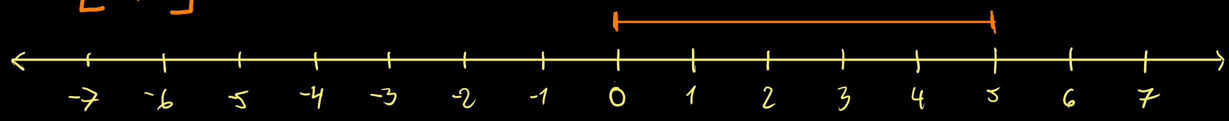
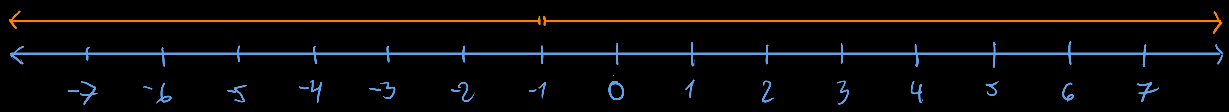
5. Exprese el subconjunto de los números reales que satisface cada una de las siguientes condiciones como un intervalo o como unión de intervalos y dibújelo en la recta real.

   a) $x \geq 0$ y $x \leq 5$
   b) $x \neq -1$
   c) $x < 2$ y $x \geq -3$
   d) $x^2 \geq 3$

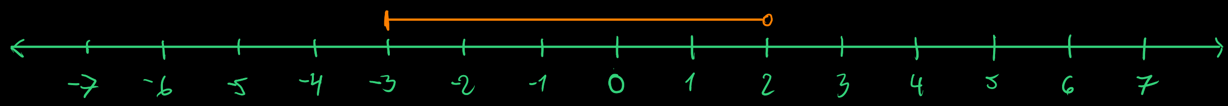
a) $[0, 5]$



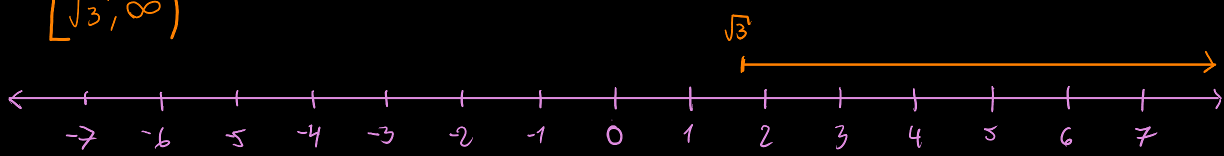
b) $(\infty, -1) \cup (-1, \infty)$



c) $[-3, 2)$



d) $[\sqrt{3}, \infty)$



8. Resuelva las siguientes inecuaciones. Para cada una de ellas, exprese el conjunto solución como un intervalo o unión de intervalos y dibújelos sobre la recta real.

   a) $3(2-x) < 2(3+x)$
   b) $\dfrac{1}{2-x} < 3$
   c) $\dfrac{3}{x-1} < \dfrac{2}{x+1}$
   d) $\dfrac{x}{2} \geq 1 + \dfrac{4}{x}$

a)

$$3(2-x) < 2(3+x)$$

$$6 - 3x < 6 + 2x$$
$$6 - 6 < +3x + 2x$$
$$0 < 5x$$
$$\frac{0}{5} < x$$
$$0 < x$$

$=$

$$6 - 3x < 6 + 2x$$
$$-3x - 2x < 6 - 6$$
$$\frac{-\cancel{5}x}{-\cancel{5}} < \frac{0}{5}$$
$$x > 0$$

Al multiplicar por neg. se invierte

c) $\frac{3}{x-1} < \frac{2}{x+1}$ $\boxed{x \neq 1 \vee x \neq -1}$

$$(x+1)(x-1)\frac{3}{(x-1)} < \frac{2}{(x+1)}(x+1).(x-1)$$

Caso 1: $(x+1)(x-1) > 0$

$$(x+1)\cancel{(x-1)}\frac{3}{\cancel{(x-1)}} < \frac{2}{\cancel{(x+1)}}\cancel{(x+1)}.(x-1)$$

$$(x+1)\,3 < 2.(x-1)$$

$$3x+3 < 2x-2$$

$$3x-2x < -2-3$$

$$x < -5$$

Caso 2: $(x+1)(x-1) < 0$

$$(x+1)\cancel{(x-1)}\frac{3}{\cancel{(x-1)}} > \frac{2}{\cancel{(x+1)}}\cancel{(x+1)}.(x-1)$$

$$(x+1)\,3 > 2.(x-1)$$

$$3x+3 > 2x-2$$

$$3x-2x > -2-3$$

$$x > -5$$

7. Determine todos los intervalos de números reales x que satisfacen cada una de las siguientes desigualdades:

a) $(x+1)(x-2) < 0$

b) $x^2(x-1) \geq 0$

c) $(x-1)(x+1) > 0$

d) $(x-5)^2(x+10) \leq 0$

e) $(2x+1)^6(x-1) \geq 0$

a) $(x+1)(x-2) < 0$

$(x-1)(x-2)$

↓

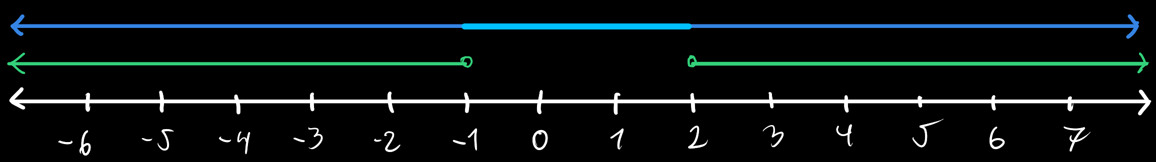
Para que se cumpla debe de ser

↓

Negativo

$\boxed{(x+1) < 0 \vee (x-2) > 0}$ $\boxed{(x+1) > 0 \vee (x-2) < 0}$

$x < -1 \vee x > 2$ $x > -1 \vee x < 2$



Debido a que el caso azul es el único en el que es posible representarlo como un único intervalo, somos capaces de afirmar que la desigualdad se cumple para todo x en (-1, 2).

