Aplicando la eq.**??** se obtiene

$$x[k] = \sum_{n=0}^{7} \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right) e^{-j\frac{\pi}{4}nk} \tag{1}$$

Para desarrollar la sumatoria de forma mas sencilla la sumatoria presentan los valores de $x[n]$ para $n \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$ en la Tabla.1

n	$x[n]$
0	0
1	$\sqrt{2}/2$
2	1
3	$\sqrt{2}/2$
4	0
5	$-\sqrt{2}/2$
6	-1
7	$-\sqrt{2}/2$

Tabla 1: Valores de $x[n]$ para un periodo.

Con lo que se obtiene

$$X[k] = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}k} + e^{-j\frac{\pi}{2}k} + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{3\pi}{4}k} - \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{5\pi}{4}k} - e^{-j\frac{3\pi}{2}k} - \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{7\pi}{4}k} \tag{2}$$

Si expresamos las exponenciales correspondientes para $n \in \{5, 6, 7\}$ como $m\pi/4 + \pi$ donde m es un entero entre 0 y 4, es posible expresar

$$X[k] = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}k} + e^{-j\frac{\pi}{2}k} + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{3\pi}{4}k} - \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}k}e^{-j\pi k} - e^{-j\frac{\pi}{2}k}e^{-j\pi k} - \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{3\pi}{4}k}e^{-j\pi k} \tag{3}$$

Como k es entero y $e^{-j\pi k}$ es siempre multiplo de π entonces $e^{-j\pi k} = (-1)^k$.

$$X[k] = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}k} + e^{-j\frac{\pi}{2}k} + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{3\pi}{4}k}(-1)^{1+k}\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}k} + (-1)^{1+k}e^{-j\frac{\pi}{2}k} + (-1)^{1+k}\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{3\pi}{4}k} \tag{4}$$

Agrupando los valores se obtiene

$$X[k] = [1 + (-1)^{1+k}](\frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{\pi}{4}k} + e^{-j\frac{\pi}{2}k} + \frac{\sqrt{2}}{2}e^{-j\frac{3\pi}{4}k}) \tag{5}$$

Sabiendo que $X[k]$ es periodica con periodo N, en este caso 8, se muentran en tab.2 los valores obtenidos para los diferentes valores de k en un periodo, por otro lado de la eq.5 se sabe que si k es par $X[k]$ es 0.

k	$X[k]$
0	0
1	$-4j$
2	0
3	0
4	0
5	0
6	0
7	$4j$

Tabla 2: $X[k]$ obtenidos para un periodo.