



→ FISICA

Óptica Geométrica



Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Buenos Aires



→ ÓPTICA GEOMÉTRICA

La **óptica** es la parte de la Física que se ocupa del *estudio de ciertos fenómenos en los que interviene la luz y que pueden ser explicados mediante un modelo puramente geométrico*, sin aventurar hipótesis sustanciales en relación con su estructura. Los dos fenómenos básicos que se estudian en la óptica geométrica son la **reflexión** y la **refracción** de la luz.

Haremos referencia a ellos más adelante.

Según el *modelo geométrico*, utilizado para explicar estos fenómenos, la luz está constituida por **rayos rectilíneos**. Los cuerpos desde donde salen los rayos de luz se denominan **fuentes**. Las fuentes pueden clasificarse de acuerdo al origen de la luz o bien considerando sus dimensiones:

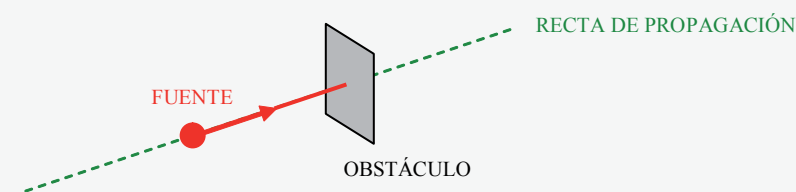
a) de acuerdo al **origen de la luz**

- **primarias**: producen su propia luz
- **secundarias**: son iluminadas por otras fuentes y devuelven parte de la luz que reciben

b) de acuerdo a sus **dimensiones**

- **puntuales**: tienen dimensiones despreciables en comparación con las distancias que las separan de los cuerpos que iluminan
- **extensas**: sus dimensiones son comparables con las distancias que las separan de los cuerpos que iluminan

En general, los rayos luminosos tienen principio (un punto de la fuente) y fin (un punto de algún cuerpo que encuentren en su camino). No obstante ello, es posible considerar la *recta de propagación* para cualquier rayo de luz. Como su nombre lo indica, se trata de una recta que lo incluye.

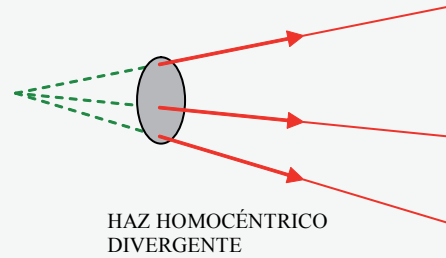
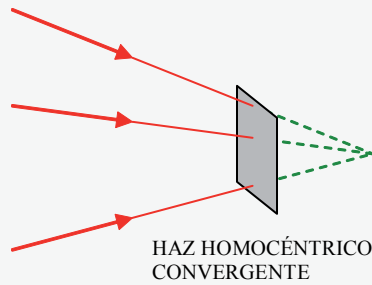


Todo conjunto de rayos luminosos recibe el nombre de haz de luz. Los haces luminosos adoptan distintos nombres según cómo estén distribuidos en ellos los rayos. De este modo tendremos:

- **haces de rayos paralelos**: cuando las rectas de propagación de los rayos que los forman son paralelas



- **haces homocéntricos**: cuando las rectas de propagación de todos sus rayos concurren en un mismo punto. Por su parte, los haces homocéntricos pueden ser
- **convergentes**: cuando son homocéntricos y sus rayos se dirigen hacia un punto
- **divergentes**: cuando son homocéntricos y sus rayos parecen salir desde un mismo punto.



La óptica geométrica se basa en siete principios que hacen referencia a la propagación de la luz, a los haces de luz, a la reflexión y a la refracción. Ellos son:

1º) **Principio de propagación rectilínea**: la luz se propaga en línea recta en los medios isótropos y homogéneos.

Medios isótropos son aquellos en los que la velocidad de la luz es la misma independientemente de la dirección en la que se propague; homogéneos son aquellos medios que tienen idénticas propiedades intensivas en todos sus puntos.

2º) **Principio de independencia de las partes que forman un haz**: si se interrumpe la marcha de algunos rayos de un haz mediante un cuerpo opaco, el resto de los rayos sigue su marcha sin experimentar cambio alguno.

3º) **Principio de independencia de los haces de luz**: la marcha de un haz de luz no se ve afectada por la presencia de otros haces que se superpongan con él en alguna región del espacio.

4º) **Principio de reversibilidad**: el camino seguido por los rayos luminosos no cambia si se supone inverso su sentido de propagación.

5º) **Principio de Fermat**: el camino que sigue un rayo luminoso para pasar de un punto a otro del espacio es el que menos tiempo le insume. Cuando hay más de un camino posible es porque todos requieren el mismo tiempo.

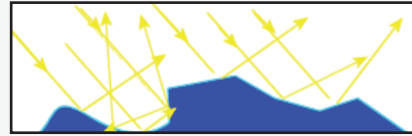
6º) **Leyes de la reflexión** –que mencionaremos al hacer referencia a este tema-

7º) **Leyes de la refracción** –a las que nos referiremos en la segunda parte de este material-

REFLEXIÓN DE LA LUZ

La reflexión es el fenómeno en el cual *la luz llega a la superficie de un cuerpo y no la atraviesa sino que retorna al medio por el que se estaba propagando antes de haber llegado a ella.*

La reflexión puede ser *especular* o *difusa*. La *especular* se produce en las superficies brillantes, lisas y bien pulidas; la *difusa* se produce en superficies mate, sin brillo.

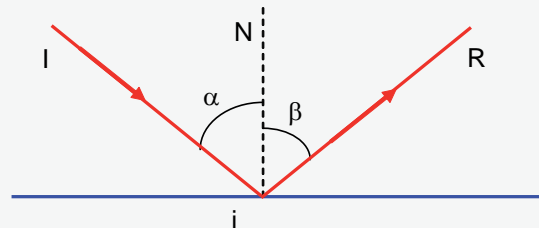


DETALLE DE LA REFLEXIÓN DIFUSA EN UNA PEQUEÑA PORCIÓN DE UNA SUPERFICIE

Las superficies que producen reflexión especular se denominan genéricamente “espejos”; este término no sólo comprende a los objetos comúnmente llamados así sino que también se refiere a cualquier otro cuerpo que sea apto para producir la reflexión especular (por ejemplo: la superficie libre de un líquido en equilibrio, la superficie bien lustrada de un mueble, el vidrio de una ventana, etc).

En toda reflexión **especular** consideraremos los siguientes elementos:

EE' (espejo)
I (rayo incidente)
R (rayo reflejado)
 α (ángulo de incidencia)
 β (ángulo de reflexión)
i (punto de incidencia)
N (recta normal)



Al enunciar los principios de la óptica geométrica mencionamos las **leyes de reflexión**. Ellas son:

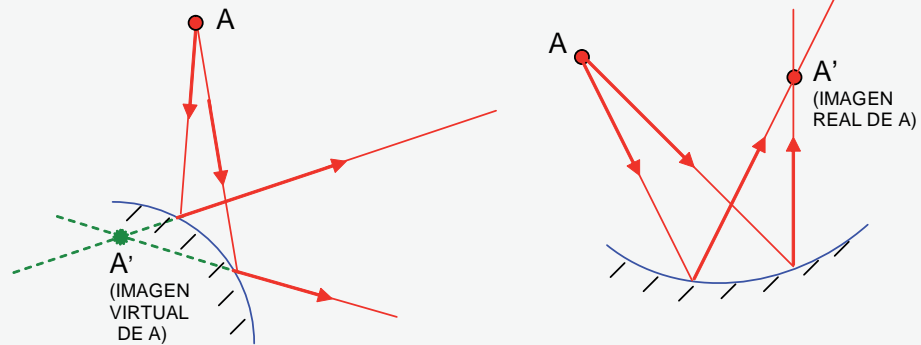
- 1ª) El *rayo incidente*, la *recta normal* y el *rayo reflejado* son *coplanares*, es decir, están incluidos en el plano de incidencia, que es el plano del dibujo.
- 2ª) Los *ángulos de incidencia* y de *reflexión* son *congruentes*.

Nos referiremos ahora a las **imágenes**, productos de la reflexión

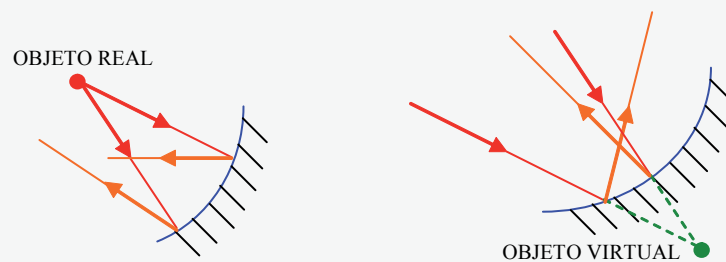
Imágenes

Dado un punto “A” del cual partan dos o más rayos luminosos que incidan sobre un espejo, su imagen es el conjunto formado por los puntos de intersección de las rectas de propagación de los rayos reflejados. *La imagen de un punto es la región del espacio a la cual concurren, o de donde parecen provenir, los rayos reflejados.*

Al cortarse las rectas de propagación de los rayos reflejados puede suceder que se corten los rayos propiamente dichos o que sólo lo hagan sus prolongaciones. Cuando se cortan los rayos reflejados la imagen se denomina *real* mientras que cuando se cortan las prolongaciones se denomina *virtual*.



Es posible, además, clasificar a los objetos en *reales* y *virtuales*: todos los objetos se encuentran en la intersección de las rectas de propagación de los rayos incidentes. Los objetos son *reales* si están en la intersección de los rayos propiamente dichos mientras que son *virtuales* si se hallan en la intersección de las prolongaciones de los rayos incidentes.



Espejos planos

La principal característica de este tipo de espejos -que son los que comúnmente empleamos- es que a todo punto "a" que se le coloque enfrente le hace corresponder como imagen otro punto "a'" (imagen virtual de "a") que es simétrico de "a" con respecto al espejo.

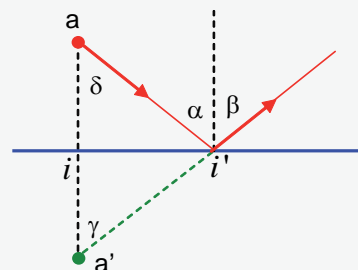
Presentamos a continuación una demostración gráfica de la simetría mencionada, que puede ayudar a su comprensión.

La siguiente figura ayuda a demostrar dicha simetría:

El rayo ai , perpendicular al espejo, se refleja sobre sí mismo.

