Actividad 3

Sea g una función cuyo gráfico tiene la misma recta tangente que el gráfico de la función $f(x) = cos(x^2 - 4) - 3x + 8$ en el punto de abscisa $x = 2$. Halle la ecuación de la recta normal al gráfico de $h(x) = (g(x))^2 - e^{g(x)-3}$ en el punto de abscisa $x = 2$.

calculamos recta tg al grafico de f en $x=2$
(es la misma que la de g!!)

$R_T: \quad y - f(2) = f'(2).(x-2)$

$f(2) = \cos 0 - 3.2 + 8 = 1 - 6 + 8 = 3$ ✓

$f'(x) = -[\operatorname{sen}(x^2-4)] \cdot 2x - 3$

$f'(2) = -\underbrace{\operatorname{sen}(0) \cdot 2.2}_{=0} - 3 = -3$ ✓

$R_T: \quad y - 3 = -3(x-2)$

$f'(2) = -3 = g'(2)$

$g(2) = 3$

$$h(x) = (g(x))^2 - e^{g(x)-3}$$

$g'(2) = -3$

$g(2) = 3$

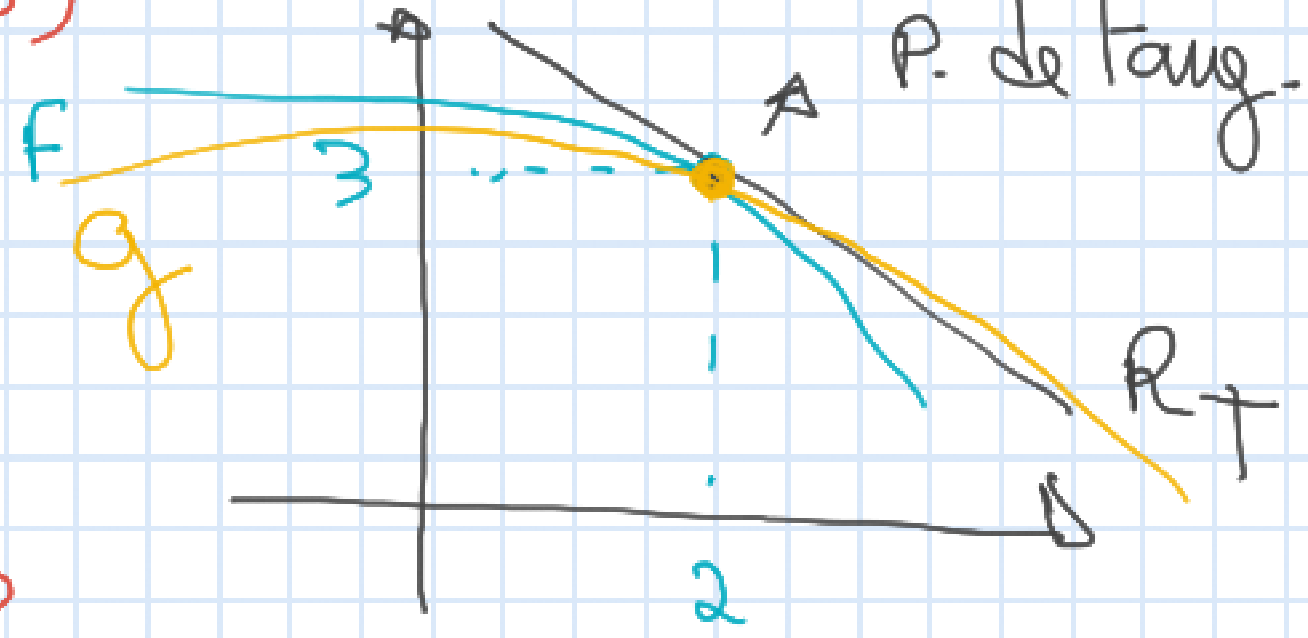
$R_N: \quad y - h(2) = -\frac{1}{h'(2)}(x-2)$

