

1. **Demuestre:** Sea A una matriz inversible y $c \neq 0$, cA es una matriz inversible y $(cA)^{-1} = \frac{1}{c} A^{-1}$.

2. **Demuestre:** Sea A una matriz inversible de orden n , el SEL $Ax = b$ tiene una solución única.

3. ¿Cuándo serán iguales dos matrices?

4. Mencione 6 tipos de matrices.

5. Defina: Suma de matrices.

1. ¿Es posible sumar matrices de diferente tamaño?

6. Defina: Multiplicación matricial.

7. Sea **A** una matriz de $m \times n$ y **B** una matriz de $n \times p$. Como hago para encontrar sólo una fila o una columna del producto **AB**.

8. **Complete (Producto de matrices):** Sean **A**, **B** y **C** matrices con tamaño tales que los productos matriciales dados están bien definidos y sea c un escalar. Entonces, valen las siguientes propiedades:

...

9. Propiedades de la potencia de matrices.

10. Defina: Matriz transpuesta.

11. Complete (Matriz transpuesta): Sean **A** y **B** matrices con tamaño tales que las operaciones dadas están bien definidos y sea c un escalar. Entonces, valen las siguientes propiedades:

...

12. Defina: Matriz simétrica.

13. Demuestre: Sea A una matriz cuadrada.

1. La matriz $\mathbf{B} = \mathbf{A}\mathbf{A}^T$ es una matriz simétrica.

2. La matriz $\mathbf{B} = \mathbf{A} + \mathbf{A}^T$ es una matriz simétrica.

14. Defina: Matriz antisimétrica.

15. Demuestre: Sea \mathbf{A} una matriz cuadrada. La matriz $\mathbf{A} - \mathbf{A}^T$ es una matriz antisimétrica.

16. Defina: Traza:

17. Demuestre: Sean **A** y **B** matrices de orden n y sea c un escalar. Entonces, valen las siguientes propiedades:

1. $\text{tr}(\mathbf{A} + \mathbf{B}) = \text{tr}(\mathbf{A}) + \text{tr}(\mathbf{B})$

2. $\text{tr}(c\mathbf{A}) = c\text{tr}(\mathbf{A})$

3. $\text{tr}(\mathbf{A}^T) = \text{tr}(\mathbf{A})$

4. $\text{tr}(\mathbf{AB}) = \text{tr}(\mathbf{BA})$

18. Defina: Matriz inversa.

1. ¿Toda matriz no cuadrada tiene inversa?
2. ¿Toda matriz cuadrada tiene inversa?

19. Demuestre: Si A es una matriz inversible, entonces su inversa es única.

20. Demuestre: Sean **A** y **B** dos matrices inversibles del mismo tamaño, entonces:

1. AB es una matriz inversible.

2. La inversa de **AB** es $\mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$, es decir, $(\mathbf{AB})^{-1} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}^{-1}$.

21. Mencione: 4 propiedades de la matriz inversa.

22. Demuestre: Sea A una matriz inversible, entonces el SEL $Ax = b$ tiene una solución **única** dada por:

$$\mathbf{x} = \mathbf{A}^{-1} \mathbf{b}$$

23. Defina: Matriz elemental.

24. Defina: Matrices equivalentes.

25. Demuestre: Una matriz cuadrada es inversible si y sólo si puede escribirse como el producto de matrices elementales.

26. Defina: Determinantes.

1. Determinante matriz 2×2 .
2. Menor.
3. Cofactor.
4. Determinante matriz $n \times n$.

27. Demuestre: Sea **A** una matriz cuadrada:

1. Si **A** tiene una fila o una columna de ceros, entonces **$\det(\mathbf{A}) = 0$** .
2. **$\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}^T)$** .
3. Si **A** una matriz triangular, entonces:

$$\det(\mathbf{A}) = a_{11} a_{22} \dots a_{nn}$$

28. Mencione las propiedades de las matrices asociadas con las operaciones elementales.

29. Demuestre: Una matriz cuadrada **A** es inversible si y sólo si $\det(\mathbf{A}) \neq 0$.

30. Demuestre: Si una matriz cuadrada **A** es inversible entonces:

$$\det(A^{-1}) = \frac{1}{\det(A)}$$

31. Defina: Matriz adjunta.

32. Defina la “*Regla de Cramer*”.

33. Sean **A** y **B** matrices de orden n . Demostrar que si **A** es inversible, entonces $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}^{-1}\mathbf{B}\mathbf{A})$.

- 34.** Demuestre, utilizando cofactores, que si \mathbf{A} es una matriz cuadrada, entonces $\det(\mathbf{A}) = \det(\mathbf{A}^T)$.

- 35.** Sea \mathbf{A} una matriz de orden n , diferente de cero, que cumple $\mathbf{A}^{10} = \mathbf{0}$. Explique por qué \mathbf{A} es singular. Indique las propiedades que utiliza para responder.

36. ¿Qué es una matriz singular?

37. Demuestre que si **A** es una matriz antisimétrica de orden n , entonces **$\det(A) = (-1)^n \det(A)$** .

38. Demuestre que si **A** es una matriz antisimétrica de orden n impar, entonces **$\det(\mathbf{A}) = 0$** .

- 39.** Demuestre que si **A** es una matriz no singular de orden n ($n \geq 3$), entonces $\det(\text{Adj}(\mathbf{A})) = \det(\mathbf{A})^{n-1}$.

- 40.** La suma de dos matrices inversibles ¿Es inversible? Explique por qué sí o por qué no. Muestre un ejemplo apropiado.