Trabajo Final

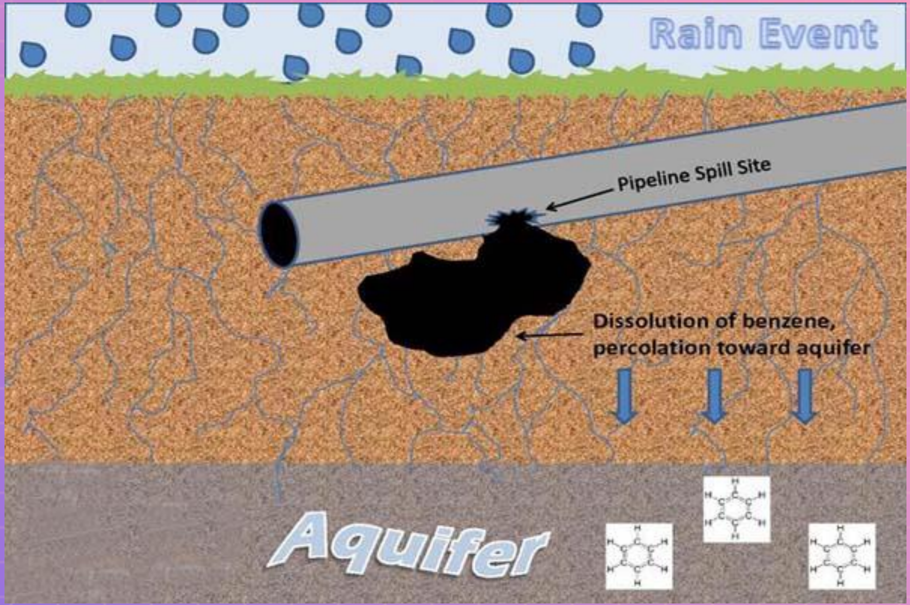
Percolación

Lautaro Ochotorena

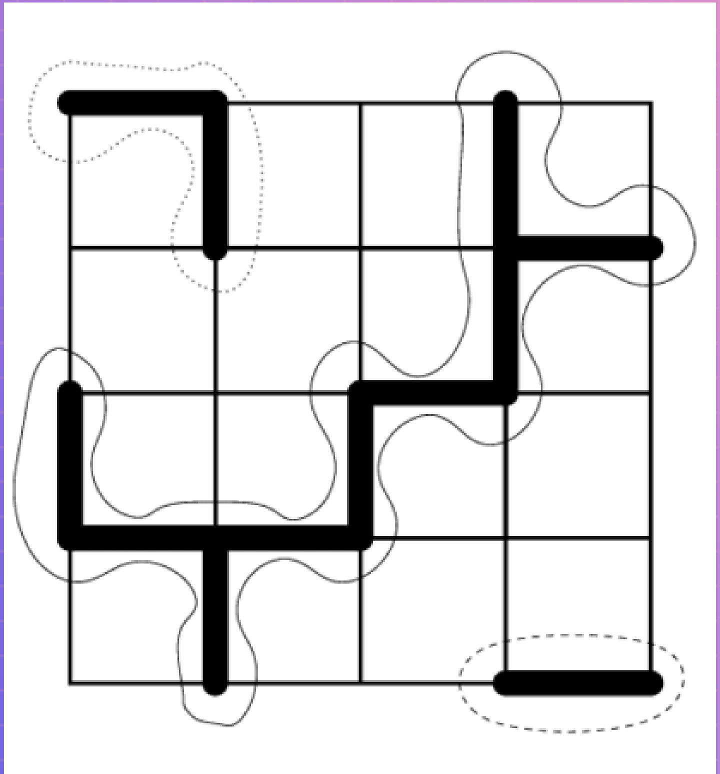
Contenidos

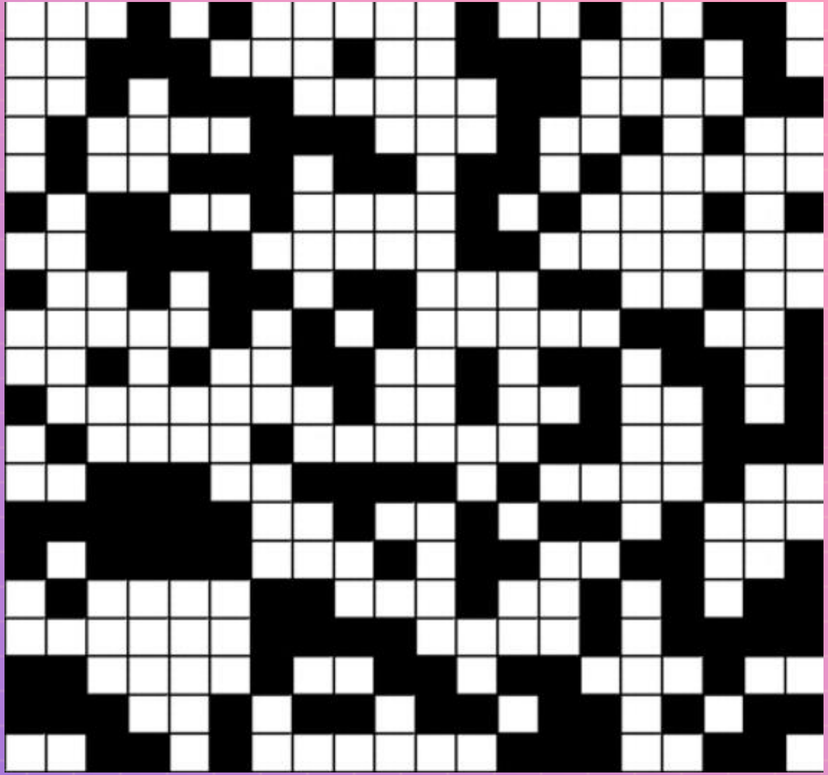
01

La percolación estudia el paso de un fluido a través de un material poroso



Bond percolation y site percolation





01

Determino si las celdas
están ocupadas o no

Celdas

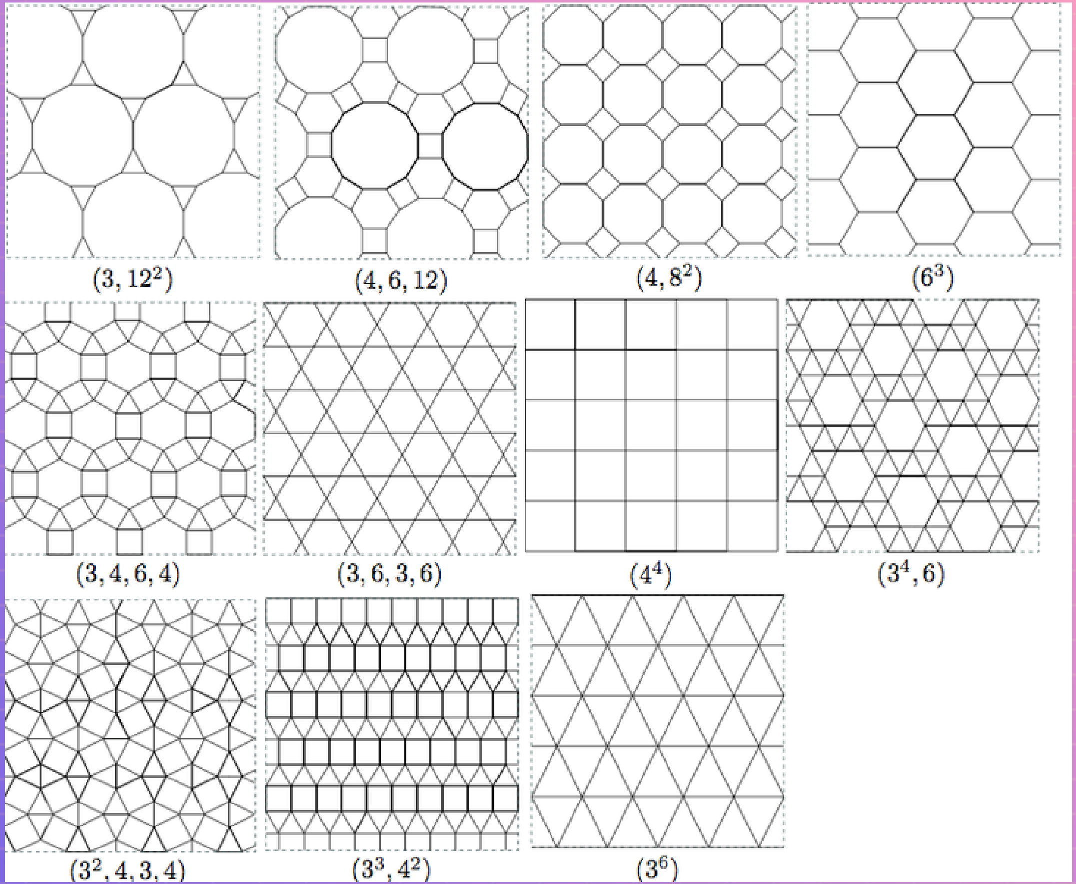
Doy un p

Probabilidad de ocupación

¿Percola?

