

ETIQUETAS: MD2::(06)PvsNP

¿Que es un problema de decisión?

Es un problema cuyas únicas respuestas posibles son SI o NO.

¿Cómo es el problema PRIMO?

Dado un número natural N , ¿es primo?

¿Cómo es el problema INVERTIBILIDAD?

Dada una matriz cuadrada A , ¿es invertible?

¿Cómo es el problema CONECTITUD?

Dado un grafo G , ¿es conexo?

¿Cómo es el problema v-FLUJO?

Dado un network N y vertices s, t ¿existe un flujo de s a t con valor v ?

¿Cómo es el problema k-COLOR?

Dado un grafo G , ¿existe una coloración propia de G con k colores?

¿Cómo es el problema k-CLIQUE?

Dado un grafo G , ¿existe un subgrafo completo de G con k vértices?

¿Que estructura tiene un problema de decisión?

Dado $x \in I$, ¿tiene x la propiedad Q ?

¿Cómo se llama x en un problema de decisión? (Dado $x \in I$, ¿tiene x la propiedad Q ?)

Instancias del problema

¿Que característica tiene la clase de problemas P?

Existe un algoritmo polinomial que lo resuelve

¿Polinomial respecto a que variable es un algoritmo polinomial de la clase P?

Polinomial respecto al tamaño de la instancia

¿Cómo se calcula el tamaño de una instancia de un problema?

Cantidad de bits necesarios para representar la instancia

¿Que significa NP?

No determinístico polinomial

Extra: Toma decisiones aleatorias

$P \subseteq NP$

¿Que significa las posibles respuestas (si/no) de un algoritmo determinístico?

- Si: Si
- No: No

¿Que significa las posibles respuestas (si/no) de un algoritmo no determinístico?

- Si: Si
- No: No se

Un algoritmo no determinístico “resuelve” un problema de decisión para el “SI”...

- Sus únicas respuestas posibles son $\{c1::\text{“SI” o “NO”}\}$
Extra: Similar para resolver para el “NO”, intercambiando todos los “SI” por “NO”

Un algoritmo no determinístico “resuelve” un problema de decisión para el “SI”...

- Si la respuesta que da el algoritmo con una instancia x es “SI”, entonces $\{c1::\text{la respuesta del problema de decisión con instancia x es “SI”}\}$
Extra: Similar para resolver para el “NO”, intercambiando todos los “SI” por “NO”

Un algoritmo no determinístico “resuelve” un problema de decisión para el “SI”...

- Si la respuesta que da el algoritmo con una instancia x es “NO”, entonces $\{c1::\text{no podemos concluir nada}\}$
Extra: Similar para resolver para el “NO”, intercambiando todos los “SI” por “NO”

Un algoritmo no determinístico “resuelve” un problema de decisión para el “SI”...

- Si la respuesta que da el algoritmo con una instancia x es "SI" entonces existe $\{c1::\text{algún conjunto de decisiones no determinísticas hacen que la respuesta sea "SI"}\}$
Extra: Similar para resolver para el "NO" , intercambiando todos los "SI" por "NO"

¿Que característica tiene la clase de problemas NP?

Existe un algoritmo no determinístico polinomial que lo resuelve para el "SI"

¿Que característica tiene la clase de problemas co-NP?

Existe un algoritmo no determinístico polinomial que lo resuelve para el "NO"

$$P \{c1::\subseteq\} NP \cap co - NP$$

¿Cómo esta compuesta la clase VP?

Problemas de decisión verificables en tiempo polinomial para el "SI"

¿Que es una variable booleana?

una variable que solo toma los valores 1 ("True") o 0 ("False")

¿Que es una expresión booleana?

Una función de variables booleanas

¿Que es un literal dadas variables booleanas

$$x_1, x_2, \dots, x_n?$$

Una variable x_i o su negación \bar{x}_i

Dadas expresiones booleanas B_1, \dots, B_m , la disjunción de ellas es $\{c1::B_1 \vee \dots \vee B_m\}$

Dadas expresiones booleanas B_1, \dots, B_m , la conjunción de ellas es $\{c1::B_1 \wedge \dots \wedge B_m\}$

¿Cuando una expresión booleana esta en forma conjuntiva normal (CNF)?

Si es una conjunción de disjunciones de literales

Extra: Por ejemplo $(x_1 \vee x_2) \wedge (x_3 \vee x_4 \vee x_5)$

¿Cómo se define el problema SAT?

Dada una expresión booleana B ¿Existe una asignación de valores a las variables de B que la vuelvan verdadera?

¿En que forma esta el problema SAT usualmente?

En forma conjuntiva normal (CNF)

¿Cómo es la reducción polinomial de Karp?

Dados dos problemas de decisión ρ y τ , se dice que τ es reducible polinomialmente a ρ si existe un algoritmo A polinomial que dadas instancias x de τ , produce instancias $A(x)$ de ρ , de forma tal que para toda instancia x de τ se cumple que $\tau(x) = \rho(A(x))$.

¿Cómo se denota la reducción polinomial de Karp?

$$\tau \leq_p \rho$$

¿Cómo se demuestra la reducción polinomial de Karp?

1. Se da el algoritmo A y se muestra que es polinomial.
2. Se prueba que $\tau(x) = \text{"SI"}} \Rightarrow \rho(A(x)) = \text{"SI"}$
3. Se prueba que $\rho(A(x)) = \text{"SI"}} \Rightarrow \tau(x) = \text{"SI"}$

Extra: Para el paso 2 y 3 se pueden usar equivalentes lógicos

¿Que es un problema de decisión NP-hard?

Un problema de decisión ρ que para todo problema de decisión τ en NP se cumple que

$$\tau \leq_p \rho$$

¿Que es un problema de decisión NP-completo?

ρ que es NP-hard y además $\rho \in NP$

¿Cómo es el problema 3SAT?

Es como SAT expresado en CNF y cada cláusula tiene exactamente 3 literales

¿Que dice el teorema de Cook?

$$\rho \in NP \Rightarrow \rho \leq_p SAT$$