ACTIVIDADES RESUETAS DE LA UNIDAD 1- POR LA LIC. HILDA MOTOK

Actividad 1.1

a) Indicar cuáles de las siguientes expresiones son proposiciones y en los casos afirmativos, clasificar en simple o compuesta, luego expresar simbólicamente

i) "No es cierto que 8 es un número par"

ii) "6 es múltiplo de 3"

iii) "7 es impar y trae suerte"

iv) "Si 10 es múltiplo de 2, entonces 10 es par"

v) "15 es impar si y solo si 15 es múltiplo de 3 o de 7"

b) Sean las proposiciones p: "Luis circula en moto" y q: "Luis usa casco"; dar la interpretación coloquial y el valor de verdad, sabiendo que "p" y "son verdaderos, de las fórmulas lógicas:

"$\neg p$", "$p \wedge q$", "$p \vee q$" , "$p \veebar q$" , "$p \rightarrow q$" y "$p \leftrightarrow q$

a) i) "No es cierto que 8 es un número par"
   Es proposición simple
   p: 8 es un número par.
   Simbólicamente: $\neg$ p

   ii) "6 es múltiplo de 3"
   Es proposición simple
   p: 6 es múltiplo de 3
   Simbólicamente: p

   iii) "7 es impar y trae suerte"
   No es proposición

   iv) "Si 10 es múltiplo de 2, entonces 10 es par"
   Es proposición compuesta
   p: 10 es múltiplo de 2, q: 10 es par
   Simbólicamente: $p \rightarrow q$

   v) "15 es impar si y solo si 15 es múltiplo de 3 o de 7"
   Es proposición compuesta
   p: 15 es impar, q: 15 es múltiplo de 3, r: 15 es múltiplo de 7
   Simbólicamente: $p \leftrightarrow q \vee r$

b) p: "Luis circula en moto" , q: "Luis usa casco"
   "p" es verdadero p=1   "q" es verdadero q=1
   - $\neg$p: "Luis no circula en moto"
     $\neg p = \neg 1 = 0$ Falso

- $p \land q$: "Luis circula en moto y usa casco"
  $p \land q$=1∧1=1 Verdadero

- $p \lor q$: "Luis circula en moto o usa casco"
  $p \lor q$=1∨1= 1 Verdadero

- $p \veebar q$: "Luis o circula en moto o usa casco, pero no ambos"
  $p \veebar q= 1 \veebar 1=0$ Falso

- $p \to q$: "Si Luis circula en moto, entonces usa casco"
  $p \to q=1 \to 1=1$

- $p \leftrightarrow q$: "Luis circula en moto si y solo si usa casco"
  $p \leftrightarrow q=1 \leftrightarrow 1=1$

Actividad 1.2

i) Determinar el conectivo principal en las siguientes afirmaciones

a) $p \vee q \wedge \neg r$ b) $\neg p \wedge q \longrightarrow r$ c) $p \vee q \leftrightarrow r \wedge \neg s$

ii) Confeccionar la tabla de verdad de $q \land (\neg r \to p)$ y determinar en cuál renglón

de la tabla toma el valor verdadero. Para esos casos dar los valores de las variables

p, q y r correspondientes.

iii) Sin realizar la tabla de verdad determinar los valores de verdad de las

proposiciones intervinientes sabiendo que:

a) $[p \wedge q \wedge r] = 1$ b) $[(\neg p \vee F) \wedge q] = 1$ c) $[(p \land q \land r) \to (s \lor t)] = 0$

i) a) $p \vee q \wedge \neg r$ b) $\neg p \wedge q \longrightarrow r$ c) $p \vee q \leftrightarrow r \wedge \neg s$

Conectivo principal Conectivo principal Conectivo principal

ii)Tabla de verdad de $q \land (\neg r \to p)$

tenemos 3 proposiciones, por lo tanto 2^3=8 renglones

p	q	r	¬r	¬r→ p	q∧ (¬r→ p)
0	0	0	1	0	0
0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1
1	1	1	0	1	1

