Practico 1

1)

a) False. $\langle \forall i : 0 \leq i < \#CasosCba : CasosCba \ !! \ i > 140 \rangle$
b) True. $\langle \exists i : 0 \leq i < \#xs : xs \ !! \ i < 144 \rangle$
c) False. $\langle \forall i : 1 \leq i < \#xs : xs \ !! \ i > xs \ !! \ (i-1) \rangle$
d) False. $\langle \exists i, j : 0 \leq i, j < \#xs \wedge i \neq j : (xs \ !! \ i) < 135 \wedge (xs \ !! \ j) < 135 \rangle$
e) False.

2)

a) Todo elemento de la lista es mayor a 140.
i está ligada y xs es libre.
b) Existe un elemento en xs que es igual a x.
i está ligada, y x y xs estan libres.
c) Para todo elemento de xs existe un elemento de ys talque ambos son iguales
d) Cada elemento de xs es menor o igual al elemento que le sigue.

3)

$$\langle \exists i : 0 \leq i < \#xs : xs \ !! \ i = x \rangle$$

$$\equiv \{\text{xs=[141,134,137,87]}\}$$

$$\langle \exists i : i \in \{0, 1, 2, 3\} : xs \ !! \ i = 134 \rangle$$

$$\equiv \{\text{Aplico el termino a cada elemento del rango}\}$$

$$(xs \ !! \ 0 == 134) \vee (xs \ !! \ 1 == 134) \vee (xs \ !! \ 2 == 134) \vee (xs \ !! \ 3 == 134)$$

$$\equiv \{\text{Evaluo las indexaciones}\}$$

$$(141 == 134) \vee (134 == 134) \vee (137 == 134) \vee (87 == 134)$$

$$\equiv \{\text{Evaluo las igualdades}\}$$

$$False \vee True \vee False \vee False$$

$$\equiv \{\text{Resuelvo las disyunciones}\}$$

$$True$$

4)

a) El producto de todos los numeros entre 1 y n.
b) La suma de todos los elementos de xs dividido por el largo de xs. Puede pensarse como un promedio.
c) El elemento mas grande de xs es menor al elemento mas chico de ys.
d) Existen dos numeros mayores que dos y menores que n tal que al multiplicarlos obtenemos n

5)

a)

$$\langle \prod i : 1 \leq i < n : i \rangle$$
$$\equiv \{\text{Calculo el rango sabiendo que n = 5}\}$$
$$\langle \prod i : i \in \{1, 2, 3, 4, 5\} : i \rangle$$
$$\equiv \{\text{Aplico el termino para cada elemento del rango}\}$$
$$1 * 2 * 3 * 4 * 5 *$$
$$\equiv \{\text{Aritmetica}\}$$
$$120$$

b)

$$\langle \Sigma i : 0 \leq i < \#xs : xs \,!!\, i \rangle / \#xs$$
$$\equiv \{\text{\#xs = 5}\}$$
$$\langle \Sigma i : 0 \leq i < \#xs : xs \,!!\, i \rangle / \#xs$$
$$\equiv \{\text{Evaluo teniendo en cuenta que \#xs = 5}\}$$
$$\langle \Sigma i : i \in \{0, 1, 2, 3, 4\} : xs \,!!\, i \rangle / 5$$
$$\equiv \{\text{Aplico el termino a cada elemento del rango}\}$$
$$(xs \,!!\, 0 + xs \,!!\, 1 + xs \,!!\, 2 + xs \,!!\, 3 + xs \,!!\, 4)/5$$
$$\equiv \{\text{Evaluo las indexaciones con xs} = [6, 9, 3, 9, 8]\}$$
$$(6 + 9 + 3 + 9 + 8)/5$$
$$\equiv \{\text{Aritmetica}\}$$
$$35/5$$
$$\equiv \{\text{Aritmetica}\}$$
$$7$$

d)