Comparando los triángulos $\triangle aii'$ y $\triangle a'ii'$ podemos observar que:

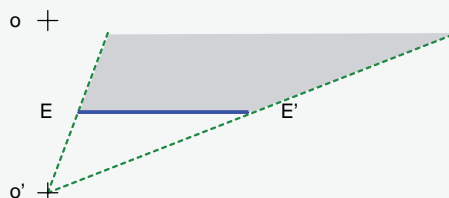
- 1) son rectángulos
- 2) tienen al lado ii' en común
- 3) $\delta \cong \alpha$ (por ser alternos internos entre paralelas); $\alpha \cong \beta$ (por la segunda ley de la reflexión); $\beta \cong \gamma$ (por ser correspondientes entre paralelas) $\Rightarrow \delta \cong \gamma$



Como consecuencia de las consideraciones 1), 2) y 3) podemos afirmar que los dos triángulos comparados son congruentes por lo cual los lados homólogos ai y ai' resultan congruentes. Finalmente, tenemos que el punto "a" y su imagen "a'" se encuentran sobre la misma perpendicular al espejo, a igual distancia del mismo y en semiplanos opuestos, vale decir que son simétricos con respecto al espejo.

Campo de un espejo plano

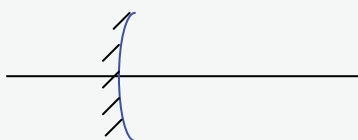
Dado un observador "o" situado frente a un espejo, se denomina campo del espejo para esa posición del observador a la región del espacio que éste puede ver reflejada en el espejo.



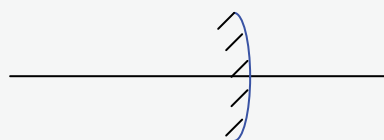
El punto "o'" de la figura es la imagen virtual del observador "o"; es simétrico de "o" con respecto al plano del espejo cuya traza es EE' . Las semirrectas que parten de "o" y pasan por los extremos del espejo determinan los bordes del campo. El observador, en este caso, no puede verse a sí mismo reflejado en el espejo dado que está fuera de su campo.

Espejos esféricos

Los espejos esféricos son porciones de esfera con su superficie acondicionada (pulida, plateada, etc) para que produzca la reflexión especular. Cuando la cara que refleja es la exterior, el espejo se llama "convexo", mientras que cuando es la interior se llama "cóncavo". Podemos simbolizar a los espejos esféricos de la siguiente forma:

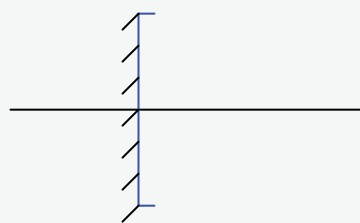


ESPEJO CÓNCAVO

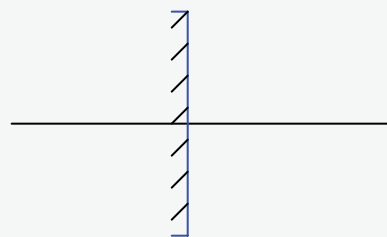


ESPEJO CONVEXO

o, de una forma más simple:



ESPEJO CÓNCAVO

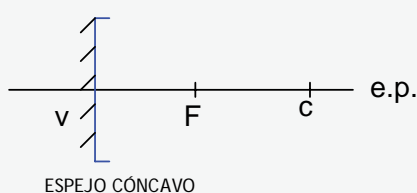


ESPEJO CONVEXO

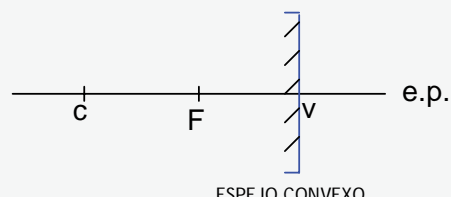
Elementos de los espejos esféricos:

En los espejos esféricos es posible identificar los siguientes elementos:

- Centro de curvatura (c): es el centro de una esfera que incluye al espejo.
- Vértice (v): es el punto central de la superficie del espejo.
- Eje principal (e.p.): es la recta determinada por el centro de curvatura y el vértice.
- Foco principal (F): es el punto del eje principal en el que concurren las rectas de propagación de los rayos reflejados correspondientes a un haz incidente paralelo al citado eje. (En los espejos convexas, tanto el foco "F" como el centro de curvatura "c" se encuentran del lado de atrás, en los cóncavos se encuentran por delante)



ESPEJO CÓNCAVO



ESPEJO CONVEXO

Para el estudio analítico de los espejos esféricos se emplea un sistema de coordenadas cartesianas ortogonales con su origen en el vértice del espejo, el eje de las "x" coincidente con el eje principal y con el sentido positivo hacia adelante (apuntando en sentido contrario al de la luz incidente) y el eje "y" perpendicular al "x".

El radio de curvatura (R) es la coordenada "x" del centro de curvatura, está representado gráficamente por el segmento vc, es positivo en los espejos cóncavos y negativo en los convexas.

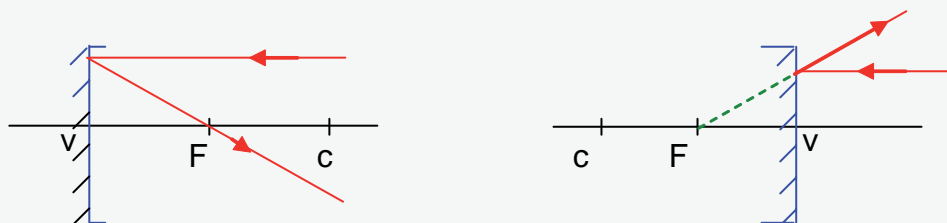
La abscisa focal (f) es la coordenada "x" del foco principal y, al igual que el radio, es positiva en los espejos cóncavos y negativa en los convexas. Está representada geoméricamente por el segmento vF.

Marcha de rayos luminosos en espejos esféricos

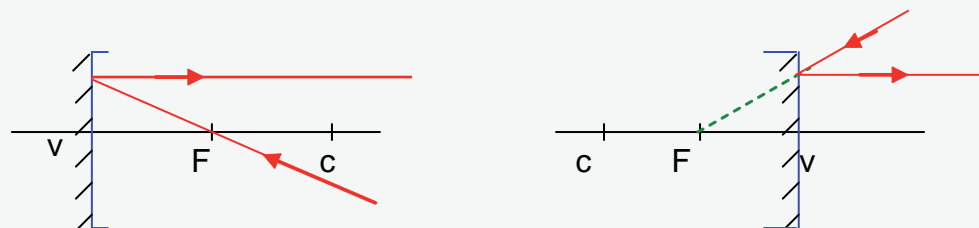
Para obtener gráficamente la imagen que de un objeto produce un espejo esférico, debemos saber cuál es el comportamiento que siguen los rayos luminosos luego de incidir en ellos.

Consideraremos tres situaciones:

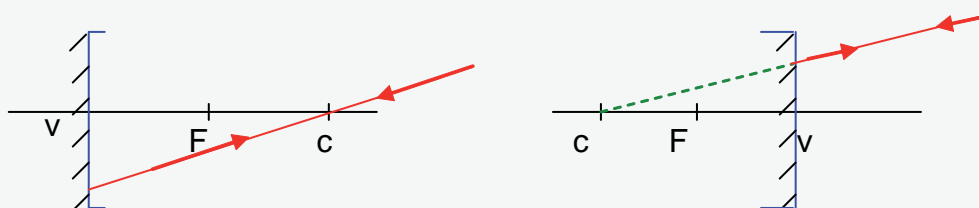
1ª) Si el rayo incidente es paralelo al eje principal, la recta de propagación del rayo reflejado pasa por el foco principal.



2ª) Si la recta de propagación del rayo incidente pasa por el foco principal, el rayo reflejado es paralelo al eje principal.



3ª) Si la recta de propagación del rayo incidente pasa por el centro de curvatura, la recta de propagación del rayo reflejado coincide con la del incidente.



Relación entre el radio y la abscisa focal

Si sólo se tienen en cuenta espejos esféricos de pequeña abertura –es decir, aquellos en los que los radios dirigidos a puntos del borde diametralmente opuestos forman un ángulo no mayor que 15° –, la relación entre la abscisa focal y el radio de curvatura es:

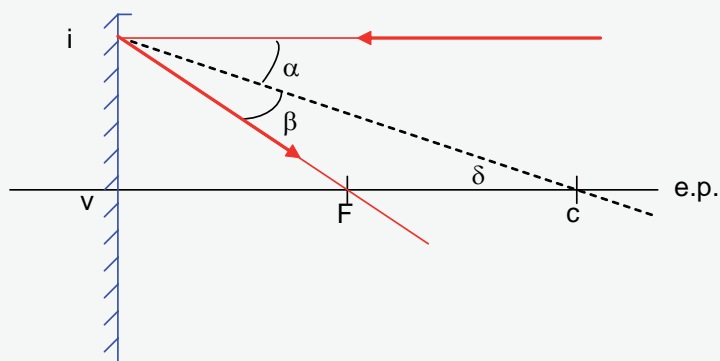
$$f = \frac{R}{2}$$

Esta relación es válida tanto para los espejos cóncavos cuanto para los convexos.

Es oportuno recordar que, por la convención de signos adoptada, el radio y la abscisa focal son positivos en los espejos cóncavos y negativos en los convexos.

Veamos la demostración de esta relación

Consideremos un rayo paralelo al eje principal de un espejo cóncavo:



α es el ángulo de incidencia, β es el ángulo de reflexión y δ es la "abertura" correspondiente al rayo considerado (la máxima apertura se llama apertura del espejo).

Por la segunda ley de la reflexión $\alpha = \beta$ (1)

(La semirrecta ic es la bisectriz del ángulo que forman los rayos incidente y reflejado. Además, la recta ic es la normal al espejo en el punto i . Todo eje secundario es una normal al espejo en el punto donde lo interseca.)

