

Die keplerschen Gesetze

Von der Theorie zur Simulation

Mini-Maturaarbeit
Laurin Seeholzer
KSREU, 2021

Inhaltsverzeichnis

Einleitung	2
Die keplerschen Gesetze	3
Das erste keplersche Gesetz	3
Das zweite keplersche Gesetz	3
Das dritte keplersche Gesetz	4
Die galileischen Monde und das dritte keplersche Gesetz	5
Simulation eines Sonnensystems.....	6
Weshalb eine Simulation?	6
Wie wird eine Computersimulation erstellt?	6
Zusammenfassend	7
Literaturverzeichnis	8

Einleitung

Diese Arbeit behandelt die Frage, was die keplerschen Gesetze sind und wie man sie mit Hilfe moderner Computertechnologien in einem Modell darstellen kann, um sie zu visualisieren und verstehen. Wie der Name es bereits vermuten lässt, wurden die Gesetzmässigkeiten von Kepler entdeckt. Im 17. Jahrhundert befasste sich der deutsche Astronom, Physiker, Mathematiker und Naturphilosoph Johannes Kepler mit den Umlaufbahnen der Planeten um die Sonne (Wikipedia[1], 2021), wobei er spannende Parallelen und Beziehungen zwischen den Umlaufzeiten, Geschwindigkeiten und Bahnen der Planeten entdeckte. Er hatte dazu die genauen Beobachtungen der Sternpositionen von Tycho Brahe zur Basis (Wikipedia[2], 2021) laut Wikipedia beschrieb Kepler «drei fundamentale Gesetzmässigkeiten des Umlaufs von Planeten um die Sonne.» (Wikipedia[2], 2021). Die Keplerschen Gesetze gelten für alle Bewegungen von Himmelskörper um einen Zentralkörper. Für sie gilt auch das kosmologische Prinzip. Wie sich später herausstellte, ergeben sich alle drei von Kepler entdeckten Gesetze aus Newtons Gravitationsgesetz, insofern die Masse des Sternes deutlich grösser als die des Planeten ist (Wikipedia[2], 2021).

Die keplerschen Gesetze

Das erste keplersche Gesetz

Das erste keplersche Gesetz besagt, dass sich Planeten in einer ellipsenförmigen Umlaufbahn um ihren Stern bewegen, wobei der Stern in einem der Brennpunkte B der Ellipse liegt.

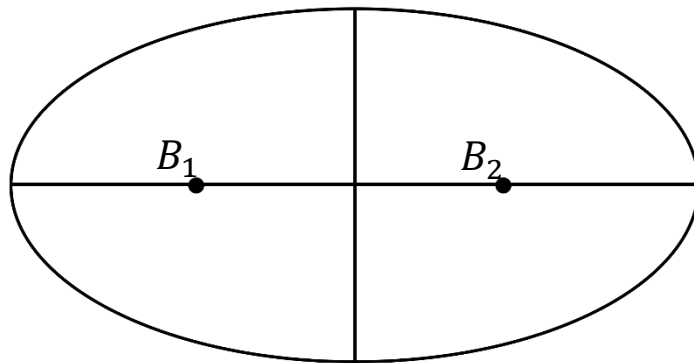


Abbildung 1

Die Planeten bewegen sich also nicht in kreisförmigen Bewegungen um die Sonne. Wie elliptisch die Umlaufbahn eines Planeten ist, wird durch ihre Exzentrizität beschrieben. Die Exzentrizität der Erdbahn ist:

$$\varepsilon = 0,0167$$

(leifiphysik[1], 2021), was bedeutet, dass die Sonne um 1.6% der grossen Halbachse seitlich des Mittelpunkts liegt (leifiphysik[1], 2021), wobei die Hälfte des grössten Durchmessers der Ellipse als «grosse Halbachse» bezeichnet wird. Ebenso wird die Hälfte des kleinsten Durchmessers der Ellipse als «kleine Halbachse» bezeichnet (Wikipedia[3], 2021). Dem zufolge ist die kleine Halbachse nur etwa um 0.01% kleiner als die grosse Halbachse, was bedeutet, dass die Erdbahn «nahezu ein perfekter Kreis» sei, wird auf Leifiphysik.de beschrieben (leifiphysik[1], 2021).