¿Hay un camino conectando
de arriba a abajo?

Diferente formas



01

Cluster

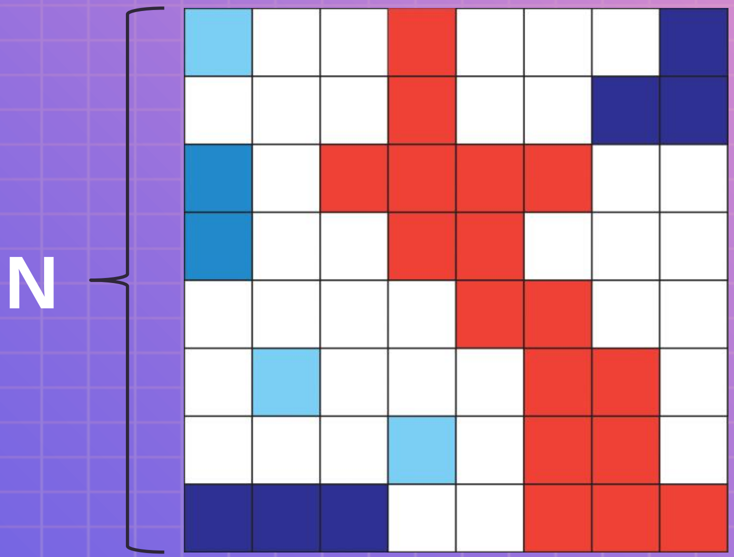
Grupo de celdas ocupadas conectadas (verticalmente u horizontalmete)

$\prod(p,N)$

Probabilidad de percolación con número de filas N

Cluster percolador

El cluster que conecta la parte de arriba con la de abajo



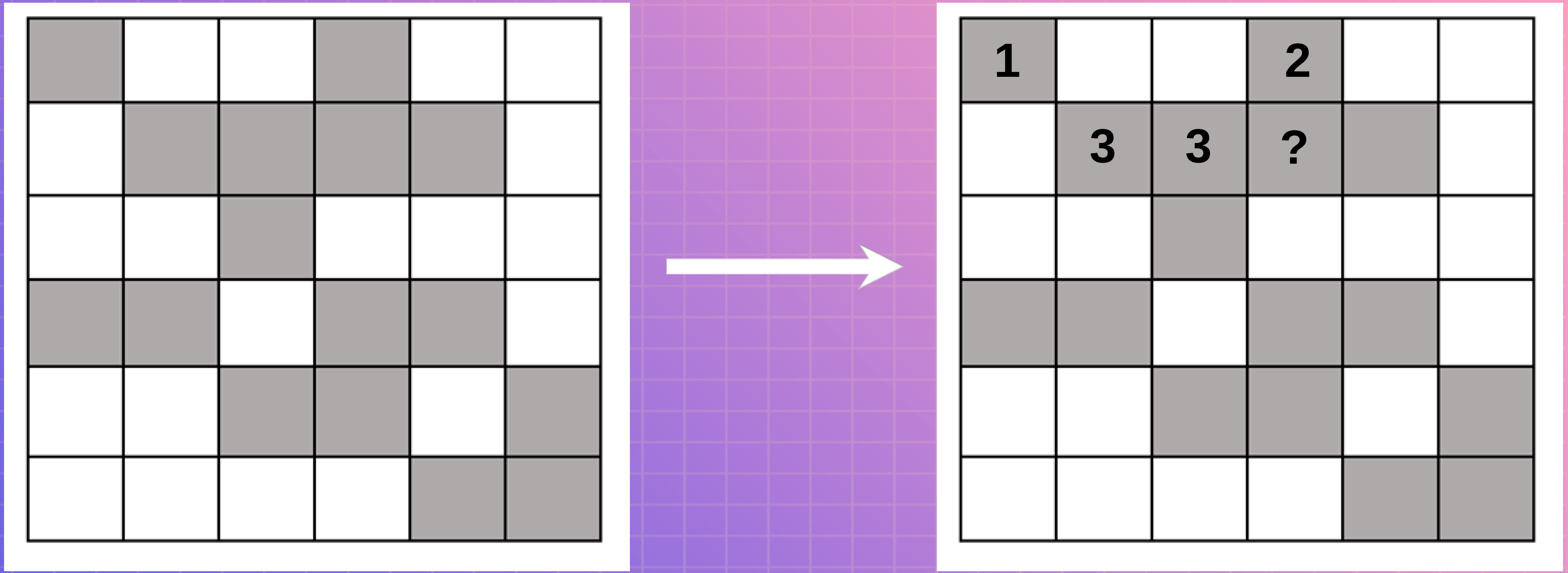
Cluster infinito

El cluster percolador cuando N tiende a infinito

Observación

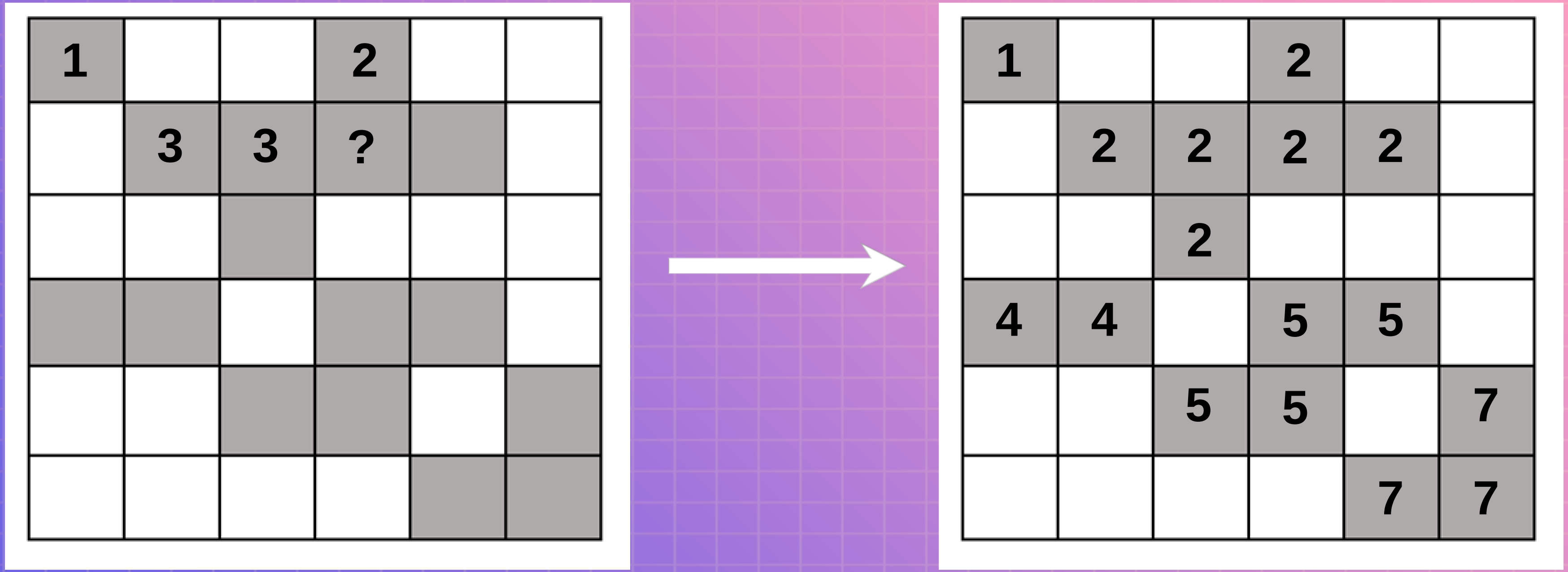
Puede haber más de un cluster percolador