$$\langle \exists i, j : (2 \leq i < n) \wedge (2 \leq j < n) : i * j = n \rangle$$
$$\equiv \{\text{Evaluoteniendo en cuenta que n=5}\}$$
$$\langle \exists i, j : i \in \{2, 3, 4\} \wedge j \in \{2, 3, 4\} : i * j = 5 \rangle$$
$$\equiv \{\text{Evaluo el termino segun el rango}\}$$
$$(2*2 = 5) \vee (2*3 = 5) \vee (2*4 = 5) \vee (3*2 = 5) \vee (3*3 = 5) \vee (3*4 = 5) \vee (4*2 = 5) \vee (4*3 = 5) \vee (4*4 = 5)$$
$$\equiv \{\text{Arimetica}\}$$
$$(4 = 5) \vee (6 = 5) \vee (8 = 5) \vee (6 = 5) \vee (9 = 5) \vee (12 = 5) \vee (8 = 5) \vee (12 = 5) \vee (16 = 5)$$
$$\equiv \{\text{Evaluamos las igualdades}\}$$
$$False \vee False \vee False \vee False \vee False \vee False \vee False \vee False \vee False$$
$$\equiv \{\text{Resolvemos la disyuncion}\}$$
$$False$$

6)

a) m: No ligada; i: ligada.

$$m = \langle Max\ i : 0 \leq i < \#casos : xs\ !!\ i \rangle$$

b) j,i ligadas.

$$maxXs = \langle Max\ j : 0 \leq j < \#xs : xs\ !!\ j \rangle$$

$$\langle \exists i : 0 \leq i < \#xs \wedge xs\ !!\ i = maxXs : i \rangle$$

Probemos evaluarlo: xs = [100, 200, 155]

$$\langle \exists i : 0 \leq i < 3 \wedge xs\ !!\ i = \underline{maxXs} : i \rangle$$

$\equiv$ { maxXs=200, #xs=3 }

$$\langle \exists i : i \in \{0, 1, 2\} \wedge xs\ !!\ i = 200 : i \rangle$$

$$\langle \exists i : i = 1 : i \rangle$$

$$1$$

c) No ligada: i; Ligada: j.

$$\langle \Sigma j : 0 \leq j < \#xs \wedge i < j < i + 7 : xs\ !!\ i \rangle$$

Probemos evaluarlo: xs=[1,2,3,4]

$$\langle \Sigma j : 0 \leq j < \#xs \wedge i < j < i + 3 : xs\ !!\ i \rangle$$

$\equiv$ {xs=[1,2,3,4], #xs=4}

$$\langle \Sigma j : 0 \leq j < 4 \wedge i < j < i + 3 : xs\ !!\ i \rangle$$

$\equiv$ {Supongamos que i=1}

$$\langle \Sigma j : 0 \leq j < 4 \wedge 1 < j < 1 + 3 : xs\ !!\ i \rangle$$

$\equiv$ {Aritmetica}

$$\langle \Sigma j : 0 \leq j < 4 \wedge 1 < j < 4 : xs\ !!\ i \rangle$$

$\equiv$ {Reducimos el rango}

$$\langle \Sigma j : i \in \{2, 3\} : xs\ !!\ i \rangle$$

$\equiv$ {Evaluamos el termino en el rango}

$$xs\ !!\ 2 + xs\ !!\ 3$$

$\equiv$ {Evaluamos los indices}

$$3 + 4$$

$\equiv$ {Aritmetica}

$$7$$

d)

$$xs \; !! \; d > \langle \Sigma \; i : 0 \leq i < \#xs \wedge d - 7 \leq i < d : xs \; !! \; i \rangle / \#xs$$

e)

$$\langle \Sigma i : 0 \leq i < \#xs \wedge esPar.i : xs \; !! \; i \rangle$$

f)

$$\langle \exists j : 0 \leq j : n = 2^j \rangle$$

7)

a)

$$\langle \Pi i : 0 \leq i \leq n \wedge i \; mod \; 3 = 1 : i \rangle$$
$$\equiv \{\text{n=10}\}$$
$$\langle \Pi i : 0 \leq i \leq 10 \wedge i \; mod \; 3 = 1 : i \rangle$$
$$\equiv \{\text{Calculo el rango}\}$$
$$\langle \Pi i : i \in \{1, 4, 7, 10\} : i \rangle$$

