Mg. Ing. Gustavo MENOCAL

ANÁLISIS MATEMÁTICO I - 2025

Esta es una asignatura de régimen anual, dividida en dos cuatrimestres:

1er. Cuatrimestre hasta julio y 2do. Cuatrimestre, de agosto a noviembre.

$$N_1 = \frac{1}{4}EC_1 + \frac{3}{4}P_1 \qquad\qquad N_2 = \frac{1}{4}EC_2 + \frac{3}{4}P_2$$

RÉGIMEN DE APROBACIÓN DE ANÁLISIS MATEMÁTICO I - AÑO LECTIVO 2025

ITEM	1° CUATRIMESTRE	2° CUATRIMESTRE	SITUACIÓN DIC_2025	OBSERVACIONES
1	Ausente	Ausente	LIBRE	Ausente sin justificación.
2	Ausente	Nota < 4	INT_FEB_2026	Ausente sin justificación.
3	Nota < 4	AUS	INT_FEB_2026	Ausente sin justificación.
4	Nota < 4	Nota < 4	INT_FEB_2026	
5	Nota < 4	Nota >= 4	REC_1°P	
6	Nota >= 4	Nota < 4	REC_2°P	
7	4 <= Nota < 6	Nota >= 6	REGULAR	Rinde Examen Final.
			REC_1°P (para APD)	Opcional Para lograr APD ver **Referencia 1**.
8	Nota >= 6	4 <= Nota < 6	REGULAR	Rinde Examen Final.
			REC_2°P (para APD)	Opcional Para lograr APD ver **Referencia 1**.
9	Ausente (Justificado)	Nota >= 4	REC_1°P	• Para **JUSTIFICAR AUSENCIA**, ver **Referencia 2.** • Si **Nota >= 6** puede acceder a APD según **Referencia 1.**
10	Nota >= 4	Ausente (Justificado)	REC_2°P	• Para **JUSTIFICAR AUSENCIA**, ver **Referencia 2.** • Si **Nota >= 6** puede acceder a APD según **Referencia 1.**
11	Nota >= 6	Nota >= 6	APD (PROMOCIÓN)	Se exige al menos 80% de asistencia y presentación de carpeta de trabajos prácticos.

Referencia 1: Válida únicamente para instancia de RECUPERACIÓN DIC_2025.
Si **Nota >= 6** habrá alcanzado la APD; si **4 <= Nota < 6** estará REGULAR y si **Nota < 4** debe rendir INTEGRAL FEB_2026.

Referencia 2: Presentar por Mesa de Entrada, nota dirigida al Profesor de teoría de la comisión en la cual cursa. Plazo, hasta 24 horas posteriores a la fecha de la evaluación.

ITEM	RECUPERACIÓN DIC_2025	SITUACIÓN REC_DIC_2025	OBSERVACIONES
12	Ausente	LIBRE	Ausente sin justificación.
13	Ausente (Justificado)	RINDE INT_FEB_2026	Para **JUSTIFICAR AUSENCIA**, ver **Referencia 2.**
14	Nota < 4	RINDE INT_FEB_2026	
15	Nota >= 4	REGULAR	
16	Nota >= 6	APD (PROMOCIÓN)	Si encuadra según Ítem 7, 8, 9 o 10.

ITEM	INTEGRAL FEB_2026	SITUACIÓN FINAL	OBSERVACIONES
17	Ausente	LIBRE	
18	Nota < 4	RECURSA	
19	Nota >= 4	REGULAR	Debe realizar al menos el 50% de contenidos de cada cuatrimestre.

FUNCIONES EN UNA VARIABLE REAL

En esta asignatura trabajaremos con funciones en una variable real y veremos los principales tipos de funciones que aparecen en el Cálculo, describiendo cómo se utilizan para modelar matemáticamente fenómenos en la ingeniería y en el mundo real.

Una función, que podemos llamar f, es una regla que asigna a cada elemento x de un conjunto A uno y sólo un elemento, llamado $y=f(x)$ de otro conjunto B.

Al conjunto A se lo denomina ***Dominio*** y al conjunto B, se lo denomina ***Rango*** o ***Imagen*** de la función.

También se la puede interpretar como una máquina:

Nosotros, en general, trabajaremos con funciones de reales en reales; vale decir que tanto los elementos del conjunto A como los de B son ***números Reales***.

Distintas formas de representar funciones de una variable real:

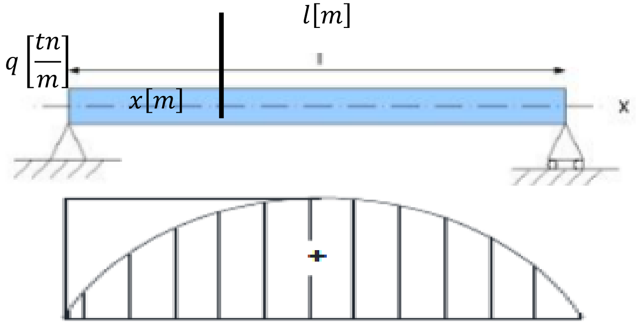
Verbalmente:

1) El perímetro L de una circunferencia depende de su radio r.

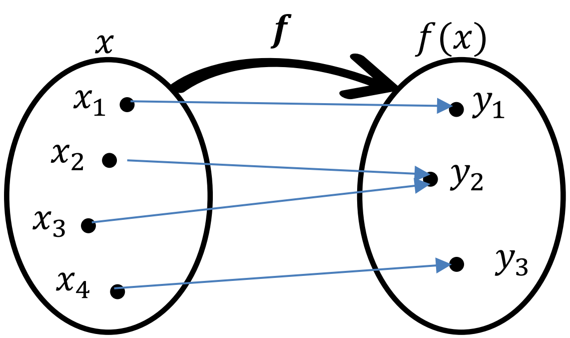
2) El perímetro de la circunferencia es igual la doble de su radio multiplicado por π.

Algebraicamente:

$$Mf_i = -qx^2 + q \cdot \frac{l}{2} \cdot x$$



Visualmente mediante ***Diagrama de Venn*** o ***Diagrama de flechas*** Sirven para representar funciones de variable discreta y otras.



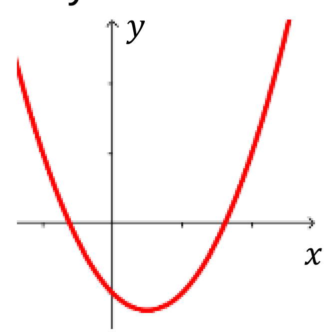
Numéricamente:

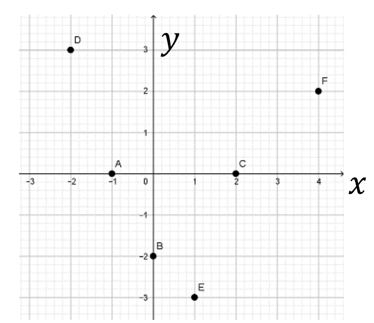
El crecimiento en Argentina de los contagiados ***C***, en miles, por ***COVID 19***, en marzo del 2.020, dependió del tiempo ***t [semanas]***, según se muestra en la siguiente tabla.

$semana$	$Contagios$ $en\ miles$
0	0
1	1
2	2
3	4
4	8

Por ejemplo: $C(3) \approx 4.000$

Visualmente en el ***Sistema Cartesiano***. Sirve para representar funciones de variable continua y discreta.





Este tipo de representación de funciones nos interesa particularmente.

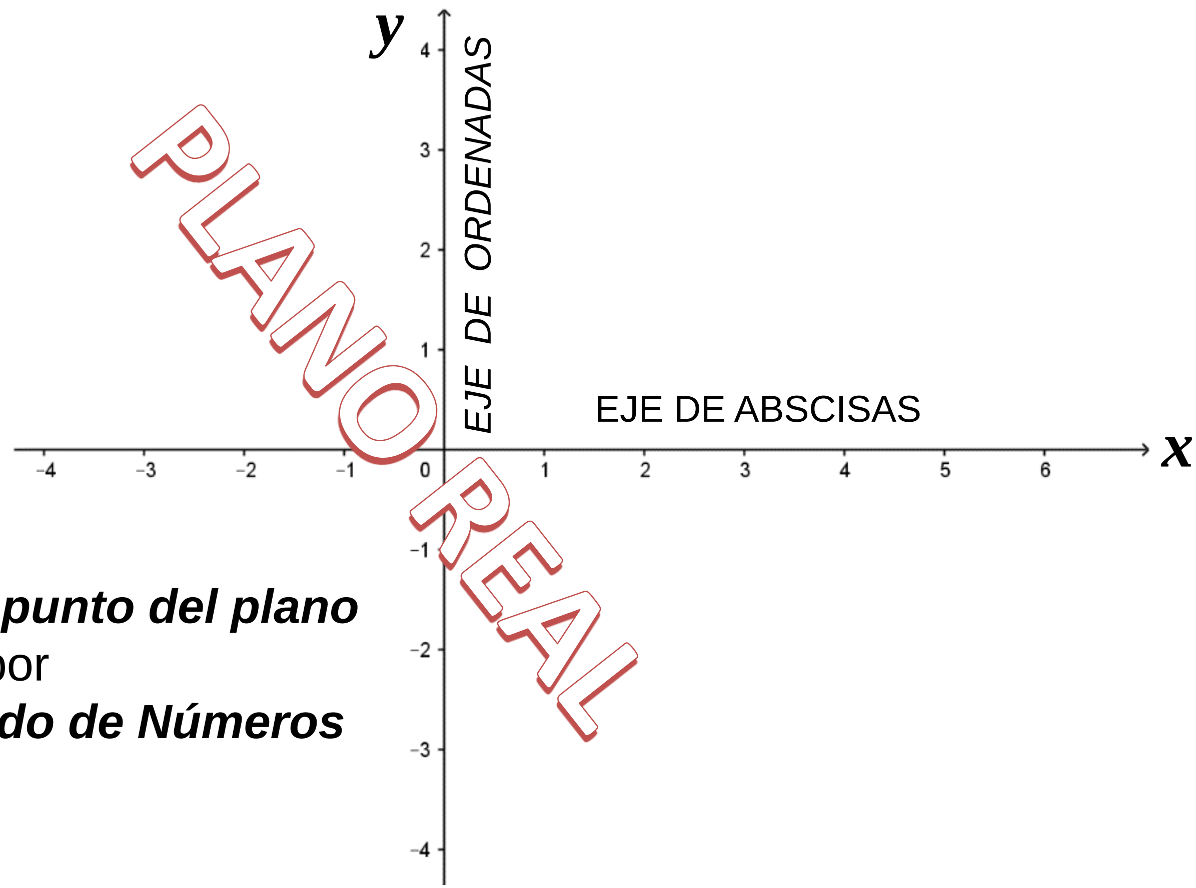
EL PLANO REAL

Es el sistema de representación gráficas de relaciones y funciones en $\Re^2$

René Descartes (1596-1650). "**pienso, luego existo**". Creador del ***Método Cartesiano***.

