# Derivadas

- **Definición**
  - $\dfrac{df}{dx} = f'(a) = \lim\limits_{h \to 0} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$
  - $a \in Dom(f)$, $f'(a)$ es la pendiente de la recta tangente en ese punto
- **Teorema**
  - $\exists f'(a) \Rightarrow$ f es continua en a
  - f es NO es continua en a $\Rightarrow \nexists f'(a)$
- **Laterales**
  - Izquierda
    - Valores negativos de h — $(a + h < a)$
    - $f'^{-}(a) = \lim\limits_{h \to 0^-} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$
  - Derecha
    - Valores positivos de h — $(a + h > a)$
    - $f'^{+}(a) = \lim\limits_{h \to 0^+} \dfrac{f(a+h) - f(a)}{h}$
  - f'(a) existe solo si las derivadas laterales existen y son iguales
- **Ecuacion de la recta tangente**
  - $y = f'(a)(x-a) + f(a)$
- **De orden superior**
  - Una derivada se puede volver a derivar
    - f''(a)
    - $f^{(n)}$
    - Derivada de segunda
- **Diferenciacion logarítmica**
  - Tomar logaritmo de ambos lados
  - Derivar de ambos lados
  - Despejar f'(x)
- **Cuadritos**

| $F(x)$ | $F'(x)$ |
|---|---|
| $f+g$ | $f'+g'$ |
| $f.g$ | $f'.g+f.g'$ |
| $c.f$ | $c.f'$ |
| $\frac{f}{g}$ | $\frac{f'.g-f.g'}{g^2}$ |
| $f(g(x))$ | $f'(g(x)).g'(x)$ |
| $f^{-1}(x)$ | $\frac{1}{f'(f^{-1}(x))}$ |

| | $f(x)$ | $f'(x)$ |
|---|---|---|
| *constante* | $c$ | $0$ |
| $r \in \mathbb{R}$ | $x^r$ | $r.x^{r-1}$ |
| | $sen(x)$ | $cos(x)$ |
| | $cos(x)$ | $-sen(x)$ |
| | $e^x$ | $e^x$ |
| $a > 0$ | $a^x$ | $ln(a) \cdot a^x$ |
| $x > 0$ | $ln(x)$ | $\frac{1}{x}$ |
| $a > 0 \wedge x > 0$ | $log_a(x)$ | $\frac{1}{ln(a) \cdot x}$ |
| $-1 \leq x \leq 1$ | $arcsen(x)$ | $\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| $-1 \leq x \leq 1$ | $arccos(x)$ | $-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$ |
| | $arctan(x)$ | $\frac{1}{1+x^2}$ |

- **Regla de L'Hopital**
  - Caso 1
    - Sean
      - f(x), g(x) — Derivables en
        - $\mathbb{I}$
        - Excepto quizás en a
      - $g'(x) \neq 0$ en $\mathbb{I}$
      - $\lim\limits_{x \to a} f(x) = 0$ — $\vee$ — $\lim\limits_{x \to a} f(x) = \pm\infty$
      - $\lim\limits_{x \to a} g(x) = 0$ — $\vee$ — $\lim\limits_{x \to a} g(x) = \pm\infty$
      - $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)} = L$ — $\vee$ — $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)} = \pm\infty$
    - Entonces
      - $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$
      - También vale para limites laterales
  - Caso 2
    - Sean
      - f(x), g(x) — Derivables — $\forall x > N$
      - $g'(x) \neq 0 \ \ \forall x > N$
      - $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = 0$ — $\vee$ — $\lim\limits_{x \to \infty} f(x) = \pm\infty$
      - $\lim\limits_{x \to \infty} g(x) = 0$ — $\vee$ — $\lim\limits_{x \to \infty} g(x) = \pm\infty$
      - $\lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{f'(x)}{g'(x)} = L$ — $\vee$ — $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f'(x)}{g'(x)} = \pm\infty$
    - Entonces
      - $\lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to \pm\infty} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$
  - Resumen
    - $\lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{f(x)}{g(x)} =$ $\dfrac{0}{0}$ / $\dfrac{\pm\infty}{\pm\infty}$ — $\Rightarrow$ — $\lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \lim\limits_{x \to \alpha} \dfrac{f'(x)}{g'(x)}$
  - Corolario
    - $f'(a)$ es continua — $\Rightarrow$ — f es derivable
    - $f'(a)$ tiene discontinuidad de salto o esencial — $\Rightarrow$ — f es no es derivable
    - $\nexists \lim\limits_{x \to a} f'(x)$ — $\Rightarrow$ — No se puede decir nada sobre la derivabilidad de f
- **Aproximacion Lineal**
  - En un entorno alrededor de x_0, los valores de la funcion se pueden aproximar usando la tangente — $|x - x_0| < \delta,\ f(x) \sim f(x_0) + f'(x_0)(x - x_0)$ Subtopic 1
  - Funcion es concava hacia arriba — Los valores estaran subestimados
  - Funcion es concava hacia abajo — Los valores estaran sobreestimados