ACTIVIDADES RESUELTAS DE LA UNIDAD II - REVISADAS POR EL ING. MARTÍNEZ- 2024.

Actividad 2.1

A={ 8 } es unitario y U = $\mathbb{N}$

B = { $\sqrt{5}, -\sqrt{5}$ } no es unitario ni vacio y U = $\mathbb{R}$

C={ } es vacio y U = $\mathbb{Z}$

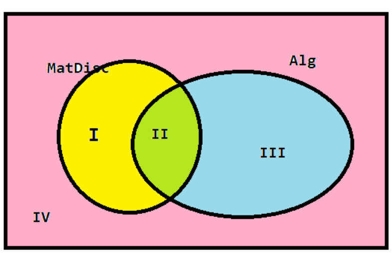
Actividad 2.2

a) A y B son disjuntos , no tienen elementos en común
b) A y B no son disjuntos , al menos 1 es un elemento en común
c) A y B no son disjuntos, al menos 2 es un elemento en común

Actividad 2.3

i) Si U = { x / x es alumno de la FRT} ,

A = { x $\in$ U / x cursa Matemática Discreta } y B = {x $\in$ U / x cursa Algebra}



I = alumnos de la FRT que cursan MD y no Algebra

II = alumnos de la FRT que cursan MD y Algebra

III = alumnos de la FRT que cursan Álgebra y no MD

III = alumnos de la FRT que no cursan Álgebra ni MD

ii)

i) Si, Luis trabaja, pues Luis $\in$ B . Dos personas trabajan . Juan tiene hijos , Juan $\in$C, pero no trabaja, Juan $\notin$ B

ii) Si, Elio es alumno de la FRT ya que Elio $\in$U

iv) Si, Maxi es un alumno de la FRT menor de 20 años ya que Maxi $\notin$ A

v) Luis y Juan tienen al menos 20 años y tienen hijos

vi) Maxi trabaja y no tiene hijos

Actividad 2.4

a)

i) $\mathbb{N} \subseteq \mathbb{Z}$

ii) $\{ x \in \mathbb{Z} \ / \ x \text{ es par} \} \supseteq \{ x \in \mathbb{Z} \ / \ (x-2).(x+4) = 0 \}$

iii) $\{ x \ / \ x \text{ es una vocal} \} \subseteq \{ a, e, i, o, u \}$

b)

i) ¿ $B \subset A$? Verdadero, B está formado por los múltiplos positivos de 3 y A por todos los múltiplos de 3 , con lo cual hay elementos de A que no están en B, ejemplo : -9

¿ $C \subseteq A$? Verdadero, todos los elementos de C están en A, todos los múltiplos de 6 son también múltiplos de 3

¿ $C \subseteq B$? Falso, hay elementos de C que no están en B , por ejemplo -6

¿ $B \not\subseteq C$? Verdadero, $9 \in B$ y $9 \notin C$

ACTIVIDAD 2.5

$|A| = 4$ y $|P(A)| = 2^4 = 16$

P(A)= { $\emptyset$, {u} , {v} , {x} , {y} , {u,v} ,{u,x} , {u,y} , {v,x} , {v,y} , {x,y}, {u,v,x} , {u,v,y} , {v,x,y} , {u,x,y} , A}

Elementos de P(A) con cardinal cero , uno

Elementos de P(A) con cardinal uno , cuatro

Elementos de P(A) con cardinal dos , seis

Elementos de P(A) con cardinal tres , cuatro

Elementos de P(A) con cardinal cuatro , uno

Actividad 2.6

a) I) Verdadero, $b \in (A \cap B' \cap C')$ ya que $b \in A$, $b \notin B$ y $b \notin C$

ii) Verdadero, $a \in (A \cup B) - C$ ya que $a \in (A \cup B)$ y $a \notin C$

iii) Falso, ya que $B = \{e,a,d,f\}$

iv) Falso, $d \in (A \cup B \cup C)$ ya que $d \in A$, $d \in A$ y $d \in A$

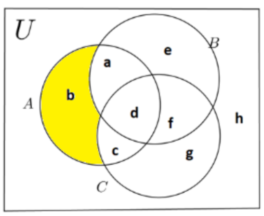
v) Falso, ya que $c \in A$

vi) Verdadero, $h \in (A' \cap B' \cap C')$ ya que $h \in A'$, $h \in B'$ y $h \in C'$