Sistema de Ejes Coordenados Cartesianos:

Conjunto	***2 Ejes Reales:*** ***x e y***	***siguen un orden*** ***1º: x y 2º: y***	***lo definió*** ***René Descartes***



En este sistema, ***cada punto del plano*** se puede representar por ***un único Par Ordenado de Números Reales*** y viceversa.

Mg. Ing. Gustavo MENOCAL

Par Ordenado de Números Reales: *(x, y)*

Dos elementos | *Siguen un orden* | *Tanto **x** como **y** son **R***

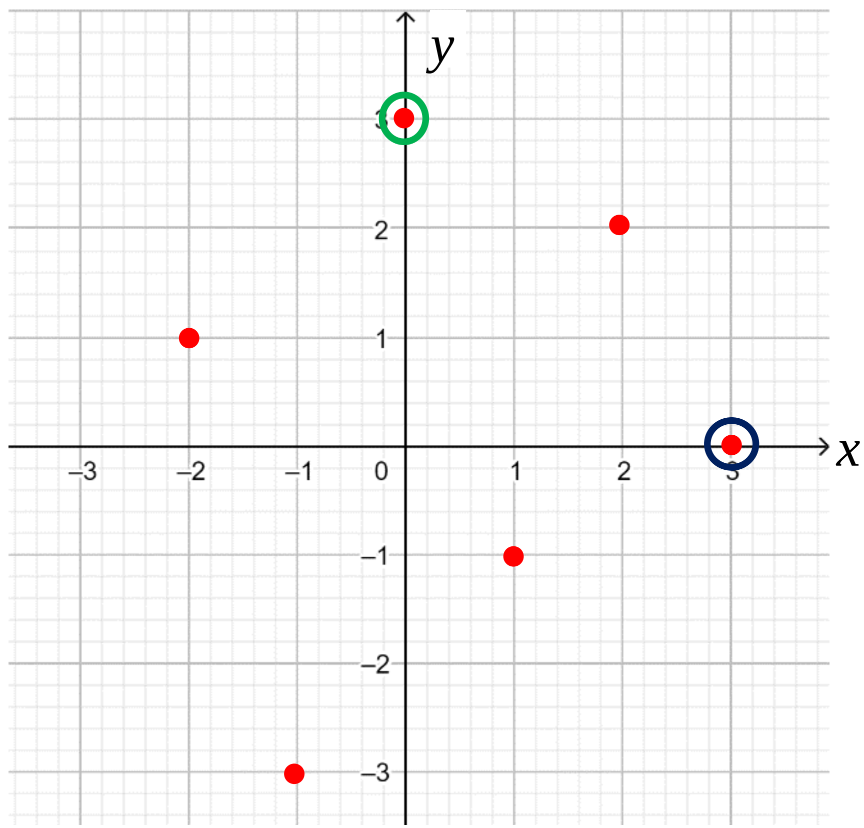
(x, y) $\Longleftrightarrow$ ***PUNTO EN EL PLANO REAL***

En general: ***(x, y)≠(y, x)***

EJEMPLO:

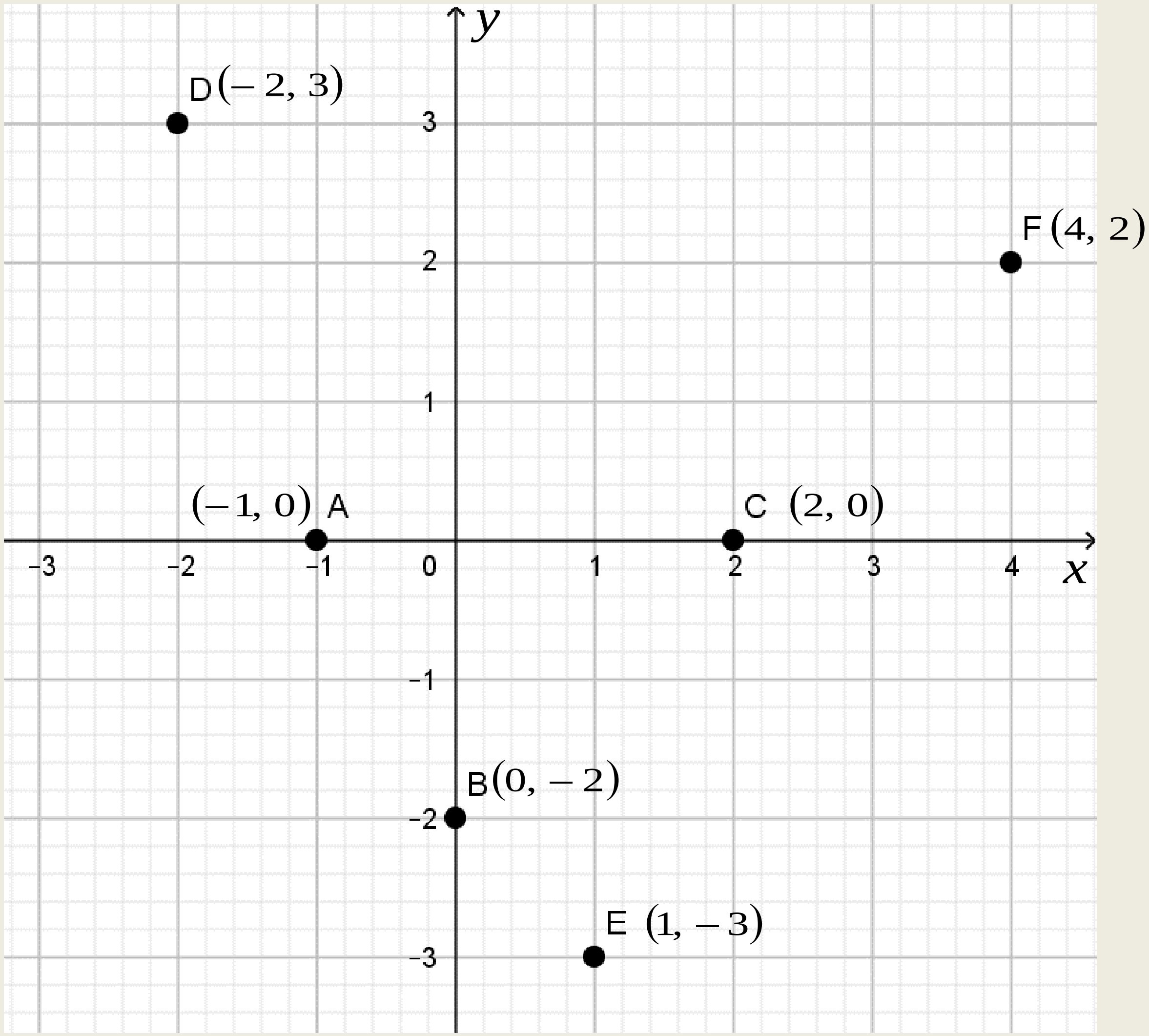
Representar en el Sistema cartesiano los siguientes Pares Ordenados:

(1, -1); (0, 3); (2, 2); (-1, -3); (3, 0); (-2, 1).



Los pares ordenados: *(0, 3)* y *(3, 0)* *¿son los mismos?*: ***NO***

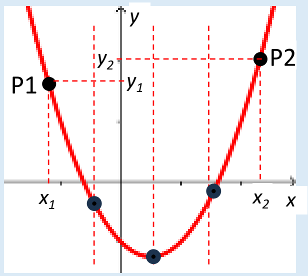
Ahora determinemos los pares ordenados que corresponden a los siguientes puntos del plano



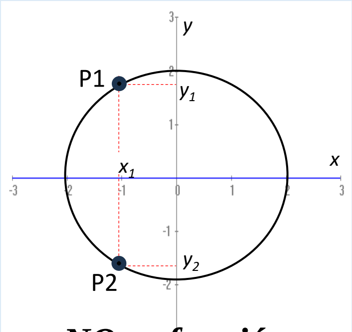
FUNCIÓN REAL DE VARIABLE REAL

Definición: *Una función de variable real* ***es un conjunto de pares ordenados de números reales*** *tales que* ***a cada elemento del dominio (primera componente: x), le corresponde uno y solo un elemento del rango o imagen (segunda componente: y)***.

Criterio de la regla vertical:



Es función



NO es función
Relación

Notaciones:

$f = \{(x,y)/y = f(x)\}$ $\quad$ $f = \{(x,f(x))\}$ $\quad$ $y = f(x) \Leftrightarrow (x,y) \in f$

x: *variable independiente* $\quad$ ***y:*** *variable dependiente (depende de x)*

Dominio de una Función: $\boldsymbol{dom\, f} = \{\boldsymbol{x} \in \mathbb{R} \ / \ \boldsymbol{y} \in \mathbb{R}\}$

El Dominio de una función es el conjunto de valores reales que puede tomar la variable independiente "***x***" para que la variable dependiente "***y***" (el resultado o valor numérico de la función), sea un número real.