$h'(x) = 2 \cdot g(x) \cdot g'(x) - e^{g(x)-3} \cdot g'(x)$

$h'(2) = 2 \cdot g(2) \cdot g'(2) - e^{g(2)-3} \cdot g'(2)$

$h'(2) = 2 \cdot 3 \cdot (-3) - e^{3-3} \cdot (-3)$

$= -18 + 3 = -15$



$h(2) = [g(2)]^2 - e^{g(2)-3}$

$h(2) = 3^2 - e^{3-3} = 9 - 1 = 8$

$R_N: \quad y - 8 = +\frac{1}{15} \cdot (x-2)$

Actividad 3

$y|_1 = 0$ ✓

Sea g una función derivable en $x = 1$ tal que la recta tangente a la gráfica de g en $x = 1$, es $y = -3x + 3$.
Consideremos la función $f(x) = a.e^{g(x)-b(x-1)}$ hallar los valores de a y de b de modo tal que la recta normal al gráfico de f en $x = 1$ resulte ser: $y = 1/15\,x - 151/15$.

Información $g'(1) = -3$

$g(1) = 0$

$$R_N = y - F(1) = -\frac{1}{F'(1)}(x-1)$$

$$F(1) = a.e^{g(1)-b(1-1)} = a.e^0 = a$$

$$F'(x) = a.e^{g(x)-b(x-1)}.[g'(x) - b]$$

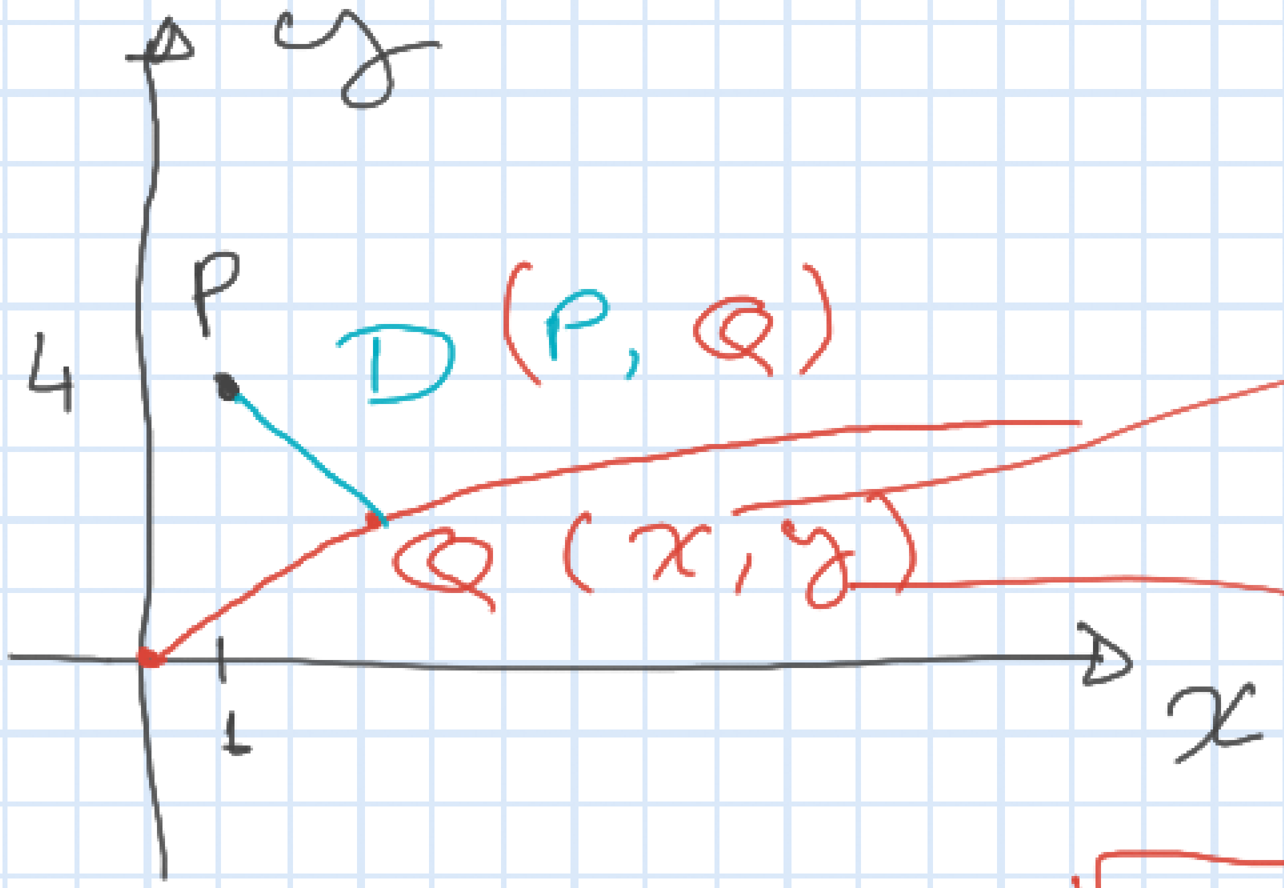
$$F'(1) = a\,e^{0-b(1-1)}.(-3-b) = a.(-3-b)$$
$$-a(3+b)$$

