

SEGUNDO PARCIAL - TEMA 5

1. (2,5 puntos).

Sea $b \in \mathbb{R}$. Analice la convergencia de las siguientes integrales impropias:

a. (1.25 puntos) $\int_0^{+\infty} \frac{b}{t \ln^3(t)} dt.$

b. (1.25 puntos) $\int_0^1 \frac{4bt}{t^2 - 1} dt.$

2. (2,5 puntos).

Considere el siguiente problema de valor inicial (PVI):

$$\begin{cases} y' + cy = \cos(x), \\ y(0) = 2. \end{cases}$$

a. (1 punto) Hallar $c \in \mathbb{R}$ tal que la recta tangente al gráfico de la función solución en el punto $(0, 2)$ sea paralela a la recta de ecuación $y = -x$.

b. (1.5 puntos) Considerar $c = 1$ y resolver el PVI.

3. (2,5 puntos). Sean las funciones $g(t) = 4 - t^2$; $h(t) = a|t| + 8$.

a. (0.5 puntos) Hallar el valor de $a \in \mathbb{R}$ tal que el conjunto solución de la ecuación $h(t) = g(t)$ sea $\{-2, 2\}$.

b. (2 puntos) Para el valor de a hallado en el ítem a), encontrar el valor del área de la región encerrada entre los gráficos de las funciones g y h .

4. (2,5 puntos). Sea la función $f(x) = \int_4^{2x} e^{t^2} dt.$

a. (1.5 punto) Aproximar $\int_4^{4,1} e^{t^2} dt$ usando el polinomio de Taylor de orden 2 en $x_0 = 2$.

b. (1 puntos) Dar una cota para el error cometido al utilizar la aproximación del ítem anterior.