8)

a)

$$\langle \exists i : i = 3 \wedge par.i : 2 * i = 6 \rangle$$
$$\equiv \{\text{Rango vacio}\}$$
$$\langle \exists i : False : 2 * i = 6 \rangle$$
$$\equiv \{\text{Neutro de } \vee\}$$
$$False$$

b)

$$\langle \Sigma i : 5 \leq i \wedge i \leq 5 : -2 * i \rangle$$
$$\equiv \{\text{Aritmetica}\}$$
$$\langle \Sigma i : \underline{(5 < i) \vee (5 = i) \wedge (i < 5) \vee (5 = i)} : -2 * i \rangle$$
$$\equiv \{\text{Distribuitividad de la disyuncion con la conjuncion}\}$$
$$\langle \Sigma i : (\underline{(5 < i) \wedge (i < 5)}) \vee (5 = i) : -2 * i \rangle$$
$$\equiv \{\text{Principio de no contradiccion}\}$$
$$\langle \Sigma i : \underline{(False) \vee (5 = i)} : -2 * i \rangle$$
$$\equiv \{\text{Elemento neutro de la disyuncion}\}$$
$$\underline{\langle \Sigma i : 5 = i : -2 * i \rangle}$$
$$\equiv \{\text{Rango unitario}\}$$
$$-2 * 5$$
$$\equiv \{\text{Aritmetica}\}$$
$$-10$$

c)

$$\langle \Pi i : 0 < i < 1 : 34 \rangle$$
$$\equiv \{\text{Evaluamos Rango}\}$$
$$\langle \Pi i : False : 34 \rangle$$
$$\equiv \{\text{Rango vacio}\}$$
$$1$$

d)

$$\langle Min\ i : i \leq 0 : n * (i + 2) - n * i \rangle$$
$$\equiv \{\text{Aritmetica}\}$$
$$\langle Min\ i : i \leq 0 : n * ((i + 2) - i) \rangle$$
$$\equiv \{\text{Aritmetica}\}$$
$$\langle Min\ i : i \leq 0 : n * 2 \rangle$$
$$\equiv \{\text{Termino constante}\}$$
$$n * 2$$

e)

$$\langle Max\ as : (a \triangleright as) = [] : \#as \rangle$$
$$\equiv \{\text{Evaluamos rango}\}$$
$$\langle Max\ as : False : \#as \rangle$$
$$\equiv \{\text{Rango vacio}\}$$
$$0$$

9)

a)

$$\langle \Sigma i : (i = 0) \vee (4 > i \geq 1) : n * (i + 1) \rangle$$
$$\equiv \{\text{Particion de rango}\}$$
$$\langle \Sigma i : i = 0 : n * (i + 1) \rangle \vee \langle \Sigma i : 4 > i \geq 1 : n * (i + 1) \rangle$$

b) No se puede aplicar particion de rango ya que R.i y S.i no son disjuntos, debido a que ambos incluyen al número 3.

c) No se puede aplicar particion de rango ya que R.i y S.i no son disjuntos, debido a que ambos incluyen al número 1.

d)

$$\Pi i : 0 \leq i < n \wedge ((i \; mod \; 3 = 0) \vee (i \; mod \; 3 = 1)) : 2 * i$$

$$\equiv \{\text{Distributiva de la conjuncion con respecto a la disyuncion}\}$$

$$\Pi i : [(0 \leq i < n) \wedge (i \; mod \; 3 = 0)] \vee [(0 \leq i < n) \wedge (i \; mod \; 3 = 1)] : 2 * i$$

$$\langle \Pi i : (0 \leq i < n) \wedge (i \, mod \, 3 = 0) : 2 * i \rangle * \langle \Pi i : (0 \leq i < n) \wedge (i \, mod \, 3 = 1) : 2 * i \rangle$$

