

ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Primer Parcial – Ejemplo 5

APELLIDO: NOMBRE: CURSO:

1	2	3	4	5	NOTA

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.

No está permitido el uso de calculadoras graficadoras. No resolver el examen en lápiz.

Duración del examen: 2 horas

Condición mínima de aprobación, 6 puntos: 50% del examen correctamente resuelto.

Condición mínima de aprobación por promoción, 8 puntos: 70% del examen correctamente resuelto.

1) Indicar si las siguientes proposiciones son Verdaderas o Falsas, justificando la respuesta:

a) Si f es una función continua en un intervalo $[a; b]$ y $f(a) = f(b)$ entonces

$$\exists c \in (a; b) / f'(c) = 0$$

b) $f : D_f \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = (x+1)^{\sin x} - 4x^2 + x + 1$ tiene en $x = 0$ una recta tangente paralela al eje x .

2) Hallar las dimensiones del rectángulo de mayor área que se puede inscribir en un triángulo rectángulo cuyos catetos miden 3 cm y 4 cm si dos de los lados del rectángulo están en los catetos.

3) Hallar los intervalos de: crecimiento, decrecimiento, concavidad positiva y concavidad negativa de $f : D_f \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}}$

4) Hallar el dominio, clasificar las discontinuidades e indicar las ecuaciones de las asíntotas lineales de $f : D_f \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{3 - \sqrt{x+5}}{x-4}$

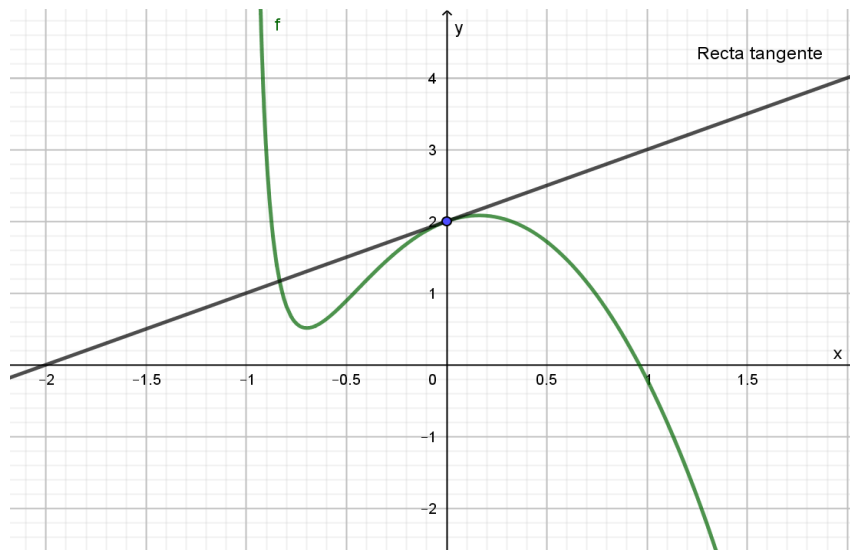
5) Hallar la ecuación de la recta tangente al gráfico de $f : D_f \rightarrow \mathbb{R} / f(x) = \frac{5}{2}x + \frac{2}{3-x}$ en $x = x_0$ ($x_0 \neq 3$) que es paralela a la recta tangente al gráfico de f en $x = 1$

Respuestas

1)