Por ser alternos internos entre paralelas $\alpha = \delta$ (2)

De las igualdades (1) y (2), puede inferirse que $\beta = \delta$ y, en consecuencia, el triángulo $iF\overset{\Delta}{c}$ es isósceles $\Rightarrow iF = Fc$ (3)

Si el ángulo δ es muy pequeño ($\delta \approx 0$), los segmentos iF y vF se hacen aproximadamente iguales (tanto más cuanto más pequeño sea δ). Si, a partir de ahora, imponemos la limitación de emplear únicamente rayos "paraxiales" (esto es, rayos próximos al eje principal) podremos expresar la relación $iF \approx vF$ a la que tomaremos como si fuese una igualdad $iF = vF$ (4)

De las igualdades (3) y (4) podemos obtener que $vF = Fc$ que indica que (si respetamos la limitación impuesta de tomar rayos paraxiales) el foco principal F es el punto medio del segmento vc . Como consecuencia, la abscisa focal será la mitad del radio de curvatura. Simbólicamente:

$$f = \frac{R}{2}$$

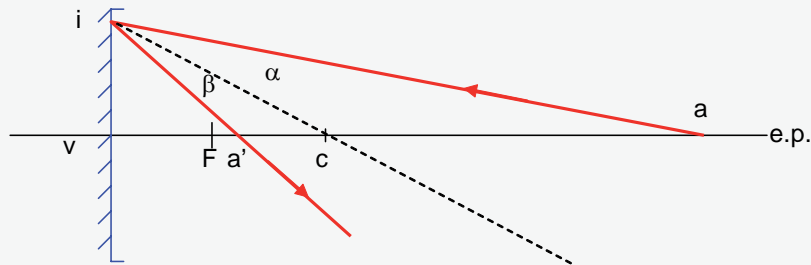
Fórmula de Descartes

En relación con los espejos esféricos de pequeña apertura la fórmula de Descartes expresa la relación que existe entre la coordenada de posición de un objeto colocado frente a un espejo de pequeña apertura y la de la imagen producida por el espejo. Dicha fórmula es:

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}$$

Veamos la demostración correspondiente

Imaginemos que un cuerpo puntual “a” está situado sobre el eje principal de un espejo cóncavo de abscisa focal f y que su imagen es el punto “a”:



En el triángulo $\triangle ia'a'$, los ángulos $\hat{a'ic}$ y $\hat{cia'}$ son congruentes (por la 2ª ley de la reflexión), en consecuencia, la semirrecta ic es la bisectriz del ángulo \hat{i} . El teorema de la bisectriz interior establece que la bisectriz de cada ángulo interior de un triángulo divide al lado opuesto en segmentos proporcionales a los otros dos lados. En virtud de ello podemos escribir la siguiente proporción:

$$\frac{\overline{a'c}}{\overline{ia'}} = \frac{\overline{ac}}{\overline{ia}} \quad (1)$$

Establecemos ahora la siguiente nomenclatura:

$$\overline{va} = x \quad (\text{abscisa o posición del objeto})$$

$$\overline{va'} = x' \quad (\text{abscisa o posición de la imagen})$$

$$\overline{vF} = f \quad (\text{abscisa focal})$$

$$\overline{vc} = R \quad (\text{radio de curvatura})$$

Con esta convención obtenemos:

$$\overline{a'c} = R - x' \quad (2)$$

$$\overline{ac} = x - R \quad (3)$$

Además, si consideramos espejos de pequeña abertura, los ángulos resultan pequeños y es lícito considerar las siguientes aproximaciones:

$$\overline{ia'} \approx x' \quad \text{e} \quad \overline{ia} \approx x$$

expresiones que tomaremos como igualdades, vale decir

$$\overline{ia'} = x' \quad (4)$$

$$\overline{ia} = x \quad (5)$$

Reemplazando las expresiones (2), (3), (4) y (5) en la proporción (1) nos queda:

$$\frac{R - x'}{x'} = \frac{x - R}{x}$$

Distribuyendo los denominadores y simplificando:

$$\frac{R}{x'} - 1 = 1 - \frac{R}{x}$$

de donde

$$\frac{R}{x} + \frac{R}{x'} = 2$$

$$R \cdot \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} \right) = 2$$

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{2}{R}$$

pero como $f = \frac{R}{2} \Rightarrow \frac{2}{R} = \frac{1}{f}$, en consecuencia, la fórmula nos queda:

$$\boxed{\frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{1}{f}}$$

Fórmula de Descartes

Aumento o agrandamiento lateral en los espejos esféricos

Se define el aumento o agrandamiento lateral "A" como el cociente entre la altura de la imagen y la altura del objeto. Es costumbre, y resulta cómodo, tomar como objeto una flecha perpendicular al eje principal, con su origen sobre dicho eje.

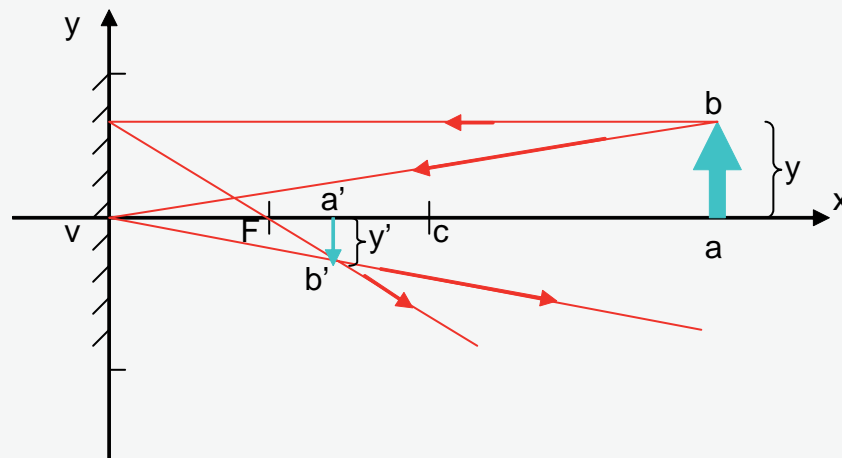
La altura del objeto será la coordenada “y” del extremo de la flecha. Análogamente, la imagen será otra flecha con su origen sobre el eje principal. La altura de la imagen será la coordenada “y’” del extremo de la flecha. Tanto “y” como “y’” pueden ser positivas o negativas, según que la flecha correspondiente esté hacia arriba o hacia abajo del eje principal. Dicho esto, la fórmula del agrandamiento lateral es:

$$A = \frac{y'}{y}$$

El valor numérico de A puede presentar las siguientes variantes:

- si el objeto y la imagen están ambos hacia arriba o ambos hacia abajo del eje principal $A > 0$
- si la imagen es invertida (se le dice así cuando está en el semiplano opuesto, con respecto al eje principal, del que contiene al objeto) $A < 0$
- si la imagen es más grande que el objeto $\Rightarrow |A| > 1$
- si el objeto y la imagen son iguales $\Rightarrow |A| = 1$
- si la imagen es más chica que el objeto $\Rightarrow |A| < 1$

Relación entre alturas y coordenadas de posición



$$\frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}$$

El signo negativo precediendo al segundo miembro de la expresión se debe a que cuando el cociente y'/y es negativo, el cociente x'/x es positivo y a la inversa. Si comparamos la última fórmula con la del agrandamiento lateral podemos llegar a inferir que $A = -x'/x$.

La que sigue es la demostración de la fórmula anterior.

Si comparamos los triángulos $\triangle avb$ y $\triangle a'vb'$ vemos que:

- son rectángulos
- tiene los ángulos $\triangle avb$ y $\triangle a'vb'$ congruentes

En consecuencia, podemos decir que los triángulos comparados son semejantes \Rightarrow sus pares de lados correspondientes son proporcionales. Simbólicamente:

$$\frac{\overline{a'b'}}{\overline{ab}} = \frac{\overline{va'}}{\overline{va}}$$

Como ya hemos señalado, podemos reemplazar a los segmentos de la proporción anterior por coordenadas de posición y alturas del objeto y de la imagen, de la siguiente forma:

$$\overline{a'b'} = y' \quad (\text{tamaño de la imagen})$$

$$\overline{ab} = y \quad (\text{tamaño del objeto})$$

$$\overline{va'} = x' \quad (\text{posición de la imagen})$$

$$\overline{va} = x \quad (\text{posición del objeto})$$

Haciendo los reemplazos indicados, obtenemos:

$$\boxed{\frac{y'}{y} = -\frac{x'}{x}}$$

Características de la imagen producida por los espejos esféricos

Para el caso de un objeto “real”, colocado frente a un espejo cóncavo, se presenta la siguiente alternativa:

a- Si el objeto está a una distancia del vértice mayor que el radio, la imagen es real, invertida, menor que el objeto y está situada entre el foco y el centro de curvatura.
 $x > R \Rightarrow f < x' < R \wedge -1 < A < 0$

b- Si el objeto está en el centro de curvatura, la imagen es real, invertida, de igual tamaño que el objeto y está situada en el centro de curvatura.
 $x = R \Rightarrow x' = R \wedge A = -1$

c- Si el objeto está entre el foco y el centro de curvatura, la imagen es real, invertida, mayor que el objeto y está situada a una distancia del vértice mayor que el radio de curvatura.
 $f < x < R \Rightarrow x' > R \wedge A < -1$

d- Si el objeto está en el foco, no hay imagen (puede pensarse en una imagen infinitamente alejada e infinitamente grande)
 $x = f \Rightarrow x' = \infty$

e- Si el objeto está entre el foco y el vértice, la imagen es virtual, derecha, mayor que el objeto y está situada detrás del vértice.
 $0 < x < f \Rightarrow x' < 0 \wedge A > 1$

Para el caso de un objeto “real” colocado frente a un espejo convexo, se presenta una sola posibilidad:

- la imagen es virtual, derecha, menor que el objeto y situada detrás del espejo.
 $x > 0 \Rightarrow x' < 0 \wedge 0 < A < 1$

Además de estas situaciones, es posible considerar otras en las que el objeto es virtual. Como objeto virtual para un espejo, suele tomarse una imagen real producida por otro espejo detrás del primero.

El siguiente cuadro muestra algunas relaciones, válidas para espejos cóncavos y convexos, entre características del objeto y de la imagen:

	I.V.	I.R.
O.R.	D	I
O.V.	I	D

Referencias:
I.V.: imagen virtual
I.R.: imagen real
O.R.: objeto real
O.V.: objeto virtual
D: derecha
I: invertida

→ Refracción de la luz

La **refracción** de la luz es el *fenómeno que se produce cuando la luz incide sobre una dioptra y la atraviesa*.

Dioptra es la denominación que se utiliza para la *superficie de separación entre dos medios materiales transparentes distintos o entre un medio material transparente y el vacío*.

Si, por ejemplo, dentro de un recipiente de metal hay un sistema formado por agua y aceite, hay dos dioptras: una es la superficie de separación entre el aceite y el agua mientras que la otra es la superficie libre del aceite (que la separa del aire). No constituyen dioptras las superficies de contacto entre el agua y el metal o entre el aceite y el metal dado que este último no es transparente.

