

**LOGICA Y ESTRUCTURAS DISCRETAS /
MATEMATICA DISCRETA**

**TRABAJO PRACTICO N°3
UNIDAD 3: ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS**

1) Determinar si las siguientes definiciones de $*$ son operaciones binarias en el conjunto especificado:

- a) En Z^+ , $a * b = \frac{a}{b}$, b) En Z , $a * b = a^b$ c) En Z^+ , $a * b = a - b$,
d) En Z^+ , $a * b = a^b$ e) En Z , $a * b = 2a + b$

2) Analizar si las siguientes operaciones binarias son conmutativas y/o asociativas en el conjunto especificado:

- a) En \mathbb{R} , $a * b = ab/3$ b) En \mathbb{R} , $a * b = ab + 2b$

3) Sea el conjunto Z y $*$ la ley de composición interna definida por $a * b = a + b - 1$
¿Qué propiedades caracterizan a $(Z, *)$?

4) La siguiente tabla define a la operación $+$ en el conjunto $A = \{s, t, x, y\}$

+	s	t	x	y
s	y	x	s	t
t	x	y	t	s
x	s	t	x	y
y	t	s	y	x

- a) ¿Es conmutativa?
b) ¿Tiene elemento neutro?
c) ¿Cuáles son los elementos que admiten inverso en A ?

5) Sea $A = \{a, b\}$. ¿Cuáles de las leyes de composición interna definidas en A , dadas por las tablas siguientes definen un semigrupo con elemento neutro?

a)

*	a	b
a	a	b
b	b	a

b)

*	a	b
a	a	b
b	a	a

6) Sea el conjunto $\mathbb{R} - 0$ y sea $*$ la operación definida por $a * b = ab/2$
Mostrar que $(\mathbb{R} - \{0\}, *)$ es un grupo abeliano.

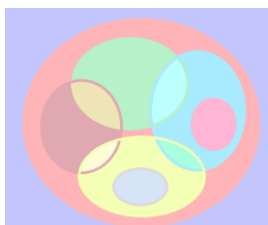
7) Sea $A = \{x, y, z, t\}$. Demostrar que $(A, *)$ y $(A, \#)$ son grupos

a)

*	x	y	z	t
x	x	y	z	t
y	y	x	t	z
z	z	t	x	y
t	t	z	y	x

b)

#	x	y	z	t
x	x	y	z	t
y	y	x	t	z
z	z	t	y	x
t	t	z	x	y



LOGICA Y ESTRUCTURAS DISCRETAS / MATEMATICA DISCRETA

8) Completar la siguiente tabla buscando que el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$ sea grupo respecto de la operación $*$, de tal modo que 3 sea el elemento neutro y que $2' = 4$

$*$	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

9) Completar la siguiente tabla buscando que el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4\}$ sea grupo respecto de la operación $*$, de tal modo que 2 sea el neutro y que las ecuaciones $1 * x = 4$ y $x * 4 = 2$ se satisfagan para $x = 3$

$*$	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

10) Sea el conjunto $B = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} / a \in \mathbb{R} \right\}$ Probar que $(B, +)$ es un subgrupo del conjunto formado por todas las matrices de 2×2 junto con la suma habitual de matrices.

11) Sea el conjunto $C = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} / a \in \mathbb{R} \right\}$ Analizar si $(C, +)$ es un subgrupo del conjunto formado por todas las matrices de 2×2 junto con la suma habitual de matrices.

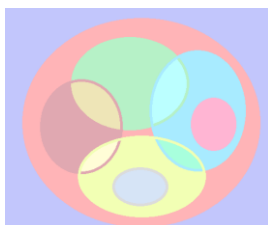
12) Sea $A = \{a, b, c\}$ un conjunto donde se definen las operaciones $+$ y $*$ por medio de las siguientes tablas

$+$	a	b	c
a	c	a	b
b	a	b	c
c	b	c	a

$*$	a	b	c
a	a	b	c
b	c	a	b
c	b	c	a

Responder, justificando su respuesta: ¿Es $(A, +, *)$ un anillo?

13) Sea $A = \{0, 1, 2, 3\}$ un conjunto donde se definen las operaciones $+$ y $*$ por medio de las siguientes tablas



LOGICA Y ESTRUCTURAS DISCRETAS / MATEMATICA DISCRETA

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

*	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	2	0	2
2	0	0	0	0
3	0	2	0	2

Responder, justificando su respuesta: ¿Es $(A, +, *)$ un anillo? ¿Es A un anillo conmutativo con unidad?

14) Sea el conjunto $C = \{0, 1\}$ y las operaciones $+$ y \bullet dadas por las tablas

+	0	1
0	0	1
1	1	0

\bullet	0	1
0	0	0
1	1	1

Mostrar que $(C, +, \bullet)$ tiene estructura de cuerpo

15) Sea $C = \{0, 1, 2\}$ y las operaciones $+$ y $*$ dadas por las tablas

+	0	1	2
0	0	1	2
1	1	2	0
2	2	0	1

*	0	1	2
0	0	0	0
1	0	1	2
2	0	2	1

Responder, justificando su respuesta: ¿Tiene $(C, +, *)$ estructura de cuerpo?

16) Sea $B = \{0, 1\}$ y las operaciones $+$ y $*$ dadas por

+	0	1
0	0	1
1	1	1

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Demostrar que $(B, +, *)$ tiene estructura de Algebra de Boole

17) Sea $P(X)$ el conjunto Potencia de X , donde $X = \{a, b\}$ y sean las operaciones unión e intersección. Demostrar que $(P(X), \cup, \cap)$ constituye un álgebra booleana.