Final 11-Ago:

Ejercicio 1. *a*) ¿Cuáles son los números que se encuentran a menor distancia de 5 que de 3 y a menor distancia de 4 que de 8?

1) Escriba inecuaciones que representen el problema.
2) Resuelva las inecuaciones del punto anterior.

a) 1) $|x-5| < |x-3|$ y $|x-4| < |x-8|$

2) $|x-5| < |x-3| = |x-5|^2 < |x-3|^2 = (x-5)^2 < (x-3)^2 = 0 < (x-3)^2 - (x-5)^2$

$= 0 < (x-3 + x-5).(\cancel{x}-3 - \cancel{x}+5) = 0 < (2x-8).2$

$= 0 < (4x-16) = 16 < 4x = \frac{\overset{4}{\cancel{16}}}{\cancel{4}} < x = 4 < x$

$|x-4| < |x-8| = |x-4|^2 < |x-8|^2 = (x-4)^2 < (x-8)^2 = 0 < (x-8)^2 - (x-4)^2$

$= 0 < (x-8 + x-4).(\cancel{x}-8 - \cancel{x}+4) = 0 < (2x-12).(-4)$

$= 0 < -8x + 48 = -48 < -8x = \frac{\overset{+6}{\cancel{-48}}}{\cancel{-8}} > x = 6 > x = x < 6$

Si consideramos ambas condiciones al mismo tiempo tenemos lo siguiente:

$|x-5| < |x-3| \wedge |x-4| < |x-8| \Rightarrow 4 < x \wedge x < 6 = (4,6)$

b) **Grafique el conjunto de soluciones de la siguiente desigualdad:**

$$\frac{|x+4|}{|x-1|} < (x+4)$$

$\frac{|x+4|}{|x-1|} < (x+4) = \left(\frac{|x+4|}{|x-1|}\right)^2 < (x+4)^2 = \frac{(x+4)^2}{(x-1)^2} < (x+4)^2 = (x+4)^2 < (x+4)^2.(x-1)^2$

$= 0 < (x+4)^2.(x-1)^2 - (x+4)^2 = 0 < (x+4)^2.((x-1)^2 - 1)$

$= 0 < (x+4)^2.(x^2 - 2x \cancel{+1} \cancel{-1}) = 0 < (x+4)^2.(x^2-2x)$

↓

Ahora veamos los puntos críticos

$(x+4).(x+4) = 0 \Rightarrow x+4 = 0 \Rightarrow x = -4$

$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x_1 = 2 , x_2 = 0$

$x_1, x_2 = \dfrac{+2 \pm \sqrt{(-2)^2 - 4.1.0}}{2.1} = \dfrac{2 \pm 2}{2}$

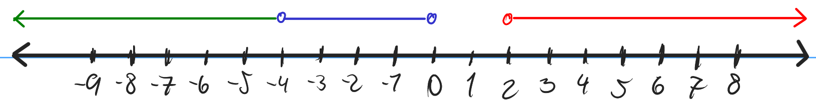
$x_1 = \dfrac{\cancel{4}^{2}}{\cancel{2}} = 2 , \; x_2 = 0$

Como sabemos que $(x+4)^2$ siempre será positivo, enfoquemonos en (x^2-2x)

	$0 < x < 2$	$x < 0$	$x > 2$	$x = -4$
x^2-2x	$-$	$+$	$+$	$+$
$(x+4)^2$	$+$	$+$	$+$	0
$(x+4)^2.(x^2-2x)$	$-$	$+$	$+$	0

Basandonos en el anterior cuadro tenemos que $0 < (x+4)^2.(x^2-2x)$ se cumple cuando

$x < -4 \;\vee\; -4 < x < 0 \;\vee\; x > 2$



c) Dada la función $f(x) = e^{-x^4} + 1$, $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$, responda las siguientes preguntas justificando la respuesta:

1) ¿Es inyectiva?
2) ¿Es subyectiva?
3) ¿Es biyectiva?
4) ¿Es inversible?
5) ¿Es necesario restringir el dominio para que sea inyectiva? En caso afirmativo, hágalo.
6) ¿Es necesario restringir el espacio de llegada para que sea subyectiva? En caso afirmativo, hágalo.
7) Indique dominio y espacio de llegada para que la función tenga inversa y calcúlela.