$$y - a = \frac{1}{a(3+b)}(x-2)$$

$$y = \frac{1}{a(3+b)}x - \frac{2}{a(3+b)} + a$$

Actividad 5

Determine la mínima distancia desde el punto $(1\ ;\ 4)$ a la gráfica de $y^2 = 2x$



$2^2 = 2 \cdot 2$

$P\ (1, 4)$

$Q\left(\frac{y^2}{2} ; y\right)$

$$Dis(P,Q) = \sqrt{\left(\frac{y^2}{2} - 1\right)^2 + (y-4)^2} \Rightarrow D: \sqrt{1+4} = \sqrt{5}$$

$$\|\overline{PQ}\| = \left\|\left(\frac{y^2}{2} - 1\ ;\ y - 4\right)\right\|$$

$$\theta(y) = \left(\frac{y^2}{2} - 1\right)^2 + (y-4)^2$$

$$\theta'(y) = 2\left(\frac{y^2}{2} - 1\right) \cdot \frac{\cancel{2}y}{\cancel{2}} + 2(y-4) \cdot 1$$

$\theta'(y) = 2\left(\frac{y^2}{2}-1\right)\cdot \frac{\cancel{2}y}{\cancel{2}} + 2(y-4)\cdot 1$

$\theta'(y) = 2\left(\frac{y^2}{2}-1\right) y + 2y - 8$

$\theta'(y) = (y^2 - 2)y + 2y - 8$

$* \quad \theta'(y) = \underline{y^3 - 8} = 0$

$y = 2$ ✓

$\theta''(y) = 3y^2$

$\theta''(2) = 3.4 > 0$ ✓ min

$y = 2 \qquad y^2 = 2x$

$2^2 = 2.x \qquad \boxed{x = 2}$

$(2, 2)$

Ejercicio del cuestionario de Derivadas.

