



# Séance 5.1 - Modèles Factoriels

Modèle à 1 facteurs

Modèle à multiple facteurs

Analyse en Composantes Principales - ACP

**Qu'est ce qu'un modèle factoriel**  
?

# Modèle Factoriel : Modèle à 1 facteur

## Indice de marché

- $r_i = \alpha_i + \beta_i r_M + \epsilon_i$ ,  
où  $r_i$  est le rendement d'un actif  $i$ ,  $r_M$  est le rendement de marché, ...

## Hypothèses

- Les variables aléatoires ont une moyenne et une variance finies
- La covariance entre le rendement de marché et l'epsilon (l'erreur du modèle) est nulle  $\text{cov}(r_M, \epsilon_i) = 0$
- La covariance entre les erreurs du rendement de deux actifs est nulle  $\text{cov}(\epsilon_i, \epsilon_j) = 0 \forall i \neq j$

# Modèle Factoriel : Modèle à 1 facteur

## Conséquences

- $\sigma_i^2 = \underbrace{\beta_i^2 r_M^2}_{\text{risque systématique}} + \underbrace{\sigma_{\epsilon_i}^2}_{\text{risque spécifique}}$
- $\text{cov}(r_i, r_j) = \beta_i \beta_j \sigma_M^2$

## Couverture avec de futures

Le ratio de couverture est défini tel que :

$$\text{Ratio couverture(S,F)} = \beta_F = \rho_{S,F} \times \frac{\sigma_S}{\sigma_F}$$

où S est le sous jacent et F le futures.

# Modèle Factoriel : Modèle à multiple facteurs

## Définition

- $r_i = \alpha_i + \beta_{i1}f_1 + \cdots + \beta_{iK}f_K + \epsilon_i$ , où  $f_k$  est le rendement du facteur  $k$  (*factor return*),  $\beta_{ik}$  est la sensibilité de l'actif au facteur  $k$  (*factor loading*)
- Version matricielle :  $R = \alpha + B \cdot f + \epsilon$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \alpha_1 \\ \vdots \\ \alpha_N \end{bmatrix}, f = \begin{bmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_N \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} \beta_{1,1} & \cdots & \beta_{1,K} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \beta_{N,1} & \cdots & \beta_{N,K} \end{bmatrix},$$

$$\Sigma_f = \begin{bmatrix} \text{var}(f_1) & \cdots & \text{cov}(f_1, f_K) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{cov}(f_K, f_1) & \cdots & \text{var}(f_K) \end{bmatrix}, \Sigma_\epsilon = \begin{bmatrix} \sigma_{\epsilon_1}^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sigma_{\epsilon_N}^2 \end{bmatrix}$$

# Modèle Factoriel : Modèle à multiple facteurs

## Conséquences

- $\mathbb{E}r_p = \alpha^T \cdot W + B \cdot \mathbb{E}(f)$
- $\sigma_p^2 = W^T (B\Sigma_f B^T + \Sigma_\epsilon) W$
- Estimation vol :

$$N_{\text{variables}} = \underbrace{K \times N}_{\text{loadings}} + \underbrace{\frac{K(K-1)}{2}}_{\text{fact. cov.}} + \underbrace{K}_{\text{fact. vol.}} + \underbrace{N}_{\text{res. vol}}$$

# Modèle Factoriel : Modèle à multiple facteurs

## Conséquences

- Estimation vol :

$$N_{\text{variables}} = \underbrace{K \times N}_{\text{loadings}} + \underbrace{\frac{K(K - 1)}{2}}_{\text{fact. cov.}} + \underbrace{K}_{\text{fact. vol.}} + \underbrace{N}_{\text{res. vol}}$$

<b>Modèle MVC</b>	
Nombre d'actifs	1 000
Cov(actifs)	499 500
<b>Nb d'estimation</b>	<b>499 500</b>

<b>Modèle factoriel</b>	
Nombre d'actifs	1 000
Nombre de facteurs	3
Sensibilités	3 000
Cov(facteurs)	3
Var(facteurs)	3
Var(epsilon)	1 000
<b>Nb d'estimation</b>	<b>4 006</b>