1) Para ver si la funcion es inyectiva veamos si se cumple que $x_1, x_2 \in \text{Dom} f : f(x_1) = f(x_2) \Rightarrow x_1 = x_2$

$f(-1) = e^{-(-1)^4} + 1 = e^{-1} + 1 \; , \; f(1) = e^{-1^4} + 1 = e^{-1} + 1$

$\therefore \; e^{-1} + 1 = e^{-1} + 1 \Rightarrow -1 = 1$ ABSURDO!

Por ende, la funcion no es inyectiva.

2) Para que la función sea subyectiva cada elemento de la imagen de f debe pertenecer al conjunto de llegada, es decir, $im(f) = \mathbb{R}$.
Como a medida que x va aumentando $\frac{1}{e^{x^4}}$ se va acercando a cero, sabemos que la funcion no posee números negativos en su imagen y por ende no es sobreyectiva ya que $im(f) \neq \mathbb{R}$

3) No es biyectiva, ya que no es ni inyectiva ni subyectiva
4) Como no es biyectiva no es inversible
5) Si, es necesario restringir el dominio, el cual puede ser restringido de la siguiente forma para que la función sea inyectiva: $Dom f = [0, \infty)$ (tambien es posible hacerlo con $(-\infty, 0]$)
6) Si, es necesario restringir el conjunto de llegada de manera que sea igual a $(0, 2]$
7) $Dom f = [0, \infty)$, $\mathbb{B} = (0, 2] \Rightarrow f: (0, \infty) \rightarrow (0, 2]$
Ahora calculemos la inversa de $f(x) = e^{-x^4} + 1$:

$$f(f^{-1}(x)) = x \Rightarrow e^{-f^{-1}(x)^4} + 1 = x \Rightarrow e^{-f^{-1}(x)^4} = x - 1 \Rightarrow \ln(e^{-f^{-1}(x)^4}) = \ln(x-1)$$

$$\Rightarrow -f^{-1}(x)^4 . \ln(e) = \ln(x-1) \Rightarrow -f^{-1}(x)^4 . 1 = \ln(x-1)$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = \pm \sqrt[4]{-\ln(x-1)}$$

Por ende, $f^{-1}(x) = \pm \sqrt[4]{-\ln(x-1)}$ es la inversa de $f(x)$.

d) Defina biyectividad.

Decimos que una función es biyectiva si es inyectiva y sobreyectiva al mismo tiempo

Ejercicio 2. a) Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x\to\infty} (x + e^x)^{1/x}$$

$$\lim_{x\to\infty} (x+e^x)^{1/x} \overset{(1)}{=} \lim_{x\to\infty} e^{\overbrace{\ln((x+e^x)^{1/x})}^{g(x)}} = \lim_{x\to\infty} e^{g(x)} \qquad \Big| \; a^x = e^{\ln(a^x)} \quad (1)$$

$$\lim_{x\to\infty} g(x) = \lim_{x\to\infty} \ln((x+e^x)^{1/x}) = \lim_{x\to\infty} \frac{1}{x}\cdot \ln(x+e^x) = \lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x+e^x)}{x}$$

$$= \frac{\ln(\infty+e^{\infty})}{\infty} = \frac{\ln(\infty)}{\infty} = \frac{\infty}{\infty} \rightarrow \text{indeterminacion}$$

Usamos L'Hopital:

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x+e^x)}{x} = \lim_{x\to\infty} \frac{\ln'(x+e^x)\cdot(x+e^x)'}{(x)'} = \frac{1}{x+e^x} \cdot \frac{(x)'+(e^x)'}{1} \approx \frac{1+e^x}{x+e^x} = 1$$

$$\therefore \lim_{x\to\infty} g(x) = 1$$

$$\lim_{x\to\infty} e^{g(x)} = e^1 = e$$

b) Encuentre la constante k para que la función $f(x)$ sea continua para todo número real.

2

$$f(x) \begin{cases} k^2 + 3x & x < -1 \quad (1) \\ 6 & x = -1 \quad (2) \\ -(3+x)k & -1 < x \quad (3) \end{cases}$$

Para encontrar la constante K tal que la funcion es continua para los reales, reemplazemos x por -1 e igualemos (1) y (3) a (2).

$$x = -1 \Rightarrow \quad K^2 - 3 = 6 \Rightarrow K^2 = 6+3 \Rightarrow K = \pm\sqrt{9} \Rightarrow K = \pm 3$$

$$x = -1 \Rightarrow \quad -(3-1)K = 6 \Rightarrow -2\cdot K = 6 \Rightarrow K = -\frac{\cancel{6}^{3}}{\cancel{2}} \Rightarrow K = -3$$

En base a esto tenemos que K=3 es una constante candidata.