Rango o Imagen de una Función:

El Rango o Imagen de una función es el conjunto de valores reales que toma la variable dependiente "***y***" cuando la variable independiente "***x***" pertenece al dominio de *f*.

EJEMPLO:

Determinar el dominio de la siguiente función: $f = \left\{ (x, y)/y = \dfrac{1}{x} \right\}$

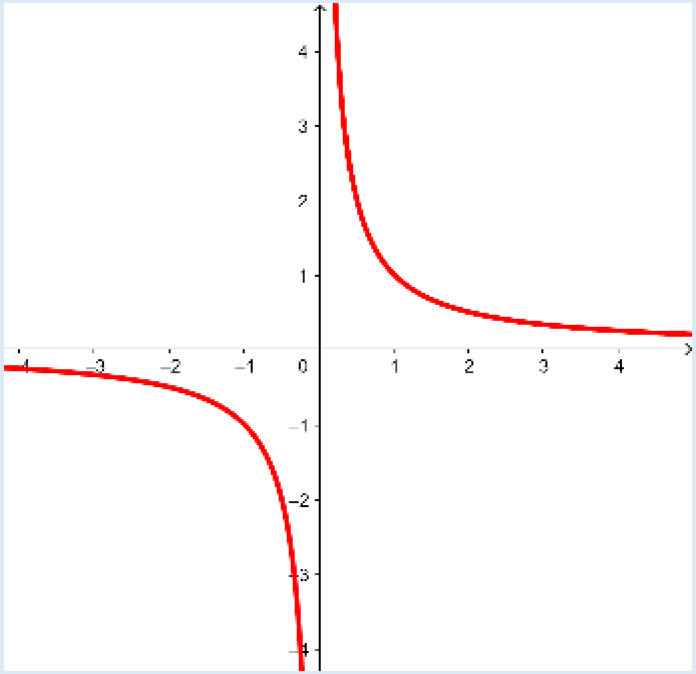
Solución:

Evidentemente, x *No puede tomar el valor 0, porque no se puede dividir en 0; entonces:*

$$dom\ f = R - \{0\}$$

$$dom\ f = (-\infty, 0) \cup (0, \infty)$$

La representación gráfica de esta función es:



¿Cuá será su rango o imagen?

$$rgo\ f = R - \{0\}$$

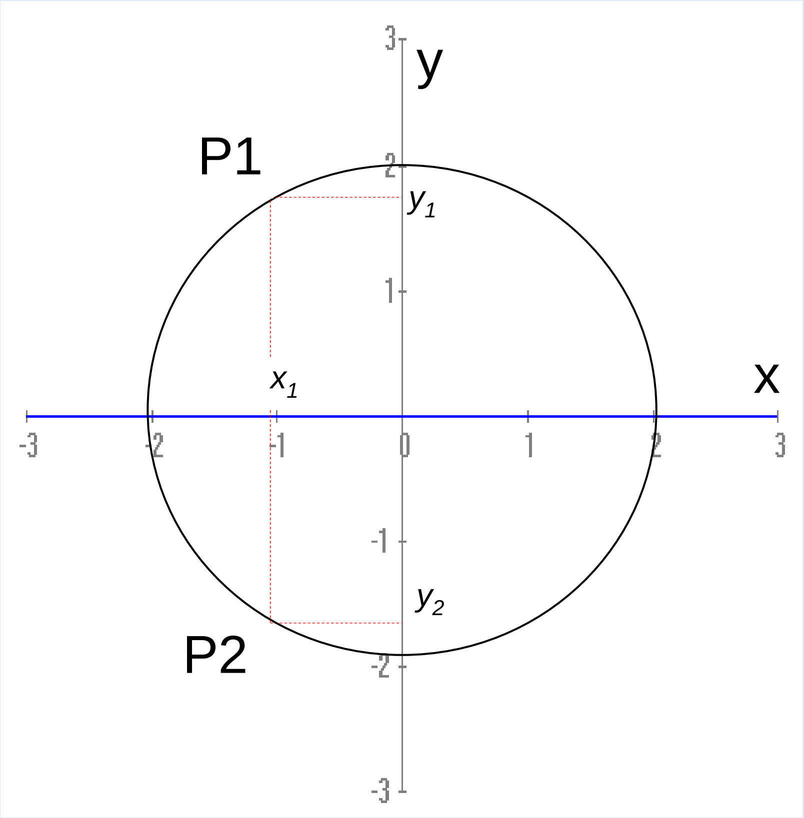
Esta función recibe el nombre de Hipérbola y es una función racional que Estudiaremos más adelante.

Mientras que $R = \{(x, y) \ / \ x^2 + y^2 = 4\}$ es una relación pero ***No es función***, pues para ciertos elementos del dominio hay más de un valor de rango (en este caso, dos).

$$R = \{(x, y) \ / \ x^2 + y^2 = 4\}$$

$$Es\ \mathrm{Re}\,l\,ación; NOesFunción$$

$$domR = [-2,2]; rgoR = [-2,2]$$



Mg. Ing. Gustavo MENOCAL

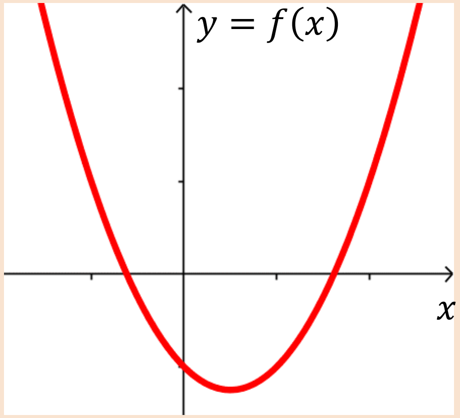
CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES

Funciones de variable continua

Funciones Explícitas

EJEMPLO:

$$y = 3x^2 - 2x + 5$$



Funciones Implícitas y Ecuaciones Implícitas

EJEMPLO:

$$x - 2y = sen(x + y)$$

No siempre son funciones.

Funciones de variable discreta

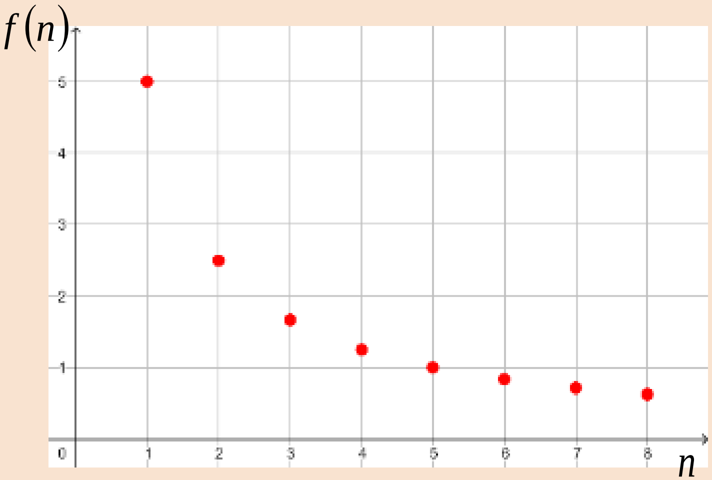
$$f = \{(-1{,}3); (0{,}0); (1{,}0); (3{,}3)\}$$

Entre ellas:

Sucesiones

EJEMPLO:

$$f(n) = \{a_n\}; n \in N$$



ESTUDIO DE FUNCIONES

En esta asignatura trabajaremos con funciones en una variable real: $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, entre las que dominaremos algunas.

A continuación, veremos los conceptos más relevantes del análisis de funciones continuas de una variable real.

DOMINIO:

Ya lo definimos. Es, tal vez, el concepto fundamental Del estudio de funciones.