Dist mínima del P(3, 1) al gráfico de F(x) = $1+\sqrt{32-2x^2}$ = y

un punto del gráfico de F es: Q$(x;\ 1+\sqrt{32-2x^2})$

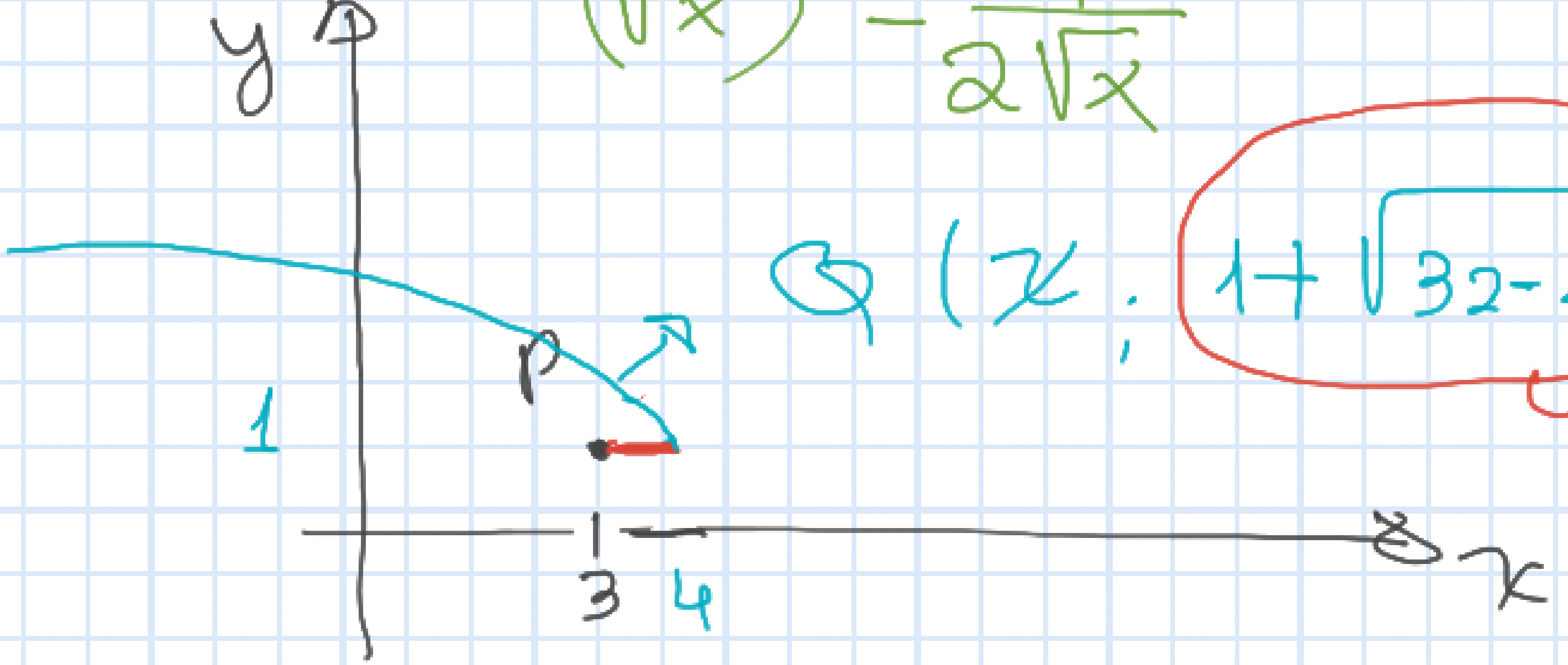
$$\left(\sqrt{h(x)}\right)' = \left(\left[h(x)\right]^{1/2}\right)' =$$

$$(x^n)' = n\,x^{n-1}$$ ✓

$$\underbrace{\frac{1}{2}\,h(x)^{-1/2}}_{\frac{1}{2\,h(x)^{1/2}}}\cdot h'(x)$$

$$\frac{1}{2\,h(x)^{1/2}}\,h'(x) \rightarrow \sqrt{h(x)}$$

$$\left(\sqrt{x}\right)' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$$



Q$(x;\ \underbrace{1+\sqrt{32-2x^2}}_{y})$

$32-2x^2 \geq 0$

$32 \geq 2x^2$

$16 \geq x^2$

$4 \geq |x|$

$-4 \leq x \leq 4$

P(3,1) Q (x,y)

$$\text{dist}\ (P,Q) = \sqrt{(x-3)^2 + (y-1)^2}$$

$$\text{dist}\ (P,Q) = \sqrt{(x-3)^2 + \left(1+\sqrt{32-2x^2}-1\right)^2}$$

$f(x) = 1 + \sqrt{32-2x^2}$ está definida en un intervalo cerrado $[-4;4]$

f es continua en $[-4;4]$

luego por el 2do teorema de Weierstrass, f alcanza un máx ab y min abs en él

$f(4) = 1$ ✓

$f(-4) = 1$ ✓

$$g'(x) = \frac{1}{2\sqrt{(x-3)^2+32-2x^2}} \cdot 2(x-3)-4x$$

$$O'(x) = \frac{1}{2\sqrt{(x-3)^2+32-2x^2}}\left[2(x-3)-4x\right]$$

$$O'(x) = \frac{1}{2}\left[(x-3)^2+32-2x^2\right]^{-1/2} \cdot \left(2(x-3)-4x\right)$$

$$O''(x) = \frac{1}{2}\left\{\underbrace{\left(-\frac{1}{2}\right)\cdot\left[(x-3)^2+32-2x^2\right]^{-3/2}}\cdot\underbrace{\left(2(x-3)-4x\right)} + \left[(x-3)^2+32-2x^2\right]^{-1/2}\cdot\underbrace{(2-4)}\right\}$$

$O''(-3) < 0$ en $x=-3$ tenemos un p. MAX

$(-3, \sqrt{50})$ ✓