ANÁLISIS MATEMATICO I - Parcial 1-I1022 – 22/8/22 -

APELLIDO Y NOMBRE:.. [illegible]

Ejercicio 1	Ejercicio 2	Ejercicio 3	Ejercicio 4	Ejercicio 5	Nota
R+	R	M	R | M	NR	4(cuatro)

Todas las respuestas deben estar debidamente justificadas.

1- Hallar Las asíntotas lineales de:

$$f(x) = \frac{x^3 - 2x^2 - 5x + 6}{x^2 - 4}$$

2- Hallar extremos y puntos de inflexión, si existen, de:

$$f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 3}{2x}$$

3- Hallar todos los valores posibles de a para que se cumpla que

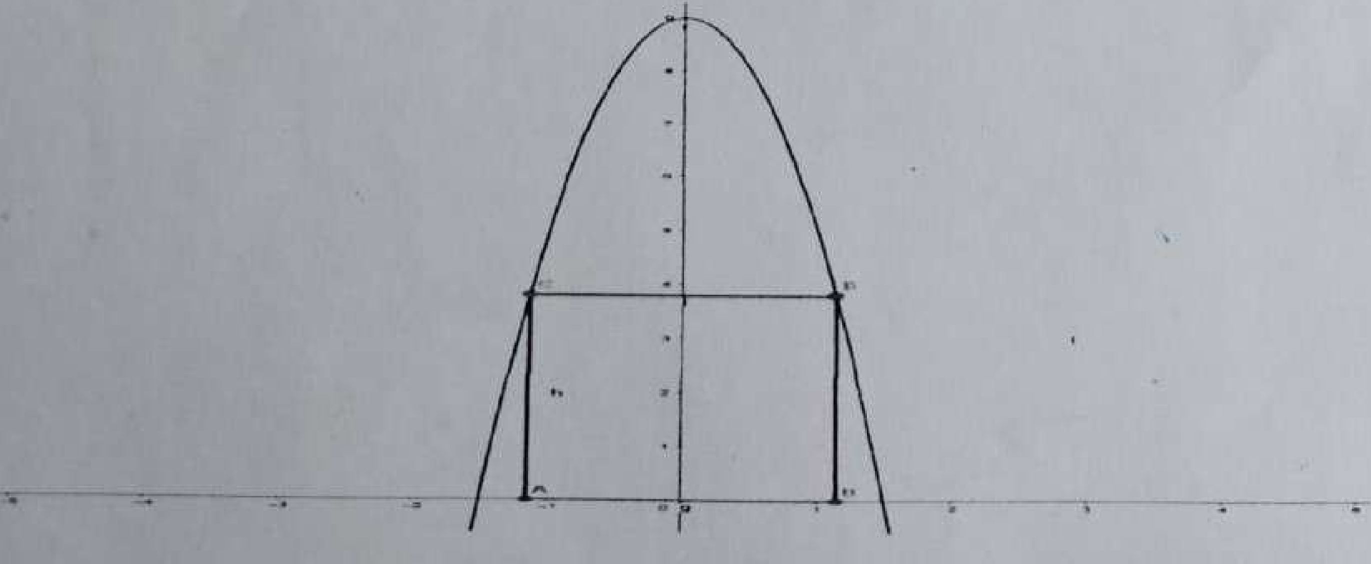
$$\lim_{x \to +\infty} \left(\frac{x+1}{ax+3}\right)^{x^2} = 0$$

4- Determinar si son V o F:

a) Las funciones $f(x) = \ln x$ y $g(x) = -x$ se intersecan en al menos un punto.

b) Si $\lim\limits_{x \to 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{x - sen(3x)}{x + sen\frac{1}{x}}$ entonces f es continua en x=2.

5- Hallar el rectángulo de área máxima que puede inscribirse en el espacio limitado por $y = -4x^2 + 9$ y la recta y=0, con una de sus bases sobre el eje de abscisas.



A. M. I

I 1022

Hoja: 1

Fecha: 22/8

1) AV $F(x) = \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^2-4}$

$\lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^2-4} = \dfrac{-4}{-0,\dots} = +\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^+} F(x) = -\infty$ $\boxed{AV \Rightarrow x=2}$

$\lim\limits_{x\to -2^-} \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^2-4} = \dfrac{0}{0,000..} = 0$, $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \dfrac{0}{-0,00..} = 0 \Rightarrow \lim\limits_{x\to -2} F(x) \neq \infty$

mal resuelto

$\nexists$ AV $x=-2$

AH

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3(1-2/x-5/x^2+6/x^3)}{x^3(\frac{1}{x}-4/x^3)} = \dfrac{1}{0} = \infty$ $\nexists$ AH

mayor exponente: numerador > denominador $= \infty$ cuando $x\to\infty$

$m = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^2-4}\cdot\dfrac{1}{x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^3-4x} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3(1-2/x-5/x^2+6/x^3)}{x^3(1-4/x^2)} = 1$

$m=1$

$\lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^2-4} - mx = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{x^3-2x^2-5x+6-x(x^2-4)}{x^2-4}$

$b = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{\cancel{x^3}-2x^2-5x+6-\cancel{x^3}+4}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{-2x^2-5x+10}{1x^2-4} = \dfrac{x^2(-2-5/x+10/x^2)}{x^2(1-4/x^2)} = \dfrac{-2}{1}$

AO $\Rightarrow$ $y = x-2$

$\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3-2x^2-5x+6}{x^2-4} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\cancel{(x+2)}(x-3)(x-1)}{(x-2)\cancel{(x+2)}} = \lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^2-4x+3}{x-2}$ $\dfrac{f(x)}{g(x)}$ $f>g$