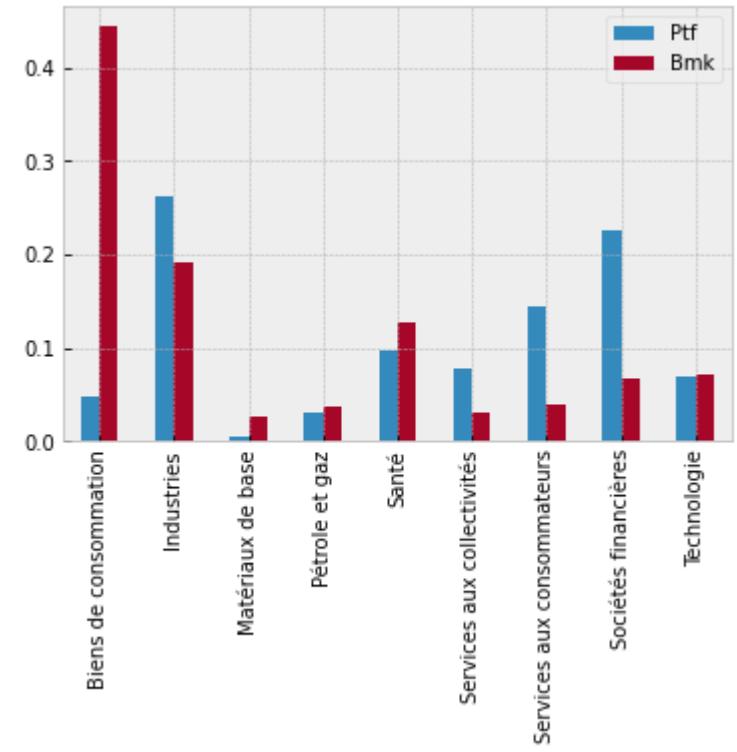
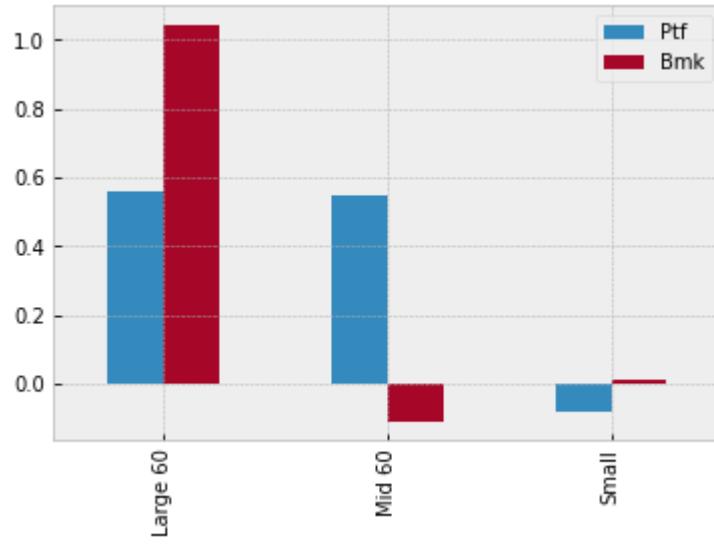
# Modèle Factoriel : Modèle à multiple facteurs

## Types de facteur

- **Facteurs externes** : indices de marché (par région, par pays, par style, par capitalisation), indicateurs macroéconomique (PIB, CPI)
- **Facteurs fondamentaux** : PER, dividende
- **Facteurs statistiques extraits**