Das zweite keplersche Gesetz

Laut dem zweiten keplerschen Gesetz, überstreicht ein von der Sonne zum Planeten gezogener Fahrstrahl in gleichen Zeiten gleich große Flächen. (leifiphysik[2], 2021) Daraus lässt sich ableiten, dass sich die Geschwindigkeit eines Planeten mit der Position verändern muss. Die

untere Abbildung lässt folgende Aussage zu: Die Fläche A ist relativ zum Bahnabschnitt grösser, wenn sich der Planet weiter von der Sonne entfernt befindet.

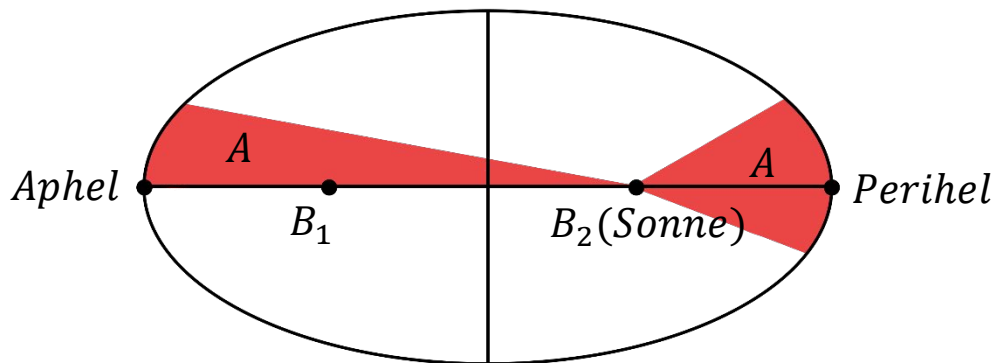


Abbildung 2

Aufgrund dieser Aussagen kann man schliessen, dass sich Planeten schneller bewegen, wenn sie der Sonne näher sind, beziehungsweise langsamer, wenn sie weiter von der Sonne entfernt sind. Planeten bewegen sich also am Perihel, dem Zentralgestirn nächsten Punkt auf der Umlaufbahn, am schnellsten und beim Aphel, dem Zentralgestirn am weitesten entfernten Punkt auf der Umlaufbahn, am langsamsten (leifiphysik[2], 2021).

Das dritte keplersche Gesetz

Die dritte und letzte von Johannes Kepler entdeckte Gesetzmässigkeit besagt, dass das die Division zweier Quadrate der Umlaufbahnen von Planeten um das gleiche Zentralgestirn der Division der beiden Kuben der grossen Halbachsen der Planeten entsprechen (leifiphysik[3], 2021).

$$\frac{T_1^2}{T_2^2} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Daraus lässt sich ableiten, dass das Quadrat der Umlaufzeit T dividiert durch den Kube der grossen Halbachse a konstant ist, sofern die betroffenen Planeten das gleiche Zentralgestirn umkreisen.

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3}$$

Die Konstante, welche für jedes System anders ist, wird auch als Kepler-Konstante bezeichnet (leifiphysik[3], 2021).

Die galileischen Monde und das dritte keplersche Gesetz

Die vier grössten Jupitermonde Io, Europa, Ganymed und Kallisto, auch bekannt als die galileischen Monde (Physik für alle!, 2021), beweisen, dass das dritte keplersche Gesetz stimmt. Bewiesen werden, kann dies bereits mit einem einfachen Teleskop, wie es auch Galilei bereits nutzte. Durch Observation der Jupitermonde und unter der Annahme, dass sich die Monde in kreisförmigen Bahnen um ihren Planeten bewegen, war es Galilei möglich die Umlaufbahnen T , sowie die ungefähren Grössen der grossen Halbachsen a , zu dokumentieren. Mit diesen Grössen kann man nun die Keplerkonstanten für jeden der Monde berechnen.

$$\frac{T^2}{a^3}$$

Wobei auffallen würde, dass die Ergebnisse tatsächlich konstant sind.

Simulation eines Sonnensystems

Weshalb eine Simulation?