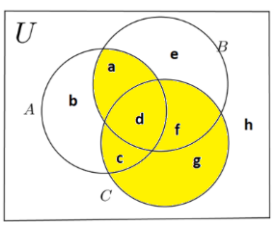
vii) Falso, ya que $f \notin A$

viii) Verdadero, $g \in (C - A - B)$ ya que $g \in C$, $g \notin A$ y $g \notin B$

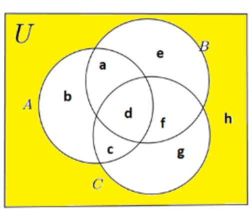
b) i) $A \cap B' \cap C' = \{b\}$



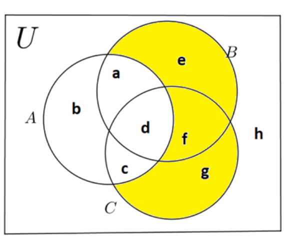
ii) $(A \cap B) \cup C = \{a, d, c, f, g\}$



iii) $A' \cap B' \cap C' = \{h\}$



iv) $(C \cup B) - A = \{e, f, g\}$



Actividad 2.7

a) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

Demostración:

$A \cap (B \cup C) = \{ x \ / \ x \in A \ \wedge \ x \in (B \cup C) \}$ por definición de $\cap$

$= \{ x \ / \ x \in A \ \wedge \ (x \in B \ \vee \ x \in C) \}$ por definición de $\cup$

$= \{ x \ / \ (x \in A \ \wedge \ x \in B) \ \vee (x \in A \ \wedge \ x \in C) \}$

por propiedad distributiva de $\wedge$ respecto de $\vee$

$= \{ x \ / \ x \in (A \cap B) \ \vee \ x \in (A \cap C) \}$ por definición de $\cap$

$= (A \cap B) \cup (A \cap C)$ por definición de $\cup$

b) $(A \cap B)' = A' \cup B'$ (Ley de De Morgan)

Demostración

$(A \cap B)' = \{ x \ / \ x \notin (A \cap B)\} = \{ x \ / \ \neg x \in (A \cap B)\}$ por definicion de complemento

$= \{ x \ / \ \neg (x \in A \ \wedge \ x \in B) \}$ por definición de negación

$= \{ x \ / \ \neg x \in A \ \vee \ \neg x \in B \}$ por ley de De Morgan para la $\wedge$

$= \{ x \ / \ x \in A' \ \vee \ x \in B' \}$ por definición de complemento

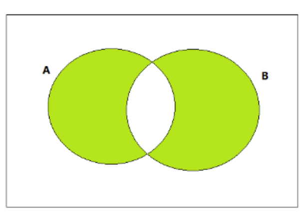
$= A' \cup B'$ por definición de $\cup$

C) $(A \oplus B) \oplus C = A \oplus (B \oplus C)$ (Asociatividad de $\oplus$)

Demostración

Recordar

$A \oplus B = \{ x \ / \ x \in A \ \underline{\vee} \ x \in B \} = (A - B) \cup (B - A) = (A \cap B') \cup (B \cap A')$



$(A \oplus B) \oplus C = \{ x \;/\; (x \in A \veebar x \in B) \veebar x \in C \} =$ por definición de $\oplus$

$= \{ x \,/\, x \in A \veebar (x \in B \veebar x \in C) \} =$ por propiedad asociativa de $\veebar$

$= A \oplus (B \oplus C)$

d) $A \oplus B \oplus C = (A \cap B' \cap C') \cup (B \cap A' \cap C') \cup (C \cap A' \cap B') \cup (A \cap B \cap C)$

Demostración

Recordemos:

$A \oplus B = \{ x \;/\; x \in A \veebar x \in B \} = (A \cap B') \cup (B \cap A')$

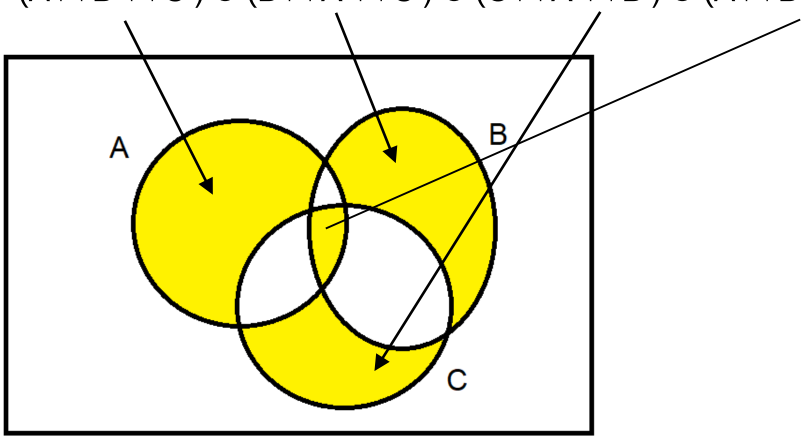
$A \oplus B \oplus C = \{ x \,/\, x \in A \veebar x \in B \veebar x \in C \} =$ por definición de $\oplus$

