

# Conceptos Final MatDisc

## Numeros naturales

- Ordenando los enteros
- Definicion de cota inferior  
Si un conjunto  $X$  es un subconjunto de  $\mathbb{Z}$ . Se dice que el entero  $b$  es una cota inferior de  $X$  si  $b \leq x \forall x \in X$
- Definicion de mínimo  
Si el conjunto  $X$  tiene una cota inferior, que a su vez, es un elemento de  $X$ , se dice que  $X$  tiene un mínimo
- Axioma de la buena ordenacion  
Si un subconjunto  $X$  de  $\mathbb{Z}$  es no vacio y posee una cota inferior, entonces  $X$  posee un mínimo
- Definiciones recursivas:

- Definicion recursiva de sumatoria

Sea  $1 \leq i \leq n$  con  $n \in \mathbb{N}$  una secuencia de números.  $\sum_{i=1}^n$  puede definirse recursivamente de la siguiente forma

$$\sum_{i=1}^1 a_i = a_1, \quad \sum_{i=1}^n a_i = \sum_{i=1}^{n-1} a_i + a_n \text{ con } n \geq 2$$

- Definicion recursiva de productoria

Sea  $1 \leq i \leq n$  con  $n \in \mathbb{N}$  una secuencia de números.  $\prod_{i=1}^n$  puede definirse recursivamente de la siguiente forma

$$\prod_{i=1}^1 a_i = a_1, \quad \prod_{i=1}^n a_i = \prod_{i=1}^{n-1} a_i \cdot a_n \text{ con } n \geq 2$$

- Definicion recursiva de  $n!$

Con  $n \in \mathbb{N}$ .  $n!$  puede definirse como  $\prod_{i=1}^n i$  o puede definirse recursivamente de la siguiente forma:

$$0! = 1, \quad 1! = 1, \quad n! = n \cdot (n-1)!$$

- Definicion recursiva de  $x^n$  Sea  $x$  un número y  $n \in \mathbb{N}$ .  $x^n$  puede ser definida recursivamente de la siguiente manera:

$$x^0 = 1, \quad x^1 = x, \quad x^n = x^{n-1} \cdot x$$

- Propiedades de  $x^n$

Sean  $n, m \in \mathbb{N}$

$$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$$

$$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$$

- Principio de induccion
  - Enunciado del principio de induccion. Sea  $S$  un subconjunto de  $\mathbb{N}$  y se cumplen las siguientes condiciones:

- $1 \in S$
- $\forall k \in \mathbb{N}, k \in S \implies k + 1 \in S$
- Por lo tanto se llega a que  $S = \mathbb{N}$
- Enunciado del principio de induccion completa.

## Conteo

- Definicion de número combinatorio
- Enunciado de la simetria del número combinatorio
- Enunciado del Cálculo del número combinatorio por el triangulo de pascal
- Enunciado del teorema del binomio
- Demostracion  $\sum_{i=0}^n \binom{n}{i} = 2^n$

## Divisibilidad

- Enunciado del algoritmo de la division
- Relacion “Divide a”
  - Definicion de “Divide a”
  - Propiedades de “Divide a”
    - a)  $1|a, a|0, a|\pm a$
    - b)  $a|b \implies a|bc$
    - c)  $a|b \wedge a|c \implies a|(b+c)$
    - d)  $a|b \wedge a|c \implies a|(r.b + s.c)$
- Definicion de Máximo Comun Divisor
- Definicion de enteros coprimos
- Definicion de Mínimo Común Multiplo
- Relacion entre el MCD y el MCM
- Definicion de Numero primo
- Enunciado del criterio de la raiz
- Enunciado y demostracion del teorema 3.4.6(a)
- Enunciado del teorema fundamental de la aritmética
- Demostraciones
  - $(a, b) = 1 \Leftrightarrow sa + tb = 1, \quad s, t \in \mathbb{Z}$
  - $\text{mcd}(a, b) = \text{mcd}(a, b - a), \quad a \neq 0 \wedge b \in \mathbb{Z}$
  - Observacion 3.4.3
    - a)  $p \nmid a \implies (a, p) = 1$
    - b)  $p, p' \text{ primos} \wedge p|p' \implies p = p'$

## Aritmética Modular

- Definicion de congruencia
- Propiedades de la congruencia, enunciados y demostraciones
  - Reflexividad
  - Simetria
  - Transitividad

- Enunciado sobre la existencia de soluciones en la ecuacion lineal de congruencia
- Teorema de fermat
- Sean  $x_1 \equiv x_2(m)$ ,  $y_1 \equiv y_2(m)$ :
  - a)  $x_1 + y_1 \equiv x_2 + y_2 (m)$
  - b)  $x_1 \cdot y_1 \equiv x_2 \cdot y_2 (m)$

## Grafos

- Definicion de grafo
- Definicion de valencia
- Definicion de caminata y camino
- Definicion de ciclo
- Definicion de ciclo hamiltoniano, caminata o circuito euleriano
  - Ciclo hamiltoniano
  - Caminata o circuito euleriano
- Enunciado del teorema de existencia de caminatas eulerianas
- Definicion de Arbol
- Demostraciones:
  - La suma de las valencias de un grafo es dos veces el número de aristas
  - Demostracion de que el número de vertices impares de un grafo es par

## Complementario

- Conteo
  - Principio de adicion
  - Principio de multiplicacion
  - Selecciones
- Divisibilidad
  - Induccion en divisibilidad
  - Euclides
  - Combinacion lineal entera
  - Como probar que un número no es racional
  - Resolver ejercicios de la forma “Hallar el multiplo más pequeño de  $x!$  que es un cuadrado”
- Aritmética modular
  - Encontrar los ultimos dígitos
  - Aplicacion de Fermat
  - Ecuacion lineal de congruencia
- Grafos
  - Subgrafos
  - Isomorfismo
  - Como sabe si dos grafos no son isomorfos
  - Valencias
  - Recorrido
  - Circuito

- Conexidad
- Coloreo de vertices