

10. Considerando las definiciones de los ejercicios anteriores demostrará por inducción sobre xs las siguientes propiedades:

a)  $\text{sum}(\text{sumar1.xs}) = \text{sum.xs} + \#xs$

Definiciones:

$$\text{sum } [] = 0 \quad (1) \quad \text{sum } (x:xs) = x + (\text{sum } xs) \quad (2)$$

$$\text{sumar1 } [] = [] \quad (3) \quad \text{sumar1 } (x:xs) = (1 + x) : \text{sumar1 } xs \quad (4)$$

$$\# [] = 0 \quad (5) \quad \# (x:xs) = 1 + \# xs \quad (6)$$

Caso base:

Reemplazo a xs por [].

$$\begin{aligned} \text{sum } (\text{sumar1 } []) &= \text{sum } [] + \#[] = \{ \text{Por (1), (3) y (5)} \} \text{sum } ([]) = 0 + 0 \\ &= \{ \text{Por (1)} \} 0 = 0 = \{ \text{Reflexividad del } = \} \text{True} \end{aligned}$$

Caso Inductivo:

Demostramos la propiedad con una lista no vacia (x:xs).

$$\text{sum } (\text{sumar1 } (x:xs)) = \text{sum } (x:xs) + \#(x:xs)$$

$$= \{ \text{Por (2), (4) y (6)} \}$$

$$\text{sum } ((1 + x) : \text{sumar1 } xs) = x + (\text{sum } xs) + 1 + \#xs$$

$$= \{ \text{Por (2)} \}$$

$$(1 + x) + (\text{sum } (\text{sumar1 } xs)) = 1 + x + (\text{sum } xs) + \#xs$$

$$= \{ \text{Por HI} \}$$

$$1 + x + (\text{sum } xs) + \#xs = 1 + x + (\text{sum } xs) + \#xs$$

$$= \{ \text{Reflexividad del } = \}$$

True

b)  $\text{sum}(\text{duplica.xs}) = 2 \text{ sum.xs}$

c)  $\#(\text{duplica.xs}) = \#xs$