$=\{ x \,/\, (x \in A \wedge x \notin B \wedge x \notin C) \vee (x \in B \wedge x \notin A \wedge x \notin C) \vee$

$(x \in C \wedge x \notin A \wedge x \notin B) \vee (x \in A \wedge x \in B \wedge x \in C) \} =$

por propiedad $\veebar$ (ver actividad 1.4.v)

$=(A \cap B' \cap C') \cup (B \cap A' \cap C') \cup (C \cap A' \cap B') \cup (A \cap B \cap C)$



Actividad 2.8

a) Primero se debe observar que los tres elementos de este conjunto de conjuntos sean subconjuntos de A. En efecto, lo son, $\{ 0, 1, 2, 3 \} \subseteq A$, $\{ 3, 4, 5, 6\} \subseteq A$ y $\{ 6, 7, 8, 9\} \subseteq A$. Luego se debe comprobar que los tres conjuntos, tomados de a dos, sean disjuntos. En este caso $\{ 0, 1, 2, 3 \}$ y $\{ 3, 4, 5, 6 \}$ no son disjuntos ya que

$\{0, 1, 2, 3\} \cap \{3, 4, 5, 6\} \neq \varnothing$ por lo tanto en este caso no se tiene una partición.

b) $\{0, 1, 2, 3\} \subseteq A$, $\{4, 5, 6\} \subseteq A$, $\{7\} \subseteq A$ y $\{8, 9\} \subseteq A$ (Todos los conjuntos son subconjuntos de A)

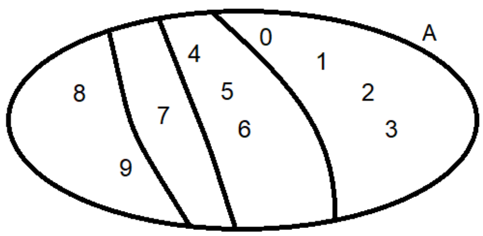
$\{0, 1, 2, 3\} \cap \{4, 5, 6\} = \varnothing$; $\{0, 1, 2, 3\} \cap \{7\} = \varnothing$;

$\{0, 1, 2, 3\} \cap \{8, 9\} = \varnothing$; $\{4, 5, 6\} \cap \{7\} = \varnothing$;

$\{4, 5, 6\} \cap \{8,9\} = \varnothing$; $\{7\} \cap \{8,9\} = \varnothing$ (Todo par de subconjuntos son disjuntos)

$\{0, 1, 2, 3\} \cup \{4, 5, 6\} \cup \{7\} \cup \{8, 9\} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = A$ (La unión de todos los subconjuntos da por resultado el conjunto A

Por lo tanto $\{\{0, 1, 2, 3\}, \{4, 5, 6\}, \{7\}, \{8, 9\}\}$ es una partición de A



c) $\{x \in A \ / \ x = 2k , k \in \mathbb{Z}\} = \{0, 2, 4, 6, 8\} \subseteq A$

$\{x \in A \ / \ x = 3k , k \in \mathbb{Z}\} = \{0, 3, 6, 9\} \subseteq A$

Entonces $\{\{x \in A \ / \ x = 2k , k \in \mathbb{Z}\} , \{x \in A \ / \ x = 3k , k \in \mathbb{Z}\}\}$ no es una partición. Se observa que tienen elementos en común, por ejemplo: 6

Actividad 2.9

i) Falso, ya que $1 \in A \wedge 1 \notin A \times B$

ii) Falso, ya que $(A \times B) - A = A \times B$ dado que $(A \times B) \cap A = \varnothing$

iii) Falso , porque es falso el segundo término de la conjunción ya que $a \notin A$

iv) Verdadero ya $a \in B$ y $b \in B$

Actividad 2.10

1)

a) **Falso,** no es lo mismo: **A** hace referencia a un conjunto y **|A|** es la cantidad de elementos del conjunto(es un nro).

b) **Falso,** ídem al anterior estamos hablando de la unión de dos conjuntos que genera otro conjunto frente a la cantidad de elementos de la unión de dos conjuntos.

