UTN FRBA **2 DO PARCIAL** **ANALISIS MATEMATICO I**

Alumno:.. Curso: S-1022 23-11-22

1		2	3	4	5	NOTA

1) Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas justificando.

a) Si $f(x) \leq g(x) \forall x \in \mathbb{R}^+$ y $\int_0^{+\infty} g(x)dx$ es divergente, entonces $\int_0^{+\infty} f(x)dx$ también es divergente.

b) La $\int_{-2}^{3} \frac{x-1}{x^2+2x-3}$ dx es impropia.

2) Hallar el valor de $k \in \mathbb{R}^+$ / el área de la región limitada por las líneas:

$y^2 - k\,x + 1 = 0$ e $y + 3 = k\,x$ sea igual a 5.

3) Determinar la función continua y derivable $h: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ /

$$\int_0^x h(t)\,dt = \frac{x^2}{2} + k\,x + \int_x^1 t^2 h(t)\,dt + \frac{x^6}{3} \qquad \text{si} \qquad \lim_{x \to 0} h(x) = 1.$$

4) Dada: $\frac{x-1}{5} - \frac{4(x-1)^2}{25} + \frac{9(x-1)^3}{125} - \frac{16(x-1)^4}{625} + \ldots$ hallar su intervalo de CV y estimar el valor de su función suma para x = 2 indicando error si $n \leq 4$.

5) Hallar $\int_{-2}^{2} \left[\frac{x^4 senx}{x^2+1} + \left|x^3+x^2\right| \right] dx$

1-a) F $\underbrace{\int_0^{+\infty}\frac{dx}{x+1}}_{DV} \geq \int_0^{+\infty}\frac{dx}{(x+1)^2}$ CV

1-b) $\int_{-2}^{3}\frac{x-1}{x^2+2x-3}\,dx = \int_{-2}^{3}\frac{(x-1)}{(x-1)(x+3)}\,dx =$

$= \int_{-2}^{3}\frac{dx}{(x+3)}$ F

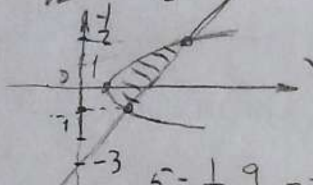
$x^2+2x-3=0=(x+3)(x-1)$

en $x=1$ $f(x)=\frac{x-1}{(x-1)(x+3)}$ discont evitable

y en $x=-3$ $\underbrace{\qquad}_{''}$ discont esencial

pero $x=-3 \in [-2;3]$

2) $\frac{y^2+1}{k}=\frac{y+3}{k} \Rightarrow y^2-y-2=0 \begin{cases}-1\\ 2\end{cases}$



$y^2-kx+1=0$; $y+3=kx$

$A=5=\int_{-1}^{2}\left[\frac{y+3}{k}-\left(\frac{y^2+1}{k}\right)\right]dx=\frac{1}{k}\left(\frac{y^2}{2}+2y-\frac{y^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{2}=\frac{1}{k}\left(2+4-\frac{8}{3}-\frac{1}{2}+2-\frac{1}{3}\right)$

$5=\frac{1}{k}\,\frac{9}{2} \Rightarrow k=\frac{9}{10}$

3) $h(x)=x+k-x^2h(x)+2x^5 \Rightarrow h(x)=\frac{x+2x^5+k}{1+x^2}$ $\wedge$ $\lim_{x\to 0}h(x)=1=k$

4) $\sum_{1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^2(x-1)^n}{5^n} \rightarrow R=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{n^2}{5^n}}{\frac{(n+1)^2}{5^{n+1}}}=\lim_{n\to\infty}\left(\frac{n}{n+1}\right)^2\cdot\frac{5^n\cdot 5}{5^n}=5 \rightarrow |x-1|<5$

$-4<x<6$

si $x=-4 \Rightarrow \sum_{1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^2}{5^n}(-5)^n=\sum_{1}^{\infty}(-1)^n(-1)^2\frac{n^2\,5^n}{5^n}=\sum_{1}^{\infty}(-1)^n n^2$ DV

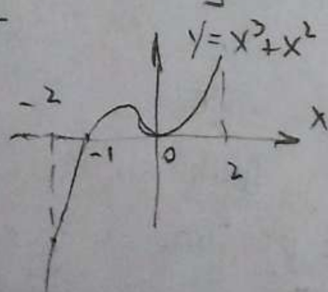
si $x=6 \Rightarrow \sum_{1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^2}{5^n}5^n$ DV

$I=(-4;6)$

$f(x)=\sum_{1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^2}{5^n}(x-1)^n \Rightarrow f(2)=\sum_{1}^{\infty}(-1)^{n+1}\frac{n^2}{5^n}=\frac{1}{5}-\frac{4}{25}+\frac{9}{125}-\underbrace{\frac{16}{625}}_{0{,}0256\ldots}+\underbrace{\frac{1}{125}}_{0{,}008}$

5) $\int_{-2}^{2}\left[\underbrace{\frac{x^4\,\text{sen}\,x}{x^2+1}}_{=0}+|x^3+x^2|\right]dx=\int_{-2}^{2}|x^3+x^2|\,dx=\int_{-2}^{-1}-(x^3+x^2)\,dx+\int_{-1}^{2}(x^3+x^2)\,dx$

x ser impar



$x^3+x^2=0=x^2(x+1) \begin{cases}-1\\ 0\end{cases}$

$=\left(-\frac{x^4}{4}-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-2}^{-1}+\left(\frac{x^4}{4}+\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-1}^{2}=-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}+4-\cancel{\frac{8}{3}}+4+\cancel{\frac{8}{3}}$

$-\frac{1}{4}+\frac{1}{3}-\frac{1}{2}+8+\frac{2}{3}=\frac{-3+48+4}{6}=\frac{49}{6}$