Toma valor de verdad en los renglones 4, 7 y 8
Renglón 4: p=o, q=1y r=1
Renglón 7: p=1, q=1y r=0
Renglón 8: p=1, q=1y r=1

iii) a) $[p \wedge q \wedge\ r\ ]$ = 1
La conjunción es verdadera solo en el caso en que cada término es verdadero, por lo tanto
p= 1 q=1 r=1
b) $[(\neg p \vee F) \wedge q]$ = 1
$\neg p \vee F = 1$ $q=1$, la disyunción es verdadera cuando al menos un término es verdadero
entonces ¬p=1 , p=0
Es decir $[(\neg p \vee F) \wedge q]$ = 1 cuando p=0 y q=1
c) $[(p \wedge q \wedge r) \rightarrow (s \vee t)]$ = 0
La condicional es falsa solo en el caso en que el antecedente es verdadero y el consecuente es falso, o sea $p \wedge q \wedge r$=1 y $s \vee t$=0
Si $p \wedge q \wedge r$=1 p= 1 q=1 r=1
La disyunción es falsa solo cuando todos sus términos son falsos.
Si $s \vee t$=0 s=0 y t=0
Se concluye que $[(p \wedge q \wedge r) \rightarrow (s \vee t)]$ = 0 para p= 1, q=1, r=1, s=0 y t=0

Actividad 1.3

Determinar si la siguiente proposición compuesta es tautología, contradicción o contingencia: $[p \rightarrow (q \rightarrow r)] \leftrightarrow [(p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r)]$

p	q	r	q→r	p→(q→r)	p → q	p → r	(p → q) →(p → r)	[p→(q→r)]↔[(p → q) →(p → r)]
0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1	1
0	1	0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	0	1	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

Actividad 1.4

Usando tablas de verdad demostrar:
i) Una de las leyes distributivas.

ii) Una de las leyes de absorción.

iii) La ley del contrarrecíproco.

iv) La ley de la negación de la condicional.

v) La ley asociativa de la disyunción excluyente

Ley distributiva

$(p\wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p\vee r) \wedge (q\vee r)$

p	q	r	$p\wedge q$	$\overbrace{(p\wedge q) \vee r}^{\boxed{A}}$	$p\vee r$	$q\vee r$	$\overbrace{(p\vee r) \wedge (q\vee r)}^{\boxed{B}}$	$A\longleftrightarrow B$
0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0	1
0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	1	1	1	1
1	1	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

los valores de verdad para todas las combinaciones posibles
Como las expresiones A y B tienen los mismos valores de verdad para cada una de las combinaciones posibles de los valores de verdad de las proposiciones simples intervinientes queda demostrado que $(p\wedge q) \vee r \Leftrightarrow (p\vee r) \wedge (q\vee r)$
Se observa también que $A\longleftrightarrow B$ es una tautología.

Ley de absorción

$(p\wedge q) \vee p \Leftrightarrow p$

p	q	$p\wedge q$	$(p\wedge q) \vee p$
0	0	0	0
0	1	0	0
1	0	0	1
1	1	1	1

Queda demostrado que
$(p\wedge q) \vee p \Leftrightarrow p$

Ley del contrarrecíproco

$p\rightarrow q \Leftrightarrow \neg q\rightarrow \neg p$

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$p\rightarrow q$	$\neg q\rightarrow \neg p$
0	0	1	1	1	1
0	1	1	0	1	1
1	0	0	1	0	0
1	1	0	0	1	1

Queda demostrado que
$p\rightarrow q \Leftrightarrow \neg q\rightarrow \neg p$

Ley de la negación del condicional
¬ (p→ q) ⇔ p∧ ¬q

p	q	¬q	p→ q	¬ (p→ q)	p∧ ¬q
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0
1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0

Queda demostrado que
¬ (p→ q) ⇔ p∧ ¬q

Ley asociativa de la disyunción excluyente
(p ⊻ q) ⊻ r ⇔p ⊻ (q ⊻ r)

p	q	r	p ⊻ q	(p ⊻ q) ⊻ r	q ⊻ r	p ⊻ (q ⊻ r)
0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	1
0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	0	0
1	0	0	1	1	0	1
1	0	1	1	0	1	0
1	1	0	0	0	1	0
1	1	1	0	1	0	1

Queda demostrado que
(p ⊻ q) ⊻ r ⇔p ⊻ (q ⊻ r)