Ahora procedemos a verificar si la funcion es continua con K=3.

$\downarrow$

Como sabemos que $f(-1)$ existe veamos el limite de la función en el mismo punto.

$$\lim_{x\to -1} f(x) = L \iff \lim_{x\to -1^-} f(x) = L \wedge \lim_{x\to -1^+} f(x) = L$$

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^-} (-3)^2 + 3x = 9 - 3 = 6$$

$$\lim_{x\to -1^+} f(x) = \lim_{x\to -1^+} -(3+x).(-3) = -(3-1).(-3) = -2.-3 = 6$$

$$\lim_{x\to -1^-} f(x) = \lim_{x\to -1^+} f(x) = 6 \Rightarrow \lim_{x\to -1} = 6$$

Ahora veamos si la funcion evaluada en el punto es igual a limite:

$$f(-1) = \lim_{x\to -1} f(x) \Rightarrow 6 = 6 \checkmark$$

Por ende, como vimos que existe la función en el punto, existe el limite en el punto y la funcion evaluada en el punto es igual al limite en el punto, tenemos que la funcion es continua para la constante $k=3$ en el punto $x=-1$.

Para los casos en los que $x \neq -1$, como la función toma forma de polinomio sabemos que es continua para todos los reales.

c) Dé los valores de t donde la función $g(t)$ es discontinua y diga qué tipo de discontinuidad tiene en cada uno de esos puntos.

Es discontinua en -1 y 1

$$g(t) = \begin{cases} t^2 - 1 & t \leq -1 \\ \dfrac{1}{t^2(t-2)^2} & -1 < t < 1 \\ 3 & t = 1 \\ t^2 - t + 1 & 1 < t \end{cases}$$

Para evaluar el tipo de discontinuidad procedamos a evaluar los limites laterales de la funcion en los punto -1 y 1

$$\lim_{t \to -1} g(t) = L \iff \lim_{t \to -1^-} g(t) = L \;\wedge\; \lim_{t \to -1^+} g(t) = L$$

$$\lim_{t \to -1^-} g(t) = \lim_{t \to -1^-} t^2 - 1 = (-1)^2 - 1 = \cancel{1} - \cancel{1} = 0$$

$$\lim_{t \to -1^+} g(t) = \lim_{t \to -1^+} \frac{1}{t^2(t-2)^2} = \frac{1}{(-1)^2(-1-2)^2} = \frac{1}{1 \cdot (-3)^2} = \frac{1}{9}$$

$$\lim_{t \to -1^-} g(t) \neq \lim_{t \to -1^+} g(t) \Rightarrow \nexists \lim_{t \to -1} g(t)$$

∴ Como los limites laterales no son iguales, la función posee una discontinuidad de salto en el punto -1.

Ahora calculemos el limite para el punto $t = 1$

$$\lim_{t \to 1} g(t) = L \iff \lim_{t \to 1^-} g(t) = L \;\wedge\; \lim_{t \to 1^+} g(t) = L$$

$$\lim_{t \to 1^-} g(t) = \lim_{t \to 1^-} \frac{1}{t^2(t-2)^2} = \frac{1}{1^2(1-2)^2} = \frac{1}{(-1)^2} = \frac{1}{1} = 1$$

$$\lim_{t \to 1^+} g(t) = \lim_{t \to 1^+} t^2 - t + 1 = 1^2 - \cancel{1} + \cancel{1} = 1$$

↓

$$\lim_{t \to 1^-} g(t) = \lim_{t \to 1^+} g(t) = 1 \Rightarrow \lim_{t \to 1} g(t) = 1$$

Ahora procedamos a comprobar si la funcion evaluada en 1 es igual al limite de la funcion en dicho punto.

$$f(1) = \lim_{t \to 1} g(t) \Rightarrow 3 = 1 \overset{\text{Abs.}}{\Rightarrow} f(1) \neq \lim_{t \to 1} g(t)$$

Como la funcion evaluada en el punto es distinta a el limite en el punto la funcion posee una discontinuidad evitable en el punto $t=1$, la cual podria corregirse redefiniendo la funcion tal que $f(1) = 1$