INTERSECCIÓN CON LOS EJES COORDENADOS

Intersección con el eje *OX*: $\boldsymbol{f(x) = 0}$

$$\cap \, con \, \overrightarrow{OX} \Rightarrow x \,/\, f(x) = 0$$

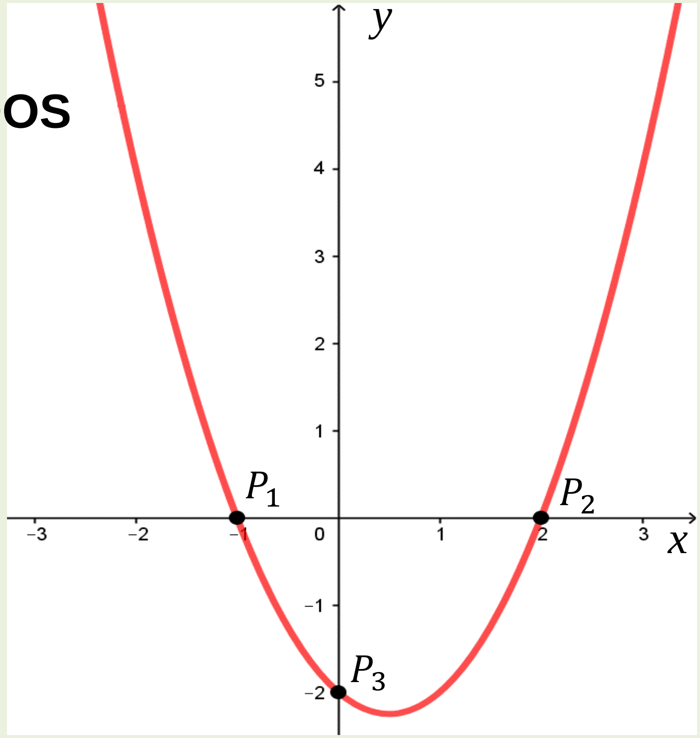
$$P_1(-1, 0)$$

$$P_2(2, 0)$$

Intersección con el eje *OY*: $\boldsymbol{x = 0}$

$$\cap \, con \, \overrightarrow{OY} \Rightarrow x = 0$$

$$P_3(0, -2)$$



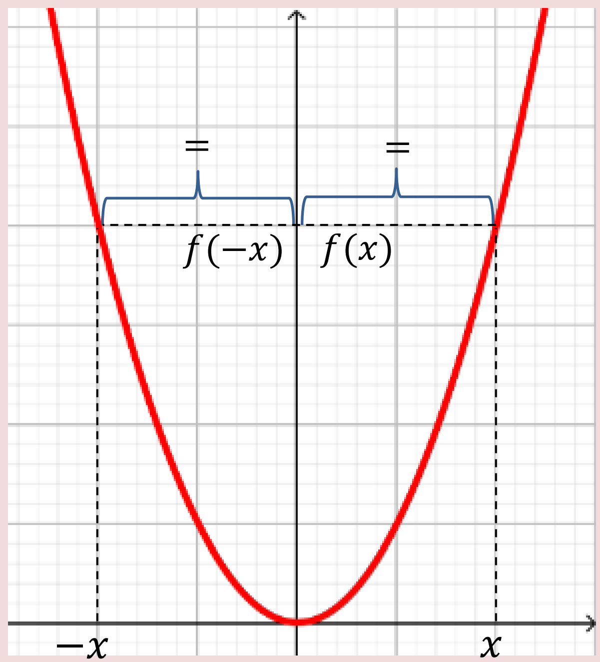
Una función puede tener ***más de una intersección con el eje x;*** *pero*
No puede tener más de una intersección con el eje y

Mg. Ing. Gustavo MENOCAL

PARIDAD (simetría):

Una función es **PAR**, si:

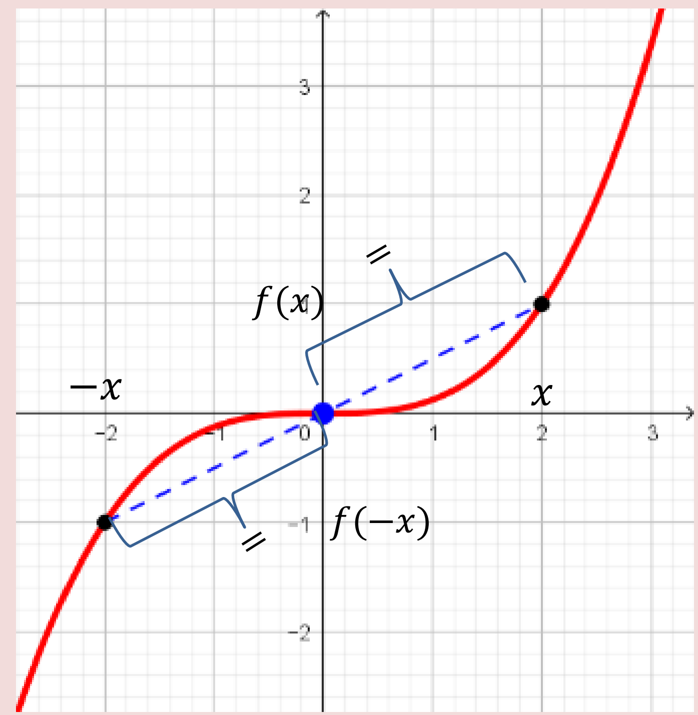
$$\forall x \in dom\, f;\;\; \boldsymbol{f(x) = f(-x)}$$



Si ***f*** es ***PAR***, su gráfica es ***simétrica*** respecto al eje ***OY***

Una función es **IMPAR**, si:

$$\forall x \in dom\, f;\;\; \boldsymbol{f(x) = -f(-x)}$$



Si ***f*** es ***IMPAR***, su gráfica es ***simétrica*** respecto al origen de Coordenadas ***P(0, 0)***

Existen funciones que no cumplen ninguna de estas condiciones.
En tal caso ***la función no tiene simetría***.

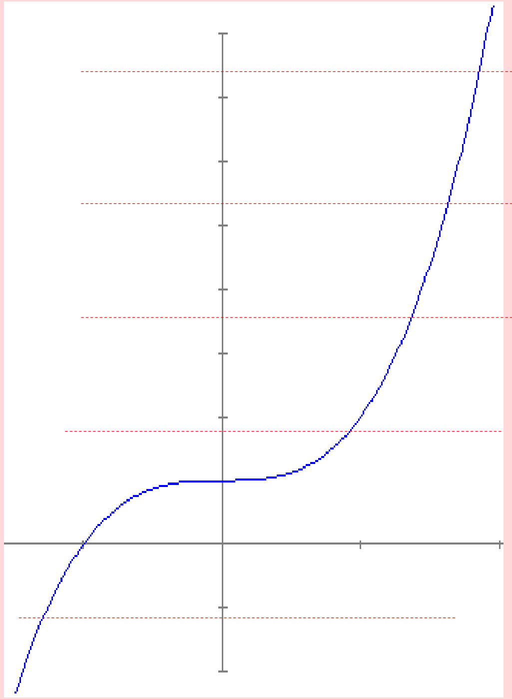
FUNCIÓN BIUNÍVOCA o UNO A UNO

Definición:

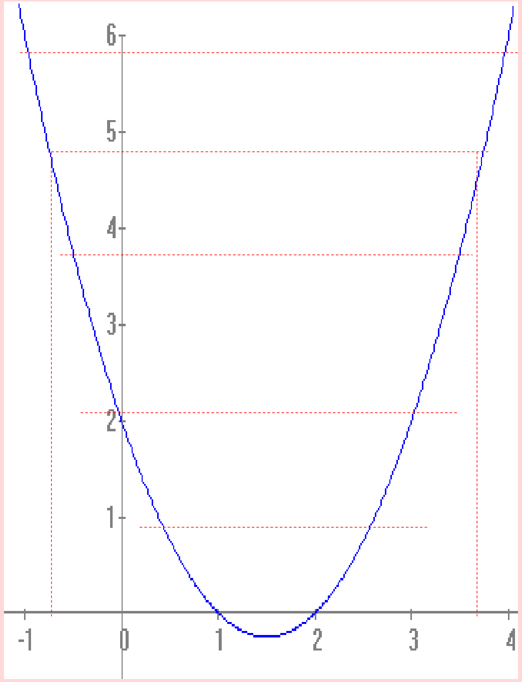
Una función ***f*** es uno a uno ***si y sólo si*** a dos elementos distintos cualesquiera de su dominio, le corresponde dos imágenes distintas.
O bien; no existen dos pares ordenados con igual imagen.

$$\forall\, x_1, x_2 \in dom\ f\,,\ con\ x_1 \neq x_2 \Rightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$$

Criterio de la regla horizontal



Es función Biunívoca Uno a uno



NO es función Uno a uno

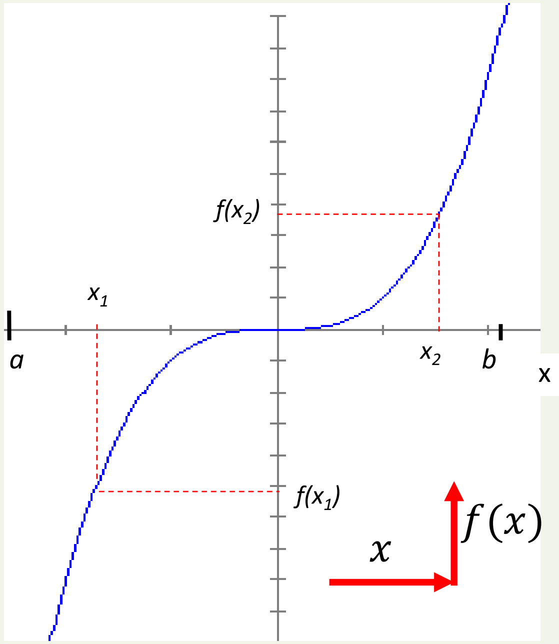
Mg. Ing. Gustavo MENOCAL

FUNCIÓN MONÓTONA CRECIENTE Y DECRECIENTE

Definic.: Función monótona creciente

Una función ***f*** es ***monótona creciente*** en un intervalo abierto ***(a, b)*** incluido en el ***dom f***, si para todo par de valores x_1 y x_2 $\in$ a ese intervalo se verifica que si:

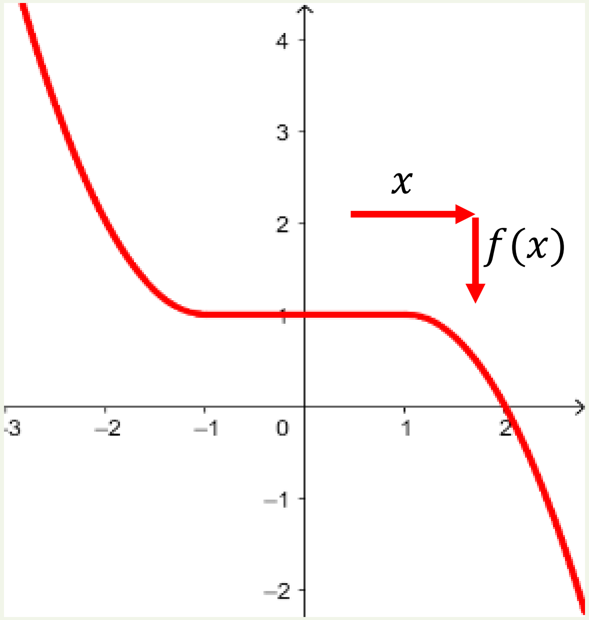
$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$$



Def.: Función monótona decreciente

Una función ***f*** es ***monótona decreciente*** en un intervalo abierto ***(a, b)*** incluido en el ***dom f***, si para todo par de valores x_1 y x_2 $\in$ a ese intervalo se verifica que si:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \geq f(x_2)$$



Es decir: una función es monótona creciente si no decrece y viceversa.

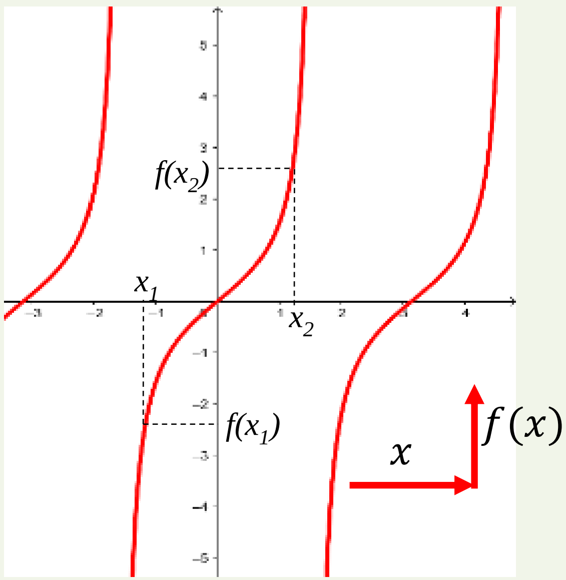
Además, se puede definir función monótona creciente o decreciente en un intervalo. Por ejemplo: Una función ***f*** es ***monótona creciente*** en un intervalo semiabierto a izquierda ***(a, b]*** incluido en el ***dom f***, si para todo par de valores x_1 y x_2 $\in$ a ese intervalo se verifica que si: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) \leq f(x_2)$

FUNCIÓN ESTRICTAMENTE CRECIENTE Y DECRECIENTE

Def.: Función estrictamente creciente

Una función $\boldsymbol{f}$ es ***estrictamente creciente*** en un intervalo abierto $\boldsymbol{(a, b)}$ incluido en el ***dom f***, si para todo par de valores $\boldsymbol{x_1}$ y $\boldsymbol{x_2}$ ∈ a ese intervalo se verifica que si:

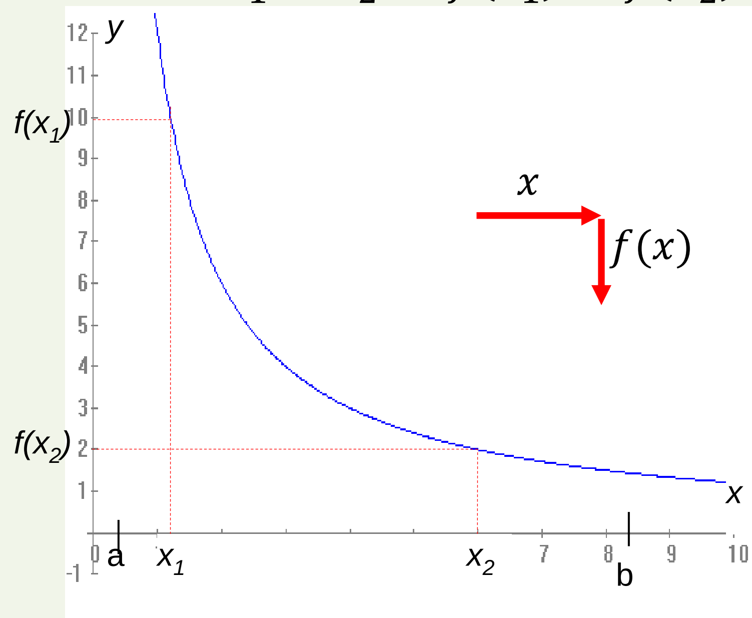
$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$$



Def.: Función estrictamente decreciente

Una función $\boldsymbol{f}$ es ***estrictamente decreciente*** en un intervalo abierto $\boldsymbol{(a, b)}$ incluido en el ***dom f***, si para todo par de valores $\boldsymbol{x_1}$ y $\boldsymbol{x_2}$ ∈ a ese intervalo se verifica que si:

$$x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$$



Es decir: una función es estrictamente creciente si siempre crece y viceversa.

Además, se puede definir función estrictamente creciente o decreciente en un intervalo. Por ejemplo: Una función $\boldsymbol{f}$ es ***estrictamente decreciente*** en un intervalo semiabierto a derecha $\boldsymbol{[a, b)}$ incluido en el ***dom f***, si para todo par de valores $\boldsymbol{x_1}$ y $\boldsymbol{x_2}$ ∈ a ese intervalo se verifica que si: $x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

ASÍNTOTAS:

Una asíntota es una recta, a la cual la curva, gráfica de una función, se le acerca indefinidamente sin intersectarla ni hacerse tangente.

Asíntota Vertical (AV):

$Si\ cuando\ x \to a, con\ a \in \Re, f \to \pm\infty$

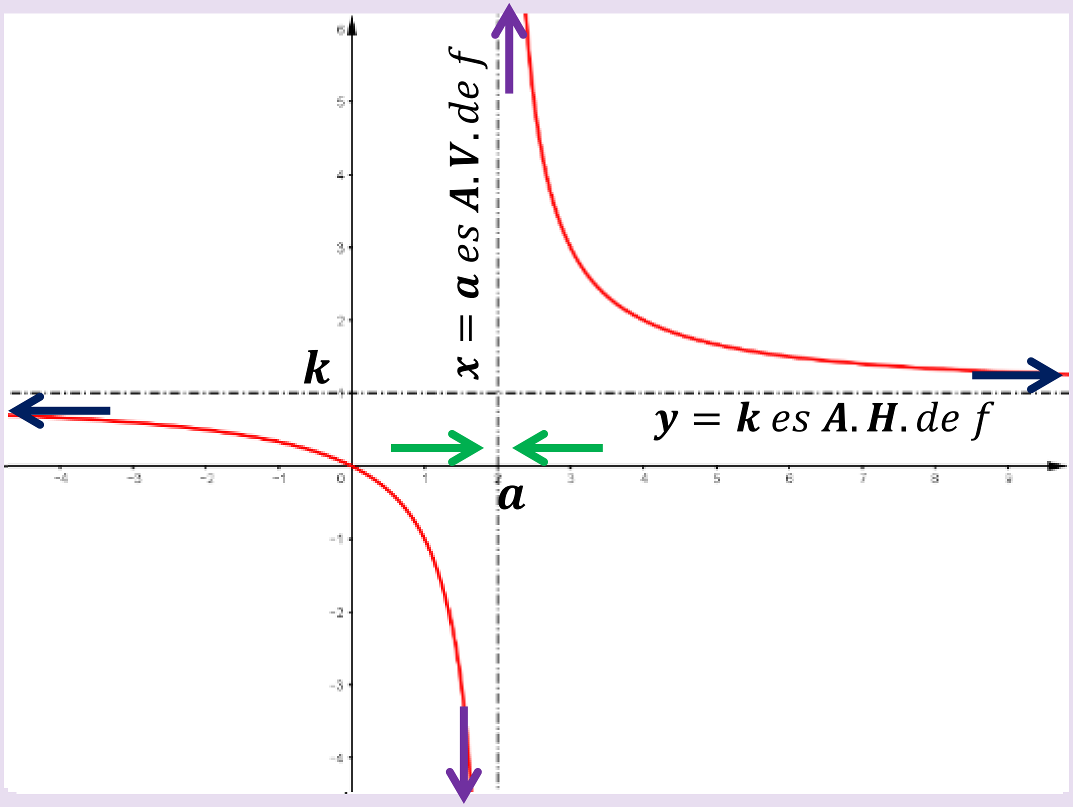
$Significa\ que\ \boldsymbol{x} = \boldsymbol{a}\ es\ \boldsymbol{A.V.}\ de\ f$

$\boldsymbol{x} = \boldsymbol{a} \notin dom\ f$

Asíntota Horizontal (AH)

$Si\ cuando\ x \to \pm\infty, f \to k, con\ k \in \Re$

$Significa\ que\ \boldsymbol{y} = \boldsymbol{k}\ es\ \boldsymbol{A.H.}\ de\ f$

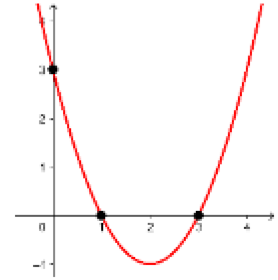


Mg. Ing. Gustavo MENOCAL

ESTUDIO DE FUNCIONES - Resumen

1) DOMINIO DE f

2) INTERSECCIÓN CON LOS EJES COORDENADOS

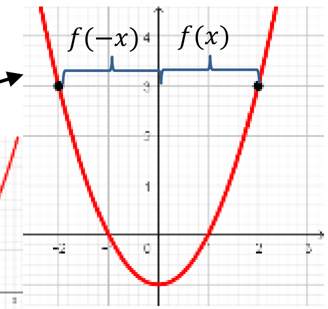


Intersección con el eje OX: y=0 $\cap con\,\overrightarrow{OX} \Rightarrow x\,/\,f(x)=0$

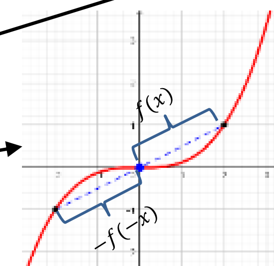
Intersección con el eje OY: x=0 $\cap con\,\overrightarrow{OY} \Rightarrow x=0$

