

Trabajo Practico N° 7: Diferenciales

1) Para la función $f(x) = -2x^2 + 1$ determine Δy y dy en $x = 1$ con $\Delta x = 0.2$. Compare ambos resultados y diga cuál es mayor.

2) Para las siguientes funciones, encuentre dy

a) $y = x^2 + x - 3$

b) $y = 7x^3 + 3x^2 + 1$

c) $y = (2x + 3)^{-4}$

d) $y = (3x^2 + e^x + 1)^{-2}$

e) $y = (\sin x + \cos x)^3$

f) $y = (\tan x + 1)^3$

g) $y^2 = (x^2 - \cot x + 2)^3$

h) $y = (x^{10} + \sqrt{\sin 2x})^2$

3) Utilice diferenciales para aproximar los números dados. Compruebe con los valores obtenidos por calculadora.

a) $\sqrt{3}$

b) $\sqrt{10}$

c) $\sqrt[3]{8.1}$

d) $\sqrt[3]{10}$

e) $\tan 0.05$

f) $\tan(-0.05)$

g) $e^{0.2}$

h) $\ln(1.05)$

i) $\frac{\sqrt{15}}{15}$

4) El diámetro exterior de un cascaron esférico delgado es de 12 cm. Si el cascaron tiene un grosor de 3 mm, utilice diferenciales para aproximar el volumen de la región exterior.

5) Un disco metálico se dilata por la acción de calor de manera que su radio aumenta de 12 a 12,03 cm; halle el valor aproximado del incremento del área.

PROBLEMAS

1) **Ing. Civil:** Se está construyendo un tanque de almacenamiento de agua de forma cilíndrica. La capacidad del tanque depende de su radio r y su altura h . Dado que, tanto el radio como la altura, pueden tener pequeñas variaciones durante la construcción, se desea estimar el cambio en el volumen del tanque, ΔV , cuando el radio cambia de $r=5\text{m}$ a $r=5.1\text{ m}$ y la altura se mantiene constante en $h=10\text{ m}$.

- 2) **Ing. Eléctrica.** Los ingenieros eléctricos de nuestra facultad están diseñando un inductor con un núcleo de hierro. La inductancia L de un inductor está dada por la fórmula:

$$L = \frac{\mu N^2 A}{\ell}$$

donde:

- μ es la permeabilidad del material del núcleo,
- N es el número de vueltas del alambre,
- A es el área de la sección transversal del núcleo,
- ℓ es la longitud del núcleo.

Supongamos que, durante la fabricación, hay pequeñas variaciones en el número de vueltas del alambre N . Se desea estimar el cambio en la inductancia, ΔL , cuando el número de vueltas cambia de $N=100$ a $N=101$ mientras el resto de los parámetros (μ , A , ℓ) se mantienen constantes.

- 3) **Ing. Electrónica.** En un proyecto de diseño de circuitos electrónicos, se está ajustando un capacitor cuya capacitancia C depende del área de las placas A , la distancia entre las placas d y la permitividad del material dieléctrico ε . La capacitancia de un capacitor plano está dada por la fórmula:

$$C = \frac{\varepsilon A}{d}$$

Supongamos que, durante el ajuste del diseño, hay pequeñas variaciones en la distancia entre las placas d . Se desea estimar el cambio en la capacitancia, ΔC , cuando la distancia entre las placas cambia de $d=1$ mm a $d=1.02$ mm, mientras el resto de los parámetros se mantienen constantes. Esta técnica es útil en ingeniería electrónica para prever cómo pequeños cambios en las dimensiones de los componentes pueden afectar significativamente las propiedades de los dispositivos electrónicos.

- 4) **Ing. Mecánica.** Se está diseñando un eje cilíndrico que debe encajar con precisión en un rodamiento. La longitud L del eje es constante, pero el diámetro D del eje puede tener pequeñas variaciones debido a las tolerancias de fabricación. El volumen V del eje cilíndrico está dado por la fórmula:

$$V = \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 L$$

Supongamos que, durante la fabricación, el diámetro del eje cambia de $D=50$ mm a $D=50.5$ mm mientras la longitud L se mantiene constante en $L=200$ mm. Estime el cambio en el volumen del eje, ΔV , usando diferenciales.

- 5) **Ing. en Sistemas.** Se está optimizando el tiempo de respuesta de una base de datos. La capacidad de almacenamiento de la base de datos C (en GB) depende del número de discos duros n y de la capacidad de cada disco s (en GB). La capacidad total de almacenamiento está dada por la fórmula:

$$C = n \cdot s$$

Supongamos que, durante la ampliación del sistema, se agregan más discos duros, y queremos estimar el cambio en la capacidad de almacenamiento, ΔC , cuando el número de discos cambia de $n=10$ a $n=11$ mientras la capacidad de cada disco se mantiene constante en $s=500$ GB.