Contents

Coloquio

$$\langle Max\ p, q : 0 \leq p \leq q < \#xs \wedge \langle \forall i : p \leq i < q : b < xs\ !\ i < a \rangle : q - p \rangle$$

Definicion alternativa:

$\langle Max\, bs, cs, ds : xs = bs +\!\!+ cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#cs : b < cs\,!\,i < a \rangle : \#cs \rangle$

Evaluacion manual:

$xs = [1, 3, 5], b = 2, a = 8$

Especificacion original

$\langle Max\ p, q : 0 \leq p \leq q < \#[1, 3, 5] \wedge \langle \forall i : p \leq i < q : 2 < xs\ !\ i < 8 \rangle : q - p \rangle$
$\equiv \{$def cardinal$\}$
$\langle Max\ p, q : 0 \leq p \leq q < 3 \wedge \langle \forall i : p \leq i < q : 2 < xs\ !\ i < 8 \rangle : q - p \rangle$
$\equiv \{$Evaluo rango$\}$
$\langle Max\ p, q : (p, q) \in ((0, 0), (0, 1), (1, 1), (1, 2), (2, 2)) : q - p \rangle$
$\equiv \{$Evaluo rango en el termino$\}$
$0 - 0\ max\ 1 - 0\ max\ 1 - 1\ max\ 2 - 1\ max\ 2 - 2$
$\equiv \{$Aritmetica$\}$
$0\ max\ 1\ max\ 0\ max\ 1\ max\ 0$
$\equiv \{$Def de max$\}$
1

Especificacion segmentos

$$\langle Max\ bs, cs, ds : [1, 3, 5] = bs +\!\!+ cs +\!\!+ ds \wedge cs \neq [] \wedge ds \neq [] \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#cs : 2 < cs\ !\ i < 8 \rangle : \#cs \rangle$$
$$\equiv \{\text{Evaluo rango}\}$$
$$\langle Max\ bs, cs, ds : cs \in ([3]) : 0 \leq i < \#cs : 2 < cs\ !\ i < 8 \rangle : \#cs \rangle$$
$$\equiv \{\text{Evaluo rango en el termino }\}$$
$$\#[3]$$
$$\equiv \{\text{Def de cardinal}\}$$
$$1$$

Derivacion

estaEnRango

Primero que nada derivemos la especificacion $estaEnRango.b.a.xs = \langle \forall i : 0 \leq i < \#xs : b < cs \mathbin{!} i < a \rangle$

Caso base:

$$
\begin{gathered}
estaEnRango.b.a.[] \\
\equiv \{\text{Especificacion}\} \\
\langle \forall i : 0 \leq i < \#[] : b < cs \mathbin{!} i < a \rangle \\
\equiv \{\text{Def cardinal}\} \\
\langle \forall i : 0 \leq i < 0 : b < cs \mathbin{!} i < a \rangle \\
\equiv \{\text{Rango vacio}\} \\
True
\end{gathered}
$$

Caso inductivo: $xs := (x : xs)$

$$HI = estaEnRango.b.a.xs = \langle \forall i : 0 \leq i < \#xs : b < cs \mathbin{!} i < a \rangle$$

$$
\begin{gathered}
estaEnRango.b.a.(x:xs) \\
\equiv \{\text{Especificacion}\} \\
\langle \forall i : 0 \leq i < \#(x:xs) : b < (x:xs) \ ! \ i < a \rangle \\
\equiv \{\text{Def cardinal}\} \\
\langle \forall i : 0 \leq i < 1 + \#xs : b < (x:xs) \ ! \ i < a \rangle \\
\equiv \{\text{Aritmetica}\} \\
\langle \forall i : i = 0 \vee 1 \leq i < 1 + \#xs : b < (x:xs) \ ! \ i < a \rangle \\
\equiv \{\text{Particion de rango}\} \\
\langle \forall i : i = 0 : b < (x:xs) \ ! \ i < a \rangle \wedge \langle \forall i : 1 \leq i < 1 + \#xs : b < (x:xs) \ ! \ i < a \rangle \\
\equiv \{\text{Rango unitario}\} \\
b < (x:xs) \ ! \ 0 < a \wedge \langle \forall i : 1 \leq i < 1 + \#xs : b < (x:xs) \ ! \ i < a \rangle \\
\equiv \{\text{cambio de variable } i \leftarrow i+1\} \\
b < (x:xs) \ ! \ 0 < a \wedge \langle \forall i : 1 \leq i+1 < 1 + \#xs : b < (x:xs) \ ! \ i+1 < a \rangle \\
\equiv \{\text{Aritmetica}\} \\
b < (x:xs) \ ! \ 0 < a \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#xs : b < (x:xs) \ ! \ i+1 < a \rangle \\
\equiv \{\text{Def de !!}\} \\
b < x < a \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#xs : b < xs \ !! \ i < a \rangle \\
\equiv \{\text{HI}\} \\
b < x < a \wedge estaEnRango.b.a.xs
\end{gathered}
$$

