1, 3) = (3, 7, 1)$ y $\bar{g}(x, y) = (xy - y, xy - 3, xy - 1)$. **Calcular** la derivada direccional máxima de $h(x, y) = f(\bar{g}(x, y))$ en $(2, 2)$. **Indicar** la dirección.

P4) La superficie Σ queda definida implícitamente por la ecuación $xz + y + \ln(x^2 + y + z - 5) - 3 = 0$ en un entorno del punto $\bar{A} = (2, 1, z_0)$. Siendo π_0 el plano tangente a Σ en \bar{A} , **indicar** el punto de intersección de π_0 con el eje X .

T1) **Definir** mínimo local de una función escalar de “ n ” variables.

Demostrar que la función $f(x, y) = -1 + x^6 + y^4$ tiene un mínimo local en el origen.

T2) **Calcular** “ m ” de modo tal que la función $y(x) = e^{m \cdot x}$ sea solución de la ecuación diferencial

$$y'' + p \cdot y' + q \cdot y = 0. \text{ Expresar } m \text{ como función de } p \text{ y } q.$$

Utilizar la expresión hallada para **calcular** una solución de la ecuación $y'' - y' - 2y = 0$

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) **Hallar** la familia de curvas ortogonales a $x \cdot y^2 = C$

De la familia de curvas hallada, **indicar** la ecuación de la curva que pasa por el punto de coordenadas (1,2)

P2) **Indicar** la dirección correspondiente a la derivada direccional nula de $h = g \circ \vec{f}$ en el punto (1,1), siendo $\vec{f}(x,y) = (xy^2, y-x^2)$ y $g(u,v)$ se encuentra definida por $z - u^2 + v^2 + \ln(v+z) = 0$

P3) **Hallar** la ecuación del plano normal a la curva intersección de $x = \sqrt{25 - y^2} \quad \wedge \quad y^2 + z^2 = 25$ en el punto (3,4,3)

Determinar el plano en el que se encuentra incluida la curva.

P4) **Analizar** la existencia de extremos locales de $f(x,y) = x^2 - xy - y^2 + y$

T1) **Definir** solución general y solución particular de una ecuación diferencial de orden “n”.

Resolver la ecuación $x \cdot y' - y - x^3 = 0$

T2) **Definir** derivada direccional de una función escalar de \mathbb{R}^2

Calcular (si existen) las derivadas direccionales de $f(x,y) = \begin{cases} \frac{y}{x} & x \neq 0 \\ 0 & x = 0 \end{cases}$ en (0,0)

Análisis Matemático 2

Primer Parcial

Prof Sebastián Stefanini

05 de octubre de 2016

Tema 2 (pero el 1 debe ser el mismo, me parece)

T1) Definir derivada direccional de una función escalar de dos variables.

Calcular las derivadas direccionales de $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{x^2+y^2} & \text{si } (x,y) \neq (0,0) \\ 0 & \text{si } (x,y) = (0,0) \end{cases}$ en el punto $(0, 0)$

T2) Definir diferenciabilidad de una función escalar de dos variables en un punto (x_0, y_0) .

Demostrar que toda función escalar de dos variables diferenciable en un punto (x_0, y_0) es continua en dicho punto.

P1) Calcular la solución particular de la ecuación diferencial $x \cdot y' + y = 2x$ tal que $y(1) = 0$

P2) Hallar la ecuación del plano tangente a la superficie $xz + e^{yz-2} - 1 = 1$ en $(1, 2, z_0)$

P3) Siendo la matriz Jacobiana de f igual a $Df(u, v) = (u - v + 1)$ y $\bar{g}(x, y) = (xy, x)$, hallar el punto en que las derivadas parciales de $h = f \circ \bar{g}$ se anulan

P4) Analizar la existencia de extremos locales de $f(x, y) = 2x^2 + 2x^{-2} + xy^2$

Tiempo máximo para la realización de la evaluación: 2hs.

P1) **Hallar** la solución de la ecuación $\cos(x) \cdot y' + \sin(x) \cdot y = 1$ tal que $y = 2$ cuando $x = 0$

P2) **Hallar** la intersección de la recta normal a la superficie $(x, y, z) = (uv, u + v, u^2/v)$ en el punto $(3, 4, 9)$ con el plano $x + y = 19$

P3) **Hallar** la derivada direccional máxima de la función $h = f \circ \bar{g}$ en el punto $(1, 1)$, siendo

$\bar{g}(u, v) = (u + v, u - v)$ y $f(x, y)$ se encuentra definida por $z + x^2 - y^2 + \ln(z + x - y) = 3$

P4) Siendo $f \in C^2$ tal que su polinomio de Taylor de grado 2 en el punto $(0, 1)$ es

$p(x, y) = 5 + x^2 + x(y - 1) + 4(y - 1)^2$, **hallar** la ecuación del plano tangente a la gráfica de f en

$(0, 1, f(0, 1))$ y **analizar** si f tiene extremo local en $(0, 1)$

T1) **Definir** continuidad de una función escalar de “n” variables.

Determinar si la función $f(x, y) = \begin{cases} \frac{y}{x-y} & x \neq y \\ 0 & x = y \end{cases}$ es continua en $(0, 0)$

T2) **Definir** máximo local de una función escalar de “n” variables. Determinar si la función

$f(x, y) = x^2 + xy - y^2 + y + 1$ tiene extremos locales y en caso afirmativo clasificarlos.