3) PARIDAD

$f\ es\ PAR,\ si\ \forall x \in dom f \Longrightarrow f(x) = f(-x)$



$f\ es\ IMPAR,\ si\ \forall x \in dom f \Longrightarrow f(x) = -f(-x)$



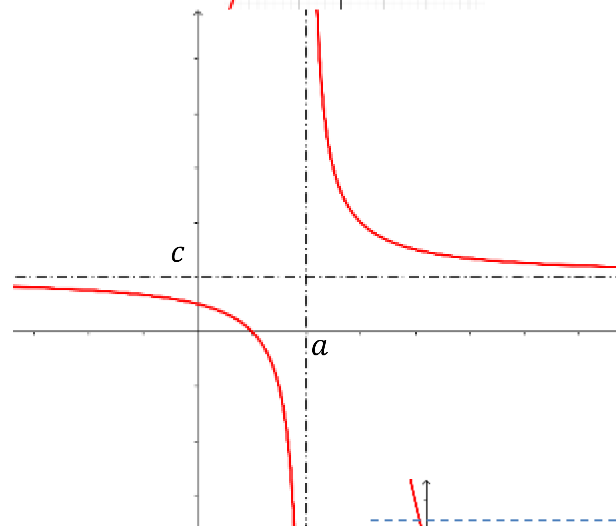
4) ASÍNTOTAS

Asíntota Vertical (AV):

$$Si\ \ x \to a\ \therefore\ f(x) \to \pm\infty \Rightarrow\ x = a\ \ es\ \ AV\ \ de\ \ f$$

Asíntota Horizontal (AH):

$$Si\ \ x \to \pm\infty\ \therefore\ f(x) \to c,\ c \in \Re \Rightarrow\ y = c\ \ es\ \ AH\ \ de\ \ f$$



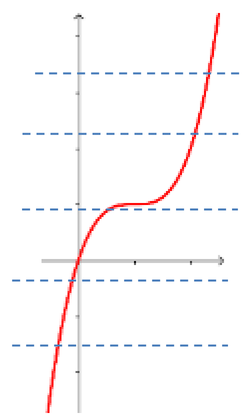
5) TABLA DE VALORES

6) GRÁFICA

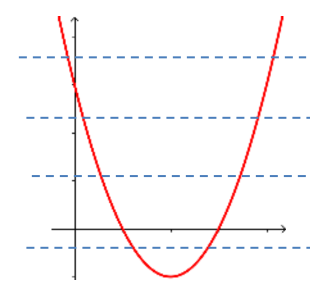
7) RANGO DE f

8) INTERVALOS DE CRECIMIENTO Y DECRECIMIENTO

9) FUNCIÓN BIUNÍVOCA



f es Biunívoca



f NO es Biunívoca

Mg. Ing. Gustavo MENOCAL

EJEMPLO 1: $f(x) = \dfrac{x}{x^2-9}$

Dominio de f:

La única condición es que el denominador No puede ser ***0***:

$$x^2 - 9 \neq 0$$

$$x^2 \neq 9$$

$$\sqrt{x^2} \neq \sqrt{9}$$

$$|x| \neq 3 \qquad \begin{cases} x \neq -3 \\ x \neq 3 \end{cases}$$

$$Dom\ f = (-\infty,-3) \cup (-3,3) \cup (3,\infty)$$

$$Dom\ f = R - \{-3,3\}$$

$x = 2{,}99$:

$$f(2{,}99) = \frac{2{,}99}{(2{,}99)^2-9} = \frac{+2{,}99}{-0{,}0599} \cong -49{,}92$$

$x = -1.000$:

$$f(-1.000) = \frac{-1.000}{(-1000)^2-9} = \frac{-1.000}{999.991} \cong -0{,}0019$$

Intersecciones con ejes:

$$\cap\ OX: \frac{x}{x^2-9} = 0$$

$x = 0 \quad 0 \in dom\ f \quad$ P$(0,0)$

$\cap\ OY: x = 0 \quad$ P$(0,0)$

Simetría:

$$f(-x) = \frac{-x}{(-x)^2-9} = \frac{-x}{x^2-9}$$

$f(-x) \neq f(x)$ ***f*** No es Par

$$-f(-x) = \cancel{-}\frac{\cancel{-}x}{x^2-9}$$

$$-f(-x) = \frac{x}{x^2-9}$$

$f(x) = -f(-x)$ ***f es IMPAR***

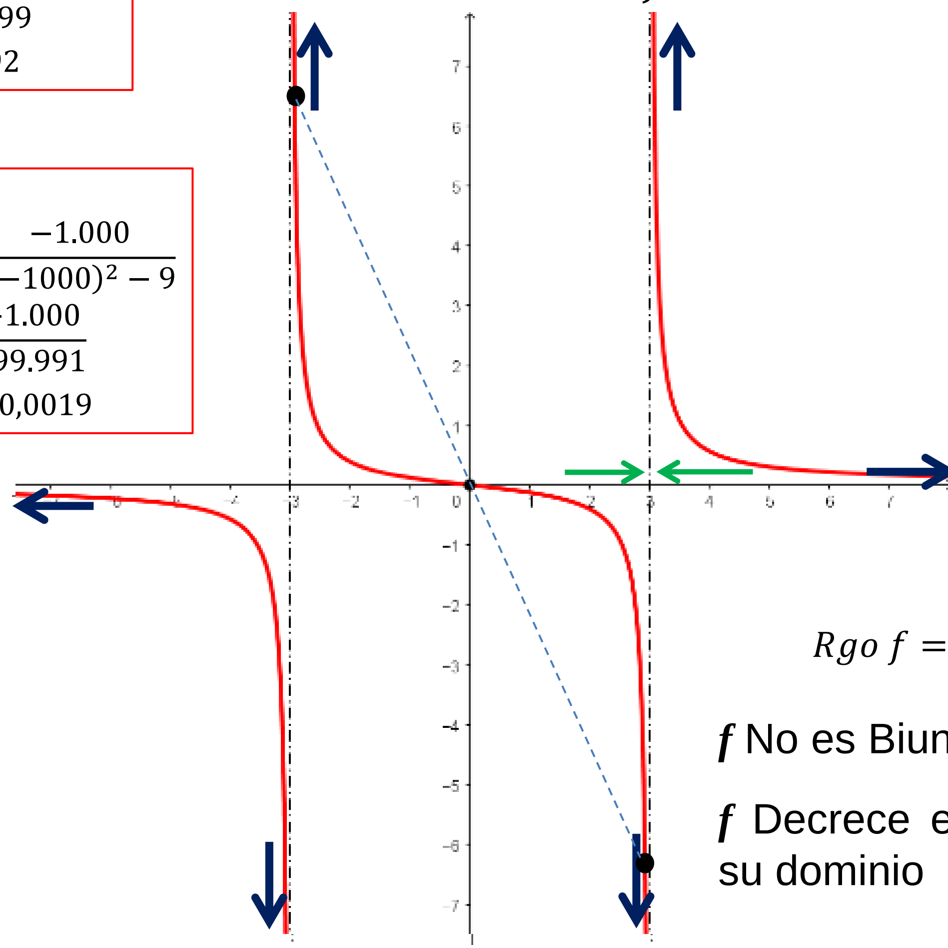
Asíntotas:

A.V., debemos estudiar en ***x=-3*** y en ***x=3***

$$\left.\begin{array}{l} x \to 3^{(-)},\ f \to -\infty \\ x \to 3^{(+)},\ f \to +\infty \end{array}\right\}$$ ***x=3*** es ***A.V.*** de ***f***

Por Simetría: ***x=-3*** es ***A.V.*** de ***f***

A.H.: $$\left.\begin{array}{ll} x \to -\infty, & f \to 0 \\ x \to +\infty, & f \to 0 \end{array}\right\}$$ ***y=0*** es ***A.H.*** de ***f***



$$Rgo\ f = \Re$$

f No es Biunívoca

f Decrece en todo su dominio

CLASIFICACIÓN DE FUNCIONES EXPLÍCITAS

FUNCIONES ALGEBRAICAS

f={(x, f(x)} donde ***f(x)*** puede ser expresada mediante un número finito de una o varias de las operaciones de suma, resta, multiplicación, división, potenciación y radicación para ***"x"***, y constantes. Se clasifican en

- *Funciones Polinomiales*
- *Funciones Racionales*
- *Funciones Irracionales*

FUNCIONES TRASCENDENTES

- Función Exponencial
- Función Logarítmica
- Funciones Trigonométricas
- Funciones Trigonométricas Inversas

FUNCIONES ESPECIALES

- Función Valor Absoluto

Funciones POLINOMIALES:

Están definida por ***f/ f(x)=P(x)*** donde ***P(x)*** es un polinomio real en ***x***.

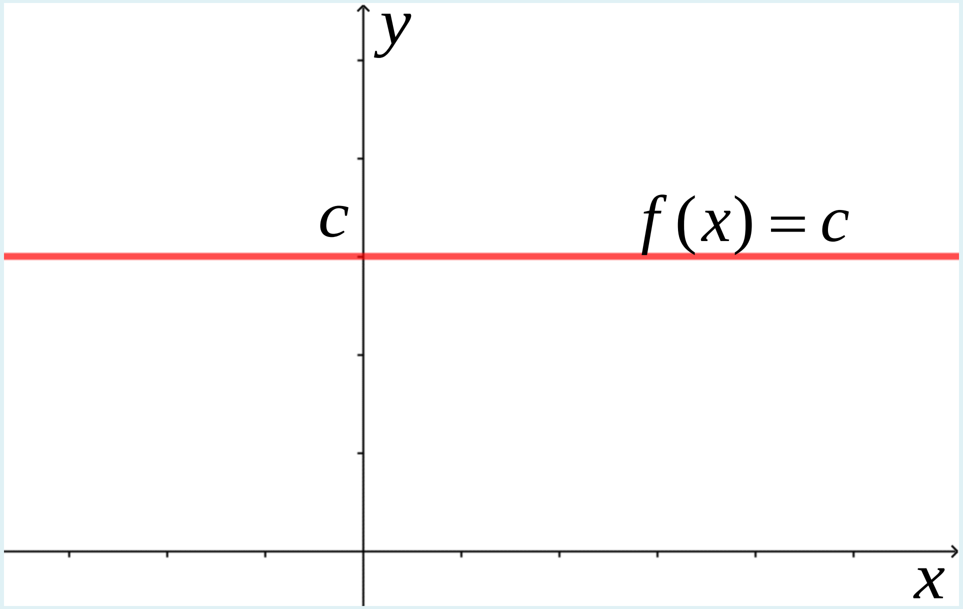
$$P(x) = f(x) = a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_{n-1}x + a_n$$
$$a \in \Re;\ con\ \ a_0 \neq 0\ y\ \ n \in N$$

Se denomina función polinomial de grado ***n***.

