

```
«««< HEAD      =====>»»»>
f6e42b60af5fc998f4c7ae6f01dfb91b90f56bb3
```

A WKB-Type Approximation to the Schrödinger Equation

René Czepluch ^{*},

Rasmus Klitgaard [†],
Department of physics

Laurits N. Stokholm [‡]

26. november 2017

1 Indledning

2 Solution to the stationary Schrödinger Equation

Antages, at der betragtes en partikel i en dimension, x , er Schrödinger ligningen

$$\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + V(x)\psi = E\psi \quad (1)$$

isoleres $\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$ i ligning (1), opnås

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = 2m\psi(E - V(x)) \frac{1}{\hbar^2} \quad (2)$$

defineres $p(x)$ klassisk

$$p(x) \equiv \sqrt{2m(E - V(x))} \quad (3)$$

Kan ligning (2) omskrives til

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = -\frac{p^2}{\hbar^2} \psi. \quad (4)$$

Anvendes ansatzen

$$\psi(x) = A(x)e^{i\phi(x)} \quad (5)$$

hvor $\psi(x) \in \mathbb{C}$. Antages

$$E > V(x) \forall x \quad (6)$$

Er $A(x)$ en reel amplitude og $\phi(x)$ er en reel fase. Dette kan altid gøres, der man ved hjælp af ledet $e^{i\phi(x)}$. Dette led danner en vektor $\in \mathbb{C}$ med normen

^{*}rene.czepluch@post.au.dk

[†]rasmusklitgaard97@gmail.com

[‡]laurits.stokholm@post.au.dk

1, herefter kan $A(x)$ skalere vektoren, til at ramme alle punkter. Anvendes venstre side af ligning (4) på ligning (5) fås (hvor mærke ' angiver differentiation med hensyn til x)

$$\frac{\partial \psi}{\partial x} = e^{i\phi(x)}(A' + iA\phi') \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} = \quad (8)$$

3 kvantisering

Vi antager nu at vi har det klassiske vendepunkt, hvor $E > V(x)$ for alle x . Vi siger nu at vores bølgefunktion kun må eksistere på x -intervallet $[a, b]$, hvilket medfører at vores sandsynlighedstæthed skal være 0 udenfor dette interval, altså $|\psi|^2 = 0$. Dette medfører at $\psi = 0$ Ser vi på bølgefunktionen, Ψ , ser vi at vi kan skrive den som to dele:

$$\psi(x) \cong \frac{1}{\sqrt{p(x)}} [C_1 e^{i\phi(x)} + C_2 e^{-i\phi(x)}] \quad (9)$$

Her ses det at vi kan skrive dette om, ved at definere to nye konstanter, $C_3 \equiv i(C_1 - C_2)$ og $C_4 \equiv C_1 + C_2$.

$$\psi(x) = \frac{1}{\sqrt{p(x)}} [C_3 \sin \phi(x) + C_4 \cos \phi(x)] \quad (10)$$

- 4 The hydrogen atom
- 5 Tunnelering
- 6 Ionisation af et Rydberg-atom
- 7 konklusion