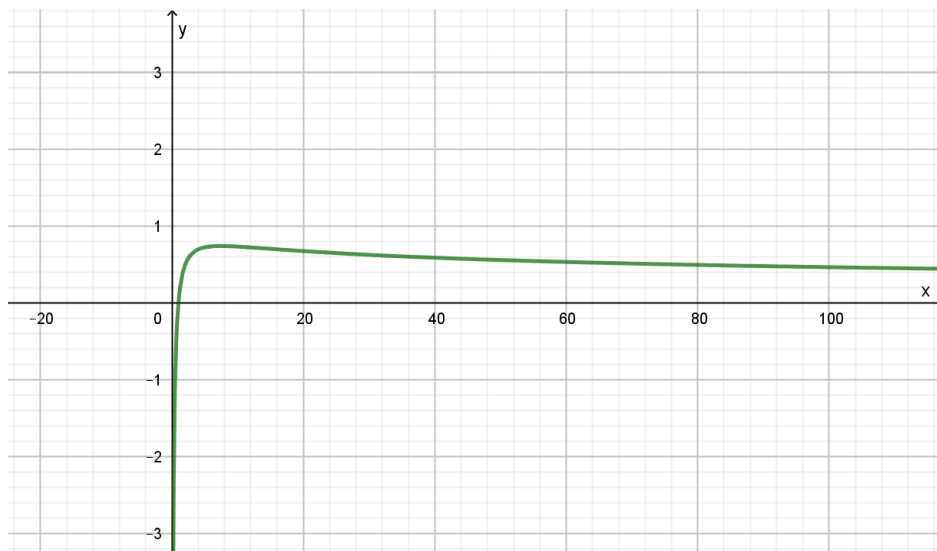
a) Falso. Por ejemplo $f(x) = |x|$ es continua en el intervalo $[-2; 2]$ y $f(-2) = f(2)$ pero $\nexists c \in (-2; 2) / f'(c) = 0$

b) Falso. En el punto $(0; 2)$ la recta tangente tiene pendiente igual a 1, por lo que no es paralela al eje x .

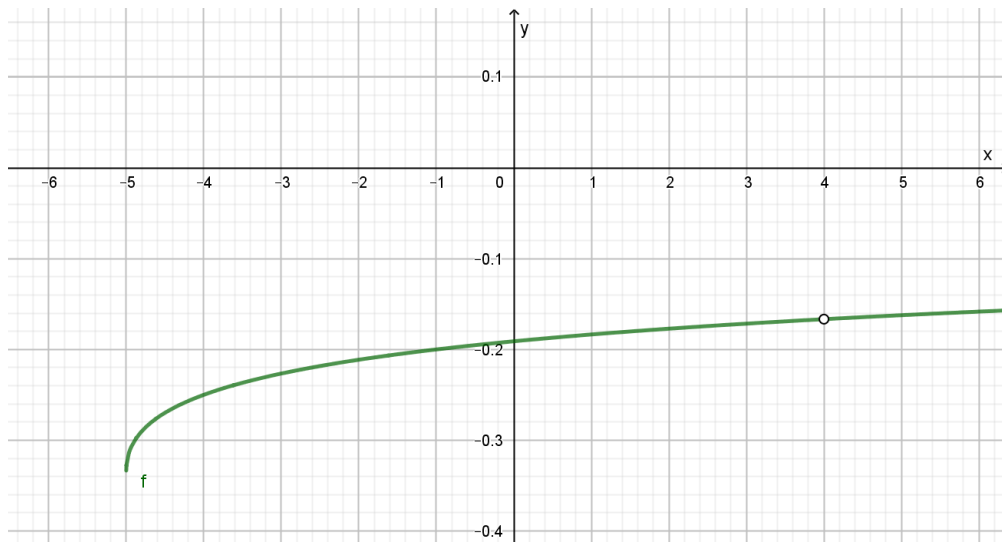


2) El rectángulo de mayor área tiene lados de 2 cm y 1,5 cm.

3) Intervalo de crecimiento = $(0; e^2)$. Intervalo de decrecimiento = $(e^2; +\infty)$. Intervalo de concavidad negativa = $(0; e^{8/3})$. Intervalo de concavidad positiva = $(e^{8/3}; +\infty)$.



4) $D_f = [-5; 4) \cup (4; +\infty)$. En $x=4$ hay una discontinuidad evitable. La función no tiene asíntotas verticales. Hay una asíntota horizontal $y=0$ ($x \rightarrow +\infty$). No tiene asíntotas oblicuas.



5) $y = 3 \cdot (x - 5) + \frac{23}{2}$ es la ecuación de la recta tangente paralela a la tangente al gráfico de f en $x = 1$