# Modèle Factoriel : Modèle à multiple facteurs

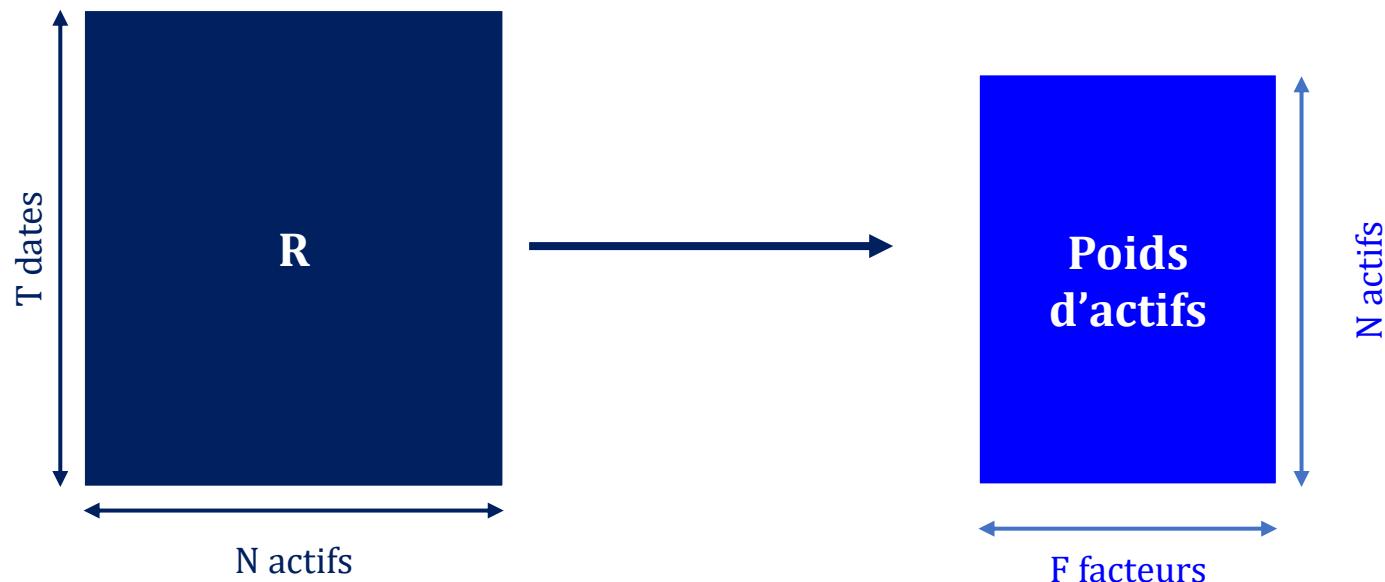
## Exemples



# Modèle Factoriel : Modèle à multiple facteurs

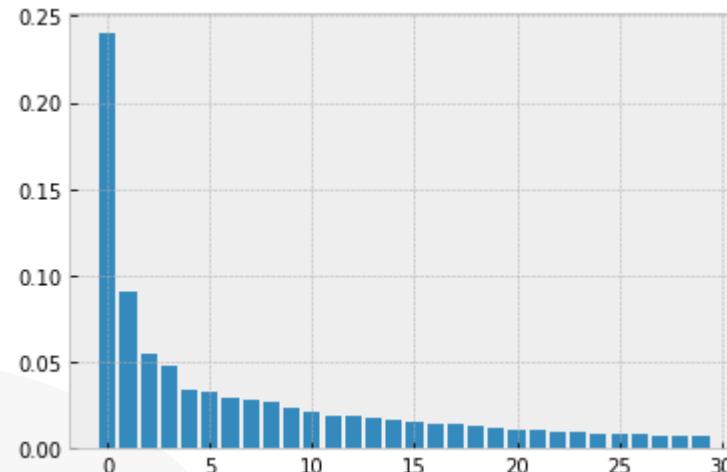
## Analyse en Composantes Principales - ACP

- Transformation de variables corrélées en nouvelles variables décorrélées (composantes principales).
- Réduction du nombre de variable tout en maximisant l'explication (on va chercher à perdre le moins d'information possible)



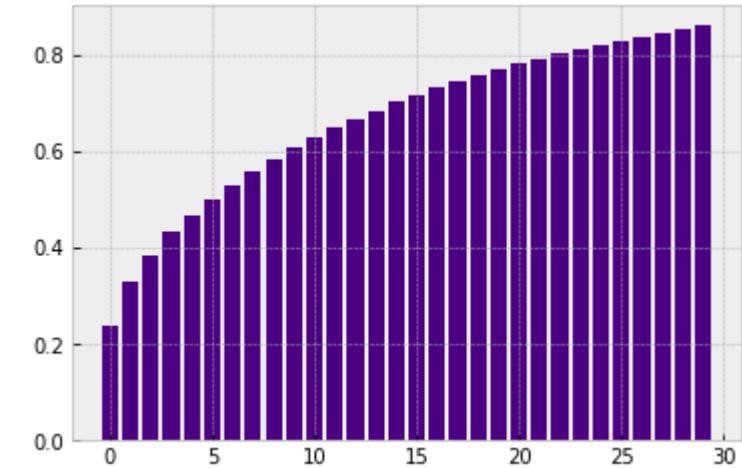
# Modèle Factoriel : Modèle à multiple facteurs

