

$$4b) 3 \cdot 11^{361} + 19 \cdot 52^{2591} - 6 \cdot 16^{107} \equiv ? (13)$$

Vayamos viendo cual es el resto de cada termino de a, para luego operar con los restos individuales y así obtener el resto del número completo.

C.A.

$$\begin{aligned} 3 \cdot 11^{361} &\equiv ? (13) & 11^2 &\equiv 9 (13) \\ 3 \cdot 11^{361} &\equiv ? (13) \Rightarrow 3 \cdot (11^2)^{180} \cdot 11 & 9 &\equiv -4 (13) \\ &\Rightarrow 3 \cdot (-4)^{180} \cdot 11 & 361 &= 180 \cdot 2 + 1 \\ &\Rightarrow 3 \cdot (-4)^{90} \cdot 11 & (-4)^2 &\equiv 3 (13) \\ &\Rightarrow 3 \cdot (3)^{90} \cdot 11 & 3^3 &\equiv 1 (13) \\ &\Rightarrow 3 \cdot (3^3)^{30} \cdot 11 & 90 &= 30 \cdot 3 + 0 \\ &\Rightarrow 3 \cdot (1)^{30} \cdot 11 & & \\ &\Rightarrow 33 & & \\ &\therefore 3 \cdot 11^{361} & & \equiv 7 (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 19 \cdot 52^{2591} &\equiv ? (13) \Rightarrow 19 \cdot 0^{2591} & 52 &\equiv 0 (13) \\ &\Rightarrow 0 & & \\ &\therefore 19 \cdot 52^{2591} & & \equiv 0 (13) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 6 \cdot 16^{107} &\equiv ? (13) \Rightarrow 6 \cdot (16^2)^{53} \cdot 16 & 16^2 &\equiv 9 (13) \\ &\Rightarrow 6 \cdot 9^{53} \cdot 16 & 107 &= 53 \cdot 2 + 1 \\ &\Rightarrow 6 \cdot 3^{26} \cdot 9 \cdot 16 & 9^2 &\equiv 3 (13) \\ &\Rightarrow 6 \cdot (3^3)^8 \cdot 3^2 \cdot 9 \cdot 16 & 53 &= 26 \cdot 2 + 1 \\ &\Rightarrow 6 \cdot 1 \cdot 3^2 \cdot 9 \cdot 16 & 3^3 &\equiv 1 (13) & 16 &\equiv 3 (13) \\ &\Rightarrow 6 \cdot 3^2 \cdot 9 \cdot 3 & 26 &= 3 \cdot 8 + 2 \\ &\Rightarrow 6 \cdot 16 \cdot 3 & 3^2 &\equiv 9 \equiv -4 (13) \\ &\Rightarrow 6 \cdot -4 & & \\ &\Rightarrow -24 & & \\ &\therefore 6 \cdot 16^{107} & & \equiv -2 (13) \end{aligned}$$

Ahora, teniendo en cuenta los anteriores cálculos, tenemos que

$$\begin{array}{l|l} 3 \cdot 11^{361} + 19 \cdot 52^{2591} - 6 \cdot 16^{107} \equiv ? (13) & 3 \cdot 11^{361} \equiv 7 (13) \\ \Rightarrow 7 + 0 - (-2) \equiv ? (13) & 19 \cdot 52^{2591} \equiv 0 (13) \\ \Rightarrow 7 + 2 \equiv ? (13) \Rightarrow 9 \equiv 9 (13) & 6 \cdot 16^{107} \equiv -2 (13) \end{array}$$

$$\therefore 3 \cdot 11^{361} + 19 \cdot 52^{2591} - 6 \cdot 16^{107} \equiv 9 (13)$$

Por ende, somos capaces de afirmar que el resto de la división de a por p es igual a 9 .

Fin