Algoritmo de Hoshen-Kopleman



02

Algoritmo de Hoshen-Kopleman



Python vs C++

En segundos

Mismo script

```
lautaro@lautaro-VirtualBox:~/Facultad/Trabajo final/Python$ ./Computo.py
241.9622015953064
```

Python

```
lautaro@lautaro-VirtualBox:~/Facultad/Trabajo final/C++/Probabilidad entre 0-1$ ./Computo
Execution Time: 2.18262
```

C++

Más rápido

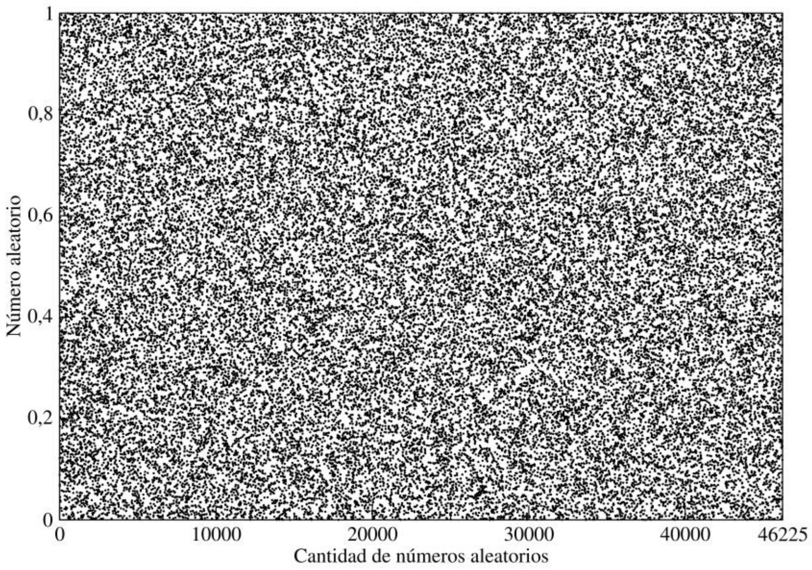
120 %

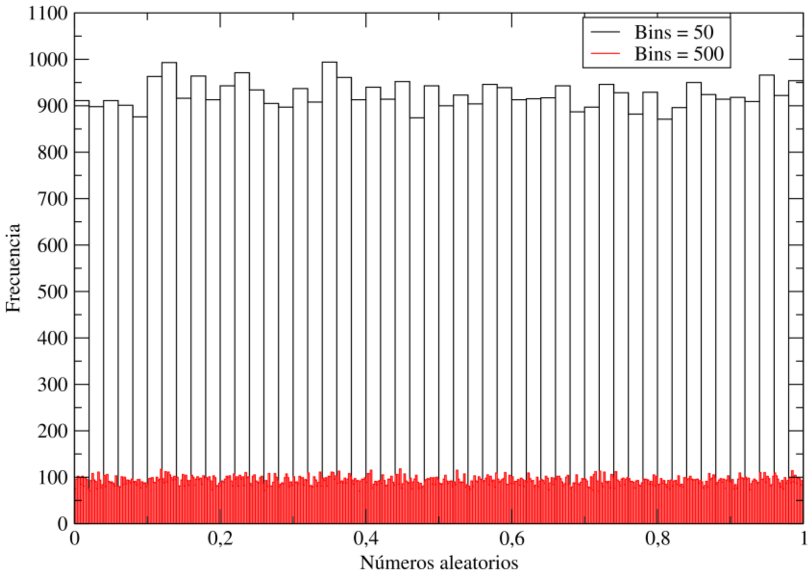
C++ con script más complicado

```
lautaro@lautaro-VirtualBox:~/Facultad/Trabajo final/C++/Probabilidad entre 0.58-0.596$ ./Computo
Execution Time: 769.12
```