Al producirse la refracción, la luz cambia de medio de propagación y, consiguientemente, cambia su velocidad de propagación. La refracción consiste, entonces, *en un cambio de velocidad de propagación experimentado por la luz al cambiar de medio de propagación*.

Cuando la luz incide en forma perpendicular sobre una dioptra, sólo cambia el valor de su velocidad de propagación mientras que cuando incide de cualquier otra forma (si se refracta) cambiarán el valor y la dirección de dicha velocidad.

Una de las consecuencias más habituales de la refracción consiste en que los objetos colocados parcialmente en un líquido dan la apariencia de estar quebrados, como se observa en la imagen de la derecha. (1)



Velocidad de propagación de la luz, índice de refracción

La velocidad con la que avanza la luz depende del medio en el que esté viajando. Su máximo valor lo alcanza en el vacío y es $c \approx 3 \cdot 10^8$ m/s (300.000 km/s).

En los medios materiales, la velocidad de propagación de la luz es un valor “v” siempre menor que “c” ($v < c$).

El índice de refracción de un medio material se define como el cociente entre las velocidades de la luz en el vacío y en el medio material considerado:

$$n = \frac{c}{v}$$

“n” representa al índice de refracción de un medio material en el que la luz se propaga con velocidad “V”.

Convencionalmente, se adoptó para el vacío $n = 1$.

El índice de refracción de un medio material es adimensional e indica cuántas veces es mayor la velocidad que la luz tiene en el vacío con respecto a la que tiene en el medio considerado.

Por ejemplo: el índice de refracción del agua es $n = 1,33$; esto significa que la velocidad de propagación de la luz en el vacío es 1,33 veces mayor que la que tiene en el agua.

Existen tablas en las que es posible encontrar los valores del índice de refracción de diversas sustancias. Algunos de esos valores son:

Aire.....	1,0003
Hielo.....	1,31
Agua.....	1,33
Cuarzo.....	1,46
Vidrio.....	1,5 a 1,9
Diamante.....	2,42

El cociente entre el índice de refracción de un medio material A y el de otro medio B se denomina *índice de refracción relativo del medio A con respecto al medio B*. En forma simbólica se puede escribir:

$$n_{AB} = \frac{n_A}{n_B}$$

A partir de la definición del índice de refracción y del índice de refracción relativo se puede demostrar la siguiente relación:

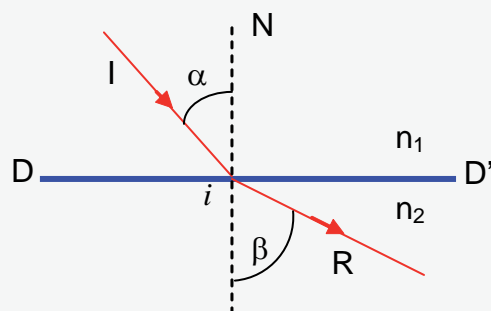
$$n_{AB} = \frac{v_B}{v_A}$$

en la que el segundo miembro representa la relación entre las velocidades de propagación de la luz en el medio B y en el medio A respectivamente.

Elementos en la refracción

Al igual que en el caso de la reflexión de la luz, en la refracción nombraremos algunos elementos característicos:

DD': dioptra
N: recta normal



I: rayo incidente
R: rayo refractado
 α : ángulo de incidencia
 β : ángulo de refracción
i: punto de incidencia
 n_1 : índice de refracción del primer medio
 n_2 : índice de refracción del segundo medio

Leyes de la refracción

El fenómeno de la refracción puede describirse geoméricamente mediante dos leyes experimentales:

- 1) La recta normal, el rayo incidente y el rayo refractado están incluidos en el mismo plano (llamado plano de incidencia, al igual que en la reflexión).
- 2) El seno del ángulo de incidencia y el seno del ángulo de refracción son inversamente proporcionales a los índices de refracción de los dos medios transparentes. Esta ley se conoce como “Ley de Snell”:

$$n_1 \cdot \text{sen} \alpha = n_2 \cdot \text{sen} \beta$$

Le proponemos que consulte el vínculo (2), que ilustra acerca de la relación entre los ángulos de incidencia y de refracción y los índices de refracción de los medios limitados por la dioptra

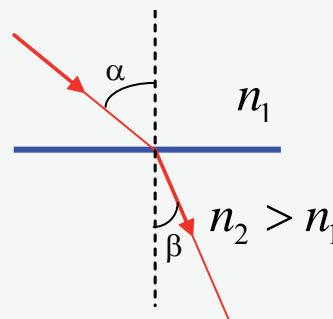
Ángulo límite

Teniendo en cuenta que los ángulos de incidencia y de refracción pertenecen al primer cuadrante y que, en éste, la función seno es “creciente”, de la ley de Snell puede deducirse que:

- a- Cuando la luz pasa de un medio transparente a otro de mayor índice de refracción, el ángulo de refracción es menor que el de incidencia.

Simbólicamente, decimos que si $n_2 > n_1 \Rightarrow \beta < \alpha$.

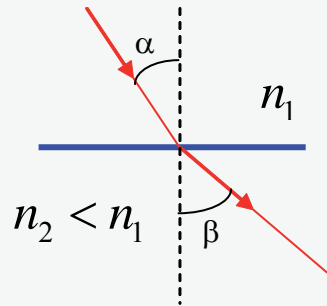
La forma práctica de referirse a esta circunstancia consiste en decir que el rayo refractado “se acerca a la normal”.



- b- Cuando la luz pasa de un medio transparente a otro de menor índice de refracción, el ángulo de refracción es mayor que el de incidencia.

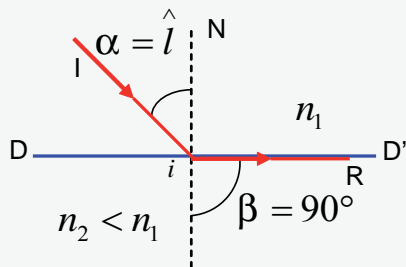
Simbólicamente, decimos que si $n_2 < n_1 \Rightarrow \beta > \alpha$.

La forma práctica de referirse a este hecho consiste en decir que el rayo refractado “se aleja de la normal”.



Consideremos la situación b-:

Imaginemos que vamos variando el ángulo de incidencia α comenzando desde cero.



El ángulo de refracción β aumenta más rápidamente que α . Llega un momento en el que es $\beta = 90^\circ$.

Al ángulo de incidencia al que le corresponde un ángulo de refracción de 90° se lo llama ángulo límite " \hat{l} ".

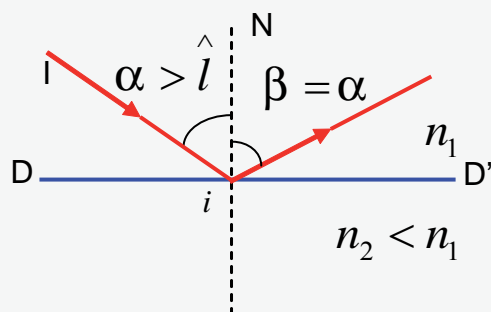
De la definición surge que, cuando la luz incide con

un ángulo $\alpha = \hat{l}$, el rayo refractado sale “rasante” a la dioptra. Es importante recalcar que, para que suceda lo antedicho, el segundo medio debe tener menor índice de refracción que el primero.

Reflexión total

En general, cuando un rayo de luz incide en una dioptra se producen, simultáneamente, reflexión y refracción.

En los casos en los que la luz pasa de un medio transparente a otro de menor índice de refracción y el ángulo de incidencia supera al ángulo límite, no se refracta sino que se refleja. La dioptra se comporta como si fuese un espejo. A este fenómeno se lo denomina “reflexión total”, no hay rayo refractado. (2)





En general, cuando la luz incide en una dioptra, siempre se refleja parte de su energía, otra parte es absorbida por los medios transparentes y el resto es refractada (o transmitida).

Cuando el ángulo de incidencia supera al ángulo límite, nada se transmite, una parte se absorbe y la restante se refleja toda. Los espejismos constituyen un fenómeno debido a la reflexión total de la luz en capas de aire con diferentes índices de refracción.

El caso paradigmático es el de los espejismos que se forman en los desiertos, tal como el que puede verse en la imagen precedente, aunque también son espejismos los aparentes charcos de agua que pueden verse en las rutas los días calurosos y que parecen alejarse de nosotros a medida que avanzamos hacia ellos.

Dioptras planas

a- Incidencia oblicua

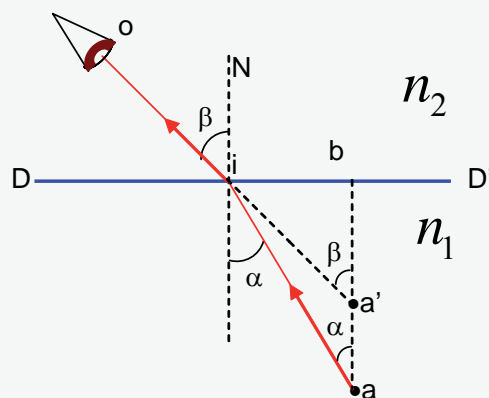
Imaginemos...

... que un pequeño objeto luminoso "a" está situado dentro de un medio transparente, de índice de refracción " n_1 "

que un observador "o", ubicado en otro medio transparente de índice de refracción " n_2 ", recibe la luz proveniente de él.

Supongamos, además, que la dioptra definida por los dos medios transparentes es plana.

La distancia entre el objeto y la dioptra es la coordenada de posición " x " del objeto.



DD': dioptra

o : observador

a : objeto

a': imagen

α : ángulo de incidencia

β : ángulo de refracción

N : recta normal

$\overline{b} = x$ (posición del objeto)

$\overline{a'b} = x'$ (posición de la imagen)

La imagen “a” se encuentra sobre la intersección de la perpendicular a la dioptra que pasa por “a” y la recta de propagación del rayo refractado.