Ejercicio 3. a) Calcule las derivadas de las siguientes funciones:

(i) $f(x) = \frac{\operatorname{sen}(x)}{e^{x^2}}$

(ii) $g(x) = \ln(\sqrt{x^2+1})$

i) $$f'(x) = \frac{(\operatorname{sen}(x))' \cdot e^{x^2} - \operatorname{sen}(x) \cdot (e^{x^2})'}{(e^{x^2})^2} = \frac{\cos(x) \cdot e^{x^2} - \operatorname{Sen}(x) \cdot e^{x^2} \cdot 2x}{e^{2 \cdot x^2}}$$

$$= \frac{\cancel{e^{x^2}}(\cos(x) - \operatorname{Sen}(x) \cdot 2x)}{e^{\cancel{2}x^2}} = \frac{\cos(x) - \operatorname{Sen}(x) \cdot 2x}{e^{x^2}}$$

$$g'(x) = \ln'(\sqrt{x^2+1}) \cdot (\sqrt{x^2+1})' = \frac{1}{\sqrt{x^2+1}} \cdot \frac{1}{2} \cdot (x^2+1)^{-\frac{1}{2}} \cdot (x^2+1)' = \frac{(x^2)' + (1)'}{\sqrt{x^2+1} \cdot 2 \cdot \sqrt{x^2+1}}$$

$$= \frac{2x + 0}{(\sqrt{x^2+1})^{\cancel{2}} \cdot 2} = \frac{\cancel{2}x}{(x^2+1) \cdot \cancel{2}} = \frac{x}{x^2+1}$$

b) (i) Obtenga la ecuación de la recta tangente al gráfico de la función $f(x) = \frac{1-x}{1+x^2}$ en el punto $(0,1)$.

(ii) Utilice la ecuación obtenida en (i) para estimar el valor de $f(0.1)$ con una aproximación lineal.

$$f'(x) = \frac{(1-x)' \cdot 1+x^2 - 1-x \cdot (1+x^2)'}{(1+x^2)^2} = \frac{(0-1) \cdot (1+x^2) - (1-x) \cdot (0+2x)}{(1+x^2)^2}$$

$$= \frac{-(1+x^2) - (1-x) \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{-(1+x^2) - (2x - 2x^2)}{(1+x^2)^2} = \frac{-1 - x^2 - 2x + 2x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$= \frac{-1 - 2x + x^2}{(1+x^2)^2}$$

$$y = f'(0) \cdot (x-0) + f(0) = \frac{-1 - 2 \cdot 0 + 0^2}{(1+0^2)^2} \cdot (x-0) + \frac{1-0}{1+0^2} = \frac{-1}{1} \cdot x + \frac{1}{1}$$

$$= -1 \cdot x + 1$$

b) $$f(1/10) \sim f(0) + f'(0)(1/10 - 0) = 1 - 1 \cdot \frac{1}{10} = 1 - \frac{1}{10} = \frac{10-1}{10} = \frac{9}{10}$$

c) ¿Cuándo decimos que una función f es derivable en un punto x_0? Explique con sus palabras qué interpretación geométrica tiene el valor $f'(x_0)$.

c) Decimos que una funcion es derivable en un punto x_0 cuando $\exists \lim_{h \to 0} \frac{f(x_0+h) - f(x_0)}{h}$

Basandonos en otros teoremas tambien sabemos que si $\exists f'(a) \Rightarrow f$ es continua en a.
La interpretación geometrica que tiene $f'(x_0)$ es que es la pendiente de la recta tangente a la funcion que pasa por el punto x_0.

Ejercicio 4. Grafique una función que cumpla con **todas** las siguientes características:

a) La función está definida para todos los reales.

b) Tiene una asíntota horizontal en $y = -6$ y $\lim_{x \to -\infty} f(x) = -\infty$

c) Tiene sólo 2 discontinuidades: una esencial en $x = 3$ y una de salto en $x = 6$.

d) Es continua por derecha en $x = 3$ y $f(3) = -3$; $f(x) > 0$ en el intervalo $(4, 6)$ y $f(6) = -1$.

e) $f'(x)$ y $f''(x)$ no existen únicamente para $x = 0$, $x = 3$ y $x = 6$.

