

1. **Defina:** autovalores y autovectores.

**2. Defina:** Autoespacio.

### 3. **Defina:** multiplicidad algebraica y geométrica

4. **Verdadero o falso:** En general, la multiplicidad algebraica es mayor o igual que la multiplicidad geométrica

5. **Demuestre:** Si  $A$  es una matriz triangular de  $n \times n$ , entonces los autovalores de  $A$  son los elementos de la diagonal

6. **Demuestre:** Una matriz cuadrada  $A$  es inversible si y sólo si,  $\lambda = 0$  no es un autovalor de  $A$ .

7. **Demuestre:** Si  $\lambda$  es un autovalor de la matriz inversible  $\mathbf{A}$ , entonces  $\frac{1}{\lambda}$  es autovalor de  $\mathbf{A}^{-1}$ .

8. **Demuestre:** Los autovalores de  $A$  y  $A^T$ , son iguales.



9. **Demuestre:** La suma de los autovalores de  $A$  es igual a la traza de  $A$ .

**10. Demuestre:** El producto de los autovalores de  $A$  es igual al determinante de  $A$ .

**11. Demuestre:** Si  $\lambda$  es un autovalor de  $\mathbf{A}$ , entonces  $k\lambda$  ( $k \neq 0$ ) es autovalor de  $k\mathbf{A}$ .

- 12. Demuestre:** Sea  $A$  una matriz de orden  $n$ . Si  $A$  tiene  $n$  autovalores distintos, entonces  $A$  tiene un conjunto de  $n$  autovectores LI.

**13.** Si  $\mathbf{A}$  es una matriz  $n \times n$  y  $\lambda$  es un número real, entonces son equivalentes las siguientes proposiciones:

**1.**  $\lambda$  es un autovalor de  $\mathbf{A}$ .

**2.** El sistema de ecuaciones  $(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I})\mathbf{x} = \mathbf{0}$  tiene soluciones no triviales.

**3.** En  $\mathbb{R}^n$  existe un vector  $\mathbf{x} \neq \mathbf{0}$  tal que  $\mathbf{Ax} = \lambda\mathbf{x}$ .

**4.**  $\lambda$  es solución de la ecuación característica  $\det(\mathbf{A} - \lambda \mathbf{I}) = 0$

#### **14. Definición** de valor y vector propio de una TL.

**15. Verdadero o falso:** Los autovalores de una matriz  $\mathbf{A}$  son iguales a los de  $\mathbf{A}^T$ .

- 16. Verdadero o falso:** Sea  $\mathbf{A}$  una matriz con  $n$  autovalores. Si  $\mathbf{M}$  es una matriz semejante a  $\mathbf{A}$  los autovalores de  $\mathbf{M}$  serán distintos a los de  $\mathbf{A}$ .



**17.** ¿Toda matriz cuadrada tendrá autovalores y autovectores?

Pista: Complejos.

- 18.** Sea  $P(\lambda) = \lambda^2(\lambda - 3)^3(\lambda - \frac{3}{10})$  el polinomio característico de una matriz **A**. ¿**A** es inversible?

**19. Verdadero o falso:** Sea **A** una matriz de orden  $n$ , con  $n$  autovalores distintos, **A** es diagonalizable.

**20. Mencione 4 propiedades de los autovalores.**