solution for 简单三角问题

题目大意

给定n条边，从中选出$3k$条边，组成k个三角形，使周长之和最大。

算法1 暴力枚举

分别暴力枚举$3k$条边，然后进行判断。一个明显的剪枝就是如果其中一个三角形两边和小于等于第三边就直接回溯。

时间复杂度：$O(n^{3k})$，期望得分：15~25

算法2 k=1

显然，只要把边从小到大进行排序后，如果连续的三条边无法构成三角形，那么最长的那条边与更短的边更加不能构成三角形了。因此，周长最大的三角形的三条边一定是连续的。

从大到小枚举到第一个合法三角形就是正解。

时间复杂度：$O(nlogn)$，期望得分：20

算法3 k=2

首先把边从小到大进行排序。虽然最优解不一定是连续的6条边，但是如果将其中一个三角形的3条边删掉，那么第2个三角形在剩下的$n-3$条边中一定是连续的。

因此最优解要么是连续的6条边，要么是两组连续的3条边。对于连续的6条边我们枚举所有组合的情况即可，对于连续的3条边我们可以从大到小进行贪心。

时间复杂度：$O(nlogn + 6!n)$。期望得分：50

算法4 k=3

k=3的情况和k=2的情况类似，只是更加复杂一些。最优解共4种情况：

情况1 连续9条边

情况2 连续6条长边和连续3条短边

情况3 连续3条长边和连续6条短边

情况4 3组连续的3条边

连续的9条边可以递归枚举组合，一共1680种情况，连续的6条边或3条边同算法2和算法3

时间复杂度：$O(nlogn + (3k)!n)$。期望得分：100

算法5 更优的做法

事实上，由于边长为整数，记最大值为$MAXL$,那么连续的$\log MAXL$条边中一定存在合法的三角形。

因此最优解一定在最长的$k \log MAXL$条边中。这里的$MAXL = 10^{18}$，底数为$\frac{\sqrt{5}+1}{2}$。

只要取最长的$100k$条边，然后执行算法2~4。取最长的m条边存在$O(n)$做法，而后者复杂度为$100k$乘$(3k)!$。

时间复杂度：$O(n+100k\times(3k)!)$。期望得分：100