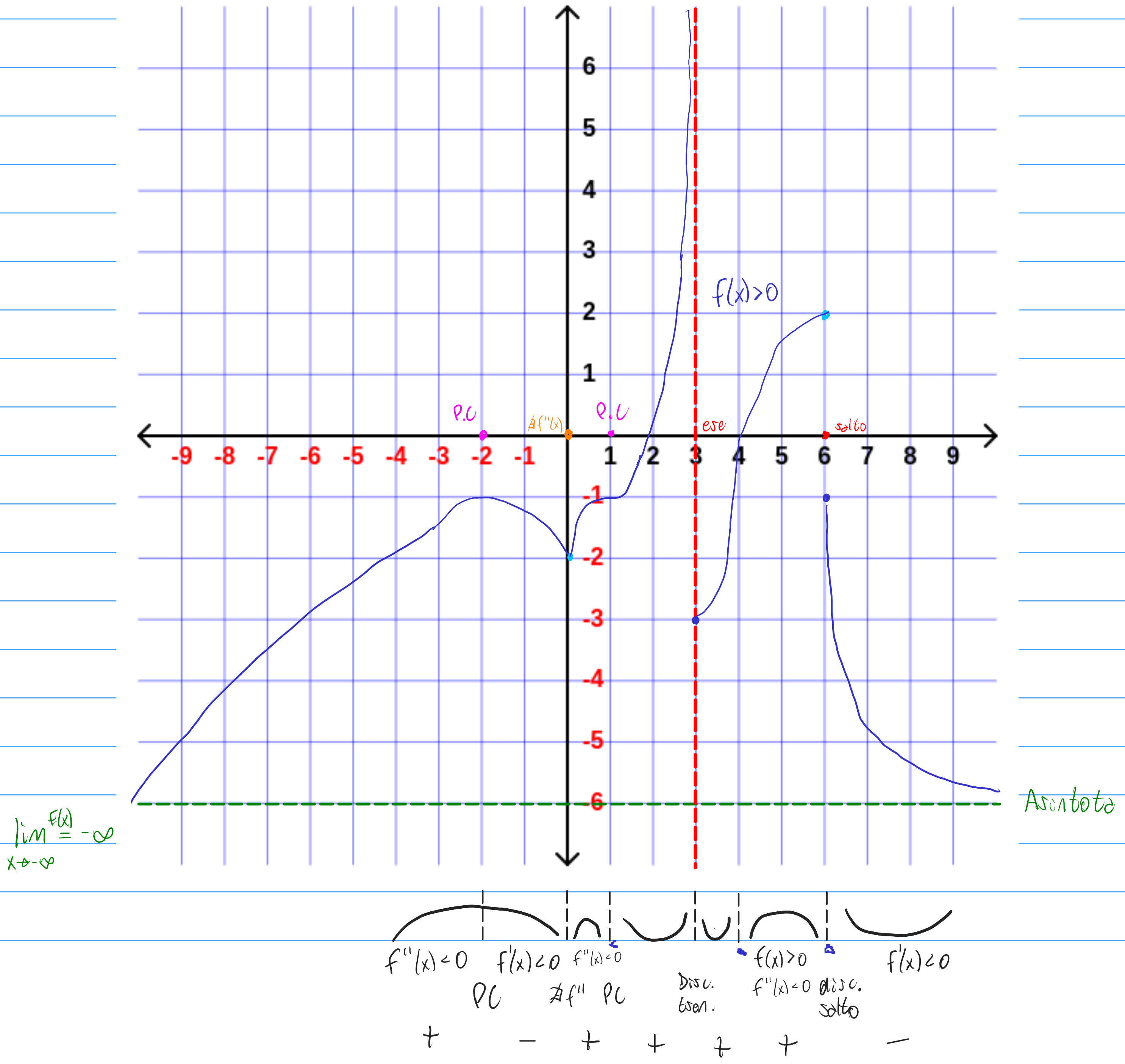
f) $f'(x) = 0$ para $x = -2$ y $x = 1$.

g) $f'(x) < 0$ exclusivamente en los intervalos $(-2, 0)$ y $(6, +\infty)$.

h) $f''(x) < 0$ exclusivamente en los intervalos $(-\infty, 0)$, $(0, 1)$ y $(4, 6)$.

i) Tiene 2 puntos de inflexión.

j) En función de los datos brindados, especificar cuáles son las asíntotas de la función, cuáles son los máximos, mínimos, los puntos críticos y puntos de inflexión, en qué intervalos la función crece y decrece, y en cuáles es cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo.



j) En función de los datos brindados, especificar cuáles son las asíntotas de la función, cuáles son los máximos, mínimos, los puntos críticos y puntos de inflexión, en qué intervalos la función crece y decrece, y en cuáles es cóncava hacia arriba y cóncava hacia abajo.

