Demostraciones Regla de los signos:

$$a.(-b) = -(a.b)$$

Para probar que a.(-b) = -(a.b) podemos comprobar si a.(-b) es el inverso aditivo de a.b averiguando si ab + a.(-b) = 0, ya que según el axioma del inverso aditivo, todo entero posee un opuesto, tal que al sumarlos entre si, el resultado es 0.

$$\begin{aligned} ab + a \cdot (-b) &= 0 && \text{inverso aditivo} \\ a(b + (-b)) &= 0 && \text{distribuitividad} \\ a \cdot 0 &= 0 && \text{elemento neutro} \\ 0 &= 0 \end{aligned}$$

Por ende, como probamos que a.(-b) es el inverso aditivo de a.b, como solo existe un único inverso aditivo para cada caso, podemos afirmar que a.(-b) = -(a.b)

(-a).(-b) = a.b

Para probar que (-a).(-b) = a.b, como sabemos que a.(-b) = -(ab), podemos decir que (-a).(-b) = -((-a).b)), por ende, si comprobamos que -((-a).b)) es el inverso aditivo de (-a).b, como sabemos que el inverso aditivo de (-a).b, es igual a a.b, podemos afirmar que (-a).(-b) = ab, ya que cada entero posee único inverso aditivo.

$(-a)b + (-((-a) \cdot b)) = 0$	inverso aditivo
$(-a)b + (-(b \cdot (-a))) = 0$	conmutatividad
$(-a)b + (-(-(ba)) = 0$	b . (-a) = -(ba)
$(-a)b + ab = 0$	conmutatividad, -(-a) = a
$(-a + a)b = 0$	distribuitividad
$(a + (-a))b = 0$	conmutatividad, inverso aditivo
$0 \cdot b = 0$	elemento neutro
$0 = 0$	