Resultado final estaEnRango

$$
\begin{aligned}
&estaEnRango.b.a.[] = True \\
&estaEnRango.b.a.(x:xs) = b < x < a \wedge estaEnRango.b.a.xs
\end{aligned}
$$

Habiendo derivado $estaEnRango.b.a.xs$, reemplacemoslo en la especificacion y procedamos a derivarla.

queHace

Especificacion: $queHace.b.a.xs = \langle Max\ bs, cs, ds : xs = bs +\!\!+ cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs \rangle$

Caso base: $xs = []$

(deberia reemplazar estaEnRango pero es mucho laburo)

$$\langle Max\ bs, cs, ds : [] = bs +\!\!+\ cs +\!\!+\ ds \wedge ds \neq [] \wedge \langle \forall i : 0 \leq i < \#cs : b < cs\ !\ i < a \rangle : \#cs \rangle$$
$$\equiv \{\text{Propiedad de listas}\}$$
$$\langle Max\ bs, cs, ds : [] = bs \wedge [] = cs \wedge [] = ds \wedge ds \neq [] : 0 \leq i < \#cs : b < cs\ !\ i < a \rangle : \#cs \rangle$$
$$\equiv \{\text{Exclusion de milagros}\}$$
$$\langle Max\ bs, cs, ds : [] = bs \wedge [] \wedge [] = cs \wedge False : 0 \leq i < \#cs : b < cs\ !\ i < a \rangle : \#cs \rangle$$
$$\equiv \{\text{elemento absorbente de la conjuncion}\}$$
$$\langle Max\ bs, cs, ds : False : 0 \leq i < \#cs : b < cs\ !\ i < a \rangle : \#cs \rangle$$
$$\equiv \{\text{Rango vacio}\}$$
$$-\infty$$

Caso inductivo:

$HI = queHace.b.a.xs = \langle Max\, bs, cs, ds : xs = bs +\!\!+ cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs \rangle$

$\langle Max\ bs, cs, ds : (x : xs) = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$

$\equiv$ {Elemento neutro conjuncion y tercero excluido}

$\langle Max\ bs, cs, ds : (x : xs) = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge (bs = [] \vee bs \neq []) : \#cs\rangle$

$\equiv$ {Distributividad}

$\langle Max\ bs, cs, ds : (x : xs) = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge bs = [] \vee$
$(x : xs) = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge bs \neq []$
$: \#cs\rangle$

$\equiv$ {Particion de rango}

$\langle Max\ bs, cs, ds : (x : xs) = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge bs = [] : \#cs\rangle\ max$
$\langle Max\ bs, cs, ds : (x : xs) = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge bs \neq [] : \#cs\rangle$

$\equiv$ {Llamemos E a la primer expresion cuantificada}

$E\ max\ \langle Max\ bs, cs, ds : (x : xs) = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge bs \neq [] : \#cs\rangle$

$\equiv$ {Cambio de variable $bs \leftarrow b : bs$}

$E\ max\ \langle Max\ b, bs, cs, ds : (x : xs) = (b : bs) ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge (b : bs) \neq [] : \#cs\rangle$

$\equiv$ {Propiedad de listas}

$E\ max\ \langle Max\ b, bs, cs, ds : x = b \wedge xs = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge bs \neq [] : \#cs\rangle$

