ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Primer Parcial – Ejemplo 1

APELLIDO: .... NOMBRE: .... CURSO: ....

1		2	3	4	5	NOTA

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No está permitido el uso de calculadoras graficadoras. No resolver el examen en lápiz.
Duración del examen: 2 horas
Condición mínima de aprobación, 6 puntos: 50% del examen correctamente resuelto.
Condición mínima de aprobación por promoción, 8 puntos: 70% del examen correctamente resuelto.

---

1) Indicar si las siguientes proposiciones son Verdaderas o Falsas, justificando la respuesta:

a) La recta tangente a la gráfica de $x^3 \cdot y + x \cdot y^3 - x \cdot y = 8$ en $x = 1$ es paralela a $y = 1 + 2x$

b) $\underset{x \to 0}{lím} \dfrac{\sqrt{1+\operatorname{sen} x} - \sqrt{1-\operatorname{sen} x}}{x} = \underset{x \to 0}{lím} \dfrac{x^2 \cdot \cos\left(\dfrac{1}{x}\right)}{\operatorname{tg} x}$

2) Analizar si $f : D_f \to R / f(x) = \begin{cases} 3x^2 & \text{si } x \leq 0 \\ \dfrac{\ln\left(3x^2+1\right)}{2x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$ verifica las hipótesis del teorema de Lagrange en el intervalo $[-2;1]$

3) Indicar el dominio y las ecuaciones de las asíntotas lineales de $f : D_f \to R / f(x) = \dfrac{2x^2}{\sqrt{x^2 - 1}}$

4) Indicar el dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, los intervalos de concavidad positiva y negativa de $f : D_f \to R / f(x) = \dfrac{e^x}{x}$

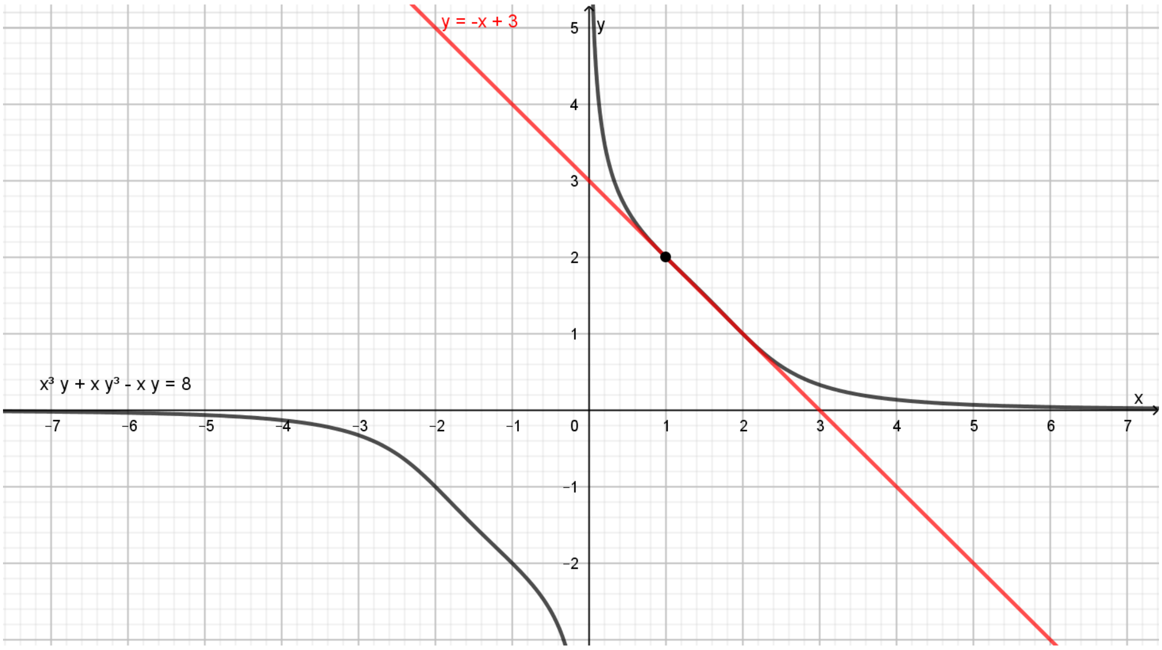
5) Determinar el o los puntos de la curva $y = 4 - x^2$ que sea más cercano al punto $(0;2)$

Respuestas

1)

a) Falso: $y'(1;2) = -1$, por lo que la recta tangente a la curva en ese punto no es paralela a la recta dada.

Verificación gráfica con un software:



