Ghețoiu Gheorghe-Laurențiu, Grupa 143

Exercițiul 1

1. O mașină Turing cu două benzi și un singur capăt este un 7-tuplu de forma: $(Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{accept}, q_{reject})$, unde Q, Σ, Γ sunt mulțimi finite. Fie "␣" simbolul nul.

1. Q este mulțimea stărilor
2. Σ este alfabetul de intrare, "␣" $\notin \Sigma$
3. Γ este alfabetul benzii, unde "␣" $\in \Gamma$ și $\Sigma \subseteq \Gamma$
4. $\delta: Q \times \Gamma \to Q \times \Gamma^2 \times \{L, R\}^2$ este funcția de tranziție
5. $q_0 \in Q$ este starea de start
6. $q_{acceptat} \in Q$ este starea acceptată
7. $q_{respins} \in Q$ este starea respinsă

$q_{acceptat} \neq q_{respins}$

2. O mașină Turing de forma $M = (Q, \Sigma, \Gamma, \delta, q_0, q_{accept}, q_{reject})$ operează astfel:

M primește ca input un cuvânt w, unde $w = w_1 w_2 \dots w_n$, iar $w_1, w_2, \dots, w_n \in \Sigma^*$. Cuvântul este poziționat pe cele mai din stânga n spații libere ale benzii, restul benzii fiind ocupată de simbolul nul (␣).

Având un singur capăt funcția de tranziție are același rezultat pentru argumente egale de pe ambele benzi.

M procesează inputurile conform regulilor descrise de funcția de tranziție. Astfel, din starea de start (q_0) citește primul simbol de pe prima bandă. Conform regulei din funcția de tranziție este decis ce se întâmplă cu simbolul. Acesta poate să rămână neschimbat (este șters de pe bandă și scris înapoi) sau poate să fie șters și înlocuit cu un alt simbol din alfabetul benzii (Γ).

Capătul se mișcă în stânga (L) sau în dreapta (R), tot conform funcției de tranziție. După această deplasare capătul se mută pe cealaltă bandă și parcurge același procedeu ca și pentru prima bandă. Ulterior se întoarce pe prima bandă (după ce realizează deplasarea stânga/dreapta).

Pentru a putea reține ultimul simbol citit pe fiecare dintre benzi, mașina marchează simbolul pe care se află după deplasare. Când revine de pe o bandă pe cealaltă caută simbolul marcat, șterge marcajul și continuă cu funcția de tranziție.

Dacă capătul se află pe cea mai din stânga poziție a benzii și primește o tranziție către stânga acesta rămâne pe loc.

M continuă până când una din stările $q_{acceptat}$ sau $q_{respins}$ este întâlnită. Dacă niciuna nu apare atunci mașina continuă la infinit.

Tranzițiile pentru exemplul alăturat

$(q_0, w_1) \to (q_1, 1, 1, R, R)$

$(q_1, w_2) \to (q_2, \sqcup, \sqcup, R, R)$

$\vdots$

$\downarrow q_0$

T_1: $| w_1 | w_2 | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots$

T_2: $| w_1 | w_2 | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots$

T_1: $| \cancel{w_1}\ 1 | \overset{\downarrow}{\dot{w_2}} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots$

T_2: $| w_1 | w_2 | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots$

T_1: $| \cancel{w_1}\ 1 | \dot{w_2} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots$

T_2: $| \overset{\downarrow}{w_1} | w_2 | w_3 | \dots | w_n | \sqcup |$

T_1: $| 1 | \dot{w_2} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots$

T_2: $| 1 | \overset{\downarrow}{\dot{w_2}} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots$

T_1: $| \overset{\downarrow}{1} | \dot{w_2} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots \to | 1 | \overset{\downarrow}{\cancel{\dot{w_2}}} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots \to | 1 | \overset{q_1\ \downarrow \sqcup}{\cancel{w_2}} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup$

T_2: $| 1 | \dot{w_2} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots \to | 1 | \dot{w_2} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots \to | 1 | \dot{w_2} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup |$

(a doua bandă rămâne neschimbată cât timp se fac operații pe prima și vice-versa)

T_1: $| 1 | \sqcup | \overset{\downarrow q_2}{\dot{w_3}} | \dots | w_n | \sqcup | \dots \to | 1 | \sqcup | \dot{w_3} | \dots | w_n | \sqcup | \dots \to | 1 | \sqcup | \dot{w_3} | \dots | w_n | \sqcup | \dots$

T_2: $| 1 | \dot{w_2} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots \to | \underset{\uparrow}{\sqcup} | \dot{w_2} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots \to | 1 | \underset{\nearrow}{\cancel{\dot{w_2}}} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup |$

T_1: $| 1 | \sqcup | \dot{w_3} | \dots | w_n | \sqcup | \dots \to \dots$

T_2: $| 1 | \overset{\swarrow q_2}{w_2} | w_3 | \dots | w_n | \sqcup | \dots \to \dots$

O configurație C_1 determină o configurație C_2 dacă C_1 produce C_2 printr-un singur pas în funcția de tranziție.

Fie $w_1, w_2, w_3 \in \Gamma$ și $u, v \in \Gamma^*$ și stările q_i, q_j. Atunci avem următoarele configurații:

$u w_1 q_i w_2 v$ și $u q_j w_1 w_3 v$

Spunem că $u w_1 q_i w_2 v$ produce $u q_j w_1 w_3$ dacă există tranziția:

$$\delta(q_i, w_2) = (q_j, w_3, w_3, L, L)$$

O mașină Turing acceptă un cuvânt w dacă există o secvență de configurații $C_1, C_2, \ldots, C_K$, unde:

C_1 este configurația de început (start)

C_i produce C_{i+1}, $i = \overline{1, K}$

C_K este o configurație care acceptă