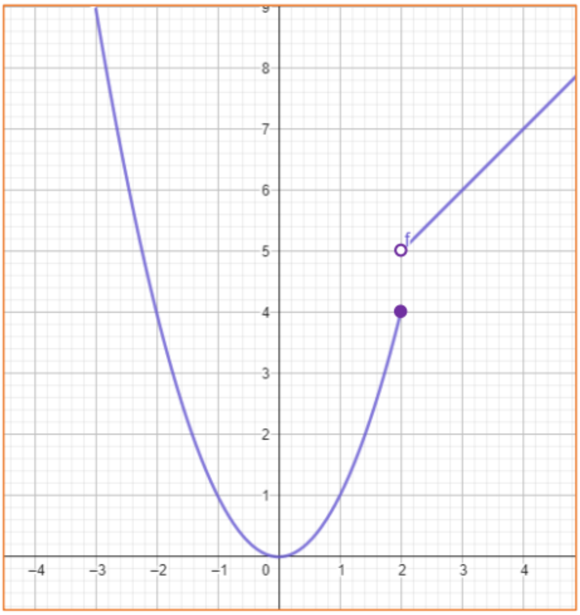
TRABAJO PRÁCTICO N° 3 – CONTINUIDAD

Ejercicio 1. Completa la siguiente definición y representa gráficamente:

"Una función f es continua en x = a, si solo si se satisfacen las siguientes condiciones:

1. ....
2. ....
3. ....

Ejercicio 2. Complete los textos en los recuadros y concluya:



$f(2) =$ ....

$\lim_{x\to 2^-} f(x) =$ .... $\lim_{x\to 2^+} f(x) =$ ....

Entonces

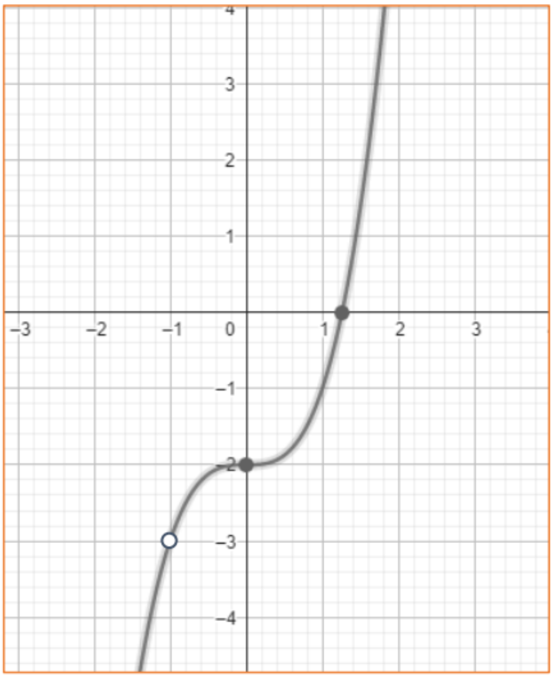
$\lim_{x\to 2} f(x) =$ ....

Como

$f(2)$ .... $\lim_{x\to 2} f(x) =$ ....

Entonces

f es .... en x = 2



$f(-1) =$ ....

$\lim_{x\to -1^-} f(x) =$ .... $\lim_{x\to -1^+} f(x) =$ ....

Entonces

$\lim_{x\to -1} f(x) =$ ....