$\equiv$ {Logica y elemento neutro conjuncion}

$E\ max\ \langle Max\ b, bs, cs, ds : x = b \wedge xs = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$

$\equiv$ {Eliminacion de variable x}

$E\ max\ \langle Max\ b, bs, cs, ds : xs = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$

$\equiv$ {HI}

$E\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Reemplazamos E por la expresion original}

$\langle Max\ bs, cs, ds : (x : xs) = bs ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge bs = [] : \#cs\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Eliminacion de variable bs}

$\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = [] ++ cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Def concatenacion}

$\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Modularizamos queHace2.b.a.xs}

$queHace2.b.a.xs\ max\ queHace.b.a.xs$

queHace2

Ahora derivemos la especificacion $queHace2.b.a.xs = \langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$:

Caso base: $xs := []$

$$
\begin{aligned}
& queHace2.b.a.[] \\
& \equiv \{\text{Especificacion}\} \\
& \langle Max\ cs, ds : [] = cs +\!\!+\ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs \rangle \\
& \equiv \{\text{Propiedad de listas}\} \\
& \langle Max\ cs, ds : [] = cs \wedge [] = ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs \rangle \\
& \equiv \{\text{Eliminacion de variable cs}\} \\
& \langle Max\ ds : [] = ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.[] : \#cs \rangle \\
& \equiv \{\text{Caso base estaEnRango}\} \\
& \langle Max\ ds : [] = ds \wedge ds \neq [] \wedge True : \#cs \rangle \\
& \equiv \{\text{Elemento neutro conjuncion}\} \\
& \langle Max\ ds : [] = ds \wedge ds \neq [] : \#cs \rangle \\
& \equiv \{\text{Exclusion de milagros}\} \\
& \langle Max\ ds : False : \#cs \rangle \\
& \equiv \{\text{Rango vacio}\} \\
& -\infty
\end{aligned}
$$

Caso base: $xs := (x : [])$

$$queHace2.b.a.(x : [])$$
$$\equiv \{\text{Especificacion}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : (x : []) = cs \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Elemento neutro conjuncion y tercero excluido}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : (cs = [] \vee cs \neq []) \wedge (x : []) = cs \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Distributividad conjuncion disyuncion}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : cs = [] \wedge (x : []) = cs \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \vee$$
$$cs \neq [] \wedge (x : []) = cs \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs$$
$$: \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Particion de rango}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : cs = [] \wedge (x : []) = cs \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max$$
$$\langle Max\ cs, ds : cs \neq [] \wedge (x : []) = cs \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Llamamos E a la segunda expresion}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : cs = [] \wedge (x : []) = cs \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max\ E$$
$$\equiv \{\text{Eliminacion de variable cs}\}$$
$$\langle Max\ ds : (x : []) = [] \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.[] : \#[]\rangle\ max\ E$$
$$\equiv \{\text{def cardinal}\}$$
$$\langle Max\ ds : (x : []) = [] \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.[] : 0\rangle\ max\ E$$
$$\equiv \{\text{Termino constante}\}$$
$$0\ max\ E$$
$$\equiv \{\text{Reemplazo E}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : cs \neq [] \wedge (x : []) = cs \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Cambio de variable } cs \leftarrow (c : cs)\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : (c : cs) \neq [] \wedge (x : []) = (c : cs) \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(c : cs) : \#(c : cs)\rangle$$
$$\equiv \{\text{logica y elemento neutro conjuncion}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : (x : []) = (c : cs) \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(c : cs) : \#(c : cs)\rangle$$
$$\equiv \{\text{Propiedad de listas}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : x = c \wedge [] = cs \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(c : cs) : \#(c : cs)\rangle$$
$$\equiv \{\text{Eliminacion de variable c}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : [] = cs \mathbin{++} ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(x : cs) : \#(x : cs)\rangle$$
$$\equiv \{\text{Propiedad de listas}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : [] = cs \wedge [] = ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(x : cs) : \#(x : cs)\rangle$$
$$\equiv \{\text{Principio de no constradiccion}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : [] = cs \wedge False \wedge estaEnRango.b.a.(x : cs) : \#(x : cs)\rangle$$
$$\equiv \{\text{Elemento absorbente de la conjuncion}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : False : \#(x : cs)\rangle$$
$$\equiv \{\text{Rango vacio}\}$$
$$0\ max\ -\infty$$
$$\equiv \{\text{Elemento neutro max}\}$$
$$0$$