## Analyse en Composantes Principales - ACP



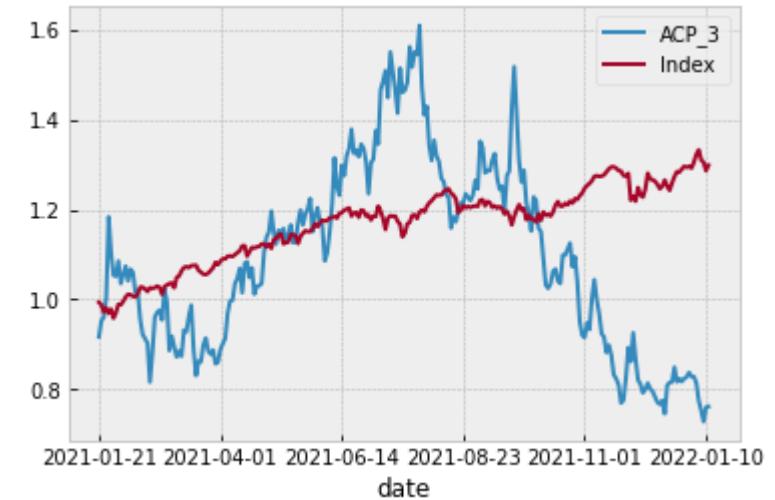
<- % d'explication de la variance par facteur

% cumulé d'explication de la variance par facteur ->



# Modèle Factoriel : Modèle à multiple facteurs

## Analyse en Composantes Principales - ACP



## Exercice 13 : Modèles factoriels

- Récupérez des données du CAC40 par secteur à partir de Bloomberg.
- Effectuez une régression linéaire de tous vos actions par rapport aux secteurs du CAC40 =>  $\beta_{f_i}$
- Quels sont les actifs les plus sensibles à la technologie ? à la finance ?



## Séance 5.2 - Stress Tests

Définition

Exemples

# Stress Test – Tests de résistances

## Définition

- Simulation de l'impact sur le portefeuille d'une condition très particulières (période de crise, d'emballement, etc.)

## Stress Historique

- On va récupérer des données associées à une période spécifique et calculer plusieurs indicateurs (P&L, stress vol, stress VaR, stress corrélation)

## Stress Prédicatif

- Pour répondre à des cas non déjà survenu, on peut établir des stress sur la base de choc économique (ex: scenario présidentiel, sortie d'un pays de la zone européenne, guerre, etc.) ou via des quantiles prudentiels sur les métriques de risque

# Stress Test – Tests de résistances

## Exemples

- **Crise Russe – 2008**
  - Guerre avec la Géorgie et la baisse rapide des prix du pétrole ont fait craindre une récession économique dans la région (2008-08-07/2008-11-20)
- **Faillite de Lehman – 2008**
  - Crise sur le mois suivant après la faillite (2008-09-14/2008-10-14)
- **Crise grecque – 2015**
  - La Grèce reste dans la zone Euro et accepte les réformes économiques imposées depuis longtemps par ses créanciers (2015-06-22/2015-07-08)
- **Tremblement de terre – Japon – 2011**
  - Le 11 mars 2011 a eu lieu un séisme important au Japon qui a déclenché un tsunami (2011-03-09/2011-03-15)
- **Eclatement de la bulle Chinoise – 2015**
  - 2015-06-12/2015-08-30

## Exercice 14 : Stress Scenarios

- Sur ces secteurs, calculez l'impact sur leurs prix des deux périodes suivantes :
  - Covid19 – du 20/02/2020 au 20/03/2020
  - Reprise Covid19 – du 20/03/2020 au 30/06/2020
- Quels seraient les impacts sur les portefeuilles si ces deux périodes survenaient demain ?



# Maximum Drawdown

Définition

**Qu'est ce que le Maximum  
DrawDown ?**

# Maximum Drawdown

## Définition

- **Perte maximale d'un investisseur ayant acheté au plus haut et vendu au plus bas.**
- Le plus bas doit être postérieur au plus haut

# Maximum Drawdown

## Drawdown

- Le **DrawDown** représente la différence entre le plus haut dans le passé et le cours actuel
- Le **délai du maximum DrawDown** = la durée du maximum DrawDown
- Le **délai de récupération** = durée pendant lequel un investisseur a regagné ses pertes.