5a) Sea $f:[a\ ,\ b] \subseteq \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ / Si $a.f(a) < 4a$, $b.f(b) - 4b > 0$

Probar que la ecuación: $c.f(c) = 4c$ tiene al menos una solución real en (a , b)

f cont $\forall x$

H) 1) f cont en [a, b]

2) $f(a) \cdot f(b) < 0$

h

T) $\exists\ c \in (a, b) / f(c) = 0$

Construyo una función

$\boxed{h(x) = x \cdot f(x) - 4x}$ h es cont en $[a, b]$

$h(a) = a f(a) - 4a < 0$ por Hip

$h(b) = b \cdot f(b) - 4b > 0$ $h(a) \cdot h(b) < 0$

$\Longrightarrow \exists\ c \in (a, b) / h(c) = 0$

$c \cdot f(c) - 4c = 0$

5a) Sea $f:[-1\ ,\ 0] \to \mathbb{R}$ / $f(x) = 6x^7 + k(5 - 5x^2 + e^{2x})$ cont

Halle todos los valores del número k para que f cumpla con la hipótesis de Bolzano en $[-1\ ,\ 0]$

1) f es cont por ser composición de func cont en $[-1, 0]$

2) $f(a) \cdot f(b) < 0$

$(-6 + k \cdot (e^{-2})) \cdot (k \cdot 6) < 0$

$A \cdot B < 0$

$(A > 0 \wedge B < 0) \vee (A < 0 \wedge B > 0)$

$(-6 + k \cdot (e^{-2}) > 0 \wedge k \cdot 6 < 0) \vee (-6 + k \cdot (e^{-2}) < 0 \wedge k \cdot 6 > 0)$

$k > 6e^2$ $\boxed{\wedge}$ $k < 0$

eje k

0 $6e^2$

$\emptyset$

$\boxed{0 < k < 6e^2}$

5b)Sea $y=f(x)$ definida por $(9y^5-9x)^3+6x=x.y^7+\ln(x.y)+xe^{y-1}+4y$
Halle la ecuación de la recta tangente y de la recta normal a la curva gráfica de f en el punto $P=(1,y_0)$

$$y-y_0=f'(x_0).(x-x_0)$$

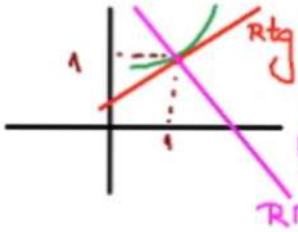
$(9y^5-9x)^3+6x=x.y^7+\ln(x.y)+xe^{y-1}+4y$

$(1,1)$ $\boxed{y=1}$

$$(9y^5-9)+6=y^7+\ln(y)+e+4y$$
$$0+6=1+0+1+4$$
$$6=6$$

$$3(9y^5-9x)^2.(45y^4.y'-9)+6=y^7+x.7y^6.y'+\frac{y+x.y'}{x.y}+e^{y-1}+xe^{y-1}.y'+4y'$$
$$0+6=1+7y'+1+y'+e^0+y'+4y'$$
$$6-3=13y'$$
$$\boxed{\frac{3}{13}}=y'_{x_0}$$

RT: $y-y_0=f'(x_0).(x-x_0)$
$y-1=\frac{3}{13}(x-1)$



RN
$y-y_0=\frac{-1}{f'(x_0)}.(x-x_0)$
$\boxed{y-1=-\frac{13}{3}.(x-1)}$

$f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ y g es derivable en $x_0=4.$ 1a) Hacer la correspondiente traduc
tos. 1b)Analizar si f es derivable en $x_0=4$ / $f(x)=g(x).sen|2x-8|$

g es derivable en $x_0=4.$ $\Rightarrow$ g es cont en $x_0=4$ $\Rightarrow$
1) Existe $g(4)$
2) Existe $\lim_{x\to 4} g(x)$
3) $\lim_{x\to 4} g(x)=g(4)$

$$g'(4)=\lim_{x\to 4}\left(\frac{g(x)-g(4)}{x-4}\right)$$

$$|2x-8|=\begin{cases}2x-8 & \text{si } 2x-8\geq 0\\ -2x+8 & \text{si } 2x-8<0\end{cases}$$

$$f(x)=g(x).sen|2x-8|=\begin{cases}g(x).sen(2x-8) & \text{si } x\geq 4\\ g(x).sen(-2x+8) & \text{si } x<4\end{cases}$$

$$f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\left(\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}\right)$$

$$f'(4^+)=\lim_{x\to 4^+}\frac{2\,g(x).sen(2x-8)}{2(x-4)}=\boxed{2.g(4)}$$

$$f'(4^-)=\lim_{x\to 4^-}\frac{g(x).(-2)sen(-2x+8)}{(x-4).(-2)}=\boxed{-2.g(4)}$$