Caso inductivo: $xs := (x : xs)$

$HI = queHace2.b.a.xs = \langle Max\ cs, ds : xs = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$

$$queHace2.b.a.(x : xs)$$
$$\equiv \{\text{Especificacion}\}\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Elemento neutro de la conjuncion y tercero excluido}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge (cs = [] \vee cs \neq []) : \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Distributividad}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge cs = [] \vee$$
$$(x : xs) = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge cs \neq [] : \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Particion de rango}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge cs = [] : \#cs\rangle\ max$$
$$\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge cs \neq [] : \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Llamemos E a la segunda expresion}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge cs = [] : \#cs\rangle\ max\ E$$
$$\equiv \{\text{Eliminacion de variable}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = [] +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.[] : \#[]\rangle\ max\ E$$
$$\equiv \{\text{Def cardinal}\}$$
$$\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = [] +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.[] : 0\rangle\ max\ E$$
$$\equiv \{\text{Termino constante}\}$$
$$0\ max\ E$$
$$\equiv \{\text{Reemplazo E}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : (x : xs) = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs \wedge cs \neq [] : \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Cambio de variable } c \leftarrow (c : cs)\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : (x : xs) = (c : cs) +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(c : cs) \wedge (c : cs) \neq [] : \#(c : cs)\rangle$$
$$\equiv \{\text{Logica y elemento neutro conjuncion}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : (x : xs) = (c : cs) +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(c : cs) : \#(c : cs)\rangle$$
$$\equiv \{\text{Propiedad de listas}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : x = c \wedge xs = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(c : cs) : \#(c : cs)\rangle$$
$$\equiv \{\text{Def de estaEnRango y cardinal}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : x = c \wedge xs = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < c < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : 1 + \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Eliminacion de variable c}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : 1 + \#cs\rangle$$

Analisis por casos:

Caso 1: $b < x < a \equiv True$

$$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : 1 + \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Por hipotesis}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge True \wedge estaEnRango.b.a.cs : 1 + \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Elemento neutro conjuncion}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : 1 + \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Distributividad max}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle + 1$$
$$\equiv \{\text{HI}\}$$
$$0\ max\ (queHace2.b.a.xs + 1)$$

Caso 2: $b < x < a \equiv False$

$$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : 1 + \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Por hipotesis}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge False \wedge estaEnRango.b.a.cs : 1 + \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Elemento absorbente conjuncion}\}$$
$$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : False : 1 + \#cs\rangle$$
$$\equiv \{\text{Rango vacio}\}$$
$$0 max - \infty$$
$$\equiv \{\text{Elemento neutro max}\}$$
$$0$$

Resultado final:

$queHace.b.a.[] = -\infty$
$queHace.b.a.(x : xs) = queHace2.b.a.xs\ max\ queHace.b.a.xs$
  $donde$
  $queHace2.b.a.[] = -\infty$
  $queHace2.b.a.(x : []) = 0$
  $queHace2.b.a.(x : xs)$
    $b < x < a \rightarrow 0\ max\ (queHace2.b.a.xs + 1)$
    $[]\neg(b < x < a) \rightarrow 0$

Final alternativo

queHace

$\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Elemento neutro conjuncion y tercero excluido}

$\langle Max\ cs, ds : (cs = [] \vee cs \neq []) \wedge (x : xs) = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Distributividad conjuncion disyuncion y particion de rango}

$\langle Max\ cs, ds : cs = [] \wedge (x : xs) = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max$
$\langle Max\ cs, ds : cs \neq [] \wedge (x : xs) = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Eliminacion de variable}

$\langle Max\ ds : (x : xs) = [] ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.[] : \#[]\rangle\ max$
$\langle Max\ cs, ds : cs \neq [] \wedge (x : xs) = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Def cardinal}