El dominio de toda función polinomial es: $dom\ f = \Re$

Función Constante

$$f(x) = c;\ \ con\ c \in \Re; \begin{cases} domf = \Re \\ rgof = \{c\} \end{cases}$$



Función Lineal

$$f(x) = mx + b;\ m \in \Re; m \neq 0 \begin{cases} domf = \Re \\ rgof = \Re \end{cases}$$

Su representación gráfica es una recta oblicua.

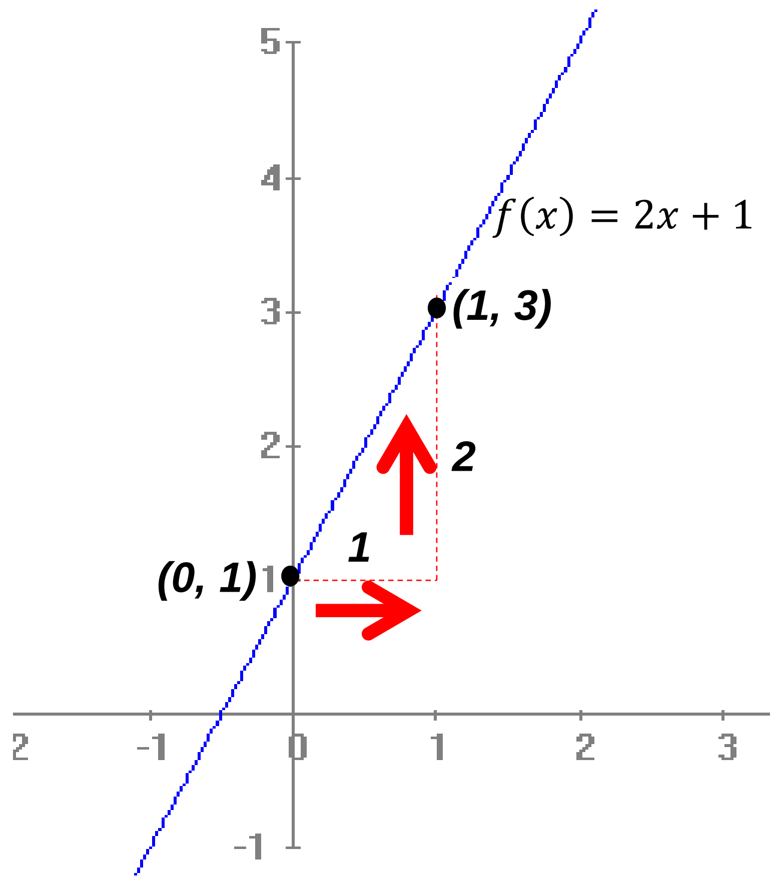
*La **pendiente de la recta** está dada por **m***

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{Variación\ en\ y}{Variación\ en\ x}$$

EJEMPLO 1:

$$f(x) = 2x + 1$$

$$m = 2 \qquad m = \frac{2}{1} \therefore \begin{cases} \Delta y = 2 \\ \Delta x = 1 \end{cases}$$



*El término independiente: **b**, representa la ordenada al origen; es el punto en el que la recta corta al eje OY* $\quad b = 1$

$$rgof = \Re$$

***f** Es Creciente en todo su dominio*

EJEMPLO 2:

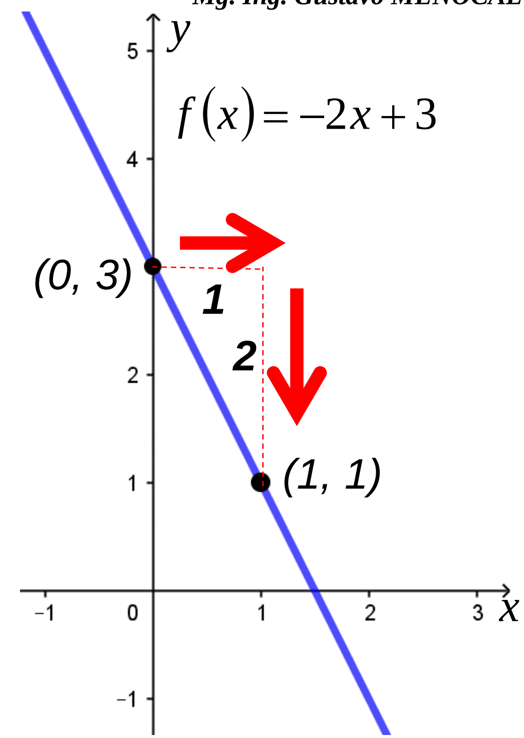
$$f(x) = -2x + 3$$

$$m = -2 \quad m = \frac{-2}{1} \therefore \begin{cases} \Delta y = -2 \\ \Delta x = 1 \end{cases}$$

El término independiente es: $b = 3$

$$rgo\ f = \Re$$

f Es Decreciente en todo su dominio



EJEMPLO 3:

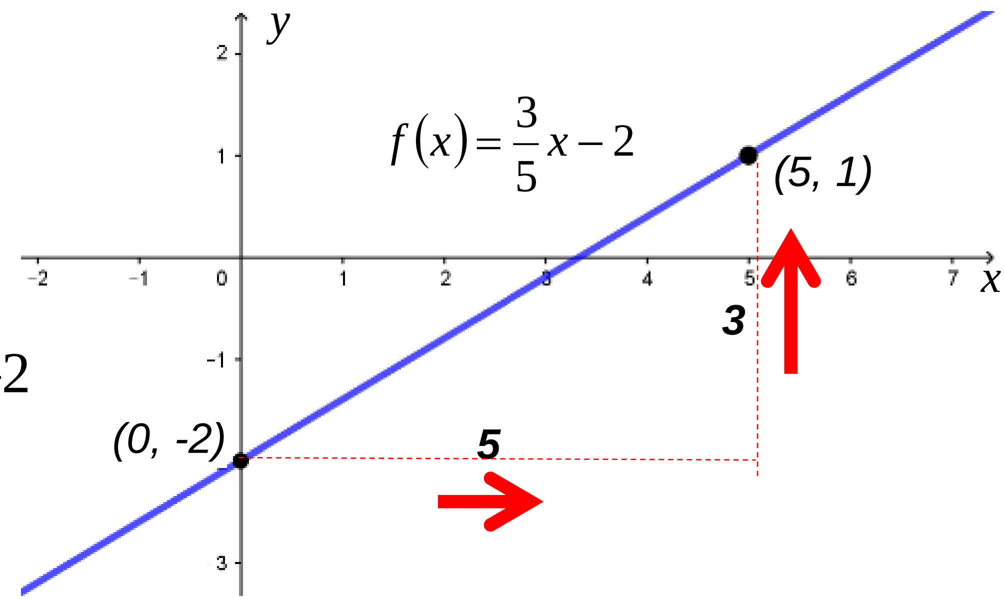
$$f(x) = \frac{3}{5}x - 2$$

$$m = \frac{3}{5} \qquad m = \frac{3}{5} \therefore \begin{cases} \Delta y = 3 \\ \Delta x = 5 \end{cases}$$

El término independiente es: $b = -2$

$$rgo\ f = \Re$$

f Es Creciente en todo su dominio



Función Cuadrática

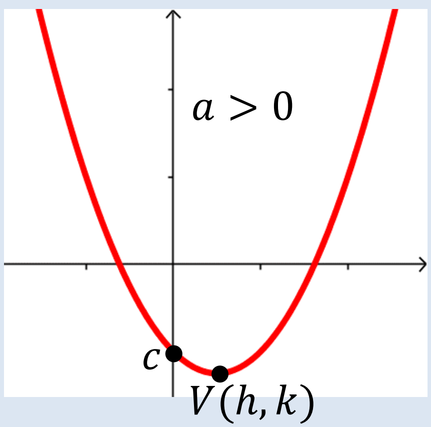
$$f(x) = ax^2 + bx + c$$
$$a; b\ y\ c \in \Re; a \neq 0$$

$$\begin{cases} dom f = \Re \\ rgo f = \begin{cases} (-\infty; k]; si\ a < 0 \\ [k; \infty); si\ a > 0 \end{cases} \end{cases}$$

Su representación gráfica es una parábola de eje vertical.

a: Coeficiente del término cuadrático:
Indica la apertura de la parábola.