Asintotas: $x=3$ e $y=-6$	PC $= -2, 1, 3, 6$	Decrece: $(-2,0), (6,\infty)$
Maximos: $-2, 1, 6$	P.inf $= 0, 1, 4, 6$	convexa: $(1,3), (3,4), (6,\infty)$
Minimos: $0, 3$.	Crece: $(-\infty,-2), (0,3), (3,6)$	concava: $(-\infty,0), (0,1), (4,6)$

Ejercicio 5. a) En la gráfica de $y = f(x)$, la pendiente en cualquier punto (x, y) es el doble del valor de x. Si $f(2) = 3$, calcule el valor de $f(3)$.

b) Grafique y calcule el área encerrada por las curvas : $y_1 = 1 - x^2$; $y_2 = |x| - 1$; $x_1 = -1$ y $x_2 = 1/2$.

c) Si $F(x)$ es una antiderivada de $\dfrac{(\ln x)^3}{x}$ y $F(1) = 0$, calcule el valor de $F(e)$.

a)

Como sabemos que $f'(x) = 2.x$, para averiguar la formula de $f(x)$ calculemos la integral indefinida de $2.x$.

$$\int 2.x\,dx = 2.\int x\,dx = \cancel{2}.\frac{x^2}{\cancel{2}} + C = x^2 + C$$

Por lo cual tenemos que $f(x) = x^2 + C$

Ahora averiguemos el valor de C

$f(2) = 3 \Rightarrow 2^2 + C = 3 \Rightarrow 4 + C = 3 \Rightarrow C = 3 - 4 \Rightarrow C = -1$

$\therefore f(x) = x^2 - 1$

Ahora calculemos $f(3)$:

$f(3) = 3^2 - 1 = 9 - 1 = 8$

b) Grafique y calcule el área encerrada por las curvas : $y_1 = 1 - x^2$; $y_2 = |x| - 1$; $x_1 = -1$ y $x_2 = 1/2$.

Primero procedemos a calcular los puntos de interseccion de y_1 e y_2

$y_1 = y_2 \Rightarrow 1 - x^2 = |x| - 1$

Caso 1: $x \geq 0$

$1 - x^2 = x - 1 \Rightarrow 0 = x^2 + x - 2 \Rightarrow 0 = (x-1).(x+2) \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = -2$

$x \geq 0 \Rightarrow x = 1$

Caso 2: $x < 0$

$1 - x^2 = -x - 1 \Rightarrow 0 = x^2 - x - 2 \Rightarrow 0 = (x+1).(x-2) \Rightarrow x_1 = -1, x_2 = 2$

$x < 0 \Rightarrow x = -1$

$\downarrow$

Por ende, los puntos de interseccion de y_1 e y_2 son $x=-1$ y $x=1$

Ahora veamos donde intersecan las funciones al eje y:

$y_1 = 1-0^2 = 1$, $y_2 = |0|-1 = -1$

Teniendo en cuenta lo anterior sabemos que $y_1 \geq y_2 \ \forall x \in [-1,1]$ y por ende sucede lo mismo con el intervalo $[x_1, x_2] = [-1, 1/2]$

Finalmente, para determinar el area entre y_1 e y_2 procederemos a restarlas y a calcular su integral definida en el intervalo $[-1, 1/2]$

$$\int_{-1}^{1/2} y_1 - y_2 \, dx = \int_{-1}^{1/2} (1-x^2)-(|x|-1)\, dx$$

Teniendo en cuenta el valor absoluto tenemos lo siguiente

$$\int_{-1}^{1/2} (1-x^2)-(|x|-1)\, dx = \int_{-1}^{0} (1-x^2)-(-x-1)\, dx + \int_{0}^{1/2} (1-x^2)-(+x-1)\, dx$$

$$\int_{-1}^{0} (1-x^2)-(-x-1)\, dx = \int_{-1}^{0} -x^2+x+2\, dx = -\int_{-1}^{0} x^2\, dx + \int_{-1}^{0} x\, dx + \int_{-1}^{0} 2\, dx$$