$\langle Max\ ds : (x : xs) = [] ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.[] : 0\rangle\ max$
$\langle Max\ cs, ds : cs \neq [] \wedge (x : xs) = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Termino constante}

$0 max\langle Max\ cs, ds : cs \neq [] \wedge (x : xs) = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Cambio de variable $cs \leftarrow (c : cs)$}

$0\ max$
$\langle Max\ c, cs, ds : (c : cs) \neq [] \wedge (x : xs) = (c : cs) ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(c : cs) : \#(c : cs)\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Logica y elemento neutro conjuncion}

$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : (x : xs) = (c : cs) ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(c : cs) : \#(c : cs)\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Concatenacion y propiedad de listas}

$0\ max\ \langle Max\ c, cs, ds : x = c \wedge xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(c : cs) : \#(c : cs)\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Eliminacion de variable}

$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge estaEnRango.b.a.(x : cs) : \#(x : cs)\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Def recursiva estaEnRango}

$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x \wedge x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#(x : cs)\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Def cardinal}

$0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x \wedge x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : 1 + \#cs\rangle\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Distributividad Max}

$0\ max\ (\langle Max\ cs, ds : xs = cs ++ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x \wedge x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle + 1)\ max\ queHace.b.a.xs$

$\equiv$ {Modularizamos queHace2.b.a.xs}

$0\ max\ queHace2.b.a.xs\ max\ queHace.b.a.xs$

queHace2

Caso base:

$$
\begin{array}{c}
queHace2.b.a.[] \\
\equiv \{\text{Especificacion}\} \\
\langle Max\ cs, ds : [] = cs +\!\!+\ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x \wedge x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle + 1 \\
\equiv \{\text{Magia negra}\} \\
\equiv \{\text{Def cardinal y termino constante}\} \\
\equiv \{\text{Aritmetica}\} \\
1
\end{array}
$$

Caso inductivo:

$HI = queHace2.b.a.xs = \langle Max\ cs, ds : xs = cs +\!\!+ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x \wedge x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle$

$$
\begin{array}{c}
queHace2.b.a.(x : xs) \\
\equiv \{\text{Especificacion}\} \\
\langle Max\ cs, ds : (x : xs) = cs +\!\!+\ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x \wedge x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle + 1 \\
\equiv \{\text{Elemento neutro, tercero excluido}\} \\
\equiv \{\text{Distributividad conjuncion disyuncion}\} \\
\equiv \{\text{Particion de rango}\} \\
\equiv \{\text{Def de cardinal y termino constante}\} \\
0\ max\ \langle Max\ cs, ds : cs \neq [] \wedge (x : xs) = cs +\!\!+\ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x \wedge x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle + 1 \\
\equiv \{\text{Cambio de variable } cs \leftarrow (c : cs)\} \\
\equiv \{\text{Logica y elementro neutro}\} \\
\equiv \{\text{Concatenacion y propiedad de listas}\} \\
\equiv \{\text{Eliminacion de variable c}\} \\
\equiv \{\text{Definicion recursiva estaEnRango}\} \\
\equiv \{\text{Idempotencia conjuncion}\} \\
0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs +\!\!+\ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x \wedge x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#(c : cs)\rangle + 1 \\
\equiv \{\text{Def cardinal}\} \\
\equiv \{\text{Distributividad Max}\} \\
0\ max\ \langle Max\ cs, ds : xs = cs +\!\!+\ ds \wedge ds \neq [] \wedge b < x \wedge x < a \wedge estaEnRango.b.a.cs : \#cs\rangle + 1 + 1 \\
\equiv \{\text{HI}\} \\
0\ max\ (queHace2.b.a.xs + 1)
\end{array}
$$

Resultado final (MAL)

$$queHace.b.a.[] = -\infty$$
$$queHace.b.a.(x : xs) = 0\ max\ queHace2.b.a.xs\ max\ queHace.b.a.xs$$
$$queHace2.b.a.[] = 1$$
$$queHace2.b.a.(x : xs) = 0\ max\ (queHace2.b.a.xs + 1)$$