Como

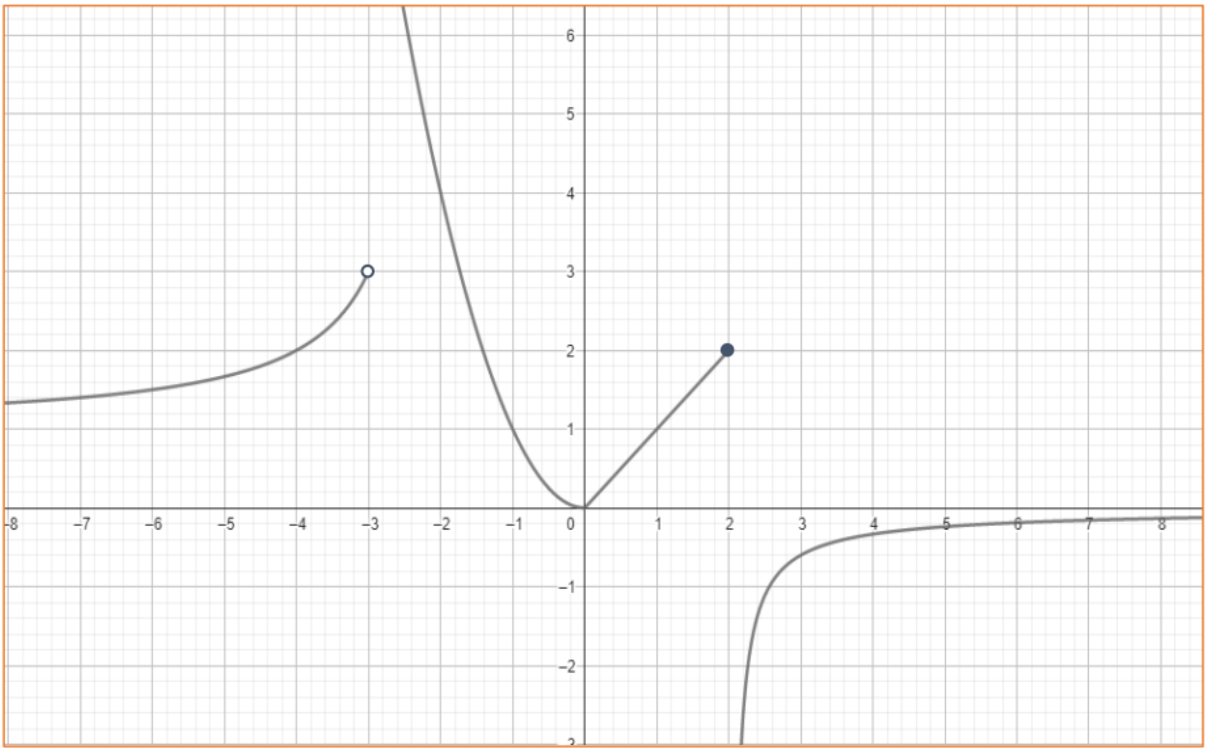
$f(-1)$ .... $\lim_{x\to -1} f(x) =$ ....

Entonces

f es .... en x = – 1

EJERCICIO 3:

Dada la gráfica de la función analiza e indica: a) En qué intervalos la función es continua, b) en qué puntos es No continua y c) en qué puntos es discontinua, ¿qué tipo de discontinuidad presenta?



EJERCICIO 4:

Estudia la continuidad de las siguientes funciones; si es no continua o presentara discontinuidades en algunos puntos, si fuera posible, si presenta discontinuidad/es, clasifícalas y redefínelas, si es posible. Grafícalas usando el GeoGebra.

$$1)\ f(x) = \frac{2x+4}{2x^2+6x-8}$$

$$2)\ h(x) = \frac{3x^2+1}{x^2+3x-4}$$

$$3)\ g(x) = \frac{1}{x^2+2x+1}$$

$$4)\ u(x) = \frac{2-x}{2-|x|}$$

$$5)\ h(x) = \frac{x-1}{x^2-1}$$

$$6)\ f(x) = \begin{cases} e^x & si\ \ x > 0 \\ 1 & si\ x = 0 \\ 1 + x + \frac{1}{2}x^2 & si\ x < 0 \end{cases}$$

$$7)\ v(x) = \begin{cases} \dfrac{-sen\,(4x)}{2x} & si\ \ x < 0 \\ \dfrac{cos\,(x) - 1}{x \cdot sen\, x} & si\ \ x > 0 \end{cases}$$

EJERCICIO 5:
Determina el/los valores "a" y/o "b" para que la función sea continua