Números aleatorios

Con Rand de C++

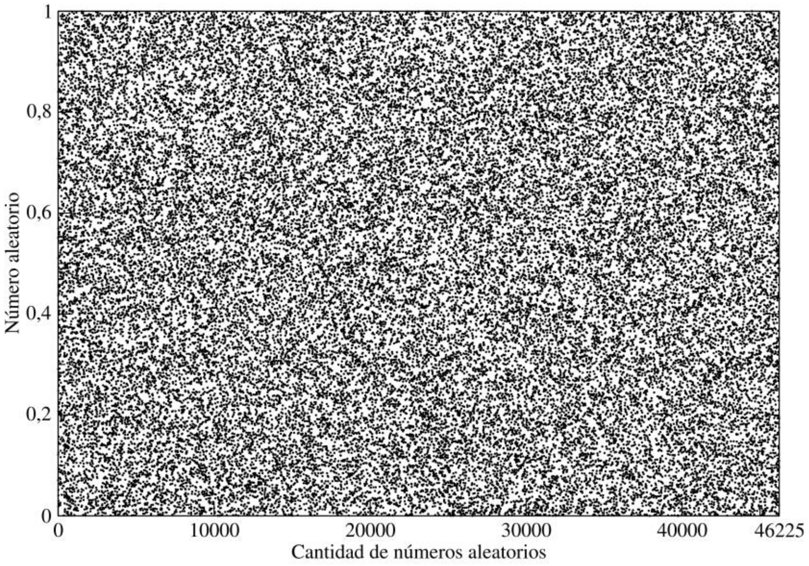


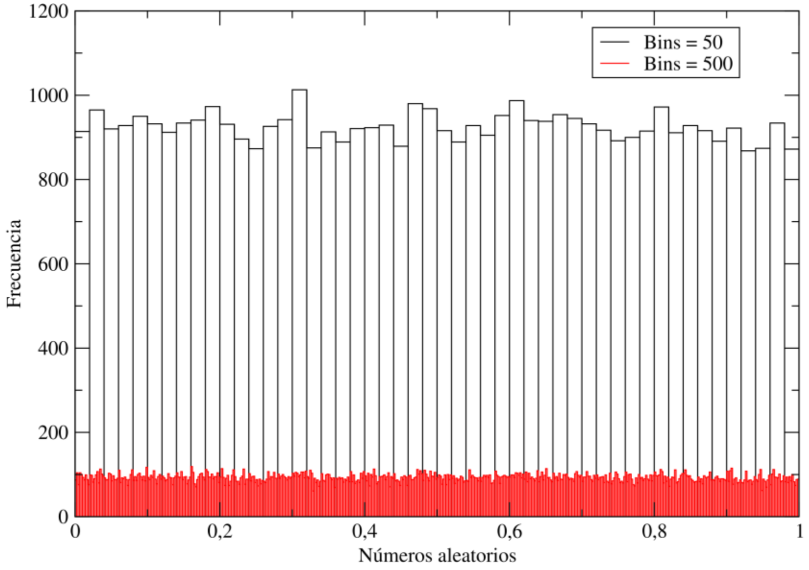


04

Números aleatorios

Con GSL





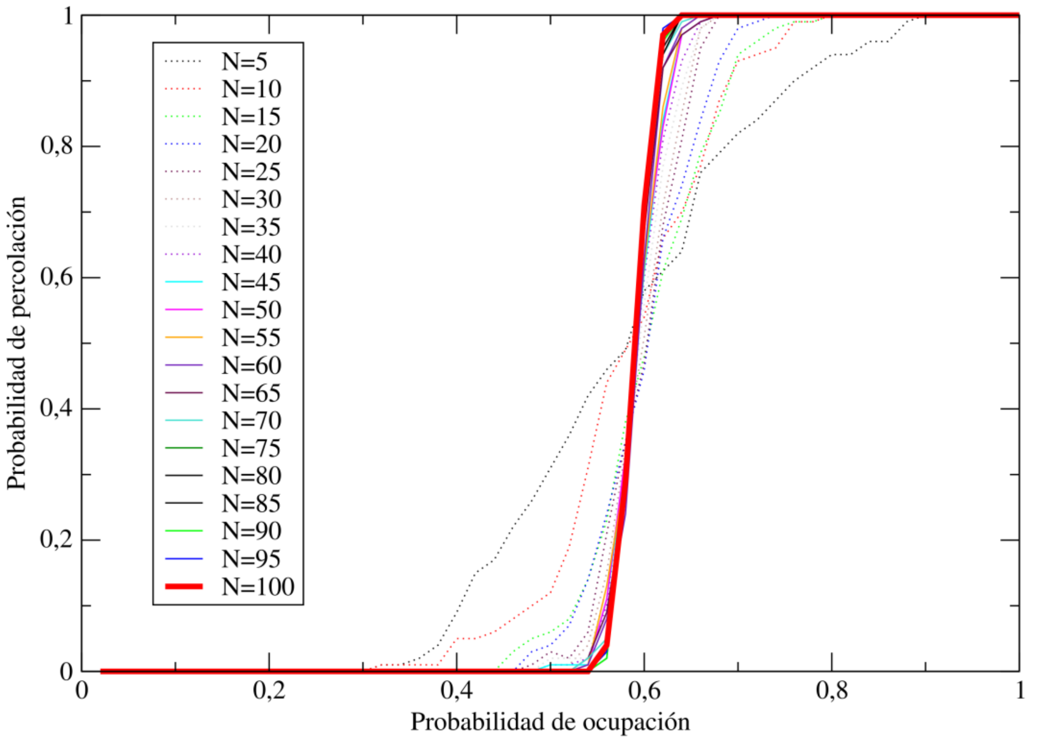
Entre 0-1

P_c

Probabilidad crítica.

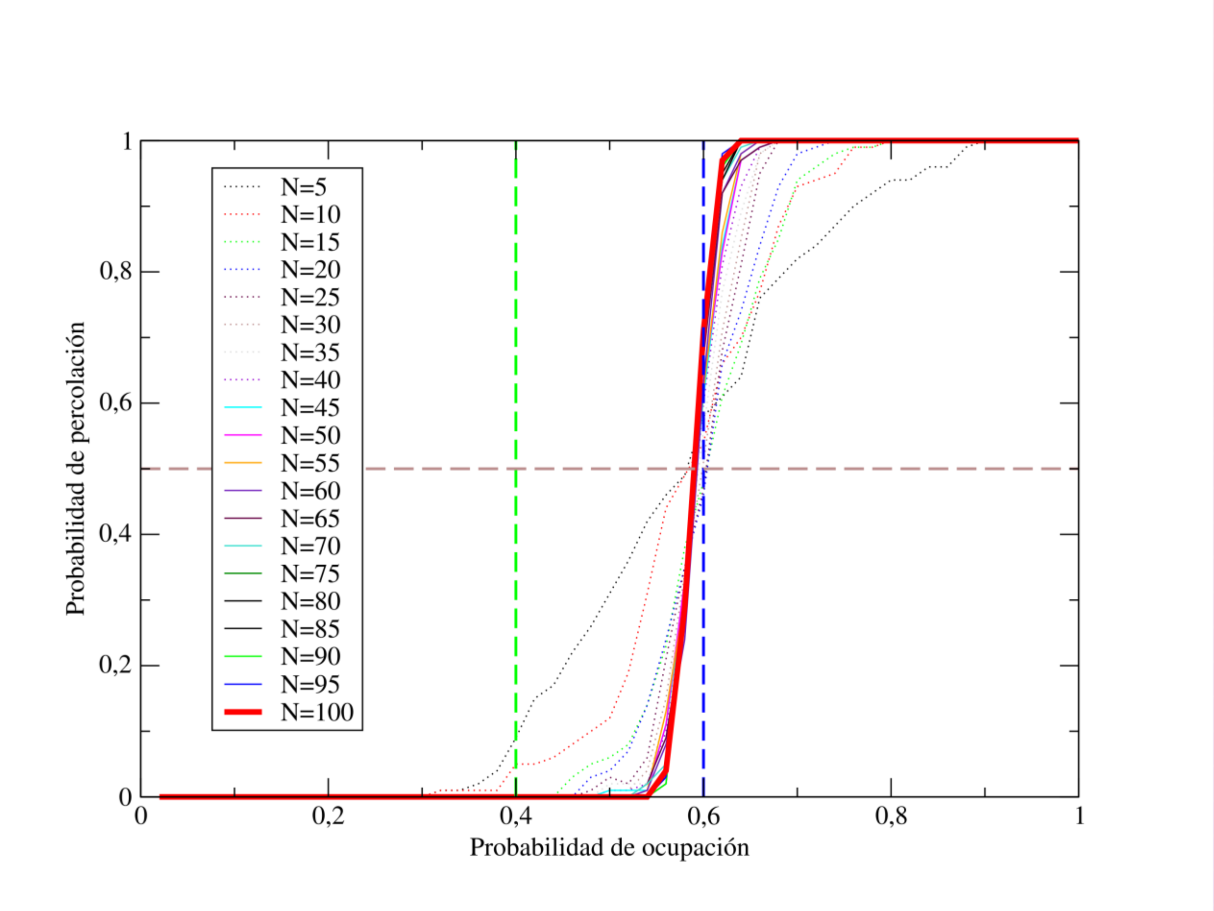
$P_c = \mathrm{Sup}\ \{p: \prod(p,\infty)=0\}$

$$\lim_{N\to\infty} \prod(p,N) = \begin{cases} 1 \ \ si\ p > p_c \\ 0\ si\ p \leq p_c \end{cases}$$



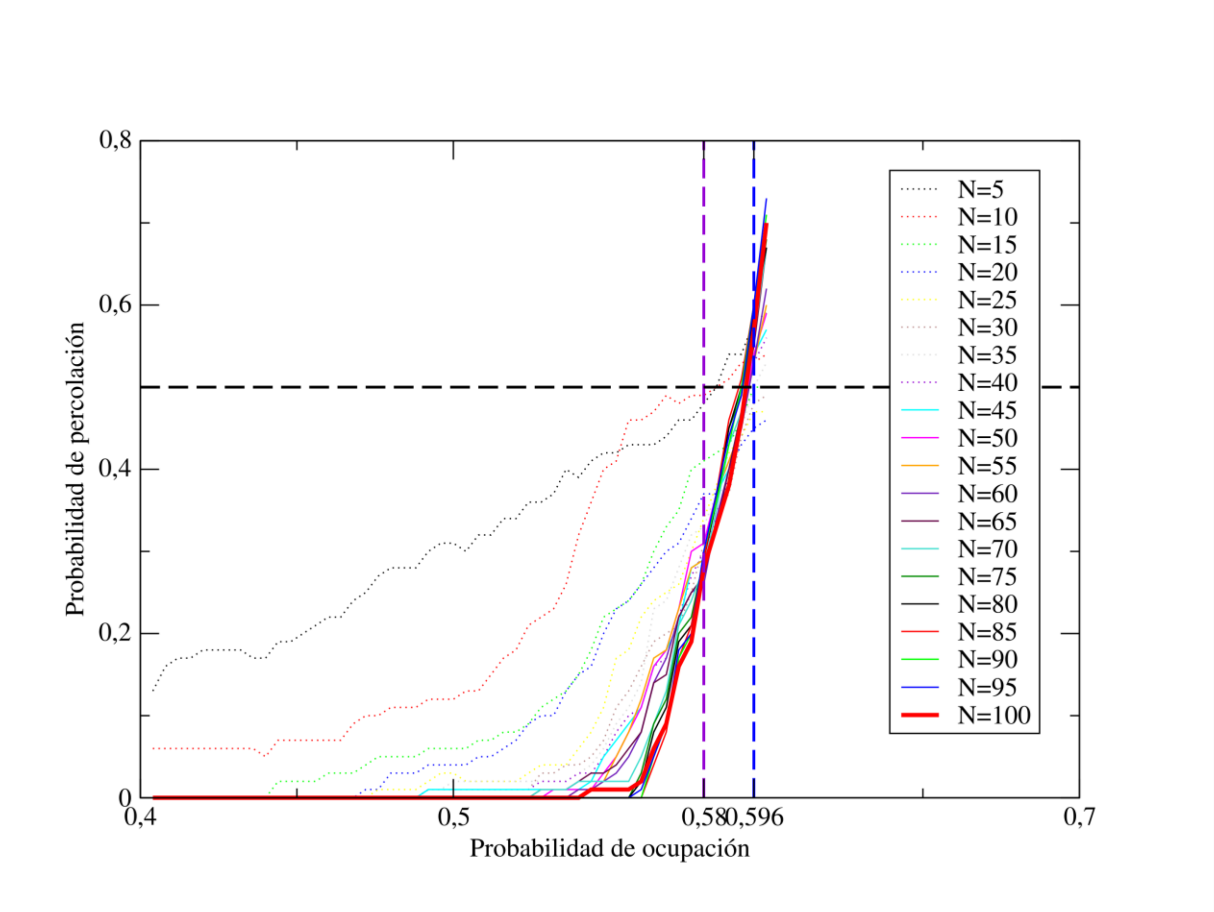
05

Entre 0-1



Probabilidad de percolación
Probabilidad de ocupación
0
0,2
0,4
0,6
0,8
1
N=5
N=10
N=15
N=20
N=25
N=30
N=35
N=40
N=45
N=50
N=55
N=60
N=65
N=70
N=75
N=80
N=85
N=90
N=95
N=100