$b)\ x^2(x-1) \geq 0$

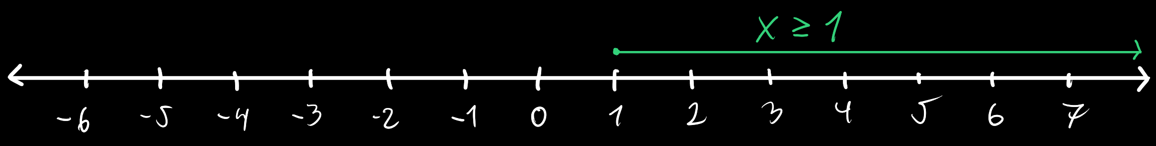
$$x^2(x-1) = 0 \quad \vee \quad x^2(x-1) > 0$$

$$x-1 = \frac{0}{x^2} \quad \vee \quad x-1 > \frac{0}{x^2}$$

$$x-1+1 = 0+1 \quad \vee \quad x-1+1 > 0+1$$

$$x = 1 \quad \vee \quad x > 1$$

$$\boxed{x = 1 \ \vee\ x > 1 \Rightarrow x \geq 1}$$



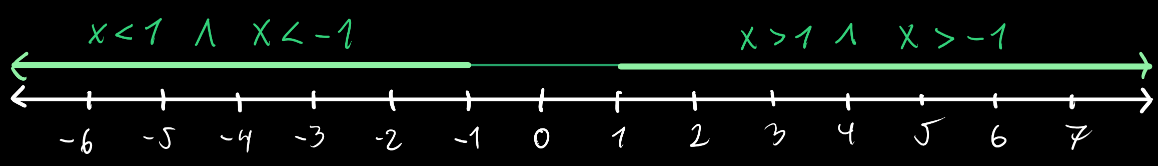
La desigualdad se cumple para todo $x \in [1, \infty)$

$c)\ (x-1)(x+1) > 0$

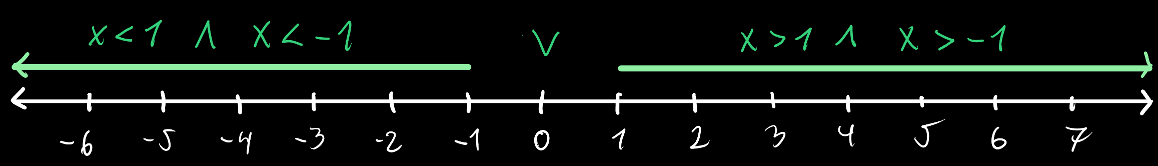
Para que se cumpla ambos miembros de la multiplicación deben de tener el mismo signo.

$$(x-1)>0 \ \wedge\ (x+1)>0 \quad \vee \quad (x-1)<0 \ \wedge\ (x+1)<0$$

$$x>1 \ \wedge\ x>-1 \quad \vee \quad x<1 \ \wedge\ x<-1$$



$$\Downarrow$$



La desigualdad se cumple para todo $x \in (\infty, -1) \cup (1, \infty)$

6. ¿Para cuáles valores de x se satisface la desigualdad $x^2 + 5x + 4 \geq 0$?

$$x^2 + 5x + 4 \geq 0$$

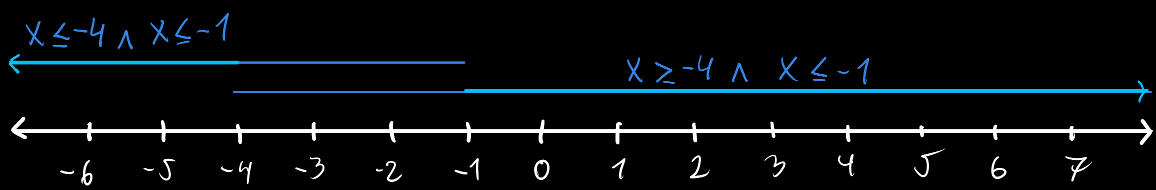
$$(x+4) \cdot (x+1) \geq 0$$

Ambos miembros deben tener mismo signo

$$(x+4) \geq 0 \wedge (x+1) \geq 0 \quad \vee \quad (x+4) \leq 0 \wedge (x+1) \leq 0$$

$$x \geq -4 \wedge x \geq -1 \quad \vee \quad x \leq -4 \wedge x \leq -1$$

$$(-\infty, -4] \quad \vee \quad [-1, \infty)$$



$$(-\infty, -4] \vee [-1, \infty) \Rightarrow (-\infty, -4] \cup [-1, \infty)$$

$\therefore$ La desigualdad se cumple para todo $x \in (-\infty, -4] \cup [-1, \infty)$