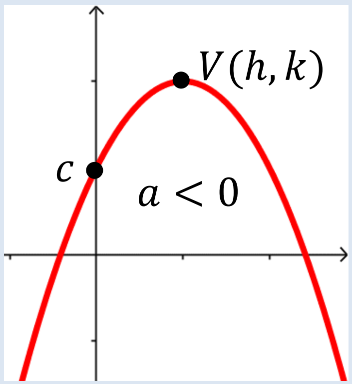
$\begin{cases} \text{ramas hacia arriba o hacia abajo} \\ \text{ramas más abiertas o más cerradas} \end{cases}$



V(h, k): Vértice

$$h = \frac{-b}{2 \cdot a}$$

$$k = \frac{-b^2}{4 \cdot a} + c$$



b: Coeficiente del término lineal:
La gráfica se desplaza Horizontalmente respecto del eje OY

c: Término independiente:
Indica la ordenada del punto de intersección con el eje OY

EJEMPLOS:

1) $y = x^2 - 3x + 2$ $\qquad dom\ f = \Re$

$a = 1 \Rightarrow a > 0$ $\qquad$ *Ramas ascendentes*

$$x_{1,2} = \frac{-(-3) \pm \sqrt{(-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 2}}{2 \cdot 1} =$$

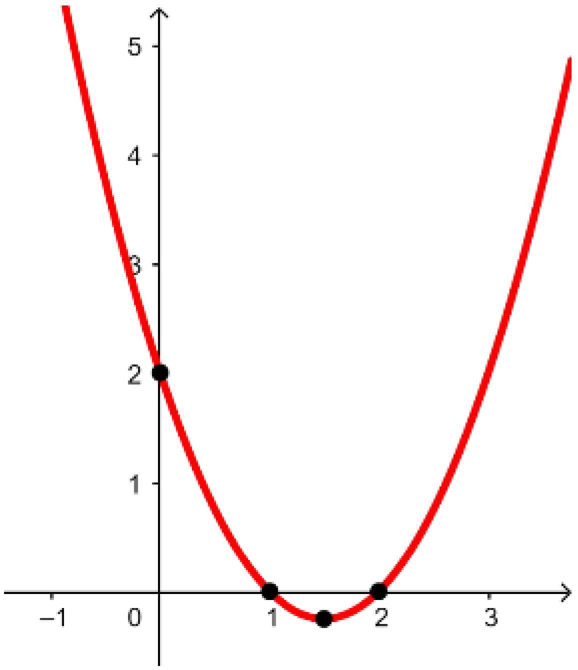
$$= \frac{3 \pm \sqrt{1}}{2} \therefore \begin{cases} x_1 = 1 \\ x_2 = 2 \end{cases}$$

f intersecta al eje OX en: (1, 0) y (2, 0)

C=2; f intersecta al eje OY en: (0, 2)

$$\left.\begin{array}{l} h = \dfrac{-(-3)}{2 \cdot 1} = \dfrac{3}{2} \\ k = f(h) = \left(\dfrac{3}{2}\right)^2 - 3\dfrac{3}{2} + 2 \\ k = -\dfrac{1}{4} \end{array}\right\} V = \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{4}\right)$$

$$rgo\ f = \left[-\frac{1}{4}, \infty\right)$$



2) $y = -x^2 + 2x - 2$

$dom\ f = \Re$

$a = -1 \Rightarrow a < 0$ *Ramas descendentes*

$$x_{1,2} = \frac{-2 \pm \sqrt{2^2 - 4 \cdot (-1) \cdot (-2)}}{2 \cdot (-1)} =$$

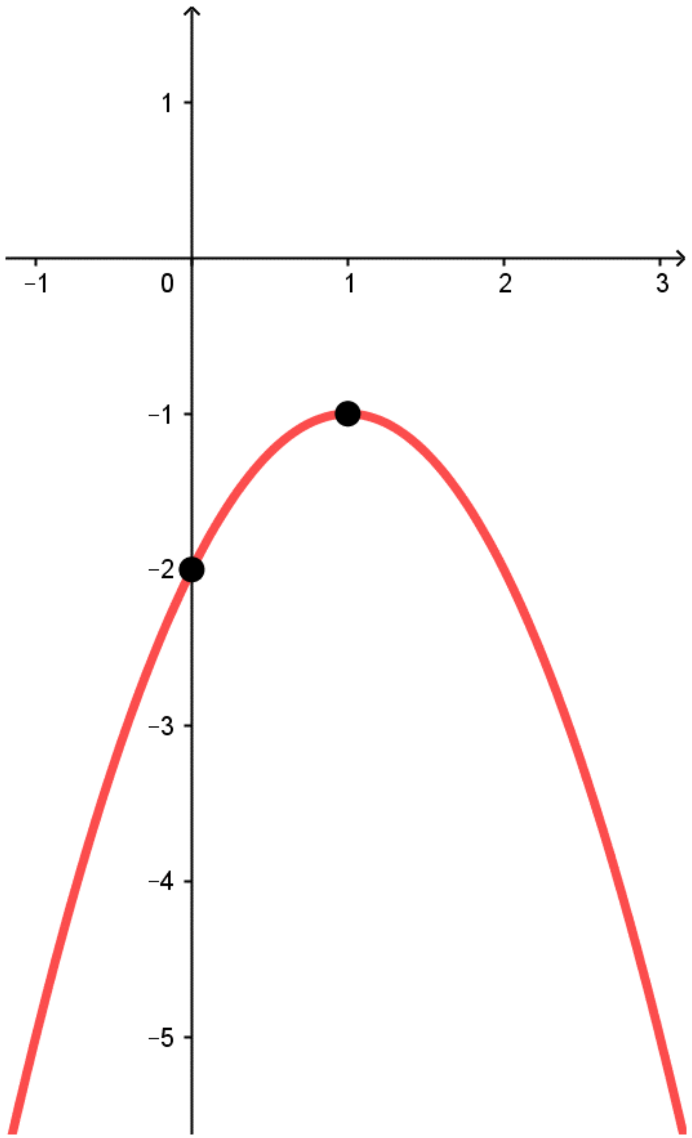
$$= \frac{-2 \pm \sqrt{-4}}{-2} \therefore$$

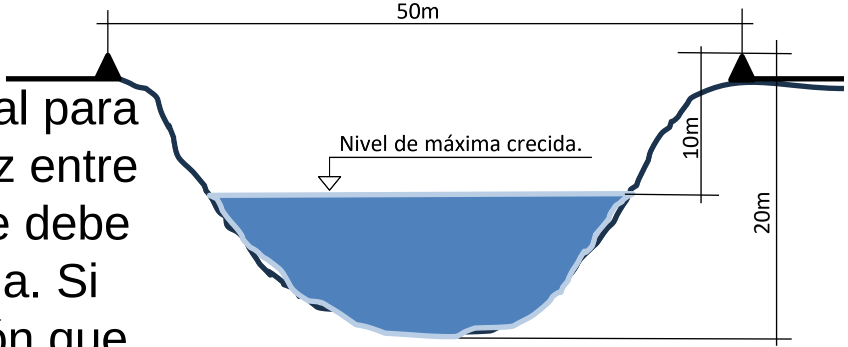
$x_{1,2} \notin \Re$ *f no tiene intersección con el eje OX*

C=-2; f intersecta al eje OY en: (0, -2)

$$\left.\begin{aligned} h &= \frac{-2}{2 \cdot (-1)} = 1 \\ k &= \frac{-2^2}{4 \cdot (-1)} - 2 = -1 \end{aligned}\right\} V = (1, -1)$$

$rgo\ f = (-\infty, -1]$

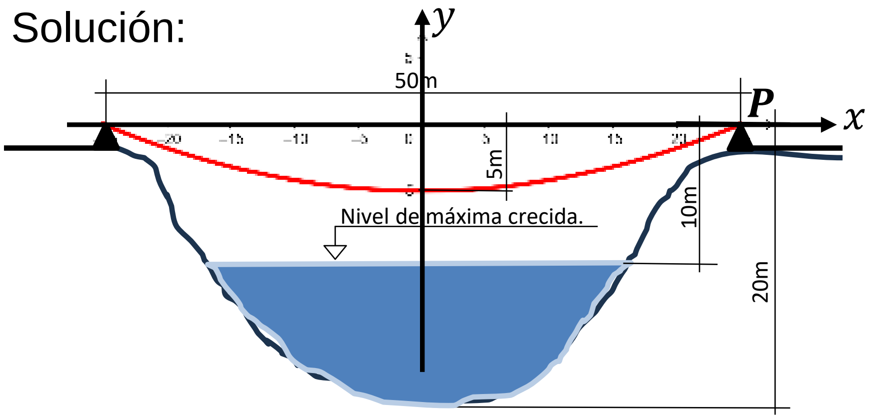




PROBLEMA:

Se desea construir un puente colgante peatonal para atravesar un río, como muestra la figura. La luz entre apoyos es de 50m y el nivel mínimo del puente debe estar 5m por arriba del Nivel de máxima crecida. Si el desarrollo es parabólico: ¿cuál es la ecuación que lo describe? Dar dominio y rango de la función y grafica la situación.

Solución:



$$f(x) = ax^2 + bx + c$$

$$f(0) = c; \quad c = -5$$

La parábola es de ramas ascendentes y su vértice está sobre el eje OY

$$a > 0 \text{ y } b = 0$$

$$f(x) = ax^2 - 5$$

El apoyo derecho es el punto $P(25, 0)$

$$f(25) = a(25)^2 - 5 = 0$$

$$a = \frac{5}{(25)^2}; \quad a = \frac{1}{625} \qquad a = 0{,}0016$$

$$a = 1{,}6 \cdot 10^{-3}$$

$$\boldsymbol{f(x) = \frac{1}{625}x^2 - 5}$$

$$\boldsymbol{dom\ f = [-25, 25]}$$

$$\boldsymbol{rgo\ f = [-5, 0]}$$

CUESTIONARIO 1:

En cada uno de los siguientes apartados aplica los conocimientos estudiados para respóndelo; justifica matemáticamente tu razonamiento. Puedes usar representaciones gráficas.

a). ¿Qué relación existe entre (x, y) y un punto del plano real?

b). ¿Para qué valores de $x, y \in R$ se verifica que: $(x, y) = (y, x)$?

c). ¿Una función cuadrática, es uno a uno?

d). Si una función tiene asíntota vertical $x=2$, ¿significa que: $dom\ f = R$?

e). Si una función es estrictamente creciente en todo su dominio, ¿entonces es biunívoca?

d). Si una función tiene una asíntota vertical $x=1$ y es función Impar; ¿tiene o no otra asíntota vertical? Si es que la tiene: ¿cuál es su ecuación?

f). ¿Qué se determina con el criterio de la regla vertical?

g). Dada la función: $y = ax^2 + c$, ¿Qué indican en la gráfica los coeficientes a y c? ¿La gráfica tiene cambios respecto de $y = x^2$?

h). Si la gráfica de una función es simétrica respecto al eje OY, ¿es uno a uno?

i). Si f es una función y $(0, 2) \in f$, ¿puede suceder que $(0, 0) \in f$?