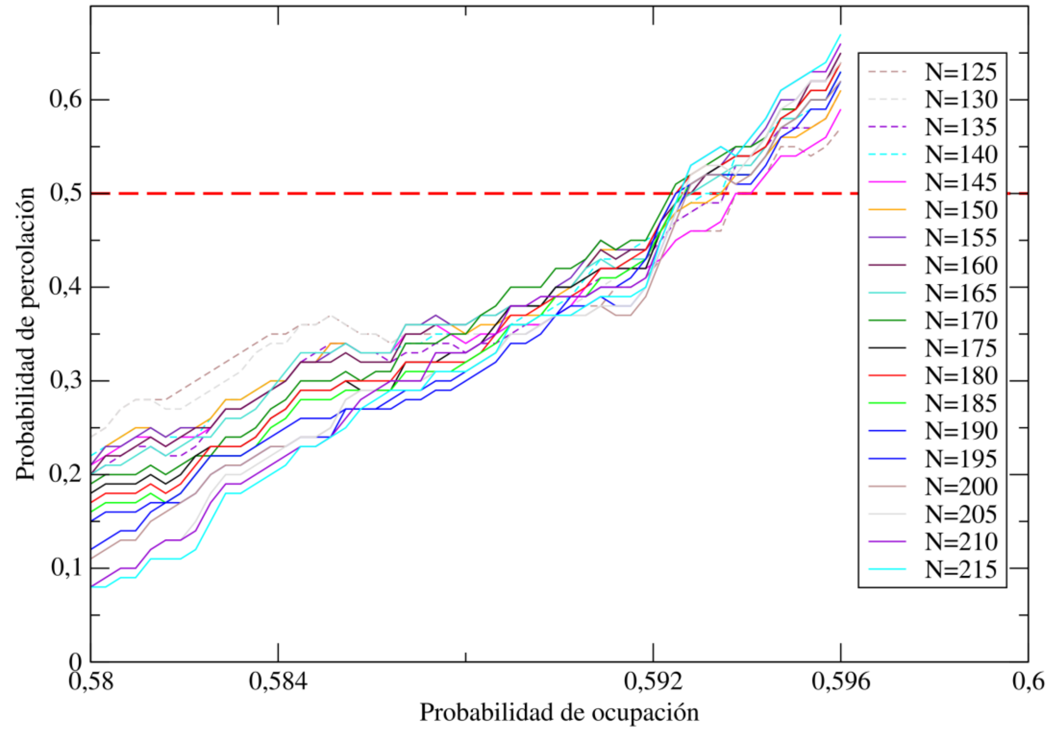
Entre 0.4-0.6


0,8
0,6
0,4
0,2
0
0,4
0,5
0,58
0,596
0,7
Probabilidad de percolación
Probabilidad de ocupación
N=5
N=10
N=15
N=20
N=25
N=30
N=35
N=40
N=45
N=50
N=55
N=60
N=65
N=70
N=75
N=80
N=85
N=90
N=95
N=100

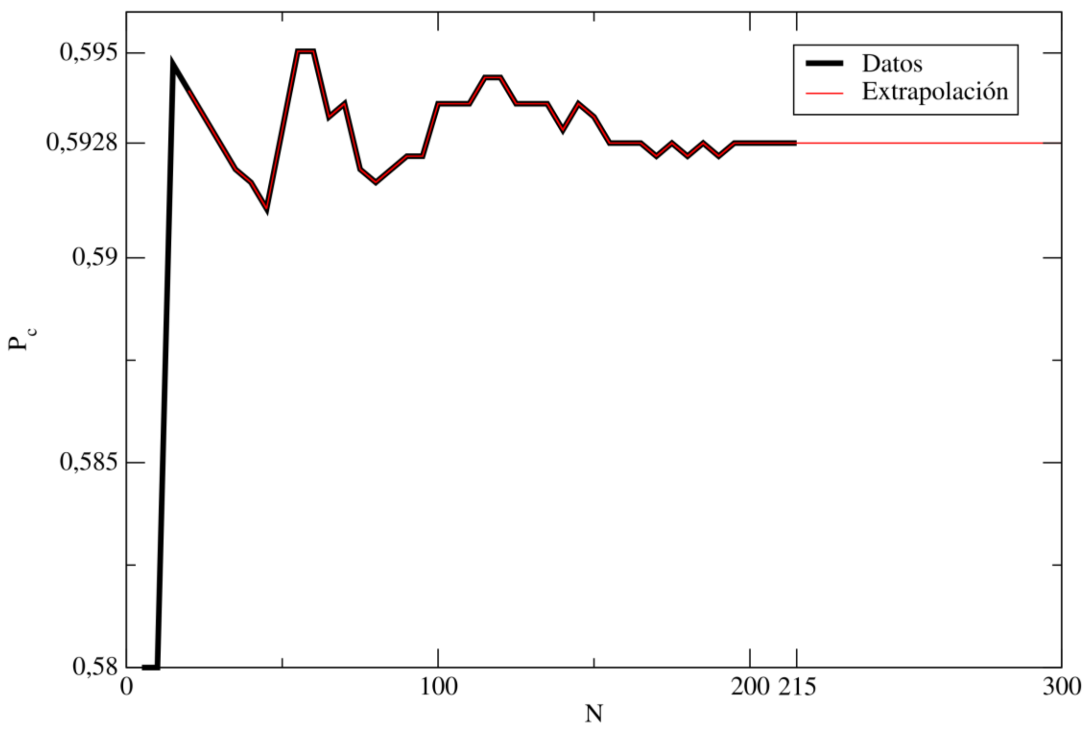
05

Entre 0.58-0.596

Requiere tomar N más grandes



Se estabiliza en 0.5928



Resultados de otra gente

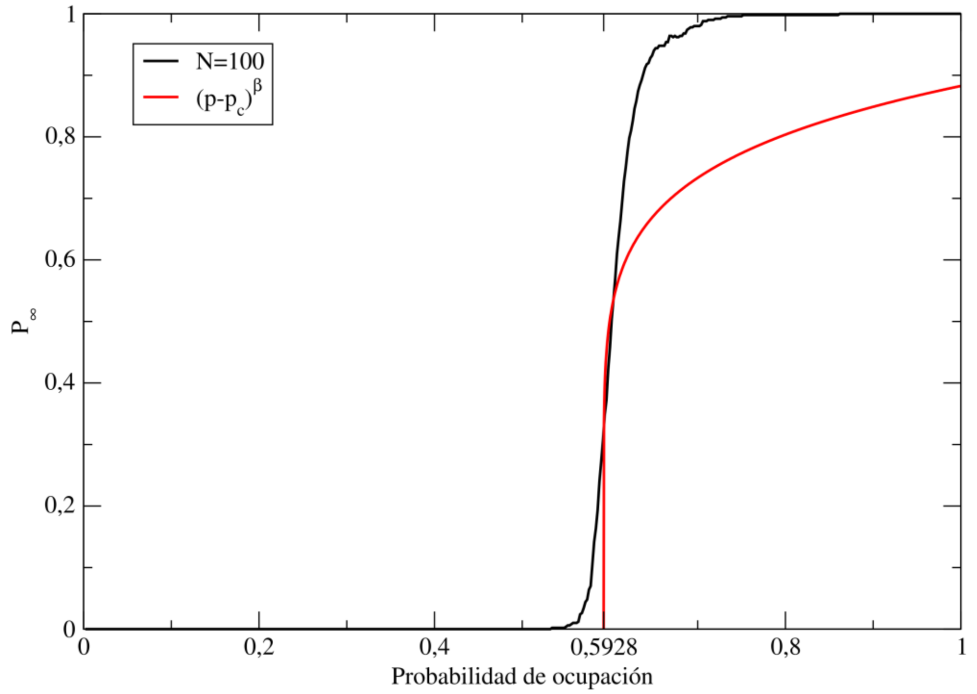
Se estima que se necesita 1000 veces más trabajo computacional por cada dígito nuevo