11) El error se encuentra en primer paso. Para explicarlo veamos si las siguientes expresiones son equivalentes cuando $\#xs = 0$:

$$(0 \leq i < \#xs) \equiv (i = 0 \vee 1 \leq i < \#xs)$$

$$\equiv \{\#\text{xs} = 0\}$$

$$(0 \leq i < 0) \equiv (i = 0 \vee 1 \leq i < 0)$$

$$\equiv \{\text{Evaluamos los rangos}\}$$

$$False \equiv (i = 0 \vee False)$$

$$\equiv \{\text{Neutro de la disyuncion}\}$$

$$False \equiv (i = 0)$$

$$\therefore \text{las expresiones no son equivalentes}$$

12)

a) No se puede aplicar distributividad ya que i aparece en C.
b) Se puede aplicar distributividad ya que $\vee$ es distributiva con $\wedge$, ademas de que el neutro de $\wedge$ es absorvente para $\vee$

$$\langle \forall i : i = 0 \vee 1 \leq i < 4 : \neg f.i \vee \neg f.n \rangle$$

$$\equiv \{\text{Distritutividad}\}$$

$$\langle \forall i : i = 0 \vee 1 \leq i < 4 : \neg f.i \rangle \vee \neg f.n$$

13) Evaluemos manualmente el ejercicio c:

$$\langle \forall i : i = 0 \vee 1 \leq i < 4 : \neg f.i \vee \neg f.n \rangle$$

$$\equiv \{\text{Calculo el rango}\}$$

$$\langle \forall i : i \in \{0, 1, 2, 3\} : \neg f.i \vee \neg f.n \rangle$$

$$\equiv \{\text{Aplico el termino a cada elemento del rango}\}$$

$$(\neg f.0 \vee \neg f.3) \wedge (\neg f.1 \vee \neg f.3) \wedge (\neg f.2 \vee \neg f.3) \wedge (\neg f.3 \vee \neg f.3)$$

$$\equiv \{\text{Def de f.x}\}$$

$$(\neg True \vee \neg False) \wedge (\neg False \vee \neg False) \wedge (\neg False \vee \neg False) \wedge (\neg False \vee \neg False)$$

$$\equiv \{\text{Evaluamos las negaciones}\}$$

$$(False \vee True) \wedge (True \vee True) \wedge (True \vee True) \wedge (True \vee True)$$

$$\equiv \{\text{Evaluamos las disyunciones}\}$$

$$True \wedge True \wedge True \wedge True$$

$$\equiv \{\text{Evaluamos las conjunciones}\}$$

$$True$$

Ahora probemos la version a la que se aplicó la distributividad.

$$\langle \forall i : i = 0 \vee 1 \leq i < 4 : \neg f.i \rangle \vee \neg f.3$$

$$\equiv \{\text{Calculo el rango}\}$$

$$\langle \forall i : i \in \{0, 1, 2, 3\} : \neg f.i \rangle \vee \neg f.3$$

$$\equiv \{\text{Aplicamos el termino en el rango}\}$$

$$[(\neg f.0) \wedge (\neg f.1) \wedge (\neg f.2) \wedge (\neg f.3)] \vee \neg f.3$$

$$\equiv \{\text{Def de f.x}\}$$

$$[(\neg True) \wedge (\neg False) \wedge (\neg False) \wedge (\neg False)] \vee \neg False$$

$$\equiv \{\text{Aplicamos la negacion}\}$$

$$[(False) \wedge (True) \wedge (True) \wedge (True)] \vee True$$

$$\equiv \{\text{Evaluamos la conjuncion}\}$$

$$False \vee True$$

$$\equiv \{\text{Evaluamos la conjuncion}\}$$

$$True$$

14)

a) Si se puede.

15)

a)

$$\langle N\ a, as : a \triangleright as = xs \wedge xs = [] : \#as = 1 \rangle$$

$$\equiv \{\text{Evaluamos el rango}\}$$

$$\langle N\ a, as : False : \#as = 1 \rangle$$

$$\equiv \{\text{Rango vacio}\}$$

$$0$$

b)

$$\langle N\ i : i - n = 1 : par.i \rangle$$

$$\equiv \{\text{Despejamos i}\}$$

$$\langle N\ i : i = 1 + n : par.i \rangle$$

$$\equiv \{\text{rango unitario}\}$$

c)

$$\langle N\ i : i = 0 \vee 1 \leq i < \#xs + 1 : par.((x \triangleright xs) \ !!\ i) \rangle$$

$$\equiv \{\text{Particion de rango}\}$$

$$\langle N\ i : i = 0 : par.((x \triangleright xs) \ !!\ i) \rangle + \langle N\ i : 1 \leq i < \#xs + 1 : par.((x \triangleright xs) \ !!\ i) \rangle$$