

10. Considerando las definiciones de los ejercicios anteriores demostrá por inducción sobre xs las siguientes propiedades:

a) $\text{sum}(\text{sumar1}.\text{xs}) = \text{sum}.\text{xs} + \#\text{xs}$

Definiciones:

$$\text{sum } [] = 0 \quad (1)$$

$$\text{sum } (x:\text{xs}) = x + (\text{sum } \text{xs}) \quad (2)$$

$$\text{sumar1 } [] = [] \quad (3)$$

$$\text{sumar1 } (x:\text{xs}) = (1 + x) : \text{sumar1 } \text{xs} \quad (4)$$

$$\#[] = 0 \quad (5)$$

$$\#(x:\text{xs}) = 1 + \# \text{xs} \quad (6)$$

Caso base:

Reemplazo a xs por []

$$\begin{aligned} \text{sum } (\text{sumar1 } []) &= \text{sum } [] + \#[] \\ &\equiv \{ \text{Por (1), (3) y (5)} \} \\ \text{sum } ([]) &= 0 + 0 \\ &\equiv \{ \text{Por (1)} \} \\ 0 &= 0 \\ &\equiv \{ \text{Reflexividad del } = \} \\ &\text{True} \end{aligned}$$

Caso Inductivo:

Demostramos la propiedad con una lista no vacia (x:xs).

$$\text{sum } (\text{sumar1 } \text{xs}) = \text{sum } \text{xs} + \#\text{xs}$$

$$\begin{aligned} \text{sum } (\text{sumar1 } (x:\text{xs})) &= \text{sum } (x:\text{xs}) + \#(x:\text{xs}) \\ &\equiv \{ \text{Por (2), (4) y (6)} \} \\ \text{sum } ((1 + x) : \text{sumar1 } \text{xs}) &= x + (\text{sum } \text{xs}) + 1 + \#\text{xs} \\ &\equiv \{ \text{Por (2)} \} \\ (1 + x) + (\text{sum } (\text{sumar1 } \text{xs})) &= 1 + x + (\text{sum } \text{xs}) + \#\text{xs} \\ &\equiv \{ \text{Por HI} \} \\ 1 + x + (\text{sum } \text{xs}) + \#\text{xs} &= 1 + x + (\text{sum } \text{xs}) + \#\text{xs} \\ &\equiv \{ \text{Reflexividad del } = \} \\ &\text{True} \end{aligned}$$