$\lim\limits_{x\to -2^+} f(x) = \infty$

$\lim\limits_{x\to -2^-} f(x) = -\infty$

2) $f(x) = \dfrac{x^3+x^2+3}{2x} = \dfrac{1}{2}x^2 + \dfrac{1x}{2} + \dfrac{3}{2x}$ Dom_f $\mathbb{R}-\{0\}$

$$f'(x) = \frac{(3x^2+2x)(2x)-(x^3+x^2+3)(2)}{(2x)^2}$$

$$= \frac{6x^3+4x^2-2x^3-2x^2-6}{4x^2} = \frac{4x^3+2x^2-6}{4x^2} = f'(x)$$

$4x^3+2x^2-6=0$

$\hookrightarrow x=1$

$\hookrightarrow$ raíces imag

$(1, 5/2) \rightarrow$ mínimo   ¿?

ptos. críticos

mal justificado

$$f''(x) = \frac{(12x^2+4x)(4x^2)-(4x^3+2x^2-6)(8x)}{(4x^2)^2}$$

$$= \frac{48x^4+\cancel{16x^3}-32x^4-\cancel{16x^3}+48x}{16x^4}$$

$$= \frac{16x^4+48x}{16x^4} = 1+\frac{48}{16x^3} = f''(x)$$

$\hookrightarrow f''(x)>0 \rightarrow$ mínimo

$f''(1)=4 \rightarrow$ mínimo

No hay pto inf. porque

$\sqrt[3]{-16x^3} = 48$

$\sqrt[3]{-1}\cdot\sqrt[3]{16x^3} = 48$

$\nexists$ → sí existe

¿?

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x+1}{ax+3}\right)^{x^2} = 0 \rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{x(1+1/x)}{x(a+3/x)}\right)^{x^2} = \lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{a}\right)^{x^2} =$

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\dfrac{1-a}{a}\right)^{x^2} \rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty}\left[\left(1+\dfrac{1-a}{a}\right)^{\frac{a}{1-a}}\right]^{\frac{x^2(1-a)}{a}} \rightarrow \lim\limits_{x\to+\infty} e^{\frac{x^2(1-a)}{a}}$

$e^x=0 \rightarrow x=\ln(0) \Rightarrow \nexists$ no existen valores de a tal que

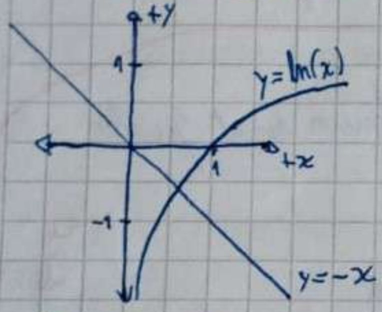
$$\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x+1}{ax+3}\right)^{x^2}=0$$

mal planteado

lo que intentaste usar solo te serviría para el caso de indeterminación "1^∞" o para $a=1$

4) a) $f(x) = \ln(x) \wedge g(x) = -x$

Si conocemos las gráficas es fácil decir que ambas funciones se intersecan en un punto



$\ln(1) = 0$ Verdadero

es cierto pero no puede justificar desde la gráfica

~~Analíticamente se puede pensar con el teorema del sandwich.~~
~~Si sabemos que los límites de dos funciones tienden al mismo número por izquierda y por derecha, si existe otra función que se encuentra entre ambas funciones, su límite va a ser el mismo que las otras funciones.~~

Teorema de Bolzano

$\ln(x) = -x \rightarrow 0 = \ln(x) + x$ (Raíces)

Si tenemos una función que su imagen para un punto es negativa y para otro positiva, podemos afirmar que esta función corta el eje de las x, es decir, presenta una raíz entre esos puntos. Ej

$x = 0{,}1 \rightarrow y = \ln(0{,}1) + 0{,}1 = -2{,}2\ldots \wedge x = 1 \rightarrow y = \ln(1) + 1 = 1$

Entonces existe un x tal que la función tenga una raíz en ese punto.

Verdadero

falta analizar una de las hipótesis cruciales para justificar el teorema de Bolzano.

4) b) $\lim_{x \to 2} \frac{f(x)-f(2)}{x-2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{x - \operatorname{sen}(3x)}{x + \operatorname{sen}(1/x)} \longrightarrow f$ es continua en $x=2$

Si se sabe que si f es continua en un punto, sus límites laterales en el punto son iguales, también es necesario que se cumpla que $\exists f(a)$, y que la función derivada evaluada en los puntos sea igual.

En conclusión, faltan datos para poder determinar si f es continua en el punto

FALSO

mal planteado

∘ Cálculo auxiliar:

$$\lim_{x \to +\infty} \frac{x - \operatorname{sen}(3x)}{x + \operatorname{sen}(1/x)} = \lim_{x \to +\infty} \frac{\frac{x}{x} - \frac{\operatorname{sen}(3x)}{x}}{\frac{x}{x} + \frac{\operatorname{sen}(1/x)}{x}} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1 - \frac{\operatorname{sen} 3x}{x}}{1 + \frac{\operatorname{sen}(0)}{x}}$$

$$\lim_{x \to +\infty} 1 - \frac{\operatorname{sen}(3x)}{x} = \lim_{x \to +\infty} 1 - \Bigg(3 \cdot \underbrace{\frac{\operatorname{sen}(3x)}{3x}}_{0}\Bigg) = \lim_{x \to +\infty} 1 = 1$$