De la figura surge que:

$$\tan \alpha = \frac{\overline{ib}}{\overline{ab}} = \frac{\overline{ib}}{x} \Rightarrow \overline{ib} = x \cdot \tan \alpha \quad (1)$$

$$\tan \beta = \frac{\overline{ib}}{\overline{a'b}} = \frac{\overline{ib}}{x'} \Rightarrow \overline{ib} = x' \cdot \tan \beta \quad (2)$$

De las expresiones (1) y (2),
igualando los segundos miembros, obtenemos:

$$x \cdot \tan \alpha = x' \cdot \tan \beta \quad (3)$$

b-Incidencia normal

Si consideramos el caso en el que el objeto “a” y el observador “o” están sobre la perpendicular a la dioptra, podemos valernos de la siguiente “triquiñuela”:

escribimos la ecuación (3) como:

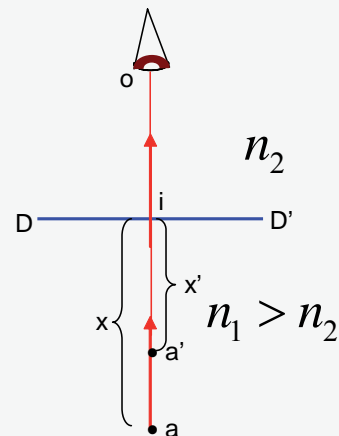
$$x \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = x' \cdot \frac{\sin \beta}{\cos \beta} \quad (4)$$

y recurrimos a la ley de Snell

$$n_1 \cdot \sin \alpha = n_2 \cdot \sin \beta \quad (5)$$

Si dividimos miembro a miembro las igualdades (4) y (5), nos queda:

$$\frac{x}{n_1 \cdot \cos \alpha} = \frac{x'}{n_2 \cdot \cos \beta} \quad (6)$$

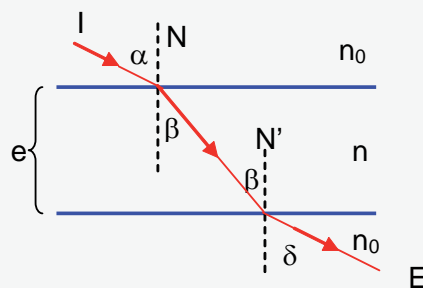


En la situación que estamos considerando, los ángulos α y β son nulos, en consecuencia .
 $\cos \alpha = \cos \beta = 1$ Llevando estos valores a la ecuación (6) nos queda

$$\frac{n_1}{x} = \frac{n_2}{x'}$$

Lámina de caras paralelas

La figura representa una lámina transparente de índice de refracción “n” y espesor “e”. Sobre la cara superior de la lámina incide un rayo luminoso que forma un ángulo α con la recta normal. La luz se refracta formando un ángulo β dentro de la lámina.



Si aplicamos la ley de Snell a la refracción en la cara superior tenemos:

$$n_0 \cdot \text{sen} \alpha = n \cdot \text{sen} \beta \quad (7)$$

La luz que incide sobre la cara inferior de la lámina, lo hace formando un ángulo de incidencia β . El rayo E, que emerge de la lámina, forma un ángulo δ con la normal N.

Al aplicar la ley de Snell a esta nueva refracción nos queda

$$n \cdot \text{sen} \beta = n_0 \cdot \text{sen} \delta \quad (8)$$

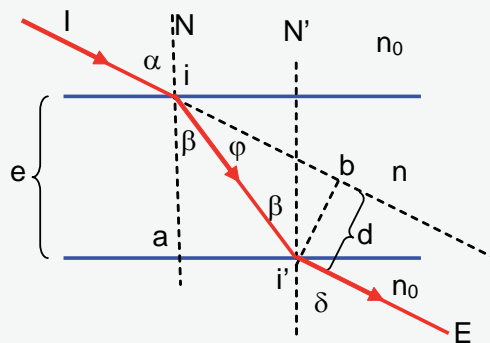
De las igualdades (7) y (8) surge que

$$n_0 \cdot \text{sen} \alpha = n_0 \cdot \text{sen} \delta \quad (9)$$

Cancelando n_0 y teniendo en cuenta que los ángulos α y δ son del primer cuadrante, podemos concluir que dichos ángulos son congruentes. Consiguientemente, el rayo incidente I y el rayo emergente E son paralelos.

El único efecto que produce la presencia de la lámina de caras paralelas es el desplazamiento del rayo de luz a otra recta de propagación sin cambiarle la dirección (esto es lo que sucede, por ejemplo, en los vidrios de las ventanas). (3)

Consideremos una lámina de caras paralelas de índice de refracción “n” y espesor “e” rodeada por aire. Imaginemos, además, que incide sobre ella un rayo de luz que forma un ángulo de incidencia “ α ” y otro de emergencia $\delta \cong \alpha$.



Por la ley de Snell:

$$n_1 \cdot \text{sen} \alpha = n_2 \cdot \text{sen} \beta$$

$$1 \cdot \text{sen} \alpha = n \cdot \text{sen} \beta$$

$$\therefore \text{sen} \beta = \frac{\text{sen} \alpha}{n} \quad (1)$$

En el triángulo $\triangle iai'$:

$$\cos \beta = \frac{\overline{ia}}{\overline{ii'}} = \frac{e}{\overline{ii'}}$$

de donde $\overline{ii'} = \frac{e}{\cos \beta} \quad (2)$

En el triángulo $\triangle ibi'$: $\text{sen} \varphi = \frac{\overline{bi'}}{\overline{ii'}} = \frac{d}{\overline{ii'}}$

en consecuencia $d = \overline{ii'} \cdot \text{sen} \varphi \quad (3)$

Además: $\beta + \varphi = \alpha$ por opuestos por el vértice), de donde surge $\varphi = \alpha - \beta \quad (4)$

Reemplazando las expresiones (2) y (4) en la (3) obtenemos

$$\begin{aligned} d &= \frac{e}{\cos \beta} \cdot \text{sen}(\alpha - \beta) = \frac{e}{\cos \beta} (\text{sen} \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \text{sen} \beta) = \\ &= e \left(\text{sen} \alpha - \frac{\cos \alpha \cdot \text{sen} \beta}{\cos \beta} \right) \end{aligned}$$

$$d = e \cdot \left(\text{sen} \alpha - \frac{\sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha} \cdot \frac{\text{sen} \alpha}{n}}{\sqrt{1 - \frac{\text{sen}^2 \alpha}{n^2}}} \right)$$

$$= e \left(\text{sen} \alpha - \frac{\sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha} \cdot \text{sen} \alpha}{n \cdot \sqrt{\frac{n^2 - \text{sen}^2 \alpha}{n^2}}} \right)$$

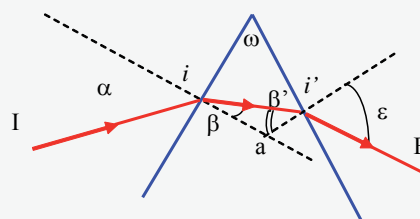
$$= e \cdot \text{sen} \alpha \left(1 - \frac{\sqrt{1 - \text{sen}^2 \alpha}}{n \cdot \frac{\sqrt{n^2 - \text{sen}^2 \alpha}}{n}} \right)$$

$$d = e \cdot \operatorname{sen} \alpha \left(1 - \sqrt{\frac{1 - \operatorname{sen}^2 \alpha}{n^2 - \operatorname{sen}^2 \alpha}} \right)$$

Prisma

Un prisma es un cuerpo transparente que posee dos dioptras planas que forman un ángulo diedro.

Para describir la marcha de los rayos luminosos en un prisma sólo tendremos en cuenta rayos incluidos en un plano perpendicular a la arista del prisma. La intersección del citado plano con el prisma es una sección normal. En la sección normal, las caras del prisma aparecen como los lados de un ángulo " ω ", al que denominaremos *ángulo de refringencia o ángulo de refracción del prisma*



El ángulo de refringencia o ángulo de refracción del prisma no debe confundirse con el ángulo de refracción de la ley de Snell. Le proponemos que consulte... (4)

Conociendo los valores del ángulo de incidencia α , del ángulo de refringencia ω y de los índices de refracción del prisma y del medio que lo rodea, es posible calcular el ángulo β mediante la ley de Snell:

$$\begin{aligned} n_1 \cdot \operatorname{sen} \alpha &= n_2 \cdot \operatorname{sen} \beta \\ \operatorname{sen} \beta &= \frac{n_1 \cdot \operatorname{sen} \alpha}{n_2} \quad (1) \end{aligned}$$

si el prisma está rodeado por aire es $n_1 = 1$ y podemos hacer $n_2 = n$. La expresión (1) nos queda Entonces:

$$\operatorname{sen} \beta = \frac{\operatorname{sen} \alpha}{n}$$

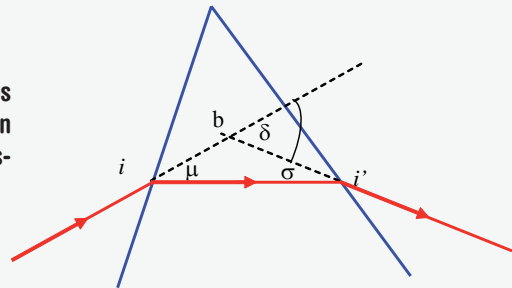
En el triángulo $\triangle iai'$, el ángulo exterior de vértice "a" es congruente con ω y, además, es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes a él:

$$\beta + \beta' = \omega \Rightarrow \beta' = \omega - \beta$$

Aplicando nuevamente la ley de Snell es posible calcular el ángulo de emergencia “ ε ”:

$$n \cdot \sin \beta' = 1 \cdot \sin \varepsilon \Rightarrow \sin \varepsilon = n \cdot \sin \beta'$$

Si se consideran las rectas de propagación de los rayos incidente y emergente, se verá que forman un ángulo “ δ ” que se conoce como ángulo de “desviación”.



