# ANÁLISIS MATEMÁTICO I

**Primer Parcial – Ejemplo 2**

**APELLIDO: .................................... NOMBRE: ................................... CURSO: ..................**

| 1 | | 2 | 3 | 4 | 5 | NOTA |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | | | | | | |

***Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta*.**
***No está permitido el uso de calculadoras graficadoras. No resolver el examen en lápiz.***
***Duración del examen: 2 horas***
*Condición mínima de aprobación, 6 puntos: 50% del examen correctamente resuelto.*
*Condición mínima de aprobación por promoción, 8 puntos: 70% del examen correctamente resuelto.*

---

1) Indicar si las siguientes proposiciones son Verdaderas o Falsas, justificando la respuesta:

a) La función $f: R \to R / f(x) = x^5 + x^3 + x - 8$ tiene una única raíz en el intervalo $(1;2)$.

b) En el punto $(0;1)$ la curva cuya ecuación es $x^2 \cdot y + \cos x \cdot \ln y - 3 \cdot e^{x \cdot y} + 3 = 0$ tiene una recta tangente horizontal.

2) Hallar las ecuaciones de las asíntotas lineales de $f: D_f \to R / f(x) = \sqrt{1+x^2} - x$

3) Si $f: R \to R / f(x) = 5 \cdot e^{-x}$ pueden construirse $\forall x > 0$ triángulos con vértices en los puntos $(0;0)$, $(x;0)$ y $(x; f(x))$. Determinar el triángulo de área máxima.

4) Hallar los valores de $a \in R$ y $b \in R$ para que $f: R \to R / f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(2x)}{e^x - 1} & \text{si } x > 0 \\ x^2 + ax + b & \text{si } x \le 0 \end{cases}$ sea continua y derivable en $x = 0$

5) Indicar los intervalos de crecimiento y decrecimiento, de concavidad positiva y negativa de $f: R \to R / f(x) = 3x \cdot \sqrt[3]{x^2} - 5x$

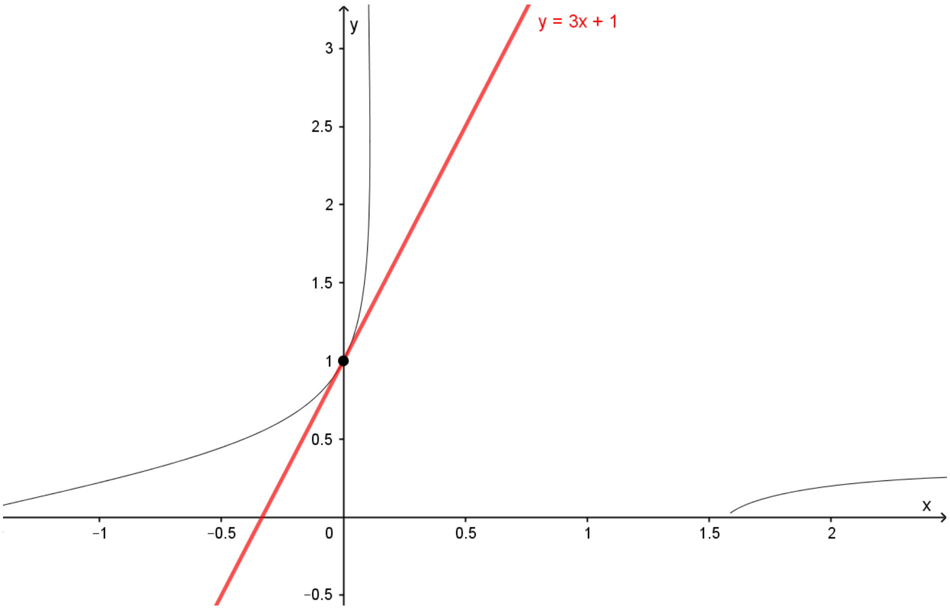
Respuestas

1)

a) Verdadero: puede demostrarse que tiene al menos una raíz en el intervalo dado utilizando el teorema de Bolzano; puede demostrarse que esa raíz es única, por ejemplo, porque es estrictamente creciente en ese intervalo.

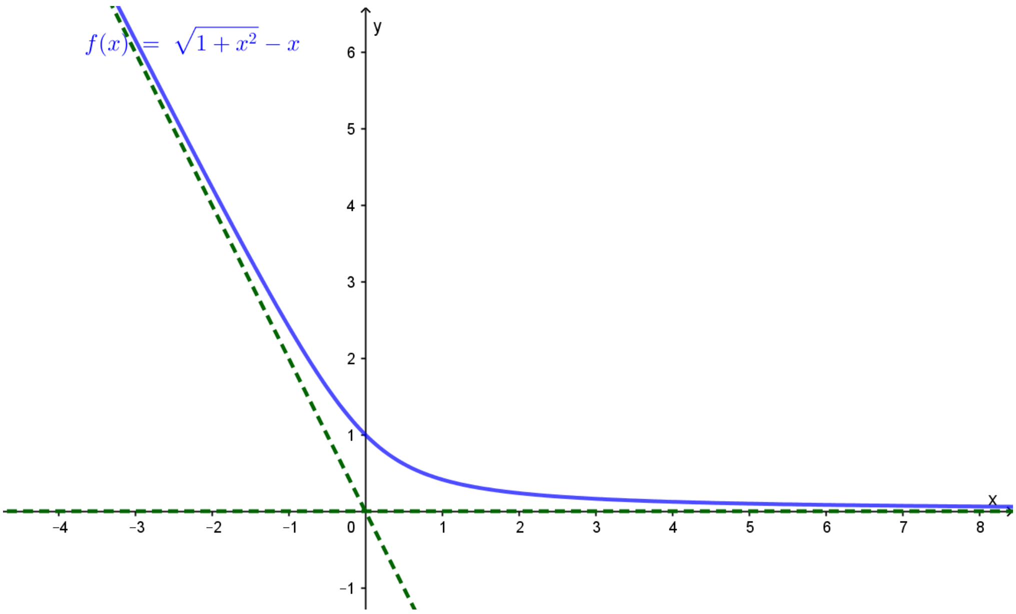
b) Falso: $y'(0;1)=3$ por lo que la recta tangente a la curva en ese punto no es horizontal.

Verificación con un software:




2) Es continua en R por lo que no tiene asíntotas verticales. Asíntota horizontal: $y=0 \ \ (x \to +\infty)$. Asíntota oblicua: $y=-2x \ \ (x \to -\infty)$

Verificación con un software:




3) El triángulo de área máxima resulta aquel que tiene los vértices en los puntos $(0;0)$; $(1;0)$ y $(1; f(1))$

4) *a* = -1; *b* = 2

5) Intervalo de crecimiento = $(-\infty\,;-1)\cup(1;+\infty)$. Intervalo de decrecimiento = $(-1;1)$.

Intervalo de concavidad negativa = $(-\infty\,;0)$. Intervalo de concavidad positiva = $(0\,;+\infty)$.

Verificación con un software: