

$$b) (x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$$

$$\text{Sea } P(n) = (x \cdot y)^n = x^n \cdot y^n$$

Veamos si $P(1)$ es verdadero:

$$(x \cdot y)^1 = x^1 \cdot y^1 \quad \text{def. rec. pot.}$$

$$(x \cdot y) \cdot (x \cdot y)^{1-1} = x^1 \cdot y^1$$

$$(x \cdot y) \cdot (x \cdot y)^0 = x^1 \cdot y^1 \quad x^0 = 1$$

$$(x \cdot y) \cdot 1 = x^1 \cdot y^1 \quad x^1 = x, \text{ elem. neutro mult.}$$

$$x \cdot y = x \cdot y$$

Comprobada la igualdad, podemos afirmar que $P(1)$ es verdadera.

$$\text{Hipotesis inductiva: } P(k) = (x \cdot y)^k = x^k \cdot y^k$$

Supongamos que para cierto $k \in \mathbb{N}$, $P(k)$ es verdadera

Por lo tanto, si $P(k)$ es verdadera $\Rightarrow P(k+1)$ también lo es

$$(x \cdot y)^{k+1} = x^{k+1} \cdot y^{k+1}$$

$$(x \cdot y) \cdot (x \cdot y)^{k+1-1} = x \cdot x^{k+1-1} \cdot y \cdot y^{k+1-1} \quad \text{def. rec. pot.}$$

$$(x \cdot y) \cdot \underline{(x \cdot y)^k} = x \cdot x^k \cdot y \cdot y^k \quad \text{Hip. Inductiva}$$

$$x \cdot y \cdot x^k \cdot y^k = x \cdot x^k \cdot y \cdot y^k \quad \text{Asociatividad}$$

$$x \cdot x^k \cdot y \cdot y^k = x \cdot x^k \cdot y \cdot y^k \quad \text{Cancelación}$$

$$x^k \cdot y^k = x^k \cdot y^k$$

Como se comprobó que la anterior igualdad es verdadera, podemos afirmar que $P(k+1)$ es verdadera.

Teniendo en cuenta este hecho y el principio de inducción, somos capaces de confirmar que $P(n)$ se cumple para todo $n \in \mathbb{N}$