Bachmann Lautaro 44.390.167

Ejercicio 2 *(3 pts.)*

a) *(1.5 Pts.)* Determinar el plano horizontal que es tangente a la superficie dada por $z = x^2 - 4xy - 2y^2 + 12x - 12y - 1$ y cuál es el punto de tangencia $(x_0, y_0, z(x_0, y_0))$.

(Ayuda: un plano es horizontal sólo si su ecuación es de la forma $z = k$, para alguna constante k. Pensar entonces qué deben satisfacer $z_x(x_0, y_0)$ y $z_y(x_0, y_0)$)

(b) *(1.5 Pts.)* Sea $z = \text{sen}(x^2 y)$, donde $x = st^2$ e $y = s^2 + 1/t$. Utilizar la Regla de la cadena para calcular $\frac{\partial z}{\partial s}(s,t)$ y $\frac{\partial z}{\partial t}(s,t)$ y evalúelas en el punto $(s,t) = (1,1)$.

a) Para determinar el plano tangente horizontal a la funcion procederemos a calcular las derivadas parciales de la misma.

$$f(x,y) = z = x^2 - 4xy - 2y^2 + 12x - 12y - 1$$

$$f_x(x,y) = (x^2)' - (4xy)' - (2y^2)' + (12x)' - (12y)' - (1)' = 2x - 4y - 0 + 12 - 0 - 0$$
$$= 2x - 4y + 12$$

$$f_y(x,y) = (x^2)' - (4xy)' - (2y^2)' + (12x)' - (12y)' - (1)' = 0 - 4x - 4y + 0 - 12 - 0$$
$$= -4x - 4y - 12$$

Ahora veamos en que punto se anulan fx y fy, para luego reemplazar dicho punto en una ecuacion vectorial, de manera que se cumpla que $z = k$, siendo k una constante.

$$\begin{cases} 2x - 4y + 12 = 0 \\ 4x - 4y - 12 = 0 \end{cases}$$

$2x - 4y + 12 = 0 \Rightarrow 2x = 4y - 12 \Rightarrow x = 2y - 6$

$x = 2y - 6 \Rightarrow -4(2y-6) - 4y - 12 = 0 \Rightarrow -8y + 24 - 4y - 12 = 0$

$\Rightarrow -12y + 12 = 0 \Rightarrow -12y = -12 \Rightarrow y = \frac{-12}{-12} \Rightarrow y = 1$

$y = 1 \Rightarrow x = 2.1 - 6 \Rightarrow x = -4$

Bachmann Lautaro 44.390.167

Ahora procedamos a realizar la ecuacion vectorial teniendo en cuenta el punto $(-4,1)$

$$(x,y,z) = (-4,1,f(-4,1)) + t.(1,0,f_x(-4,1)) + r.(0,1,f_y(-4,1)), \text{ con } t,r \in \mathbb{R}$$
$$= (-4,1,(-4)^2-4.-4.1-2.1^2+12.-4-12.1-1) + (t,0,0) + (0,r,0)$$
$$= (-4,1,16+16-2-48-12-1) + (t,0,0) + (0,r,0)$$
$$= (-4,1,-31) + (t,0,0) + (0,r,0) = (-4+t,1+r,-31)$$

Como ya lo vimos previamente al calcular $z=f(x,y)$ en el punto $(-4,1)$ el resultado es una constante $k=-31$, es decir, se cumple que $z=k=-31$ y por lo tanto z es un plano horizontal.

Por ende, el plano horizontal que es tangente a la superficie dada por $f(x,y)$ es $(4+t,1+r,-31)$.