

TRABAJO PRACTICO APLICACIÓN DE DERIVADAS

Recta Normal y Recta Tangente

Caso 1 (Conozco la ecuación de la curva y el punto o una de sus coordenadas donde quiero encontrar la RT y/o la RN)

Ej 1) Determine la pendiente de la tangente a la gráfica de $y = -6x^4 + 2x^3 + 5$ en el punto $(-1, -3)$. Determine las ecuaciones de las rectas tangente y normal en ese punto.

Ej 2) Determine la pendiente de la tangente a la función $y = -\frac{3}{2}x^3 + 3x - 2$ en el punto $(2, -8)$. Determine las ecuaciones de las rectas tangente y normal en ese punto.

Ej 3) Determine la pendiente de la tangente y la ecuación de las rectas normal y tangente a la gráfica de $f(x) = -2x^3 + 5x^2 - x + 3$ en $x = 2$

Ej 4) Encuentre la Ecuación de las rectas tangente y normal a la curva de ecuación $x^3 + y^3 - x.y - 7 = 0$ en el punto $(1, 2)$.

Caso 2 (Conozco la ecuación de la curva y una relación de la pendiente de la RT con otra recta)

Ej 5) Determine las ecuaciones de, la o las rectas tangentes a la curva

$y = -x^4 + 8x^2$ que son perpendiculares a la recta $x = 1$.

Ej 6) Demuestre que ninguna tangente a la curva $y = 6x^3 + 2x^2$ tiene pendiente -5.

Ej 7) Calcular los puntos en que la tangente a la curva $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ es paralela al eje X.

Ej 8) Encuentre la coordenada de los puntos, si existen, de la gráfica de

$y = 2x^2 + 4x - 2$ en los que la recta tangente es:

- a) Horizontal
- b) Vertical
- c) Paralela a la recta $2x - y + 5 = 0$

Caso 3 (Conozco la ecuación de la curva y un punto de paso que pertenece a la RT o RN pero no a la curva)

Ej 9) Determine las ecuaciones de las rectas tangentes a la grafica de la función

$f(x) = -x^2 + 4$ que pasan por el punto $(3, 0)$.

Ej. 10) Determine las ecuaciones de las rectas tangentes, si existen, a la grafica de la función $f(x) = \sqrt{x}$ que pasan por el punto $(-4, 0)$.

Ej. 11) Determine las ecuaciones de las rectas tangentes, si existen, a la gráfica de la función $f(x) = \ln(x)$ que pasan por el origen de coordenadas.

Ej. 12) Determine la ecuación de la rectas tangentes, si existen, a la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{3}\sqrt{36 - x^2}$ que pasa por el punto $(0, 8)$.

Determinar extremos relativos, máximo y mínimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento aplicando el criterio de la primera derivada. Bosqueje la gráfica.

Ej 13)

a) $f(x) = 3x^{\frac{2}{3}} - 2x$

b) $f(x) = x^2 \cdot (1 - x)^3$

c) $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x + 3}$

d) $f(x) = x^2 \cdot e^{-x}$

e) $f(x) = (x - 1)^2 \ln(x - 1)$

f) $f(x) = \sin e^x$

Determinar Extremos relativos, maximos y minimos, intervalos de crecimiento y decrecimiento aplicando el criterio de la segunda derivada. Bosqueje la grafica.

Ej 14)

a) $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 2$

b) $f(x) = (x^2 - 1)^2$

c) $f(x) = \frac{x}{1 - x^2}$

d) $f(x) = x \cdot e^x$

e) $f(x) = \frac{\ln x}{x}$

f) $f(x) = \operatorname{sen} x + \operatorname{cox} x \quad [0; 2\pi]$

Determine intervalos de concavidad y puntos de inflexión. Bosqueje la gráfica.

Ej 15)

a) $f(x) = x^4 + 2x^2$

b) $f(x) = 4x^3 + 3x^2 - 6x + 1$

c) $f(x) = \frac{\ln(x-2)}{x+1}$

d) $f(x) = e^{\operatorname{arctg} x}$

e) $f(x) = \ln \frac{(x-2)}{x+1}$

f) $f(x) = \cos^2 x - 2 \operatorname{sen} x$

Dadas las siguientes funciones. ¿Satisfacen las condiciones del Teorema de Rolle en los intervalos indicados?

Ej 16)

a) $f(x) = x^2 - 2x + 1$ en $[0, 2]$

b) $f(x) = \sqrt[3]{x}$ en $[-2, 2]$

c) $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - 1 & \text{si } x < 1 \\ x^2 - x + 1 & \text{si } x \geq 1 \end{cases}$ en $[-2, 3]$

En cada una de las siguientes funciones, indique si el Teorema de Lagrange se aplica en el intervalo que se indica. Si es así encuentre todos los posibles valores de C. Bosqueje la función dada en el intervalo dado.

Ej 17)

a) $f(x) = \frac{x-4}{x-3}$ en $[0, 4]$

b) $f(x) = x^2 + 3^x$ en $[0, 1]$

c) $f(x) = \operatorname{sen} x$ en $[-\pi, \pi]$

Problemas de Optimización

Ej. 18)

Descomponer el número 80 en dos sumandos cuyo producto sea máximo.

Ej. 19)

Un número más el cuadrado de otro número suman 48. Encuentre dichos números para que su producto sea máximo.

Ej. 20)

Se dispone de \$ 3.000.000 para vallar un terreno rectangular colindante con un camino recto. Si el precio de la valla que ha de ponerse en el lado del camino es de \$ 10.000 el metro y el de la valla de los restantes lados es de \$ 2.000 ¿Cuáles son las dimensiones y el área del terreno rectangular de área máxima que se puede vallar?

Ej. 21)

Se desea construir una lata de conservas en forma de cilindro circular recto de área total 150 cm^2 y volumen máximo. Determine el radio de la tapa y la altura del cilindro.

Ej 22)

El costo total C de construcción de un edificio de n pisos está expresado por:

$$C = 2n^2 + 300n + 320$$

- Expresa el costo medio por piso C_m en función de n . Recuerde que $C_m = \frac{C}{n}$
- Calcule el número de pisos a construir para que el costo medio por piso sea mínimo.
- Si C está expresado en miles de dólares. Calcule el costo total del edificio.