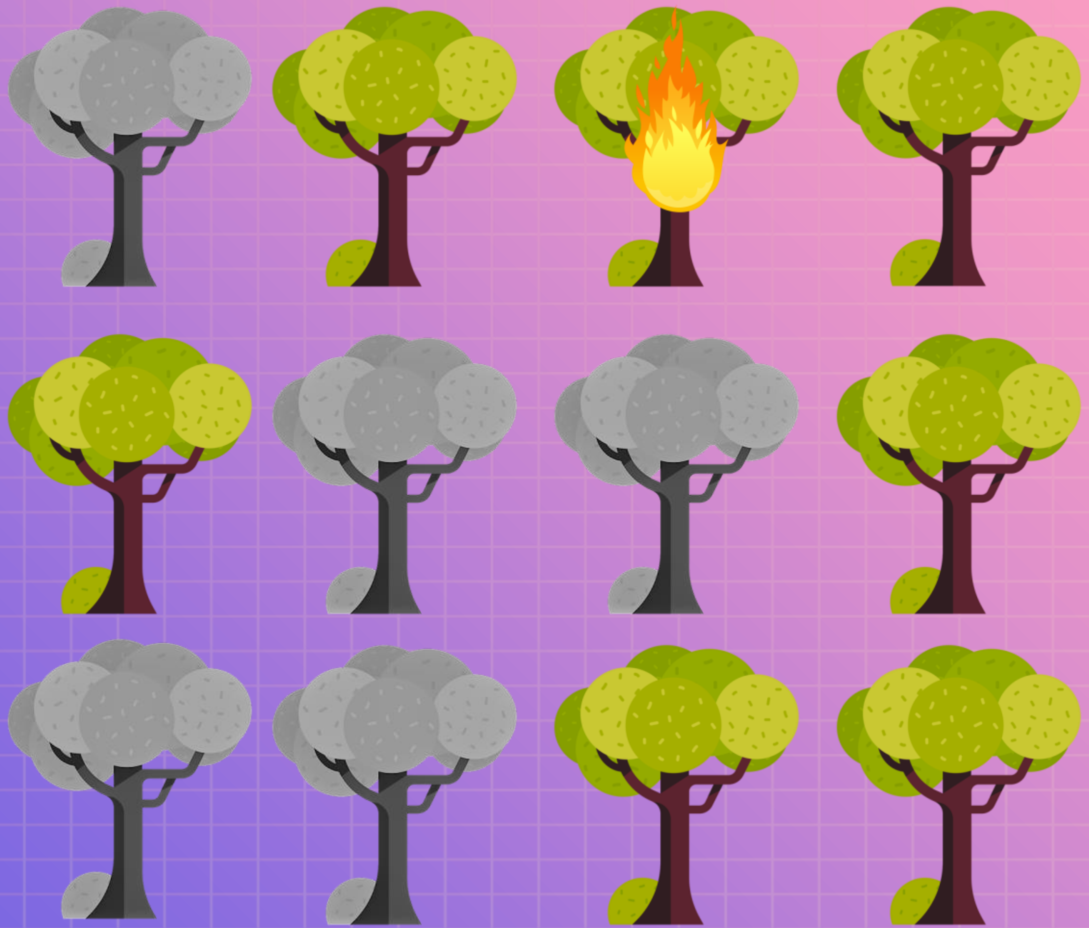
Table 1: Determinations of p_c for site percolation on the square lattice. Numbers in parentheses represent errors in last digit(s).

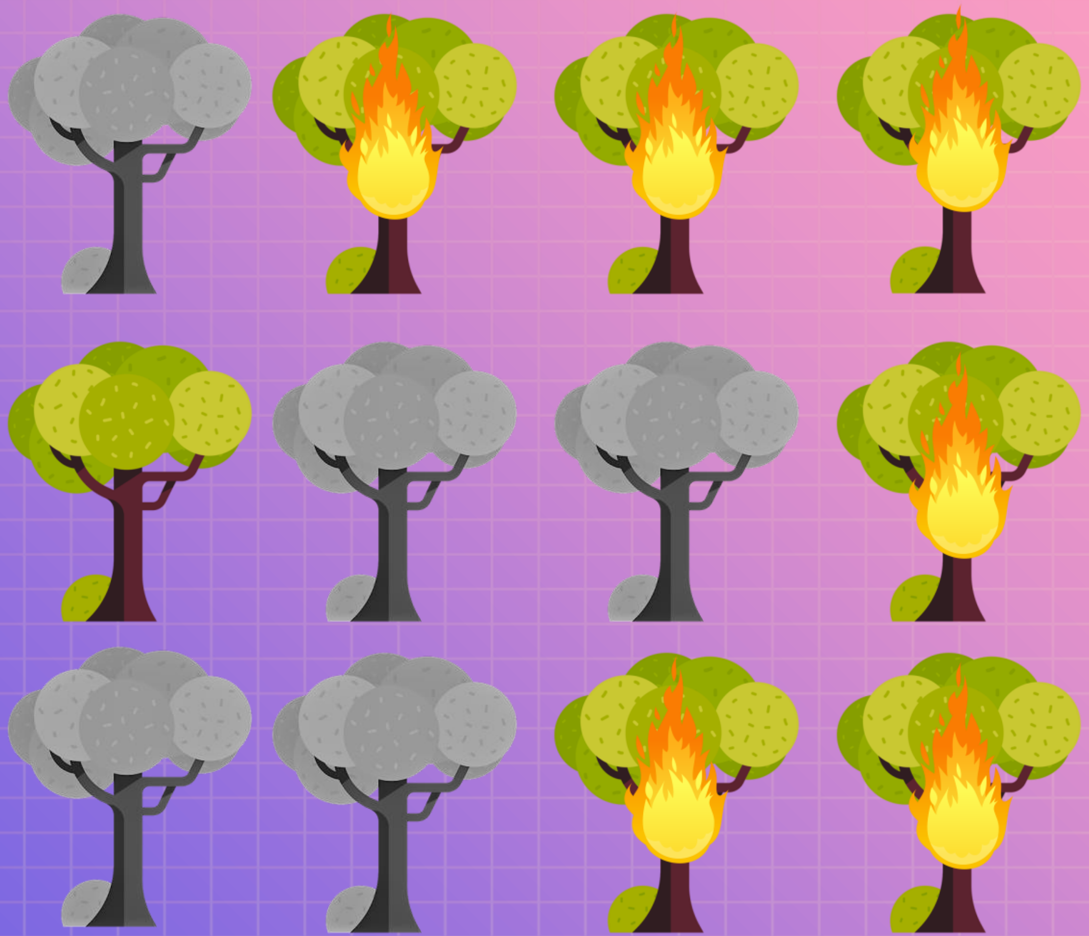
year	author	method	p_c
1960	Elliott, Heap, Morgan & Rushbrooke [1]	series	0.48
1961	Domb & Sykes [2]	series	0.55
1961	Frisch, Sonnenblick, Vyssotsky, Hammersley [3]	MC	0.581(15)
1963	Dean [4]	MC	0.580(18)
1964	Sykes & Essam [5]	series	0.59(1)
1967	Dean & Bird [6]	MC	0.591(5)
1972	Neal [7]	MC	0.593(5)
1976	Sykes, Gaunt & Glen [8]	series	0.593(2)
1976	Stauffer [9]	series	0.591(1)
1976	Leath [10]	MC	0.587(14)
1978	Hoshen, Kopelman & Monberg [11]	MC	0.5927(3)
1980	Reynolds, Stanley & Klein [11]	MC	0.5931(6)
1982	Derrida & de Seze [12]	TM	0.5927(2)
1982	Djordjevic, Stanley & Margolina [13]	series	0.5923(7)
1984	Gebele [14]	MC	0.59277(5)
1985	Rapaport [15]	MC	0.5927(1)
1985	Rosso, Gouyet & Sapoval [16]	MC	0.59280(1)
1985	Derrida & Stauffer [17]	TM	0.59274(10)
1986	Ziff [18]	MC	0.59275(3)
1986	Kertész [19]	TM	0.59273(6)
1986	Ziff & Sapoval [20]	MC	0.592745(2)
1988	Ziff & Stell [21]	MC	0.5927460(5)
1989	Yonezawa, Sakamoto & Hori [22]	MC	0.5930(1)
1992	Ziff [23]	MC	0.5927460(5)
2000	Newman & Ziff [24]	MC	0.59274621(13)
2003	de Oliveira, Nóbrega & Stauffer [25]	MC	0.59274621(33)
2005	Deng & Blöte [26]	MC	0.5927465(4)
2007	M. J. Lee [27]	MC	0.59274603(9)
2008	M. J. Lee [28]	MC	0.59274598(4)
2008	Feng, Deng & Blöte [29]	TM/MC	0.59274605(3)

