ANÁLISIS MATEMÁTICO I

Primer Parcial – Ejemplo 4

APELLIDO: .... NOMBRE: .... CURSO: ....

1		2	3	4		5	NOTA

Todas las respuestas deben ser justificadas adecuadamente para ser tenidas en cuenta.
No está permitido el uso de calculadoras graficadoras. No resolver el examen en lápiz.
Duración del examen: 2 horas
Condición mínima de aprobación, 6 puntos: 50% del examen correctamente resuelto.
Condición mínima de aprobación por promoción, 8 puntos: 70% del examen correctamente resuelto.

---

1) Indicar si las siguientes proposiciones son Verdaderas o Falsas, justificando la respuesta:

a) La recta tangente al gráfico de la curva definida por la ecuación $x^5 + y^5 + 2x \cdot y = 0$ en el punto $(-1;-1)$ es paralela a $x + y = 3$

b) La función $f : R \to R / f(x) = x^3$ y su recta tangente en $x = 1$ sólo tienen como punto de intersección ese punto de tangencia.

2) Determinar el mayor volumen que puede contener un recipiente de base cuadrada y lados rectangulares, sin tapa, si para su construcción se emplean 1200 cm^2 de material.

3) Determinar los coeficientes *a*, *b* y *c* de modo que la curva $y = ax^2 + bx + c$ pase por el punto $(1;3)$ y sea tangente a la recta $4x + y - 8 = 0$ en $x = 2$.

4) Dada $f : D_f \to R / f(x) = \dfrac{\ln(1+x) - \ln(1-x)}{x}$

a) Indicar el dominio de *f* y analizar si es posible definir *f*(0) tal que la función sea continua en ese punto.

b) Considerando el análisis realizado en el ítem anterior, analizar si *f* es derivable en $x = 0$.

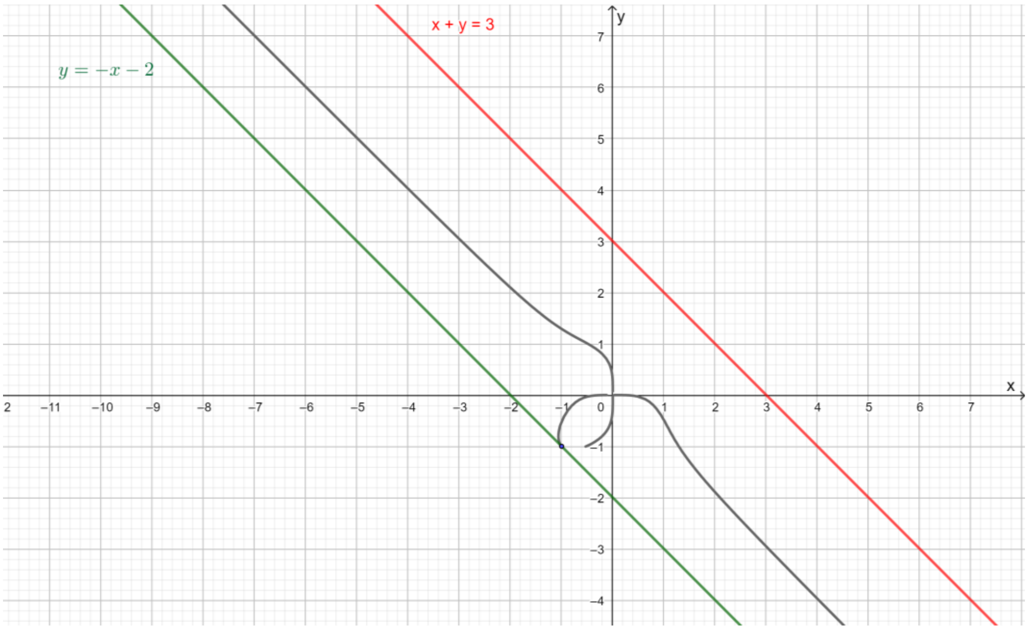
5) Indicar el dominio, los intervalos de crecimiento y decrecimiento, y los intervalos de concavidad positiva y negativa de $f : D_f \to R / f(x) = \dfrac{\ln x}{x}$

Respuestas

1)

a) Verdadero: las rectas son paralelas.

Gráficamente:



b) Falso, en x = -2 existe otro punto de intersección.

2) El mayor volume es de 4000 cm^3

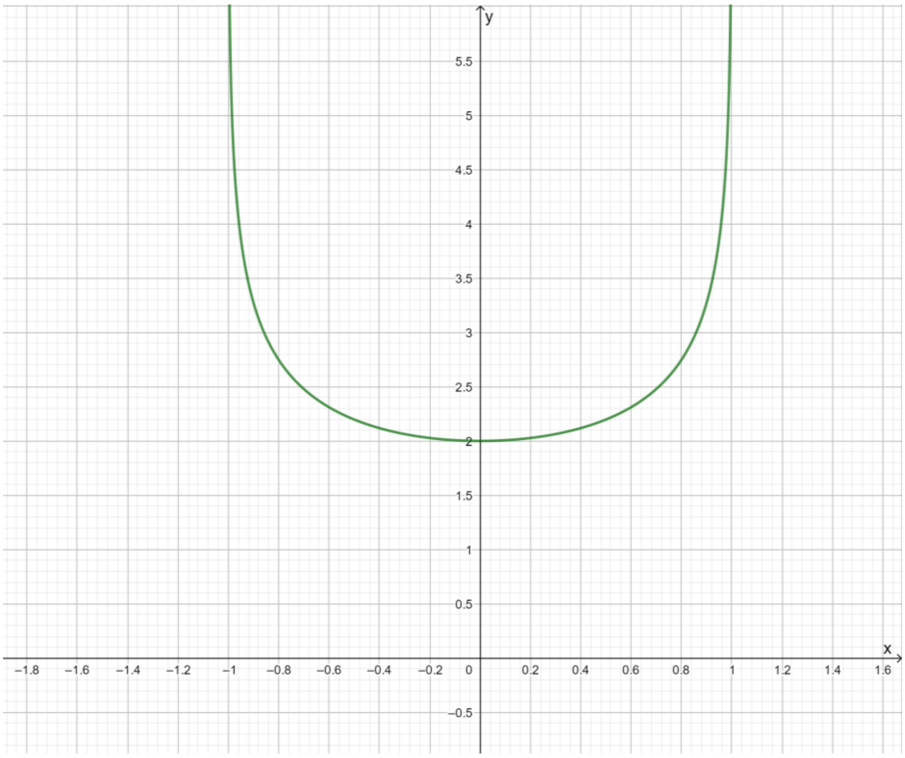
3) a = -1; b = 0 y c = 4

4)

a) $D_f = (-1;0) \cup (0;1)$. Es posible redefinir la función en $x = 0$ para que sea continua en ese punto, si $f(0) = 2$

b) $f'(0) = 0$

Gráficamente:



5) $D_f = (0; +\infty)$. Intervalo de crecimiento = $(0\,; e)$. Intervalo de decrecimiento = $(e\,; +\infty)$.

Intervalo de concavidad negativa = $\left(0\,; e^{\frac{3}{2}}\right)$. Intervalo de concavidad positiva = $\left(e^{\frac{3}{2}}\,; +\infty\right)$.

Gráficamente: