Lautaro Bachmann

Tarea 1:

(1) Dar la ecuación paramétrica de la recta

$$L = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x - 2y = 1\}.$$

$$x-1 = 2y \overset{(1)}{\Rightarrow} \frac{x-1}{2} = y \Rightarrow (x,y) = \left(x, \frac{x-1}{2}\right)$$

(1) Despejamos y (2) Factorizamos x

(3) Cambio de variable $x = t$

$$= \left(x, \frac{x}{2}\right) + \left(0, \frac{-1}{2}\right) \overset{(2)}{=} x\left(1, \frac{1}{2}\right) + \left(0, \frac{-1}{2}\right)$$

$$\overset{(3)}{\Rightarrow} \left(0, \frac{-1}{2}\right) + t\left(1, \frac{1}{2}\right) \quad \therefore \boxed{L = \left\{\left(0, \frac{-1}{2}\right) + t\left(1, \frac{1}{2}\right) / t \in \mathbb{R}\right\}}$$

(2) Dar la ecuación implícita de la recta R que es ortogonal a $(2, 1)$ y pasa por $(0, 0)$.

Primero veamos cual es la ecuación paramétrica de R.

Como R pasa por $(0,0)$ sabemos que $p = (0,0)$

Ahora, sabiendo que $w = (w_1, w_2)$ es paralelo a R y R es ortogonal a $(2,1)$ y tomando en cuenta la definición de ortogonalidad, tenemos que:

$$w \perp (2,1) \Rightarrow \langle (w_1, w_2), (2,1) \rangle = 0 \Rightarrow w_1 \cdot 2 + w_2 \cdot 1 = 0$$

$$w_1 = 1,\ w_2 = -2 \Rightarrow 1.2 + (-2).1 = 0 \Rightarrow 2-2 = 0 \Rightarrow 0 = 0 \ \checkmark$$

$$\therefore w = (1, -2)$$

Sabiendo que $p = (0,0)$ y $w = (1,-2)$:

$$R = \{(0,0) + t(1,-2) / t \in \mathbb{R}\}$$

Ahora veamos la ecuación implícita.

$$(0,0) + t(1,-2) = (0,0) + (1.t, -2t) = (0+t, 0-2t) = (t, -2t)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = t \\ y = -2t \end{cases} \Rightarrow y = -2x \quad \therefore \boxed{R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y = -2x\}}$$

(3) Calcular $R \cap L$.

Primero escribamos las ecuaciones implícitas de las respectivas rectas:

$$R = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / y = -2x\} \ , \ L = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2 / x - 2y = 1\}$$

Ahora, para calcular la itersección entre R y L podemos armar un sistema de ecuaciones usando la ecuación implícita de cada recta.

$$\begin{cases} y = -2x \\ x - 2y = 1 \end{cases} \Rightarrow x - 2(-2x) = 1 \Rightarrow x + 4x = 1 \Rightarrow 5x = 1 \Rightarrow x = \frac{1}{5}$$

$$x = \frac{1}{5} \Rightarrow y = -2 \cdot \frac{1}{5} \Rightarrow y = \frac{-2}{5}$$

$\therefore$ como $x = \frac{1}{5}$, $y = \frac{-2}{5}$ satisfacen el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones implícitas de las rectas R y L sabemos que $\boxed{R \cap L = \left(\frac{1}{5}, \frac{-2}{5}\right)}$.