P_∞ es la probabilidad de que un sitio o celda ocupada pertenezca al cluster infinito

$\beta = 5/36$

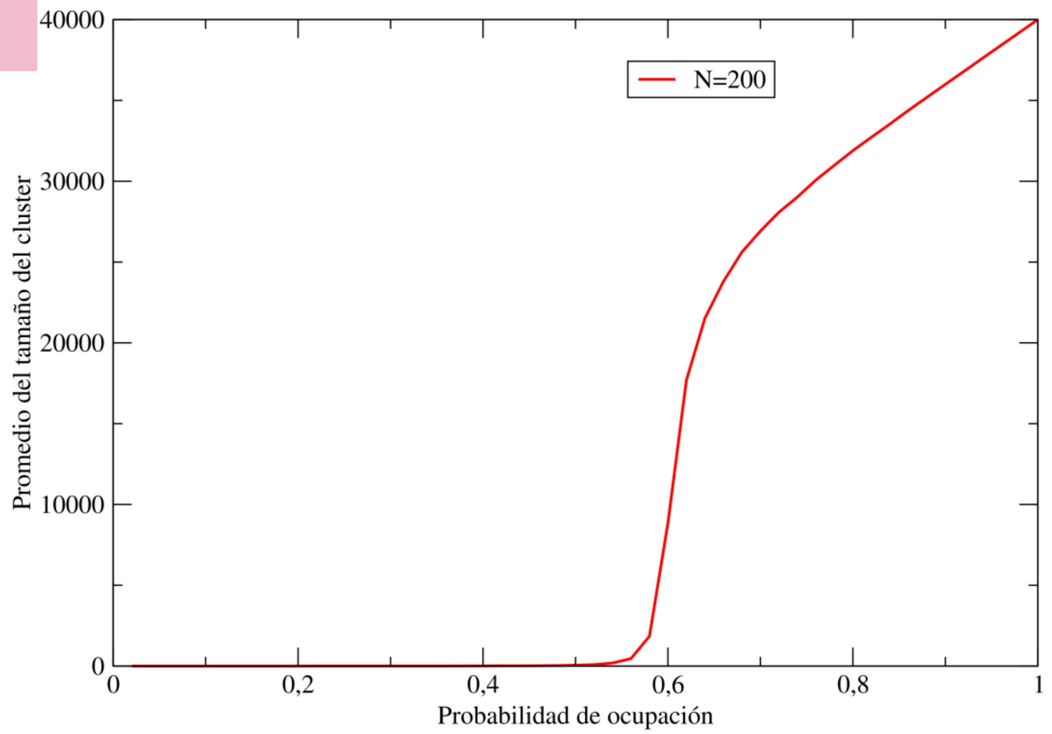




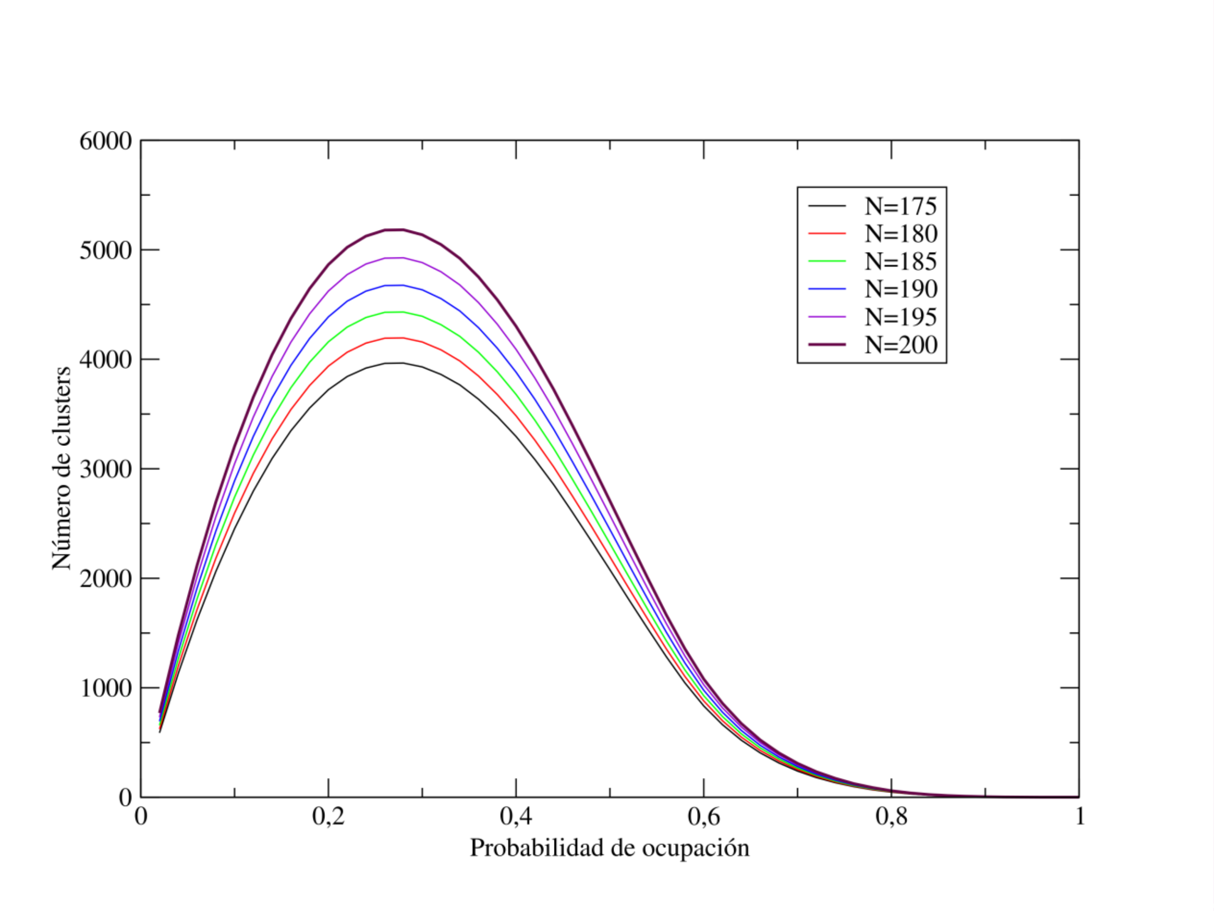


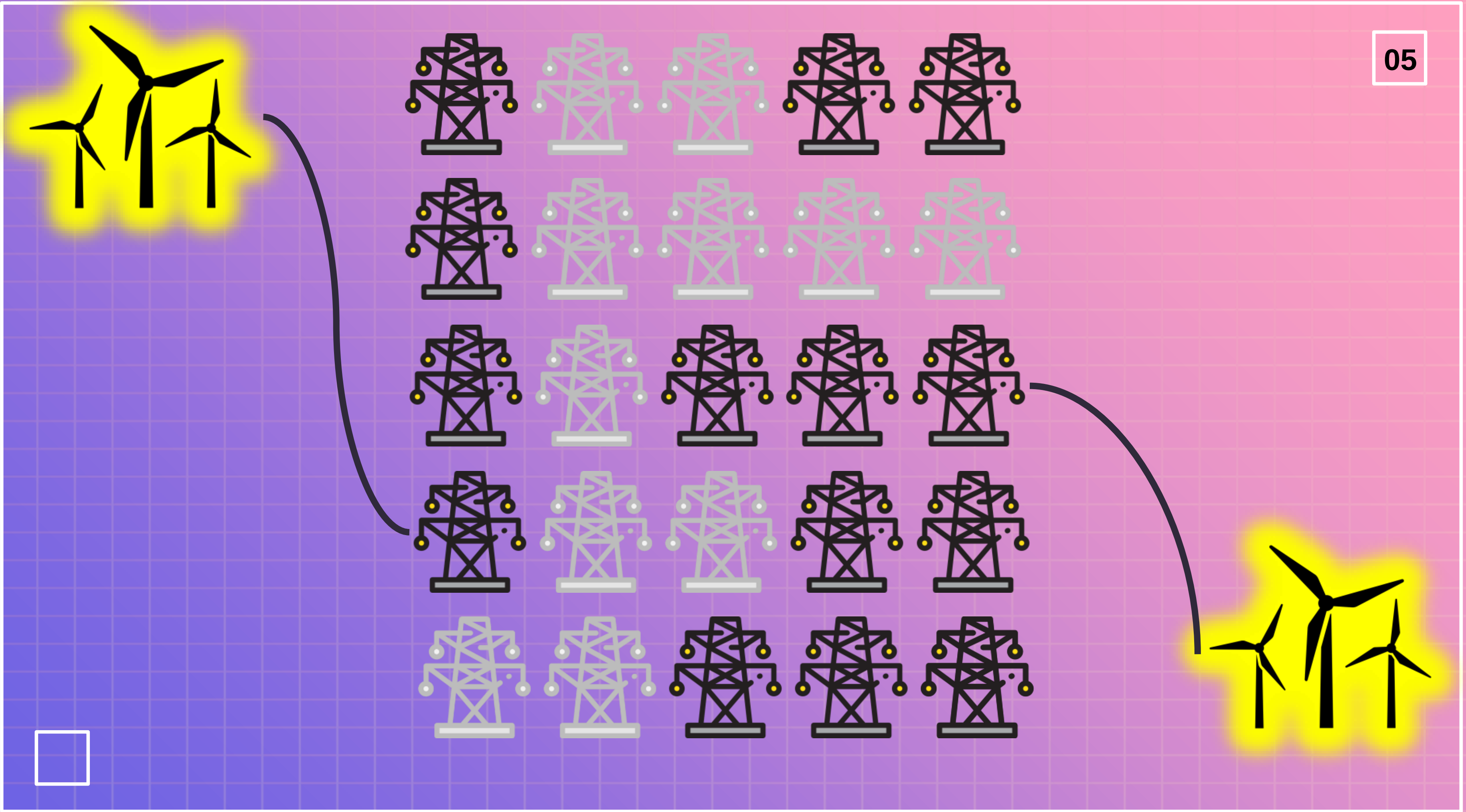
Promedio del tamaño del cluster

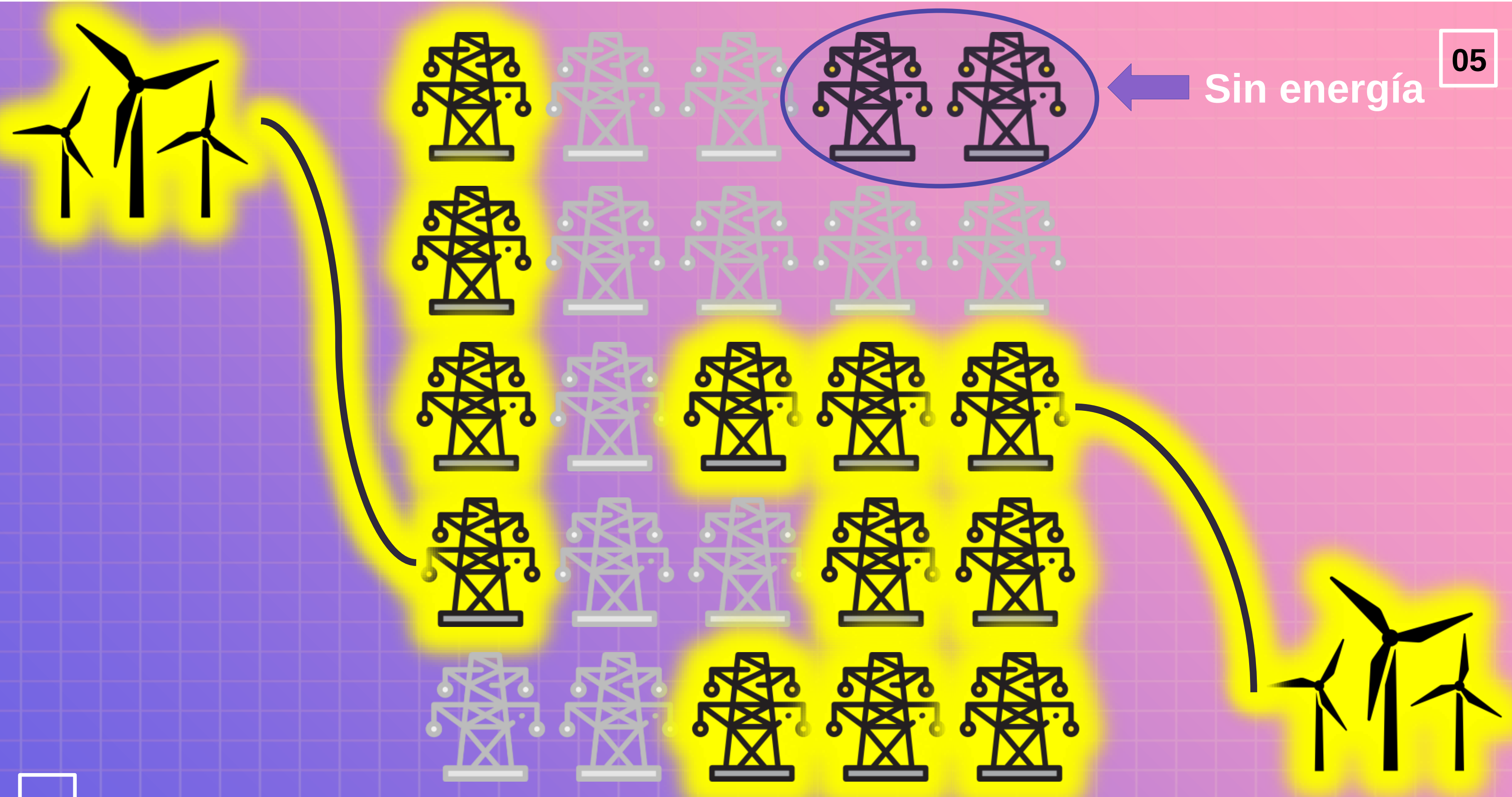
Se elige una celda ocupada al azar y se calcula el tamaño del cluster al que pertenece



Número de clusters




05


Sin energía

Probabilidad crítica en otras formas

Lattice	Site percolation	Bond percolation
1d	**1**	**1**
2d Honeycomb	0.6962	$1 - 2\sin(\pi/18) \approx 0.65271$
2d Square	**0.592746**	**1/2**
2d Triangular	**1/2**	$2\sin(\pi/18) \approx 0.34729$
3d Diamond	0.43	0.388
3d Simple cubic	0.3116	0.2488
3d BCC	0.246	0.1803
3d FCC	0.198	0.119
4d Hypercubic	0.197	0.1601
5d Hypercubic	0.141	0.1182
6d Hypercubic	0.107	0.0942
7d Hypercubic	0.089	0.0787
Bethe lattice	**1/(z-1)**	**1/(z-1)**

Bibliografía

- http://materias.df.uba.ar/compua2019c1/files/2019/03/hoshen-kopelman.pdf
- https://core.ac.uk/download/pdf/326226203.pdf
- https://arxiv.org/pdf/1103.3243.pdf
- https://www.math.arizona.edu/~tgk/541/chap2.pdf
- https://en.wikipedia.org/wiki/Percolation_theory