La desviación δ es un ángulo exterior del triángulo ibi' , en consecuencia es igual a la suma de los dos ángulos interiores no adyacentes:

$$\delta = \mu + \sigma \quad (2)$$

Además, $\mu + \beta = \alpha$ (por opuestos por el vértice), en consecuencia

$$\mu = \alpha - \beta \quad (3)$$

y $\beta' + \sigma = \varepsilon$ (por opuestos por el vértice), de donde

$$\sigma = \varepsilon - \beta' \quad (4)$$

Reemplazando las expresiones (3) y (4) en la (2) nos queda:

$$\delta = \alpha - \beta + \varepsilon - \beta' = \alpha + \varepsilon - (\beta + \beta')$$

$$\boxed{\delta = \alpha + \varepsilon - \omega} \quad (5)$$

Vemos en la ecuación (5) que la desviación, que un prisma determinado le produce a un rayo de luz, depende del ángulo de incidencia. Experimentalmente se comprueba que la desviación alcanza su mínimo valor cuando los ángulos α y ε son congruentes. La expresión de la desviación mínima δ_{\min} puede escribirse entonces:

$$\delta_{\min} = \alpha + \alpha - \omega$$

o bien:

$$\boxed{\delta_{\min} = 2 \cdot \alpha - \omega} \quad (6)$$

Como consecuencia de la congruencia de los ángulos α y ε es fácil deducir la congruencia de β con β' . El ángulo de refringencia será entonces:

$$\omega = \beta + \beta' = \beta + \beta = 2\beta \Rightarrow \beta = \frac{\omega}{2} \quad (7)$$

De la expresión (6) podemos despejar α :

$$\alpha = \frac{\delta_{\min} + \omega}{2} \quad (8)$$

Reemplazando los ángulos α y β por las expresiones (7) y (8) en la ley de Snell obtenemos:

$$1.\text{sen}\frac{\delta_{\min} + \omega}{2} = n.\text{sen}\frac{\omega}{2}$$

de donde:

$$n = \frac{\text{sen}\frac{\delta_{\min} + \omega}{2}}{\text{sen}\frac{\omega}{2}}$$

Antes de continuar con el tema siguiente, le sugerimos que dedique un tiempo a poner en práctica los conocimientos sobre óptica geométrica trabajados hasta aquí. Intente resolver los problemas referidos a estos temas, que se encuentran en el aula virtual de la asignatura. Si tiene alguna dificultad consulte con su tutor.

Lentes delgadas

Las **lentes** son cuerpos transparentes limitados por dos dioptras esféricas o por una plana y la otra esférica.

“Dioptras esféricas” es un tema que no desarrollamos en los cursos de Física I. No obstante, hemos incluido en el Anexo una síntesis de los conceptos fundamentales para quienes deseen ampliar sus conocimientos.

Las lentes pueden clasificarse:

- según sus **dimensiones**:
 - gruesas: en las lentes gruesas el espesor máximo es comparable con el diámetro
 - delgadas: en las delgadas resulta despreciable.
- según su **forma**:



a) biconvexa



b) planoconvexa



c) cóncavoconvexa



d) bicóncava



e) planocóncava

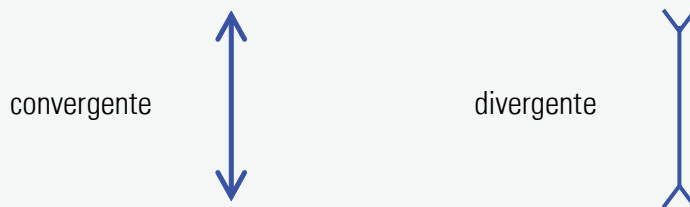


f) convexocóncava

El **comportamiento óptico** de cada forma de lente depende de cómo resulte el índice de refracción del material de la lente en comparación con el del medio que la rodea (que, por ahora, supondremos que es el mismo a ambos lados):

- *cuando el material de la lente tiene mayor índice de refracción que el medio que la rodea* (esta es la situación más frecuente -por ejemplo una lente de cristal rodeada por aire- pero no la única) si su forma es del tipo a), b) o c) es “convergente” mientras que si es del tipo d), e) o f) es “divergente”.
- *cuando el medio tiene mayor índice de refracción que la lente* (como en el caso de una burbuja de aire dentro de un vidrio) el comportamiento es el inverso. Resulta importante destacar que las tres formas señaladas como convergentes cuando están rodeadas por aire son más gruesas en su parte central que en sus bordes, las divergentes a la inversa, son más delgadas en la parte central que en los bordes.
- si se hace incidir un haz de rayos paralelos sobre una lente convergente, ésta lo convertirá en un haz de rayos convergentes, dirigidos hacia un punto.
- si el haz de rayos paralelos incide sobre una lente divergente, se convertirá en un haz divergente, como si todos sus rayos salieran de un punto.

Para facilitar la representación gráfica de las lentes vamos a adoptar la siguiente convención:



Elementos de las lentes:

En las lentes pueden identificarse los siguientes elementos:

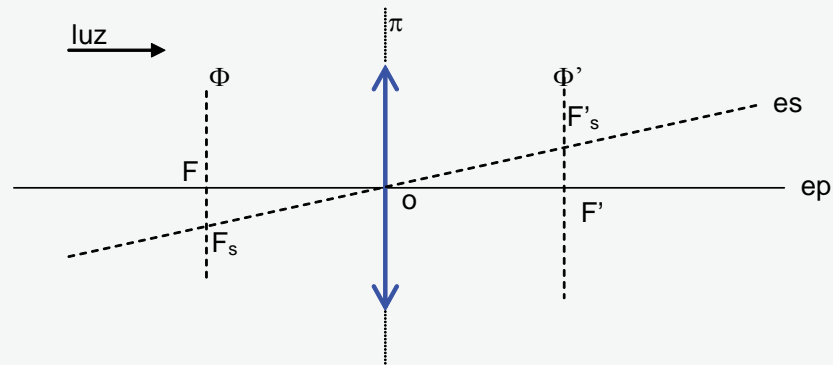
- **Plano principal:** es el conjunto de todos los puntos de intersección de las rectas de propagación de los infinitos rayos incidentes en una lente con las de sus correspondientes rayos emergentes.

Cuando un rayo de luz atraviesa una lente se refracta dos veces, una en cada dioptra. La recta de propagación del rayo incidente y la del emergente se cortan en un punto. El conjunto de todos los puntos de intersección así obtenidos es una superficie plana que constituye el plano principal.

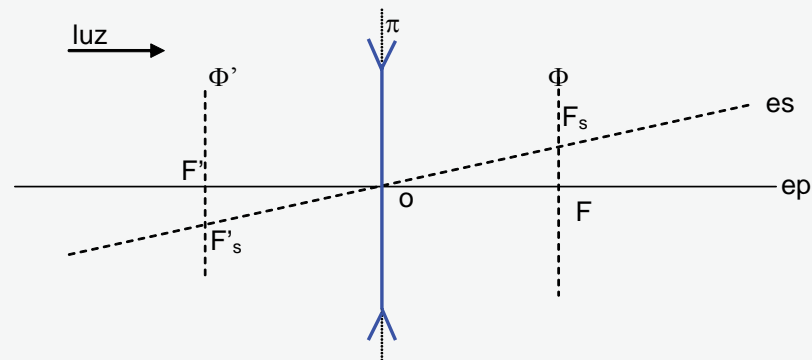
Simbolizaremos al plano principal con la letra π (pi). Considerar el plano π permite estudiar la marcha de los rayos luminosos como si hubiera una sola refracción producida en él.

- **Centro óptico:** es el punto “o” del plano principal que tiene la particularidad de no desviar los rayos de luz que pasan por él.
Los rayos que pasan por otros puntos del plano principal experimentan desviación.
- **Eje principal:** es la recta perpendicular al plano principal y que pasa por el centro óptico.
- **Foco principal objeto (F):** es el punto del eje principal en el que se debe colocar un objeto para que su imagen se forme en el infinito.
- **Foco principal imagen (F’):** es el punto del eje principal en el que se forma la imagen de los objetos infinitamente alejados.
- **Ejes secundarios:** son rectas que pasan por el centro óptico y no coinciden con el eje principal.
- **Planos focales:** son planos perpendiculares al eje principal y que pasan por los focos principales. Hay un plano focal objeto Φ y un plano focal imagen Φ' .
- **Focos secundarios:** son los puntos de intersección de los ejes secundarios con los planos focales. Hay infinitos focos objeto (F_s) e infinitos focos imagen secundarios (F'_s).

La *disposición gráfica* de estos elementos en las es la siguiente



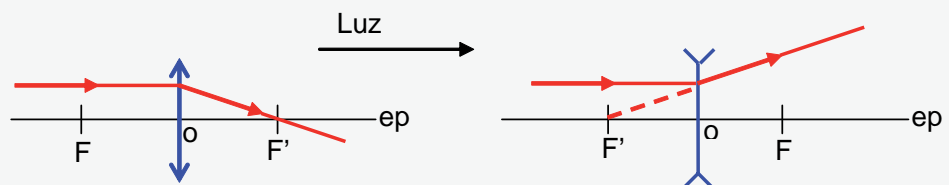
y en las lentes divergentes:



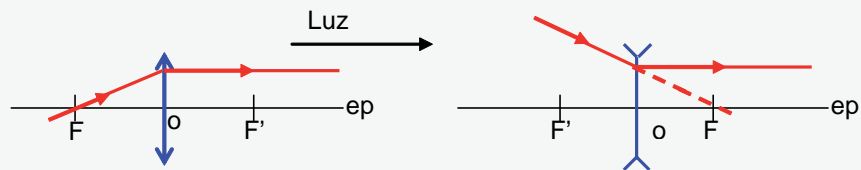
Marcha de rayos luminosos en las lentes:

Analicemos las distintas situaciones:

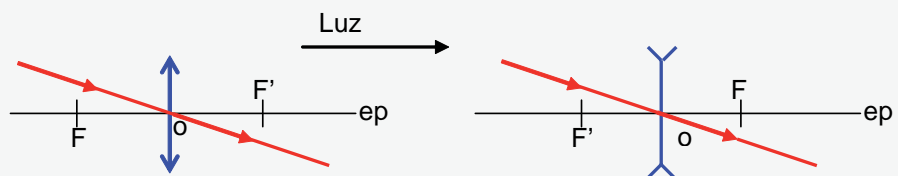
1. Cuando la recta de propagación del rayo incidente es paralela al eje principal, la recta de propagación del rayo refractado pasa por el foco principal imagen (F').
2. recta de propagación del rayo refractado pasa por el foco principal imagen (F').



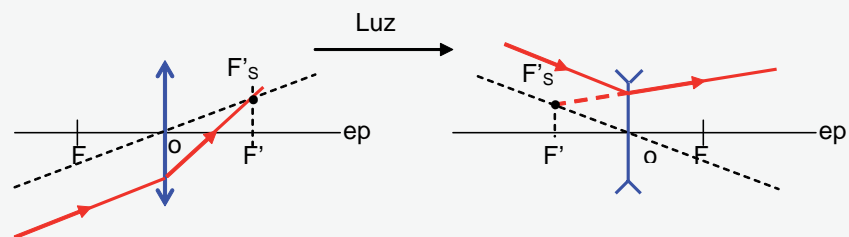
3. Si la recta de propagación del rayo incidente pasa por el foco principal objeto (F), el rayo refractado es paralelo al eje principal.



