Contents

1 Practico 7

1.1 1)

1.1.1 Sacar escalar determinante

$$det(\lambda A) = \lambda^n det(A)$$

1.1.2 Howto

1. Chequear si preserva el 0
   - $T(0) = 0$
2. Chequear $T(v + \lambda v') = T(v) + \lambda T(v')$
   - Cuidado que puede dar falsos positivos. No olvidar chequear (1)
3. Si se complica chequear por separado:
   - $T(v + v') = T(v) + T(v')$
   - $T(\lambda v) = \lambda T(v)$

1.2 2)

1.2.1 Conjugado número complejo

$$z = a + bi$$

$$\overline{z} = a - bi$$

1.2.2 Diferencia entre $\mathbb{C}$ y $\mathbb{R}$

Se cambia a que espacio pertenecen los escalares?

1.3 3)

1.3.1 Howto

1.3.1.1 a) y b)

1. Representar como combinacion de los vectores base
   - $xe_1 + ye_2 + ze_3$
2. Usar propiedades de las transformaciones lineales para llegar a $T(e_1), \dots, T(e_3)$
3. Reemplazar y resolver

1.3.1.2 c)

1. Armar matriz con $T(e_i)$ como columnas

- Esto es basicamente lo mismo que plantear el resultado del (b) como una matriz que representa a un sistema de ecuaciones

1.4 4)

1.4.1 b)

Para que pertenezca al nucleo se tiene que dar que $T(v) = 0$. Así que basta con chequear esto para cada uno de los vectores

1.4.2 c)

- Obtener nucleo: resolver $AX = 0$
- Obtener imagen: resolver $AX = b$ con $b \in \mathbb{R}^m$

1.4.3 d)

Pasar los conjuntos de soluciones anteriores a su version parametrica y extraer de ahí los generadores

1.4.4 e)

Ver si los vectores cumplen con la condicion de la imagen - $b_3 - b_1 - 3b_2 = 0$

1.5 5)

1.5.1 a)

1. Resolver $AX = b$
2. Ver soluciones $AX = 0$ para obtener el nucleo
3. Ver soluciones $AX = b$ para obtener la imagen

1.6 6)

(6) Para cada una de las siguientes transformaciones lineales calcular el núcleo y la imagen. Describir ambos subespacios implícitamente y encontrar una base de cada uno de ellos.

a) $T : \mathbb{R}^2 \longrightarrow \mathbb{R}^3$, $T(x, y) = (x - y, x + y, 2x + 3y)$.

b) $S : \mathbb{R}^3 \longrightarrow \mathbb{R}^2$, $S(x, y, z) = (x - y + z, 2x - y + 2z)$.

Figure 1: 3b

1.7 9)

(9) Sea $T : \mathbb{K}^3 \longrightarrow \mathbb{K}$ definida por $T(x, y, z) = x + 2y + 3z$.

a) Probar que T es un epimorfismo.

b) Dar la dimensión del núcleo de T.

c) Encontrar una matriz A tal que $T(x, y, z) = A \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}$. ¿De qué tamaño debe ser A? Como en el ejercicio (4) *a)* pensamos a los vectores como columnas.

1.7.1 Howto

suryectiva = sobreyectiva

1.7.2 Probar que T es un epimorfismo

Para probar que T es un epimorfismo hay que demostrar que T es suryectiva/sobreyectiva

Sea $T : V \to W$

$$Im(T) = W \Rightarrow \text{ T es suryectiva } \Rightarrow \text{ T es epimorfismo}$$

1.7.3 Tamaño de matrices

$$A_{\text{alto}\times\text{ancho}}$$

$$\begin{aligned} &A_{m\times n} \cdot B_{p\times q} = C_{m\times q} \\ &\Leftrightarrow n = p \end{aligned}$$

1.8 10)

(10) Determinar cuáles transformaciones lineales de los ejercicios (6) y (7) son monomorfismos, epimorfismos y/o isomorfismos.

Figure 2: 4b

1.8.1 Howto

Sea $T : V \to W$:

$$\begin{aligned} &Im(T) = W \Rightarrow \text{ T es sobreyectiva y epimorfismo} \\ &Nu(T) = 0 \Rightarrow \text{ T es inyectiva y monomorfismo} \\ &\text{ es epimorfismo y monomorfismo } \Rightarrow \text{ es isomorfismo} \end{aligned}$$

(11) Encontrar en cada caso, cuando sea posible, una matriz $A \in \mathbb{K}^{3\times 3}$ tal que la transformación lineal $T : \mathbb{K}^3 \longrightarrow \mathbb{K}^3$, $T(v) = Av$, satisfaga las condiciones exigidas (como en el ejercicio (3) *c)* pensamos a los vectores como columnas). Cuando no sea posible, explicar por qué no es posible.

a) $\dim \operatorname{Im}(T) = 2$ y $\dim \operatorname{Nu}(T) = 2$.

b) T inyectiva y $T(e_1) = (1, 0, 0)$, $T(e_2) = (2, 1, 5)$ y $T(e_3) = (3, -1, 0)$.

c) T sobreyectiva y $T(e_1) = (1, 0, 0)$, $T(e_2) = (2, 1, 5)$ y $T(e_3) = (3, -1, 0)$.

d) $e_1 \in \operatorname{Im}(T)$ y $(-5, 1, 1) \in \operatorname{Nu}(T)$.

e) $\dim \operatorname{Im}(T) = 2$.