$$= -\left(\frac{x^3}{3}\Big|_{-1}^{0}\right) + \left(\frac{x^2}{2}\Big|_{-1}^{0}\right) + \left(2.x\Big|_{-1}^{0}\right) = -\left(\frac{0^3}{3} - \frac{(-1)^3}{3}\right) + \left(\frac{0^2}{2} - \frac{(-1)^2}{2}\right) + (2.0 - 2.-1)$$

$$= -\left(\frac{1}{3}\right) + \left(-\frac{1}{2}\right) + 2 = \frac{-2-3+12}{6} = \frac{7}{6}$$

$$\int_{0}^{1/2} (1-x^2)-(+x-1)\, dx = \int_{0}^{1/2} -x^2-x+2\, dx = -\int_{0}^{1/2} x^2\, dx - \int_{0}^{1/2} x\, dx + \int_{0}^{1/2} 2\, dx$$

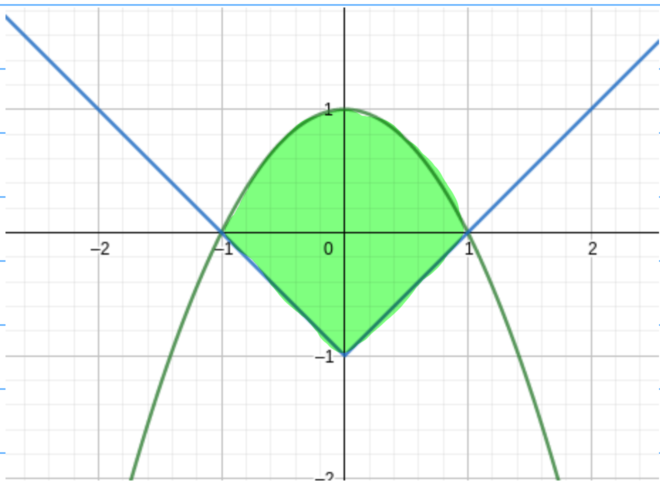
$$= -\left(\frac{x^3}{3}\Big|_{0}^{1/2}\right) - \left(\frac{x^2}{2}\Big|_{0}^{1/2}\right) + \left(2.x\Big|_{0}^{1/2}\right) = -\left(\left(\frac{1}{2}\right)^3 \cdot \frac{1}{3} - 0\right) - \left(\left(\frac{1}{2}\right)^2 \cdot \frac{1}{2} - 0\right) + \left(\cancel{2}.\frac{1}{\cancel{2}} - 0\right)$$

$$= -\frac{1}{8.3} - \frac{1}{4.2} + \frac{1}{1} = \frac{-1-3+24}{24} = \frac{-4+24}{24} = \frac{\overset{5}{\cancel{\overset{10}{\cancel{20}}}}}{\underset{6}{\cancel{\underset{12}{\cancel{24}}}}} = \frac{5}{6}$$

$$\int_{-1}^{1/2} (1-x^2)-(|x|-1)\,dx = \int_{-1}^{0} (1-x^2)-(-x-1)\,dx + \int_{0}^{1/2} (1-x^2)-(+x-1)\,dx$$

$$= \frac{7}{6} + \frac{5}{6} = \frac{\cancel{12}^{\,2}}{\cancel{6}_{\,1}} = 2$$

Por ende, el area entre y_1 e y_2 en el intervalo $[x_1, x_2]$ es igual a 2.



c) Si $F(x)$ es una antiderivada de $\dfrac{(\ln x)^3}{x}$ y $F(1) = 0$, calcule el valor de $F(e)$.

Para calcular $F(x)$ realicemos la integral indefinida de $\dfrac{(\ln x)^3}{x}$

$$\int \frac{(\ln x)^3}{x}\,dx = \int u^3\,du = \frac{u^4}{4} + C = \frac{(\ln(x))^4}{4} + C \Rightarrow F(x) = \frac{(\ln(x))^4}{4} + C \qquad \begin{array}{|l} u = \ln x \\ du = \frac{1}{x}\,dx \end{array}$$

Ahora determinemos el valor de C

$$F(1) = 0 \Rightarrow \frac{(\ln(1))^4}{4} + C = 0 \Rightarrow \frac{0^4}{4} + C = 0 \Rightarrow C = 0$$

$$\therefore\ F(x) = \frac{(\ln(x))^4}{4}$$

Ahora calculemos $F(e)$:

$$F(e) = \frac{(\ln(e))^4}{4} = \frac{1^4}{4} = \frac{1}{4}$$