LOGICA Y ESTRUCTURAS DISCRETAS / MATEMATICA DISCRETA

TRABAJO PRACTICO Nº3
UNIDAD 3: ESTRUCTURAS ALGEBRAICAS

1) Determinar si las siguientes definiciones de $*$ son operaciones binarias en el conjunto especificado:

   a) $En\ Z^{+}, a*b=\frac{a}{b}$,   b) En $Z, a*b=a^{b}$ c) En $Z^{+}, a*b=a-b$,

   d) En $Z^{+}, a*b=a^{b}$ e) En $Z, a*b=2a+b$

2) Analizar si las siguientes operaciones binarias son conmutativas y/o asociativas en el conjunto especificado:

   a) En $\mathbb{R}, a*b=ab/3$ b) En $\mathbb{R}, a*b=ab+2b$

3) Sea el conjunto Z y * la ley de composición interna definida por a * b = a + b – 1

   ¿Qué propiedades caracterizan a $(Z,*)$?

4) La siguiente tabla define a la operación + en el conjunto A = {s, t, x, y}

+	s	t	x	y
s	y	x	s	t
t	x	y	t	s
x	s	t	x	y
y	t	s	y	x

   a) ¿Es conmutativa?

   b) ¿Tiene elemento neutro?

   c) ¿Cuáles son los elementos que admiten inverso en A?

5) Sea A= {a, b}. ¿Cuáles de las leyes de composición interna definidas en A, dadas por las tablas siguientes definen un semigrupo con elemento neutro?

a)

*	a	b
a	a	b
b	b	a

b)

*	a	b
a	a	b
b	a	a

6) Sea el conjunto $\mathbb{R}-0$ y sea $*$ la operación definida por $a*b=ab/2$

   Mostrar que $(\mathbb{R}-\{0\},*)$ es un grupo abeliano.

7) Sea A= { x, y, z, t }.Demostrar que (A, *) y (A , #) son grupos

a)

*	x	y	z	t
x	x	y	z	t
y	y	x	t	z
z	z	t	x	y
t	t	z	y	x

b)

#	x	y	z	t
x	x	y	z	t
y	y	x	t	z
z	z	t	y	x
t	t	z	x	y

8) Completar la siguiente tabla buscando que el conjunto A = { 1 , 2 , 3 , 4 } sea grupo respecto de la operación * , de tal modo que 3 sea el elemento neutro y que 2’= 4

*	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

9) Completar la siguiente tabla buscando que el conjunto A = { 1 , 2 , 3 , 4 } sea grupo respecto de la operación * , de tal modo que 2 sea el neutro y que las ecuaciones 1 * x = 4 y x * 4 = 2 se satisfagan para x = 3

*	1	2	3	4
1				
2				
3				
4				

10) Sea el conjunto $B = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \ / \ a \in \mathbb{R} \right\}$ Probar que $(B,+)$ es un subgrupo del conjunto formado por todas las matrices de 2×2 junto con la suma habitual de matrices.

11) Sea el conjunto $C = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \ / \ a \in \mathbb{R} \right\}$ Analizar si $(C,+)$ es un subgrupo del conjunto formado por todas las matrices de 2×2 junto con la suma habitual de matrices.

12) Sea A= { a , b , c} un conjunto donde se definen las operaciones + y * por medio de las siguientes tablas

+	a	b	c
a	c	a	b
b	a	b	c
c	b	c	a

*	a	b	c
a	a	b	c
b	c	a	b
c	b	c	a

Responder, justificando su respuesta: ¿Es (A, +,*) un anillo?

13) Sea A= {0,1, 2, 3} un conjunto donde se definen las operaciones + y * por medio de las siguientes tablas

+	0	1	2	3
0	0	1	2	3
1	1	2	3	0
2	2	3	0	1
3	3	0	1	2

*	0	1	2	3
0	0	0	0	0
1	0	2	0	2
2	0	0	0	0
3	0	2	0	2

Responder, justificando su respuesta: ¿Es (A, +,*) un anillo? ¿Es A un anillo conmutativo con unidad?

14) Sea el conjunto C = { 0 , 1 } y las operaciones **+** y • dadas por las tablas

+	0	1
0	0	1
1	1	0

•	0	1
0	0	0
1	1	1

Mostrar que (C , **+** , •) tiene estructura de cuerpo

15) Sea C = { 0 , 1 , 2 } y las operaciones + y * dadas por las tablas

+	0	1	2
0	**0**	**1**	**2**
1	**1**	**2**	**0**
2	**2**	**0**	**1**

*	0	1	2
0	**0**	**0**	**0**
1	**0**	**1**	**2**
2	**0**	**2**	**1**

Responder, justificando su respuesta: ¿Tiene (C . + , *) estructura de cuerpo?

16) Sea B = { 0 , 1 } y las operaciones + y * dadas por

+	0	1
0	0	1
1	1	1

*	0	1
0	0	0
1	0	1

Demostrar que (B , + , *) tiene estructura de Algebra de Boole

17) Sea P(X) el conjunto Potencia de X, donde X = { a , b } y sean las operaciones unión e intersección . Demostrar que (P(X), $\cup$, $\cap$) constituye un álgebra booleana.