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 & si\ x \leq 1 \\ 2x + a & si\ x > 1 \end{cases}$

b) $(x)\begin{cases} |3-x| & x < 7 \\ ax + 4 & 7 < x < 10 \end{cases}$

c) $f(x) = \begin{cases} ax^2 - 2x & x \leq 1 \\ 4x^2 + ax + b & 1 < x < 2 \\ 3x + b & x \geq 2 \end{cases}$

d) $f(x) = \begin{cases} 3x - 2 & x \leq 2 \\ ax + b & 2 < x < 3 \\ 2b - 3ax & x \geq 3 \end{cases}$

e) $f(x) = \begin{cases} arcsen\ x & -1 < x \leq 1 \\ a \cdot (1 + \sqrt{x}) & 1 < x < 4 \\ \dfrac{x + b}{2} & x \geq 4 \end{cases}$

Ejercicio 6. Estudie la continuidad en los intervalos indicados:

a) $f(x) = \sqrt{x - 4}$ $\quad en\ [4,8]$

b) $g(x) = \begin{cases} x + 1 & x \leq 3 \\ \ln(x - 3) & x > 3 \end{cases}$ $\quad en\ [1,3]$

c) $f(x) = \begin{cases} 2 - x & \infty < x < 1 \\ 1 & 1 \leq x \leq 4 \\ x - 2 & 4 < x < \infty \end{cases}$ $\quad en\ [1,4]$

d) $f(x) = \frac{1}{x-1}$ $\quad en\ (1,3)$

e) $f(x)\begin{cases} x^2 & si\ x < 0 \\ 0 & si\ x = 0 \\ x & si\ x > 0 \end{cases}$ $\quad en\ [-1,1]\,;(-\infty,0)$

f) $g(x) = \frac{x^3-27}{|x-3|}$ $\quad en\ (-1,0);(0,3);[0,3]$

Ejercicio 7. Realizar un esbozo de la gráfica de la función que cumpla con las siguientes condiciones:

a) $f(3)$ no existe y $\lim_{x\to 3} f(x)$ existe.

b) $g(0) \neq 0$ existe y $\lim_{u\to 0} g(u) = 0.$

c) $f(-2)$ existe y $\lim_{x\to -2} f(x)$ no existe porque f presenta discontinuidad infinita.

d) $Dom\ h = (-4,4)$, h es par y tiene discontinuidad evitable en 2 y no evitable – 3.

e) $f(2) = 3,\quad \lim_{x\to 2} f(x) = 1,\quad \lim_{x\to a} f(a) = f(a),\ \ a \neq 2$ y $Rgo\ f = [-4,4]$.

Ejercicio 8. Verificar si las siguientes funciones cumplen con el Teorema de Bolzano.

a) $f(x) = \frac{2x-3}{x-1}$ $\quad en\ [0,2]$

b) $f(x) = x^3 + x - 1$ $\quad en\ [0,1]$

c) $f(x) = x^2 - x.sen\ - \cos x$ $\quad en\ [-\pi,\pi]$

d) $f(x) = \begin{cases} -1 & x \leq 0 \\ 2x^3 - 1 & x > 0 \end{cases}$ $\quad en\ [-1,1]$

Ejercicio 9. Dada la función $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & si\ 0 \leq x \leq 2 \\ x - 1 & si\ 2 < x \leq 30 \end{cases}$

a) ¿Es continua?

b) ¿Se cumplen con las condiciones del Teorema de Bolzano en el intervalo [0, 4]?

Ejercicio 10. ¿Es posible aplicar el teorema del valor intermedio a la función $\boldsymbol{h(x)} = \frac{x+x^2}{x-1}$ en el intervalo $\left[\frac{5}{2},4\right]$ sabiendo que k = 6? En caso afirmativo, hallar el valor de c del cual habla el teorema.

Ejercicio 11. Demostrar que $\boldsymbol{f(x) = x^2 - 2 - \cos x}$ tiene una raíz en el intervalo $[0, \pi]$.