Lautaro Bachmann

Ejercicio 5:

a) Calcular la antiderivada F de $\frac{x^2-x}{\sqrt{2x^3-3x^2+1}}$ que satisface $F(0)=1$

¿Cual es el valor de $F(1)$?

b) Graficar y calcular el area encerrada por las siguientes curvas:

$y=4-x$, $y=\frac{1}{x}$, $x=1$ y $x=e$

Desarrollo:

a) Primero calculemos la integral indefinida usando el metodo de sustitucion:

$$\int \frac{x^2-x}{\sqrt{2x^3-3x^2+1}}\,dx = \int \frac{(x^2-x)}{u}\cdot\frac{6x^2-6x}{2\cdot\sqrt{2x^3-3x+1}}\,du$$

$$=\int \frac{1}{u}\cdot(x^2-x)\cdot\frac{(6x^2-6x)}{2\cdot\sqrt{2x^3-3x+1}}\,du$$

$$u=\sqrt{2x^3-3x^2+1}$$

$$\frac{du}{dx}=\left((2x^3-3x^2+1)^{\frac{1}{2}}\right)'\cdot(2x^3-3x^2+1)'$$

$$\frac{du}{dx}=\frac{1}{2}\cdot(2x^3-3x^2+1)^{-\frac{1}{2}}\cdot(6x^2-6x)$$

$$\frac{du}{dx}=\frac{6x^2-6x}{2\cdot\sqrt{2x^3-3x^2+1}}$$

$$du=\frac{6x^2-6x}{2\cdot\sqrt{2x^3-3x+1}}\,dx$$

$$\frac{du}{2\cdot\sqrt{2x^3-3x+1}}=6x^2-6x\,dx$$

$$\frac{6x^2-6x}{2\cdot\sqrt{2x^3-3x+1}}\,du=dx$$

b) Primero, veamos a los puntos donde se intersecan las curvas:

$$4-x=\frac{1}{x} \Rightarrow x(4-x)=1 \Rightarrow 4x-x^2-1=0$$

$$\Rightarrow x^2-4x-1=0$$

$$\Rightarrow (x-6).(x+2)=0$$

$$\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4.a.c}}{2.a} \Rightarrow \frac{4\pm\sqrt{16.-4.1.-1}}{2.1}$$

$$=\frac{4\pm\sqrt{64}}{2}=\frac{4\pm 8}{2}$$

$$x_1=\frac{4+8}{2}=\frac{12}{2}=6$$

$$x_2=\frac{4-8}{2}=\frac{-4}{2}=-2$$

Ahora para ver cual es mayor veamos donde intersecan al eje y.

$$x=0 \Rightarrow y=4-x \Rightarrow y=4-0 \Rightarrow y=4$$

$$x=0 \Rightarrow y=\frac{1}{x} \Rightarrow y=\frac{1}{0} \rightarrow \text{Tiende al infinito}$$

Viendolo mejor, como el intervalo de integracion es $[1,e]$ lo anterior es irrelevante.

~~Evaluemos las funci~~

Como $\frac{1}{x}$ es una funcion racional, sabemos que si $x>1$, la funcion es menor a 1, por ende, $x-4>\frac{1}{x}$, siempre y cuando $x<4$

Es decir, $x-4>\frac{1}{x}\ \forall x \in [1,e]$

Procedemos a calcular la integral definida de la resta entre curvas en el intervalo $[1, e]$, teniendo en cuenta que