Actividad 1.5

a) Sin realizar tablas de verdad, demostrar las siguientes equivalencias lógicas usando leyes lógicas. Luego escribir la expresión dual, si es que existe.
i) $(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \wedge (p \vee q \vee r) \Leftrightarrow F$, ii) $[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)$
iii) $\neg ((r \vee p) \wedge \neg p) \Leftrightarrow \neg r \vee p$

b) Llenar la línea de puntos con una frase equivalente, y justificar su respuesta:
i) No es cierto que no estudié ⇔ ....
ii) No estudie inglés ni francés⇔ ....
iii) No es cierto que, si cobro el dinero viajare al sur ⇔....................................

c) Negar las siguientes expresiones usando las equivalencias correspondientes. Escribir simbólicamente a ambas expresiones
i) Aprobaré Algebra y Discreta, ii) Si la universidad brinda becas de estudio, podré estudiar

a) i) $(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \wedge (p \vee q \vee r) \Leftrightarrow F$
Demostración:
(¬p ∧ ¬q ∧ ¬ r) ∧ (p ∨ q∨r) ⇔ ¬(p ∨q ∨r) ∧ (p ∨ q∨ r) por Ley de De Morgan
⇔ F por Ley de los inversos

ii) $[(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow r)] \Leftrightarrow [p \rightarrow (q \wedge r)$
Demostración:
[(p →q) ∧ (p →r)] ⇔ [(¬p ∨q) ∧ (¬p ∨r)] por Ley de la condicional
⇔ [¬p ∨ (q ∧ r)] por Ley distributiva
⇔ [p → (q ∧ r)] por la ley de la condicional

iii) $\neg ((r \vee p) \wedge \neg p) \Leftrightarrow \neg r \vee p$
Demostración:
¬ ((r ∨ p) ∧ ¬p) ⇔ ¬ ((r ∧ ¬p) ∨(p ∧¬p)] por Ley distributiva
⇔ ¬ ((r ∧ ¬p) ∨ F) por Ley de los inversos
⇔ ¬ (r ∧ ¬p) por Ley de los neutros
⇔ ¬r ∨ p por Ley de De Morgan y Ley de Doble Negación

b) i) No es cierto que no estudié ⇔ Estudié Ley de Doble Negación

ii) No estudié inglés ni francés⇔ No es cierto que, estudié inglés o Ley de De Morgan

iii) No es cierto que, si cobro el dinero viajaré al sur ⇔ Cobro el dinero, pero no viajare al sur. Ley de la negación del condicional

c) i) Aprobaré Algebra y Discreta
p: Aprobaré Algebra q: Aprobaré Discreta
En símbolo: p∧ q
Su negación es: ¬(p∧ q) ⇔¬p∨ ¬q Ley de De Morgan
No aprobaré algebra o no aprobaré Discreta.

ii) Si la universidad brinda becas de estudio, podré estudiar
p: La universidad brinda becas de estudio q: Podré estudiar en la universidad
En símbolo: p→q
Su negación es: ¬ (p→q) ⇔p∧ ¬q Ley de la negación del condicional
La universidad brinda becas de estudio pero no podré estudiar

Actividad 1.6

Demostrar y analizar el mensaje que transmite cada implicación lógica. Dar un ejemplo coloquial donde se vea su aplicación:

a) $[(p \longrightarrow q) \wedge \neg q] \Rightarrow \neg p$ b) $[(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow r)] \Rightarrow (p \longrightarrow r)$

Demostración

a) $[(p \longrightarrow q) \wedge \neg q] \Rightarrow \neg p$

p	q	¬p	¬q	p→ q	(p→ q) ∧ ¬q	[(p→ q) ∧ ¬q]→¬p
0	0	1	1	1	1	1
0	1	1	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1
1	1	0	0	1	0	1

Como obtenemos una tautología queda demostrado.

El mensaje que transmite esta implicación lógica es que, cada vez que se suponga verdadera una implicación (p→ q) y se tenga la información que el consecuente de ella no se cumplió (¬q) b) $[(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow r)] \Rightarrow (p \longrightarrow r)$se podrá inferir que el antecedente tampoco se cumplirá (¬p).

Ejemplo coloquial: Suponga p : “Está lloviendo” y q : “Las calles están mojadas” Entonces la implicación lógica [(p→ q) ∧ ¬q] ⇒¬p transmite el mensaje de que al no suceder que las calles están mojadas y como cada vez que llueve se mojan las calles entonces se infiere que no está lloviendo.

b) $[(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow r)] \Rightarrow (p \longrightarrow r)$

					A	B	
p	q	r	p→ q	q→ r	(p→ q) Λ (q → r)	p→ r	A →B
0	0	0	1	1	1	1	1
0	0	1	1	1	1	1	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	0	1	0	0	1
1	0	1	0	1	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	1
1	1	1	1	1	1	1	1

Queda demostrado al obtener una tautología.

El mensaje que transmite esta implicación lógica es que cada vez que se supongan verdaderas dos implicaciones del tipo (p→ q) y (q→ r) que son especiales por que el consecuente de la primera es el antecedente de la segunda, se podrá inferir otra implicación verdadera que relaciona al antecedente de la primera y el consecuente de la segunda (p→ r) .

Ejemplo coloquial: Suponga : “Estudio la carrera de Ingeniería en sistemas” y : “Aprendo a programar” y : “Soy experto en C++” Entonces la implicación lógica [( ) Λ ( )] ⇒ ( ) transmite el mensaje de que si es verdadero que “Si estudio sistemas , aprendo a programar” y “Si aprendo a programar, soy experto en C++” entonces se puede inferir que “Si estudio sistemas , soy experto en C++”

Actividad 1.7

Escribir una conclusión que se deduzca de las premisas que se dan en cada caso, justificando su respuesta:

a) Estudio inglés y francés. Por lo tanto, ……………………

b) Si el banco depositara el dinero, pagaré. El banco depositó el dinero. Por lo tanto, ………………………

c) Si el banco depositara el dinero, pagaré. Pero no pague. Por consiguiente, ………….

a) Estudio inglés y francés. Por lo tanto, estudio inglés. (Ley de la Simplificación Conjuntiva)

b) Si el banco deposita el dinero, pagaré. El banco depositó el dinero. Por lo tanto, pagaré (Modus Ponens)

c) Si el banco depositara el dinero, pagaré. Pero no pague. Por consiguiente, el banco no depositó el dinero (Modus Tollens)

Actividad 1.8

Utilizar las reglas de inferencia y/o las leyes lógicas para determinar la validez de los siguientes razonamientos.

a)
$$\begin{array}{l} p \to q \\ \underline{p \to \neg q} \\ \therefore \neg p \end{array}$$

b)
$$\begin{array}{c} p \to q \vee r \\ p \to \neg q \\ \underline{\quad p \quad} \\ \therefore \neg r \end{array}$$

a)

Pasos	Razones
1)p→q	premisa
2)p→¬q	premisa
3)q→¬p	2) , ley de la contrarrecíproca
4)p→¬p	1) y 3), silogismo hipotético (SH)
5)¬p ∨¬p	4), ley de la condicional
6)¬p	5) , ley de idempotencia

Por lo tanto, el razonamiento es valido

b)

Pasos	Razones
1)p→q∨r	premisa
2)p→¬q	premisa
3)p	premisa
4) q∨r	1) y 3),Modus Ponens(MP)
5)¬ q	2) y 3) ,MP
6)r	4) y 5), Silogismo Disyuntivo(SD)

El razonamiento no es válido ya que de las premisas dadas se infiere r no ¬r

Actividad 1.9

Dados los siguientes predicados,
$p(x)$: "x cursa Algebra", $q(x)$: "x cursa Análisis Matemático I", y
$r(x)$: "x es estudiante de la UTN",

a) Interpretar en forma coloquial las siguientes expresiones simbólicas:
i) $\neg(p(\text{Juan}) \wedge \neg\, q(\text{Juan}))$ ii) $r(\text{Juan}) \rightarrow (p(\text{Juan}) \vee q(\text{Juan}))$

b) Suponer que es verdadero que Juan cursa Algebra pero que no Análisis Matemático I, siendo alumno de la UTN; y encontrar el valor de verdad de las dos expresiones lógicas de a).

