Lautaro Bachmann

Tarea 1

Ejercicio

Demostrár por inducción la siguiente fórmula

$$\sum_{j=1}^{n}(4j-1) = n(2n+1), \; n \in \mathbb{N}.$$

Debés hacer una demostración por inducción mostrando detalladamente cada paso.

Sea $P(n) =$ " $\sum_{j=1}^{n}(4j-1) = n(2n+1)$ "

Paso 1: Caso base

Veamos si $P(1)$ se cumple:

$$\sum_{j=1}^{1}(4j-1) = 1(2.1+1)$$

elemento neutro

$$4.1-1 = 2+1$$

$$4-1 = 3$$

$$3 = 3 \Rightarrow P(1) \text{ es verdadera}$$

Paso 2: Hipótesis Inductiva

Supongamos que para cierto $k \in \mathbb{N}$ se cumple $P(k)$

$\therefore$ si $P(k)$ es verdadera $\Rightarrow P(k+1)$ también lo es.

$$\sum_{j=1}^{k+1}(4j-1) = \sum_{j=1}^{k}(4j-1) + (4.(k+1)-1)$$

def. recursiva de sumatoria

hipótesis inductiva

$$(k+1)(2.(k+1)+1) = k(2.k+1) + (4k+4-1)$$

Distributividad

$$(k+1).(2k+2+1) = 2k^2+1k + 4k+3$$

$$(k+1).(2k+3) = 2k^2+5k+3$$

Distributividad

$$2k^2+3k+2k+3 = 2k^2+5k+3$$

$$2k^2+5k+3 = 2k^2+5k+3 \Rightarrow P(k+1) \text{ es verdadera}$$

$\therefore$ por principio de inducción queda demostrado que $P(k)$ se cumple para todo $k \in \mathbb{N}$.