$f'(4^+)=f'(4^-)$
$2g(4)=-2g(4)$
$4g(4)=0$
$g(4)=0$

Rta

$\boxed{\text{Si } g(4)=0}$ $f'(4^+)=f'(4^-)=0$

Si $g(4)=0$ f resultó derivable en x=4

Si $g(4)\neq 0$ $f'(4^+)\neq f'(4^-)$

$\Rightarrow$ en este caso f no es deriv en x=4

3)Sea $f: D\subseteq \mathbb{R}\to\mathbb{R} \,/\, f(x)=\begin{cases} ax^2+bx+\ln(1+x) & si\ x\ge 0\\ 2bx+sen(4cx) & si\ x<0\end{cases}$

Halle la relación entre a , b y c para que f sea derivable en $x_0=0$

$$\boxed{\lim_{x\to 0} f(x)=f(0)}$$

$$f(0)=\lim_{x\to 0^+} f(x)=\lim_{x\to 0} f(x)$$

$$0 \;=\; 0 \;=\; 0$$

$$f(0)=0$$

$$\lim_{x\to 0^+}\left(ax^2+bx+\ln(1+x)\right)=0$$

$$\lim_{x\to 0^-}\left(2bx+sen(4cx)\right)=0$$

$$\boxed{\begin{matrix}\to 0\\ \to 0\end{matrix}}$$

$$f'(0^+)=\lim_{x\to 0^+}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim_{x\to 0^+}\frac{ax^2+bx+\ln(1+x)}{x}=\lim_{x\to 0^+}\frac{\cancel{x}(ax+b)}{\cancel{x}}+\underbrace{\lim_{x\to 0^+}\frac{\ln(1+x)}{x}}_{1\ (\text{ver}\ \boxed{A})}$$

$$=\boxed{b+1}$$

$$f'(0^-)=\lim_{x\to 0^-}\frac{f(x)-f(0)}{x-0}=\lim\frac{2bx+sen(4cx)}{x}$$

$$=\lim\frac{2b\cancel{x}}{\cancel{x}}+\lim_{x\to 0^-}4c\,\overbrace{\frac{sen(4cx)}{4cx}}^{\to 1}$$

$$=\boxed{2b+4c}$$

Pedimos $f'(0^+)=f'(0^-)$

$$b+1=2b+4c$$

$$\boxed{-4c+1=b}$$ cualquiera sea a

4b)Halle el o los puntos de la curva de ecuación : $\boxed{y^2-x^2=16}$ que más cerca estén del punto $P=(6,0)$

$$\underbrace{y^2=16+x^2}$$

$$\boxed{\frac{y^2}{b^2}-\frac{x^2}{a^2}=1}$$

$$\frac{y^2}{16}-\frac{x^2}{16}=1$$

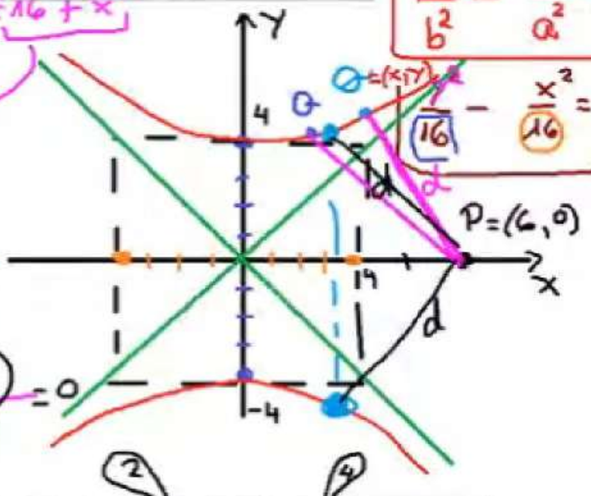
$$d=\sqrt{(x-6)^2+(y-0)^2}$$

$$d=\sqrt{(x-6)^2+y^2}$$

$$d=\sqrt{(x-6)^2+16+x^2}$$

$$f(x)=\sqrt{(x-6)^2+16+x^2}$$

$$f'(x)=\frac{2(x-6)+2x}{2\sqrt{(x-6)^2+16+x^2}}=0$$



x	②	3	④
f'	−	0	+

$$2(x-6)+2x=0$$

$$4x=12$$

$$\boxed{x=3}$$

la función distancia alcanza valor mín R en x=3

Si $x=3$

$$\sqrt{y^2}=\sqrt{25}$$

$$|y|=5$$

$$\therefore\ \boxed{Q_1=(3,5)}$$

$$\boxed{Q_2=(3,-5)}$$