4. Si el rayo incidente pasa por el centro óptico, el rayo refractado tiene la misma recta de propagación que el incidente



5. Si la recta de propagación del rayo incidente es paralela a un eje secundario, la recta de propagación del rayo refractado pasa por el foco imagen secundario correspondiente



El vínculo (5) ilustra la formación de las imágenes en las lentes delgadas. (la página citada no se emplea la misma convención de signos que en el apunte)

Fórmulas de las lentes

Nos ocuparemos aquí de la fórmula de Descartes para las lentes delgadas. Presentamos en primer término la deducción de las fórmulas que, si bien no se trabaja habitualmente en los cursos, puede contribuir a que comprenda mejor la fórmula de Descartes.

Para la deducción de las fórmulas vamos a considerar una lente biconvexa, de índice de refracción " n ", rodeada por aire.

Si tuviéramos en cuenta otra forma u otro medio circundante la deducción sería similar, habría que reemplazar el índice de refracción “n” de la lente por el cociente

$\frac{n}{n_0}$ ”, en el que “ n_0 ” es el índice de refracción del medio que rodea a la lente

Le llamaremos “ R_1 ” al radio de la primera cara de la lente que es tocada por la luz; “ R_2 ” al de la segunda.

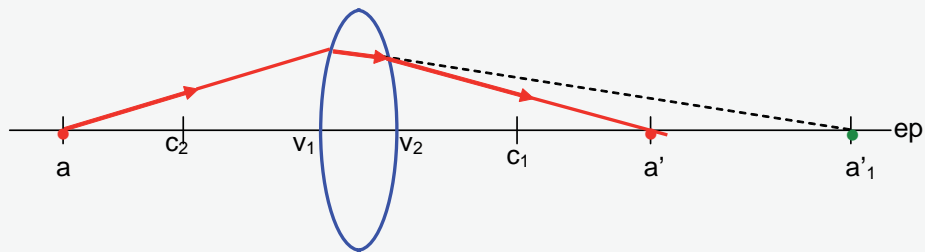
“ténga en cuenta la convención de signos que se explica en el anexo de dioptras esféricas”

El centro de curvatura de la primera dioptra será “ c_1 ”.

El de la segunda será “ c_2 ”.

Los vértices de las dioptras serán “ v_1 ” y “ v_2 ” respectivamente.

De un objeto puntual “a”, situado en el eje principal, la primera dioptra formará una imagen “ a_1 ”, situada en la intersección de las rectas de propagación de los rayos refractados en dicha dioptra. Conviene recordar que uno de los rayos sigue el trayecto del eje principal. El origen de coordenadas es el punto “ v_1 ”.



$$\overline{av_1} = |x| \quad (\text{abscisa del objeto})$$

$$\overline{v_1a'} = |x'| \quad (\text{abscisa de la imagen})$$

$$\overline{v_1c_1} = |R_1| \quad (\text{radio de curvatura de la primera dioptra})$$

Por la ecuación de las dioptras esféricas:

$$\frac{n_1}{x} - \frac{n_2}{x'} = \frac{n_1 - n_2}{R_1}$$

pero: $n_1 = 1$ y $n_2 = n \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{n}{x'_1} = \frac{1-n}{R_1}$

despejando obtenemos

$$x'_1 = \frac{n}{\frac{1}{x} - \frac{1-n}{R_1}} \quad (1)$$

Cuando pasamos a la segunda dioptra, tomamos como objeto a la imagen "a₁" dada por la primera. Además, el nuevo origen de coordenadas es el punto "v₂"

En la ecuación de las dioptras

$$\frac{n_1}{x} - \frac{n_2}{x'} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

tenemos:

$$x = x'_1 + \overline{v_1 v_2} \quad ; \quad (x_1 | = \overline{v_2 a})$$

$$R = R_2$$

$$n_1 = n$$

$$n_2 = 1$$

vale decir que

$$\frac{n}{x'_1 + \overline{v_1 v_2}} - \frac{1}{x'} = \frac{n-1}{R_2}$$

y, reemplazando x'_1 por la expresión (1):

$$\frac{\frac{n}{\frac{1}{x} - \frac{1-n}{R_1}}}{\frac{1}{x} - \frac{1-n}{R_1} + \overline{v_1 v_2}} - \frac{1}{x'} = \frac{n-1}{R_2} \quad (2)$$

Si sólo tenemos en cuenta el caso de lentes delgadas, vale decir que $\overline{v_1 v_2} \approx 0$, la ecuación (2), luego de simplificar “n”, queda:

$$\begin{aligned}\frac{1}{x} - \frac{1-n}{R_1} - \frac{1}{x'} &= \frac{n-1}{R_2} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{x'} &= \frac{1-n}{R_1} + \frac{n-1}{R_2} \\ \frac{1}{x} - \frac{1}{x'} &= (1-n) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3)\end{aligned}$$

Recordando la definición del foco principal objeto “F”, si $x = f \Rightarrow x'$ se hace infinitamente grande y, en

consecuencia, el cociente $\frac{1}{x'}$ resulta infinitamente pequeño; la ecuación (3) queda:

$$\frac{1}{f} = (1-n) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (4)$$

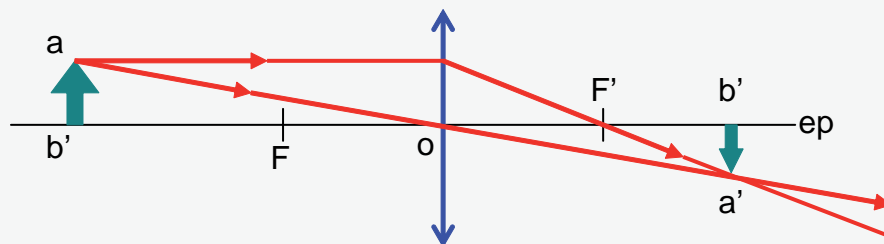
La fórmula precedente se conoce como “fórmula del fabricante de lentes” dado que, si se pretende fabricar una lente con una determinada abscisa focal “f” y con un material de cierto índice de refracción conocido “n”, nos permite hallar una relación entre los radios de curvatura R1 y R2 de sus caras, de tal forma que eligiendo el valor de uno de ellos es posible calcular el del otro.

Si comparamos las ecuaciones (3) y (4), podemos ver que sus segundos miembros son iguales, consiguiendo los primeros miembros también son iguales, vale decir:

$$\frac{1}{x} - \frac{1}{x'} = \frac{1}{f} \quad (5)$$

La expresión (5) es la *fórmula de Descartes para las lentes delgadas*.

Tanto en la fórmula de Descartes como en la del fabricante de lentes, los puntos v_1 y v_2 quedan unificados en el centro óptico “o”, que se convierte en el origen de coordenadas. Tanto la abscisa del objeto x como la de la imagen x' son tomadas positivamente en el sentido contrario al de propagación de la luz incidente.



Veamos ahora una relación entre las coordenadas de posición del objeto y de la imagen y sus tamaños:

Los triángulos rectángulos $\triangle abo$ y $\triangle a'b'o$ son semejantes porque tienen un par de ángulos agudos congruentes. En consecuencia, sus lados homólogos son proporcionales

$$\frac{\overline{a'b'}}{\overline{ab}} = \frac{\overline{b'o}}{\overline{bo}} \quad (6)$$

Pero:

$$\begin{aligned} \overline{a'b'} &= y \\ \overline{ab} &= -y' \\ \overline{b'o} &= -x' \\ \overline{bo} &= x \end{aligned}$$

La ecuación (6) nos queda:

$$\boxed{\frac{y'}{y} = \frac{x'}{x} \quad (7)}$$

Al igual que en los espejos esféricos, el cociente entre y' e y se llama **agrandamiento lateral** o transversal "A".

$$\boxed{A = \frac{y'}{y} \quad (8)}$$

Finalmente, se define la **potencia de una lente o poder de convergencia** como la *inversa multiplicativa de la abscisa focal objeto*.

$$P = \frac{1}{f} \quad (9)$$

La unidad de la potencia es la **dioptría**.

El valor de la potencia en dioptrías se obtiene empleando la fórmula (9) con “ f ” expresada en metros. Esta magnitud puede verse indicada en las recetas hechas por los oftalmólogos cuando prescriben el uso de anteojos. El signo de la potencia de las lentes coincide siempre con el de la abscisa focal objeto.

Una ventaja que presenta el empleo de la potencia por sobre el de la abscisa focal lo constituye que si se adosan dos lentes delgadas se obtiene un sistema de lentes cuya potencia es la suma algebraica de las potencias de las lentes que forman el sistema.

Concluimos aquí el desarrollo de los temas de Óptica Geométrica. Para finalizar, le proponemos que resuelva los problemas sobre “Lentes delgadas” que podrá encontrar en el aula virtual. En el mismo documento, hemos incluido las respuestas para que usted pueda autocorroborar si sus resultados son correctos. No obstante, recuerde que puede consultar a su tutor frente a cualquier duda o dificultad.

→ **Sítios sugeridos, que presentan aplicaciones sobre temas de Óptica Geométrica:**

- (1) <http://teleformacion.edu.aytolacoruna.es/FISICA/document/applets/Hwang/ntnujava/light/flashLight.html>
- (2) http://www.walter-fendt.de/ph14s/refraction_s.htm
- (3) http://www.unalmed.edu.co/~daristiz/virtual/optica/applets/applet_lamina_paralela/Lamina.htm
- (4) <http://www.schulphysik.de/suren/Applets.html>
- (5) <http://www.phy.ntnu.edu.tw/ntnujava/index.php?topic=48>



→ FISICA

Óptica Geométrica

Anexo 1

Dioptras esféricas

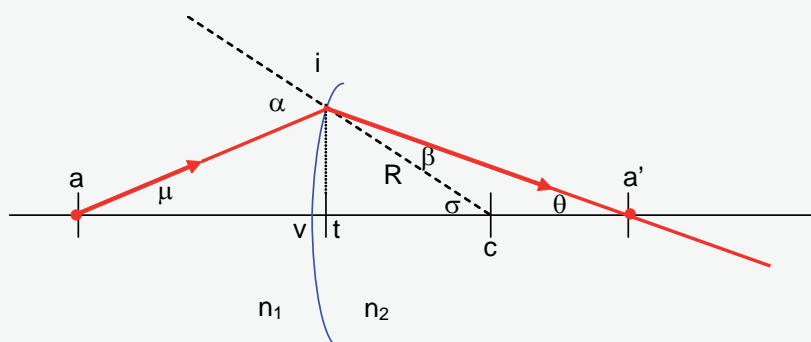


Universidad Tecnológica Nacional
Facultad Regional Buenos Aires



→ Dioptras esféricas

Imaginemos dos medios transparentes de índices de refracción n_1 y n_2 separados por una dioptra esférica de radio R . El punto "c" es el centro de curvatura de la dioptra. Si consideramos un objeto puntual "a" su imagen es el punto "a'".