Um sich die bereits beschriebene Theorie vorstellen zu können, wird nun eine Computersimulation genutzt. Im Internet sind auf diversen verschiedenen Webseiten bereits sehr intelligente und komplexe Computersimulationen vorhanden, welche man zur Visualisierung und Vorstellung der keplerschen Gesetzmässigkeiten nutzen könnte. Jedoch bietet dies ebenfalls eine Möglichkeit, sich kreativ auszuleben, neues zu lernen und praktisch zu arbeiten. Auf Grund dessen, wird zu dieser Arbeit eine eigene Computersimulation programmiert und dem Publikum zugänglich gemacht.

Wie wird eine Computersimulation erstellt?

Zu Beginn jedes Projektes wird man sich für eine oder mehrere Plattformen, Programmiersprachen und sogenannten Frameworks entscheiden müssen. Zur Simulation eines Sonnensystems wurde in dieser Arbeit die Programmiersprache JavaScript verwendet. JavaScript ist eine Programmiersprache, welche auf Webseiten verwendet wird. Jeder Webbrowser kann sie lesen und in ihr verfasste Befehle ausführen. So wird zur Nutzung der Simulation lediglich ein Webbrowser benötigt und potenzielle Interessenten brauchen keine weiteren Programme zu installieren.

Mit Hilfe bereits geschriebenem Code, sogenannten «libraries», kann man sich eine Menge Arbeit ersparen kann. Zur Programmierung der Simulation wurde die bereits Millionen Fach, unter anderem von Megakonzernen wie Google, verwendete library «p5.js» verwendet, welche es erlaubt mit nur wenigen Zeilen Code Formen darzustellen und ihre Positionen zu verändern. So konnte die Zeilen Zahl der Simulation inklusive Webseite von rund 110'000 auf 1000 Zeilen gesenkt werden.



Die Simulation ist unter folgendem Web-Link erhältlich:

<https://keplersche-gesetze.github.io/>

Zusammenfassend

Die drei von Johannes Kepler entdeckten Gesetzmässigkeiten, welche auch keplersche Gesetze genannt werden, beschreiben die Bewegung von Himmelskörper um ihr Zentralgestirn. Sie besagen, dass sich Planeten in elliptischen Bahnen um ihr Zentralgestirn, welches in einem der Brennpunkte liegt, bewegen, wobei sie sich schneller bewegen, umso näher sie sich an ihrem Zentralgestirn befinden. Auch besagen die Gesetze, dass die Quadrate der Umlaufzeiten von Planeten dividiert durch die Kuben ihrer grossen Halbachsen konstant sind, sofern sie sich um das Gleiche Zentralgestirn bewegen.

Literaturverzeichnis

- leifiphysik[1]. (2021). *leifiphysik*. Abgerufen am 27. September 2021 von leifiphysik:
<https://www.leifiphysik.de/mechanik/weltbilder-keplersche-gesetze/grundwissen/erstes-keplersches-gesetz>
- leifiphysik[2]. (2021). *leifiphysik*. Abgerufen am 27. September 2021 von leifiphysik:
<https://www.leifiphysik.de/mechanik/weltbilder-keplersche-gesetze/grundwissen/zweites-keplersches-gesetz>
- leifiphysik[3]. (2021). *leifiphysik*. Abgerufen am 27. September 2021 von leifiphysik:
<https://www.leifiphysik.de/mechanik/weltbilder-keplersche-gesetze/grundwissen/drittes-keplersches-gesetz>
- Physik für alle! (2021). *physik.cosmos-indirekt.de*. Abgerufen am 28. September 2021 von
physik.cosmos-indirekt.de: physik.cosmos-indirekt.de
- Wikipedia[1]. (26. September 2021). *Wikipedia*. Abgerufen am 27. September 2021 von Wikipedia:
https://de.wikipedia.org/wiki/Johannes_Kepler
- Wikipedia[2]. (28. Juni 2021). *Wikipedia*. Abgerufen am 27. September 2021 von Wikipedia:
https://de.wikipedia.org/wiki/Keplersche_Gesetze
- Wikipedia[3]. (1. Juni 2021). *Wikipedia*. Abgerufen am 27. September 2021 von Wikipedia:
https://de.wikipedia.org/wiki/Halbachsen_der_Ellipse

Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1. «Ellipse mit zwei Brennpunkten», selbst gemacht

Abbildung 2. «Ellipse mit zwei Brennpunkten, Flächen, Aphel und Perihel», selbst gemacht