c) **Falso**, la operación suma no es válida entre dos conjuntos por ende tampoco es igual a la unión de dos conjuntos
d) **Falso,** la unión de cardinales de dos conjuntos no es una operación valida, por ende no es igual al cardinal de la unión de dos conjuntos
e) **Falso,** no dará en todos los casos correctamente por la razón que cuando sumemos el cardinal de los dos conjuntos por separado repetiremos las cantidades de elementos que son coincidentes entre si en conjuntos no disjuntos.
f) **Verdadero**, el cardinal de la unión de dos conjuntos es igual a la suma de los cardinales de los conjuntos menos la intersección de los conjuntos.

2)

U={Alumnos}

I ={Conjunto de alumno que hablan ingles}

W ={Conjunto de alumno que diseñan página Web}

O ={Conjunto de alumno que usan Office}

$|U| = 900$

$|I| = 320$

$|W| = 225$

$|O| = 520$

$|I \cap W| = 80$

$|W \cap O| = 45$

$|I \cap O| = 157$

$|I \cap W \cap O| = 35$

a) ¿Cuántos alumnos conversan en inglés o diseñan páginas Web o son expertos en Office?

   $\mathbf{|I \cup W \cup O| = |I| + |W| + |O| - |I \cap W| - |W \cap O| - |I \cap O| + |I \cap W \cap O|}$

   $\mathbf{|I \cup W \cup O| = 320 + 225 + 520 - 80 - 45 - 157 + 35 = 818}$

   Respuesta: 818 alumnos conversan en inglés o diseñan páginas Web o son expertos en Office

b) ¿Cuántos alumnos conversan en inglés, pero no diseñan páginas Web ni son expertos en Office?

$| I | - | I \cap W | - | I \cap O | + | I \cap W \cap O | = 320 – 80 – 157 +35= 118$

Respuesta= ||8 alumnos conversan en inglés, pero no diseñan páginas Web ni son expertos en Office

c) ¿Cuántos alumnos conversan en inglés y diseñan páginas Web pero no son expertos en Office?

$| I \cap W | - | I \cap W \cap O | = 80 – 35 = 45$

Respuesta= 45 alumnos conversan en inglés y diseñan páginas Web pero no son expertos en Office

d) ¿Cuántos alumnos contestaron que no conversan en inglés ni son expertos en páginas Web ni manejan Office?

$| U | = | I \cup W \cup O | + | I \cup W \cup O |´$

$| I \cup W \cup O |´ = | U | - | I \cup W \cup O |$

$| I \cup W \cup O |´ = 900 – 818 = 82$

Respuesta= 82 alumnos contestaron que no conversan en inglés ni son expertos en páginas Web ni manejan Office

Actividad 2.11

1)

O1: elegir un libro de Programación. m1= 10 libros distintos

O2: elegir un libro de matemáticas discretas.m2=11 libros distintos

Por el principio de multiplicación sería **: m1.m2= 10.11=110** combinaciones.

2)

O1: elegir la marca A con 2 modelos y 3 colores: m1=2.3

O2: elegir la marca B con 4 modelos y 5 colores. M2=4.5

Las opciones serían la suma de las dos posibilidades: **m1+m2= 6+20= 26** elecciones

3)

Los primeros 6 números naturales son: 1,2,3,4,5,6

Se tiene 3 dígitos para representar **_ _ _**

Se pueden repetir ya que no dice lo contrario, seria: **6 * 6* 6 =6^3 =216** combinaciones posibles

Actividad 2.12

1)

a) se puede resolver, es una permutación sin repetición

P(10,3)= 10*9*8 = 72

b) no se puede resolver, P(n,r) r no puede ser negativo.

c) Si se puede resolver, es un caso de factorial
P(3,3)=3.2.1=3!=6

d) Si se puede resolver, es un factorial
10!= P(10,10)=10*9*87*6*5*4*3*2*1= 3.628.800**

e) Si se puede resolver

$$\frac{10!}{8!} = \frac{10 * 9 * \cancel{8!}}{\cancel{8!}} = 10 * 9 = 90$$

f) Si se puede resolver

$$\frac{10!}{5! * 5!} = \frac{10 * 9 * 8 * 7 * 6 * \cancel{5!}}{5! * \cancel{5!}} = \frac{10 * 9 * 8 * 7 * 6}{5 * 4 * 3 * 2 * 1} = \frac{30240}{120} = 252$$

g) Si se puede resolver

$$\frac{10!}{5! * 5} = \frac{10 * 9 * 8 * 7 * 6 * \cancel{5!}}{\cancel{5!} * 5} = \frac{10 * 9 * 8 * 7 * 6}{5} = \frac{30240}{5} = 6048$$

h) Si se puede resolver

$$\frac{10!}{2!*5!} = \frac{10*9*8*7*6*\cancel{5!}}{2!*\cancel{5!}} = \frac{10*9*8*7*6}{2*1} = \frac{30240}{2} = 15120$$