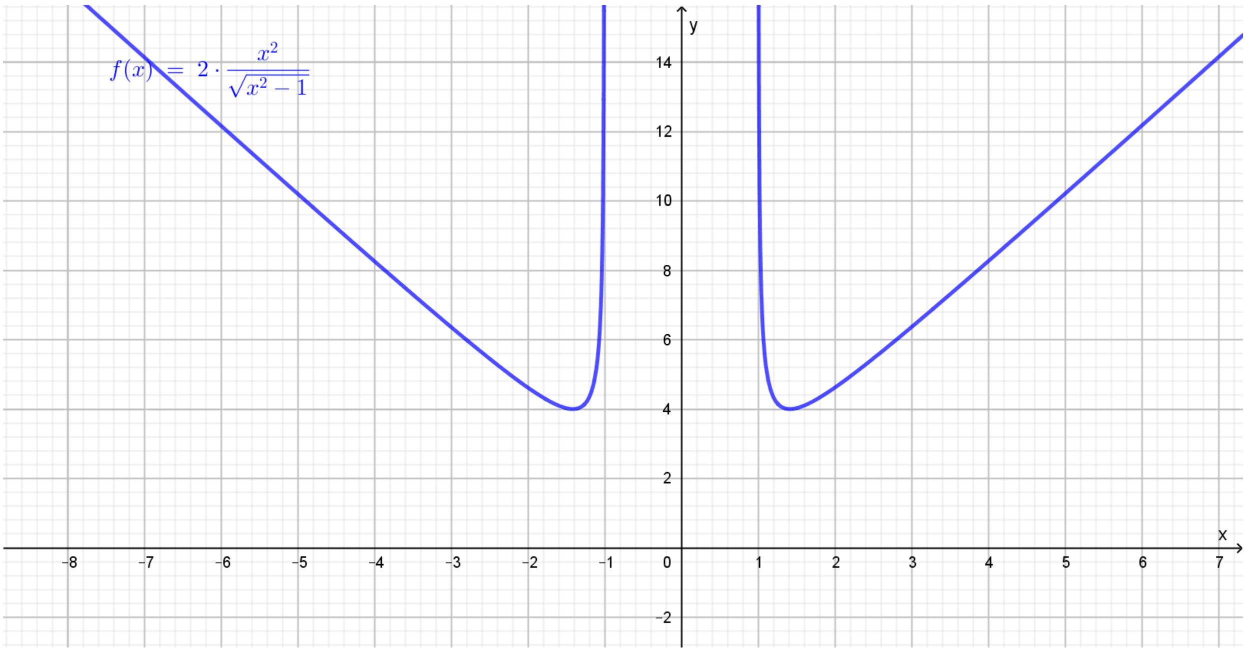
b) Falso: $\lim_{x\to 0} \frac{\sqrt{1+\operatorname{sen} x}-\sqrt{1-\operatorname{sen} x}}{x} = 1$; $\lim_{x\to 0} \frac{x^2 \cdot \cos\left(\frac{1}{x}\right)}{\operatorname{tg} x} = 0$

2) La función no verifica las hipótesis del teorema de Lagrange en el intervalo dado ya que es continua en $x = 0$ pero no es derivable en ese punto.

3) Asíntotas verticales: $x = -1$; $x = 1$.

Asíntotas oblicuas: $y = -2x \ \ (x \to -\infty)$; $y = 2x \ \ (x \to +\infty)$

Verificación gráfica con un software:

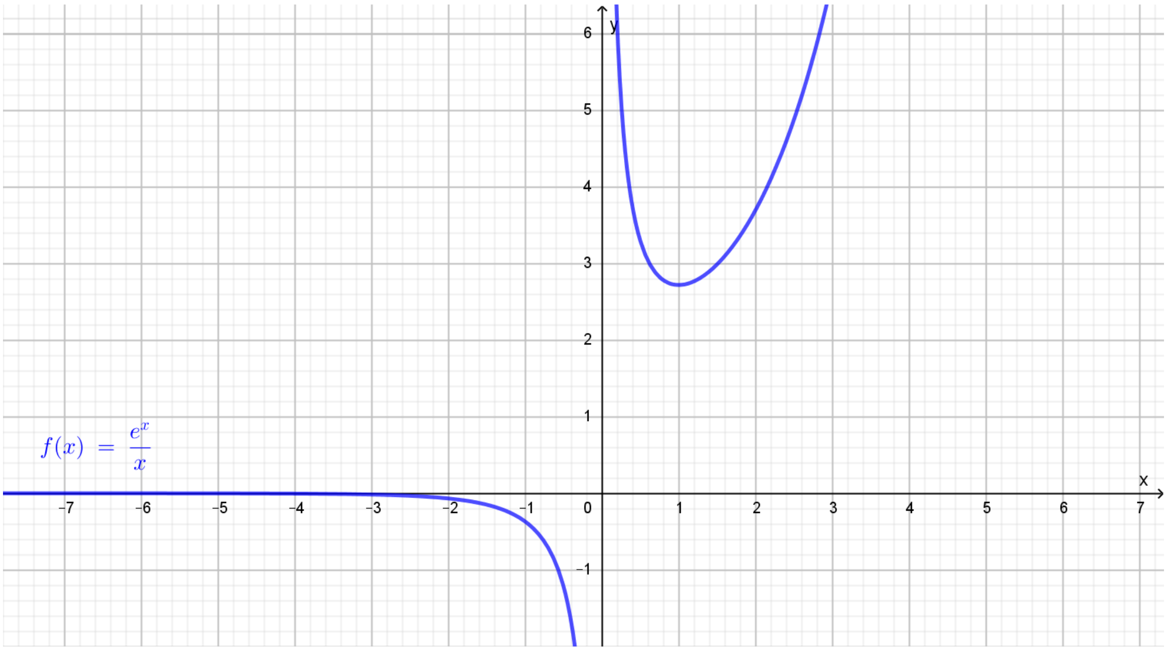


4) Dominio = $R - \{0\}$. Intervalo de decrecimiento = $(-\infty; 0) \cup (0; 1)$.

Intervalo de crecimiento = $(1; +\infty)$. Intervalo de concavidad negativa = $(-\infty; 0)$.

Intervalo de concavidad positiva = $(0; +\infty)$

Verificación gráfica con un software:



5) Los puntos más cercanos son $\left(-\sqrt{\frac{3}{2}}; \frac{5}{2}\right)$ y $\left(\sqrt{\frac{3}{2}}; \frac{5}{2}\right)$