

Ejercicio 1

a) ¿Cuáles son los números que se encuentran a menor distancia de -1 que de 3 o a menor distancia que 3 de -8?

i) Escribe inecuaciones que representen el problema

ii) Resuelva las inecuaciones del ejercicio anterior

$$a) i) |x+1| < |x-3| \wedge |x-5| < |x+8|$$

$$\begin{aligned} |x+1| < |x-3| &\Rightarrow |x+1|^2 < |x-3|^2 \Rightarrow (x+1)^2 < (x-3)^2 \Rightarrow 0 < (x-3)^2 - (x+1)^2 \\ &\Rightarrow 0 < (x-3+x+1) \cdot (x-3-(x+1)) \Rightarrow 0 < (2x-2) \cdot (x-3-x-1) \\ &\Rightarrow 0 < (2x-2) \cdot (-4) \Rightarrow 0 < -8x+8 \Rightarrow -8 < -8x \\ &\Rightarrow \frac{-8}{-8} < x \Rightarrow 1 < x = (-\infty, 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} |x-5| < |x+8| &\Rightarrow |x-5|^2 < |x+8|^2 \Rightarrow (x-5)^2 < (x+8)^2 \Rightarrow 0 < (x+8)^2 - (x-5)^2 \\ &\Rightarrow 0 < (x+8+x-5) \cdot (x+8-(x-5)) \Rightarrow 0 < (2x+3) \cdot (x+8-x+5) \\ &\Rightarrow 0 < (2x+3) \cdot 13 \Rightarrow 0 < 26x+39 \Rightarrow 39 < 26x \\ &\Rightarrow \frac{39}{26} < x \Rightarrow \frac{3}{2} < x = \left(\frac{3}{2}, \infty\right) \end{aligned}$$

$$|x+1| < |x-3| \wedge |x-5| < |x+8| \Rightarrow x \in (-\infty, 1) \cap \left(\frac{3}{2}, \infty\right) \Rightarrow \emptyset$$

Como los intervalos resultantes de las inecuaciones son disjuntos, llegamos a que no existen números que cumplan el enunciado del ejercicio.

b) Grafique el conjunto de soln de la siguiente desigualdad: $\ln[(x-3)(x+2)] - \ln(x-4) > 0$

$$\ln[(x-3)(x+2)] - \ln(x-4) > 0 \Rightarrow \ln[(x-3)(x+2)] > \ln(x-4)$$

$$x \neq 3 \wedge x \neq -2 \wedge x \neq 4$$

	$-2 < x < 3$	$x < -2$	$x > 3$	
$(x-3)$	-	-	+	$x-4 > 0 \Rightarrow x > 4$
$(x+2)$	+	-	+	
	-	+	+	

$$\ln(g(x)) > \ln(h(x)) \Rightarrow g(x) > h(x)$$

$$\boxed{x > 4}$$

$$\therefore \ln[(x-3) \cdot (x+2)] > \ln(x-4) \Rightarrow (x-3) \cdot (x+2) > x-4$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 6 - x + 4 > 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 > 0 \Rightarrow x^2 + 2 \cdot (-1)x + (-1)^2 - 1^2 - 2 > 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 - 1 - 2 > 0 \Rightarrow (x-1)^2 - 3 > 0 \Rightarrow (x-1)^2 > 3 \Rightarrow |x-1|^2 > 3$$

$$\Rightarrow |x-1| > \sqrt{3} \Rightarrow x-1 < -\sqrt{3} \wedge x-1 > \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow x < 1 - \sqrt{3} \wedge x > 1 + \sqrt{3}$$

$$\approx 0,75$$

$$\approx 2,75$$