2)

Alfabeto sacando la ñ =26
Símbolos del decimales =10

a) Sin repeticiones

$$P(36,8) = \frac{36!}{(36-8)!} = \frac{36!}{28!} = \frac{36*35*34*33*32*31*30*29*\cancel{28!}}{\cancel{28!}} = 1.715.456.253.772.800$$

b) Con repetición

P'(36,8)= 36^8= 2.821.109.907.456

3)
La palabra COMPUTER tiene 8 letras

Seria una Permutación sin repetición : P(8,8)= 8! = 40320 palabras

4)
Seria una Permutación sin repetición, son libros distintos : P(5,5)= 5! = 120 maneras

5)

Seria una Permutación sin repetición, : 7!= 5.040 formas distintas

Actividad 2.13

1)

a) Todos los niños quieren mover la piola

C(10,2) = 10! / (2!.8!)

b) Hay un niño que no puede saltar y por lo tanto siempre quiere mover la piola,

Si hay un niño que no puede saltar y siempre quiere mover la piola, entonces quedan 9 niños restantes para mover la piola, C(9,1) = 9, por lo que hay 9 opciones posibles.

El 1 es porque solo hay 1 manera posible de elegir a los 2 niños que moverán la piola, ya que el niño que no puede saltar siempre estará incluido.

c) Hay tres niños que no quieren mover la piola, solo quieren saltar.

C(7,2) = 7!/(2!.5!)

2)

a) No hay restricciones: hay C(52,5) manos de cinco cartas distintas

b) En la mano de cinco cartas debe haber exactamente 2 cartas de corazones,

Se selecciona 2 cartas de corazones del total que son 13 (del mismo palo: corazones) y luego seleccionar las 3 cartas restantes de las 39 (hay 13 cartas x cada palo que son 4: corazones, pica, diamante y trébol) cartas restantes en la baraja.

Por el principio de multiplicación:

C(13, 2) * C(39, 3) =(13! / (2! * 11!)) * (39! / (3! * 36!))= ….. maneras posibles de elegir una mano de cinco cartas con exactamente 2 de corazones.

c) Si en la mano de cinco cartas debe haber <u>al menos 2 cartas de corazones,</u>

"al menos 2" significa que en la mano (de 5 cartas) puede haber exactamente 2, 3, 4 o 5 cartas de corazones.

Por **b)** ya tenemos "exactamente 2 cartas " : C(13, 2) * C(39, 3)

"exactamente 3 cartas de corazones." C(13, 3) * C(39, 2)

"exactamente 4 cartas de corazones." C(13, 4) * C(39, 1)

"exactamente 5 cartas de corazones." C(13, 5)

El total será la suma de todo lo anterior: 953940

d) Si debe haber cuatro cartas de la misma denominación (con el mismo número o letra)

Descompongo en las siguientes etapas:

E1: elijo la denominación: Hay C(13,1) = 13 denominaciones diferentes en una baraja de 52 cartas: A, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, J, Q, K.

E2: Elijo cuatro cartas de la denominación elegida, hay C(4,4)=1, es decir hay una sola forma de seleccionar cuatro cartas de la misma denominación, ya que hay cuatro cartas idénticas para cada denominación en una baraja.

E3:Elijo la quinta carta del resto de las cartas: C(48,1) = 48

Por lo tanto, el número total de formas en las que se puede seleccionar una mano de cinco cartas con cuatro cartas de la misma denominación es:

C(13,1) * C(4, 4) * C(48,1) = 13 * 1 * 48.

3)

a) contengan exactamente tres ceros? C(8,3) = 56

b) ¿contengan exactamente tres ceros seguidos?,

C(6,1) = 6, considero que los tres ceros forman un bloque y entonces tengo un arreglo de 6 bits y debo elegir 1.

c) contengan tres o más ceros seguidos?

C(6,1) + C(5, 1) + C(4, 1) + C(3,1) + C(2,1) + C(1, 1) = 21.