

$$b) \sum_{j=1}^n j = \frac{n(n+1)}{2}, n \in \mathbb{N}, n \in \mathbb{N}.$$

$$\text{Sea } P(n) = \left" \sum_{j=1}^n j = \frac{n(n+1)}{2} \right"$$

Caso base:

Veamos si $P(1)$ se cumple

$$\sum_{j=1}^1 j = \frac{1(1+1)}{2}$$

$$1 = \frac{1(2)}{2}$$

Elem. Matem.

$$1 = \frac{2}{2}$$

$$1 = 1 \quad \checkmark$$

Hipotesis Inductiva:

Supongamos que $P(k)$ es cierta para cierto $k \in \mathbb{N}$.

$$\therefore P(k) \Rightarrow P(k+1)$$

$$\sum_{j=1}^{k+1} j = \sum_{j=1}^k j + k+1$$

def. rec. sumat.

$$\frac{(k+1)(k+1+1)}{2} = \frac{k(k+1)}{2} + k+1$$

Hip. Ind.

$$\frac{(k+1)(k+2)}{2} = \frac{k(k+1) + (k+1) \cdot 2}{2}$$

$$\frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2} = \frac{(k+1) \cdot (k+2)}{2} \quad \checkmark$$

Por principio de inducción queda demostrado que $P(n)$ se cumple para todo $n \in \mathbb{N}$