La semirrecta \overline{ci} es la recta normal a la dioptra para el rayo, \overline{ai} " α " es el ángulo de incidencia, " β " es el ángulo de refracción, " μ " es el ángulo que indica la abertura del rayo incidente, " t " es el pie de la perpendicular a la recta \overline{vc} trazada por "i", "v" es el vértice de la dioptra y la recta \overline{vc} es el eje principal.

Al igual que en el estudio de los espejos esféricos, imponemos aquí la condición de "rayos paraxiales", esto significa que $\mu \approx 0 \Rightarrow \alpha \approx 0, \beta \approx 0, \sigma \approx 0$ y $\theta \approx 0$. En estas condiciones es válida la aproximación entre el valor de cada uno de estos ángulos en radianes, el del seno y el de la tangente, vale decir:

$$\begin{aligned}\mu &\approx \text{sen}\mu \approx \tan\mu \\ \alpha &\approx \text{sen}\alpha \approx \tan\alpha \\ \beta &\approx \text{sen}\beta \approx \tan\beta \\ \sigma &\approx \text{sen}\sigma \approx \tan\sigma \\ \theta &\approx \text{sen}\theta \approx \tan\theta\end{aligned}$$

Otra consecuencia de la limitación impuesta ($\mu \approx 0$) es que $\overline{vt} \approx 0 \Rightarrow \overline{at} \approx \overline{av}$,

$$\overline{ct} \approx \overline{cv}, \overline{a't} \approx \overline{a'v} \text{ y } \overline{ti} \approx \overline{vi}.$$

Tomando un sistema de referencia con el origen en el vértice "v" y sentido positivo de las "x" contrario al de la luz (hacia la izquierda en nuestra figura) tendremos:

$$\overline{at} \approx \overline{av} = |x| \text{ (coordenada de posición del objeto)}$$

$$\overline{ct} \approx \overline{cv} = |R| \text{ (radio de curvatura de la dioptra)}$$

$$\overline{a't} \approx \overline{a'v} = |x'| \text{ (coordenada de posición de la imagen)}$$

Los valores absolutos se deben a que las coordenadas pueden ser positivas o negativas pero las longitudes de los segmentos no pueden ser negativas.

En el triángulo $\triangle aic$, α es un ángulo exterior $\Rightarrow \alpha = \mu + \sigma$ (a)

En el triángulo $\triangle ica'$, σ es un ángulo exterior $\Rightarrow \sigma = \beta + \theta \Rightarrow \beta = \sigma - \theta$ (b)

Si en la ley de Snell ($n_1 \sin \alpha = n_2 \sin \beta$) reemplazamos a los ángulos α y β por las expresiones (a) y (b) nos queda:

$$n_1 \sin(\mu + \sigma) = n_2 \sin(\sigma - \theta)$$

y reemplazando los senos de los ángulos por sus tangentes

$$n_1 \tan(\mu + \sigma) = n_2 \tan(\sigma - \theta)$$

desarrollando las tangentes tenemos

$$n_1 \frac{\tan \mu + \tan \sigma}{1 - \tan \mu \cdot \tan \sigma} = n_2 \frac{\tan \sigma - \tan \theta}{1 + \tan \sigma \cdot \tan \theta} \quad (c)$$

Como los ángulos que figuran en la igualdad (c) son muy pequeños, sus tangentes también lo son y el producto de dos cualesquiera de ellas es despreciable en comparación con la unidad. En consecuencia, los divisores de la igualdad (c) valen, prácticamente, 1. De esta forma la expresión nos queda:

$$n_1 (\tan \mu + \tan \sigma) = n_2 (\tan \sigma - \tan \theta) \quad (d)$$

Recordando las aproximaciones hechas al comienzo, podemos escribir:

$$\tan \mu = \frac{\bar{ti}}{av} = \frac{\bar{vi}}{av} = \frac{\bar{vi}}{x} \quad (e)$$

$$\tan \sigma = \frac{\bar{ti}}{tc} = \frac{\bar{vi}}{vc} = \frac{\bar{vi}}{-R} \quad (f)$$

$$\tan \theta = \frac{\bar{ti}}{ta'} = \frac{\bar{vi}}{va'} = \frac{\bar{vi}}{-x'} \quad (g)$$

Los signos negativos en las expresiones (f) y (g) se deben a que, para el sistema de referencia empleado, son negativas las coordenadas R y x' , en tanto que las tangentes de los ángulos considerados son positivas, por pertenecer al primer cuadrante.

Si reemplazamos las expresiones (e), (f) y (g) en la (d) obtenemos:

$$n_1 \left(\frac{\bar{v}i}{x} + \frac{\bar{v}i}{-R} \right) = n_2 \left(\frac{\bar{v}i}{-R} - \frac{\bar{v}i}{-x} \right)$$

$$n_1 \bar{v}i \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{R} \right) = n_2 \bar{v}i \left(-\frac{1}{R} + \frac{1}{x'} \right)$$

cancelando $\bar{v}i$ y distribuyendo los índices de refracción nos queda:

$$\frac{n_1}{x} - \frac{n_1}{R} = -\frac{n_2}{R} + \frac{n_2}{x'}$$

$$\frac{n_1}{x} - \frac{n_2}{x'} = \frac{n_1}{R} - \frac{n_2}{R}$$

$$\boxed{\frac{n_1}{x} - \frac{n_2}{x'} = \frac{n_1 - n_2}{R}} \quad (h)$$

Se denomina **Foco principal objeto (F)** al punto del eje principal en el que se debería colocar un objeto puntual para que su imagen se forme en el infinito.

La coordenada de posición de F se llama abscisa focal objeto y se simboliza con “f”.

Llevando al lenguaje matemático la definición de foco principal objeto tendremos:

$$\text{Si } x \rightarrow f \Rightarrow x' \rightarrow \infty \Rightarrow \frac{n_2}{x'} \rightarrow 0 \Rightarrow \frac{n_1}{f} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

Y de aquí podemos obtener:

$$\boxed{f = \frac{n_1 \cdot R}{n_1 - n_2}} \quad (l)$$

Es importante notar que el signo de “f” no sólo depende del signo de “R” sino que, además, está determinado por la relación entre n_1 y n_2 .

Se denomina **Foco principal imagen (F')** al punto del eje principal en el que se forman las imágenes de los objetos infinitamente alejados y colocados en dicho eje.

La coordenada de posición de F' se llama abscisa focal imagen y se simboliza con “f' “. Para hallar la expresión matemática de f' tenemos en cuenta que:

$$\text{Si } x \rightarrow \infty \Rightarrow x' = f' \wedge \frac{n_1}{x} \rightarrow 0 \Rightarrow -\frac{n_2}{f'} = \frac{n_1 - n_2}{R}$$

y despejando

$$\boxed{f' = -\frac{n_2 \cdot R}{n_1 - n_2}} \quad (II)$$

Para hallar una relación entre “f” y “f’” podemos dividir miembro a miembro las ecuaciones (I) y (II). Luego de simplificar obtenemos:

$$\boxed{\frac{f}{f'} = -\frac{n_1}{n_2}}$$

Otra relación se puede obtener haciendo el promedio entre “f” y “f’”:

$$\frac{f + f'}{2} = \frac{\frac{n_1 \cdot R}{n_1 - n_2} + \left(-\frac{n_2 \cdot R}{n_1 - n_2}\right)}{2} = \frac{\frac{n_1 \cdot R - n_2 \cdot R}{n_1 - n_2}}{2} = \frac{R(n_1 - n_2)}{2(n_1 - n_2)} = \frac{R}{2}$$

de esta expresión podemos concluir que los puntos F y F’ equidistan del punto medio del radio y que

$$\boxed{f + f' = R}$$

Finalmente, dividiendo a ambos miembros de la ecuación (h) por

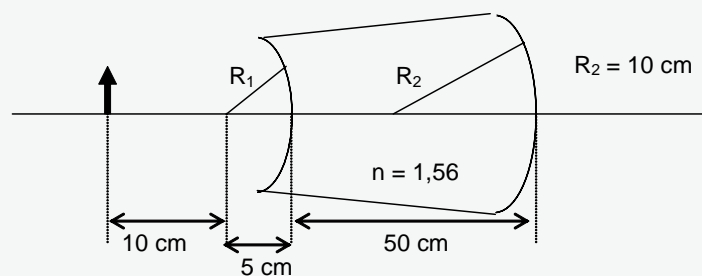
$$\boxed{\frac{f}{x} + \frac{f'}{x'} = 1}$$

$$\frac{n_1 - n_2}{R} \text{ obtenemos:}$$

Si desea poner en práctica los conocimientos adquiridos hasta aquí, resuelva los siguientes problemas:

Problemas de dioptras esféricas

- 1) Frente a un bloque macizo de vidrio ($n = 1,5$), limitado por una superficie esférica convexa de radio $R = 20$ cm, se coloca un objeto a una distancia de 35 cm. Determinar las distancias focales de la dioptra y la posición de la imagen suponiendo que el primer medio es el vacío. ($f = 40$ cm; $f' = -60$ cm; $x' = 420$ cm)
- 2) En el interior de una esfera maciza de vidrio ($n = 1,5$), de 21 cm de radio, se encuentra un pequeño cuerpo extraño, en el punto medio de uno de sus radios. Determinar en qué posición ve la imagen del mismo un observador situado en la prolongación del radio. (42 cm u 8,4 cm)



- 3) Dada una dioptra cóncava de 80 cm de radio de curvatura, hallar la posición de la imagen de un objeto ubicado a 150 cm de su vértice. Hallar la posición de sus focos y verificar si equidistan del punto medio del radio. ($x' = 124,8$ cm; $f = -266,67$ cm; $f' = 346,67$ cm)
- 4) Un haz estrecho de rayos paralelos incide normalmente sobre una esfera maciza de vidrio de radio $R = 5$ cm e índice de refracción $n = 1,5$. ¿A qué distancia del centro de la esfera convergen los rayos? (7,5 cm)
- 5) Una barra de material plástico transparente es iluminada por medio de una rendija en forma de flecha. Calcular la posición de la imagen dada por cada dioptra especificando las características de cada una de ellas. (8,73 cm a la izquierda de la barra, 34 cm antes del extremo derecho, ambas virtuales)