Evaluación DSP

Saez, Lautaro Andres

26 de abril de 2020

1. Marco Teorico

1.1. DFT

Se define la **DFT** de una secuencia $x[n]$ de N muestras como

$$X[k] = \sum_{n=0}^{N-1} x[n] e^{-j\frac{2\pi}{N}nk} \tag{1}$$

1.2. CTFS

La **CTFS** de una señal podemos calcularla como

$$a_k = \tag{2}$$

Ejercicio 2

Se utilizara la siguiente señal

$$x_c(t) = sin(200\pi t) \tag{3}$$

Calculo de la CTFS

Aplicando la identidad de Euler a la eq.3 se obtiene

$$x_c(t) = \frac{1}{2j}(e^{j200\pi t} - e^{-j200\pi t}) \tag{4}$$

Es posible apreciar que los coeficientes de la serie son:

$$c_1 = \frac{1}{2j} \;\wedge\; c_{-1} = -\frac{1}{2j} \tag{5}$$

Muestreo

Aplicando el teorema del muestreo, se debe elegir una frecuencia mayor a $2F_N$, siendo en este caso $F_N = 100Hz$, por ello se utilizara $F_s = 400Hz$. Con dicha frecuencia se obtiene

$$x[n] = x(n/F_s) \to x[n] = sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) \tag{6}$$

Cuyo periodo fundamental (N_0) es 4.
Aplicando la eq.1

$$X[k] = \sum_{n=0}^{3} sin\left(\frac{\pi}{2}n\right) e^{-j\frac{\pi}{2}nk} \tag{7}$$

Calculando los valores de $x[n]$ para $n \in 1, 2, 3, 4$

n	$sin(\pi n/2)$
0	0
1	1
2	0
3	-1

Tabla 1: Valores de la señal muestreada en 1 periodo.

Reemplazando en la ecuacion anterior, se obtiene

$$X[k] = e^{-j\frac{\pi}{2}k} - e^{-j\frac{3\pi}{2}k} \tag{8}$$

Es posible expresar a $e^{-j\frac{3\pi}{2}k}$ como $e^{-j\frac{\pi}{2}k}e^{-j\pi k}$, aplicando la identidad de Euler $e^{-j\pi k} = (-1)^k$.

$$X[k] = [1 + (-1)^{k+1}]e^{-j\frac{\pi}{2}k} \tag{9}$$

k	$X[k]$
0	0
1	$-2j$
2	0
3	$2j$

Tabla 2: Valores de $X[k]$.

1.3. CTFS a partir de la DFT

Al dividir los coeficientes $X[k]$ (Tab.2) por el el numero de muestras N, el resultado son los coeficientes c_k. Luego se puede establecer a priopi la relacion

$$c_k = \frac{X[k]}{N} \tag{10}$$

Para la ecuacion anterior se aplica el conocimiento que $X[k]$ es periodica, y por lo tanto $X[-1] = X[3]$.