a) i) $\neg(p(\text{Juan}) \wedge \neg\, p(\text{Juan}))$
No es cierto que, Juan cursa Álgebra y que no regularizó Análisis Matemático I
ii) $r(\text{Juan}) \rightarrow (p(\text{Juan}) \vee q(\text{Juan}))$
Si Juan es estudiante de la UTN, entonces cursa Álgebra o regularizó Análisis Matemático I

b) p(Juan)=1, q(Juan)=0, r (Juan)=1
$\neg(p(\text{Juan}) \wedge \neg\, q(\text{Juan}))=\neg(1 \wedge\neg 0)= \neg(1 \wedge 1)=\neg 1=0$
$r(\text{Juan}) \rightarrow (p(\text{Juan}) \vee q(\text{Juan}))= 1\rightarrow 1\vee 0=1\rightarrow 1=1$

Actividad 1.10

a) Dar el valor de verdad de las siguientes expresiones considerando que el Dominio es el conjunto de los Números Reales
i) $\forall x, x > 0$ ii) $\exists x$, $3x - 5 = 0$

b) Dar el valor de verdad de las expresiones anteriores considerando ahora que el Dominio es el conjunto de los Números Naturales.

a) Dominio= $\mathbb{R}$.
i) [∀x , x > 0] = 0 ya que existe x = -1es un número real que no satisface el predicado x>0
ii)[∃x , 3x – 5 = 0] = 1 ya que existe x = 5/3 que satisface el predicado 3x – 5 = 0

b) Dominio= $\mathbb{N}$
i) [∀x , x > 0] = 1, todos los valores son mayores o iguales a 1
ii) [∃x , 3x – 5 = 0] = 0 ya que existe el único valor que satisface el predicado es x = 5/3 que no es un número natural

Actividad 1.11

Escribir las siguientes proposiciones en forma simbólica y encontrar su negación en forma simbólica y verbal, especificando en cada caso el universo de discurso. Analice además sus valores de verdad.

a) "Al menos un número entero es par"
b) "Si x es cualquier número par, entonces x no es divisible por 5"
c) "Existe al menos un racional que es entero"

a) Considerando U = $\mathbb{Z}$ y y el predicado p(x) : “x es par”
La frase “Al menos un número entero es par” se representa simbólicamente como

$$\exists x \in \mathbb{Z} , p(x)$$

Su negación es $\neg[\exists x\in \mathbb{Z} , p(x)] \equiv \forall x\in \mathbb{Z} , \neg p(x)$. Se lee ““Ningún número entero es par”
Valores de verdad: $[\exists x \in , p(x)] = 1$ ya que $p(2) = 1$. Por la misma razón $[\forall x\in , \neg p(x)]=0$

b) Considerando U = $\mathbb{Z}$ y los predicados p(x) : “x es par” y q(x) : “x es divisible por 5”.
La frase “Si x es cualquier número par, entonces x no es divisible por 5” se representa simbólicamente como

$$\forall x\in \mathbb{Z} [p(x) \to \neg q(x)]$$

Su negación es $\neg[\forall x\in \mathbb{Z} [p(x) \to \neg q(x)]] \equiv \exists x \in \mathbb{Z} [p(x) \wedge q(x)]$. Se lee “Existe un entero que es par y divisible por 5”
Valores de verdad: $[\exists x \in \mathbb{Z} [p(x) \wedge q(x)]] =1$ ya que $[p(10) \wedge q(10)]= 1$. Por la misma justificación se tiene que $\forall x\in [p(x) \to \neg q(x)] = 0$

c) Considerando U = $\mathbb{Q}$ y el predicado p(x) : “x es entero”
La frase “Todo número racional es entero” se representa simbólicamente como

$$\forall x \in \mathbb{Q} , p(x)$$

Su negación es $\neg[\forall x \in \mathbb{Q} , p(x)] \equiv \exists x\in \mathbb{Q} , \neg p(x)$. Se lee “Existe al menos un racional que no es entero” o también “Algún racional no es entero”
Valores de verdad: $[\exists x\in , \neg p(x)] = 1$ pues por ejemplo $\neg p(1/2) = 1$. Por la misma razón $[\forall x \in , p(x)] = 0$