

# Odc Practico 2

## Ejercicio 1:

Simplificar las siguientes funciones booleanas a un número mínimo de literales.

- a.  $x.y + x.y'$
- b.  $(x + y).(x + y)'$
- c.  $x.y.z + x'.y + xyz'$
- d.  $z.x + z.x'.y$
- e.  $(A + B)'.(A' + B')'$
- f.  $y.(w.z' + w.z) + x.y$

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad x.y + x.y' &\stackrel{(1)}{=} x.(y + y') \stackrel{(2)}{=} x.1 \\ &\stackrel{(3)}{=} x \end{aligned} \quad \begin{array}{|l} (1) \text{ Dist.} \quad (2) \text{ Suma comp.} \quad (3) \text{ Elem. neutro} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad (x + y).(x + y)' &\stackrel{(1)}{=} x + y.y' \stackrel{(2)}{=} x + y.0 \stackrel{(3)}{=} x.0 = 0 \\ &\stackrel{(3)}{=} 0 \end{aligned} \quad \begin{array}{|l} (1) \text{ Dist.} \quad (2) \text{ Mult. comp.} \quad (3) \text{ Elem. abso} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad x.y.z + x'.y + x.y.z' &= x.y.z + x.y.z' + x'.y \\ &\stackrel{(1)}{=} x.y.(z + z') + x'.y \stackrel{(2)}{=} x.y.1 + x'.y \\ &= y.x + y.x' \stackrel{(1)}{=} y.(x + x') \stackrel{(2)}{=} y.1 \stackrel{(3)}{=} y \end{aligned} \quad \begin{array}{|l} (1) \text{ Dist} \quad (2) \text{ Suma comp.} \quad (3) \text{ Elem. neutro.} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{d)} \quad (A + B)'.(A' + B')' &\stackrel{(1)}{=} (A'.B').(A''.B'') \\ &\stackrel{(2)}{=} A'.B'.A.B = A.A'.B.B' = 0.0 = 0 \end{aligned} \quad \begin{array}{|l} (1) \text{ DeMorgan} \quad (2) \text{ Comp. doble} \\ (3) \text{ Mult. comp.} \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{f)} \quad y.(w.z' + w.z) + x.y &\stackrel{(1)}{=} y.(w.(z' + z)) + x.y \\ &= y.(w.1) + x.y = y.w + y.x = y.(w + x) \end{aligned}$$

### Ejercicio 2:

Reducir a un número mínimo de literales las siguientes funciones booleanas:

- $(B.C' + A'.D).(A.B' + C.D')$
- $B'.D + A'.B.C' + A.C.D + A'.B.C$
- $[(A.B)'.A].[(A.B)'.B]$
- $A.B' + C'.D'$

- Graficar las expresiones encontradas en "b" y "d" mediante cualquier tipo de compuertas del número de entradas necesarias.
- Encontrar expresiones equivalentes a las funciones "b" y "d", pero utilizando sólo compuertas NAND del número de entradas necesarias.
- Graficar las expresiones encontradas en el punto anterior.

$$b) B'.D + A'.B.C' + A.C.D + A'.B.C$$

$$\stackrel{(1)}{=} B'.D + A.C.D + A'.B.(C' + C)$$

$$\stackrel{(2)}{=} B'.D + A.C.D + A'.B.1$$

$$\stackrel{(3)}{=} B'.D + A.C.D + A'.B$$

$$\stackrel{(4)}{=} B'.D + B'.D.A'C + A'.B + A'.B.C.D + A.C.D$$

$$= B'.D + B'.D.A'C + A'.B + A'.B.C.D + A.C.D.(B + B')$$

$$= B'.D + B'.D.A'C + A'.B + A'.B.C.D + A.C.D.B + A.C.D.B'$$

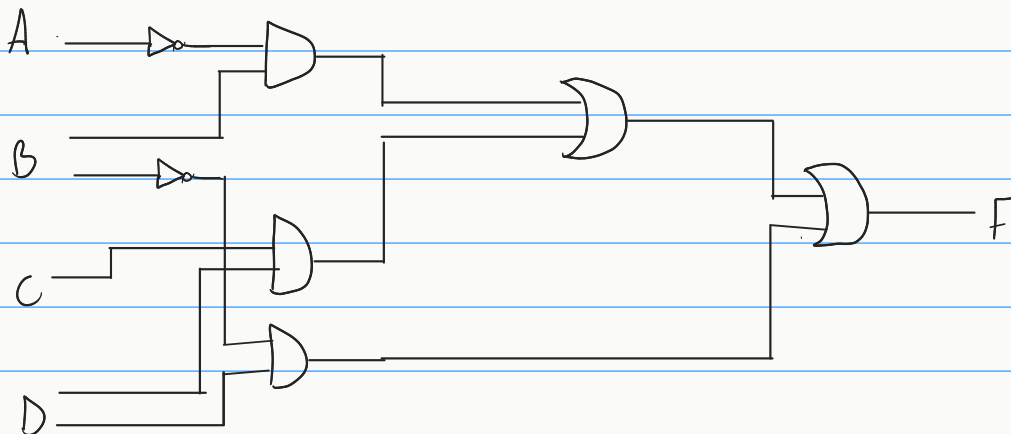
$$= B'.D + A'.B + B.C.D(A' + A) + A.B'CD + A'B'CD$$

$$= B'.D + A'.B + B.C.D + B'.C.D(A + A')$$

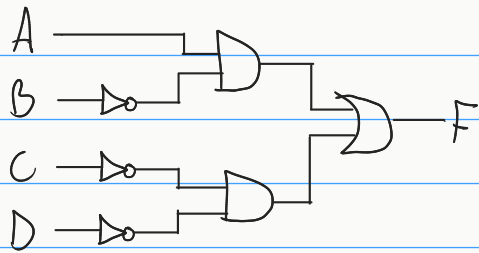
$$= B'.D + A'.B + CD.(B + B')$$

$$= B'.D + A'.B + CD$$

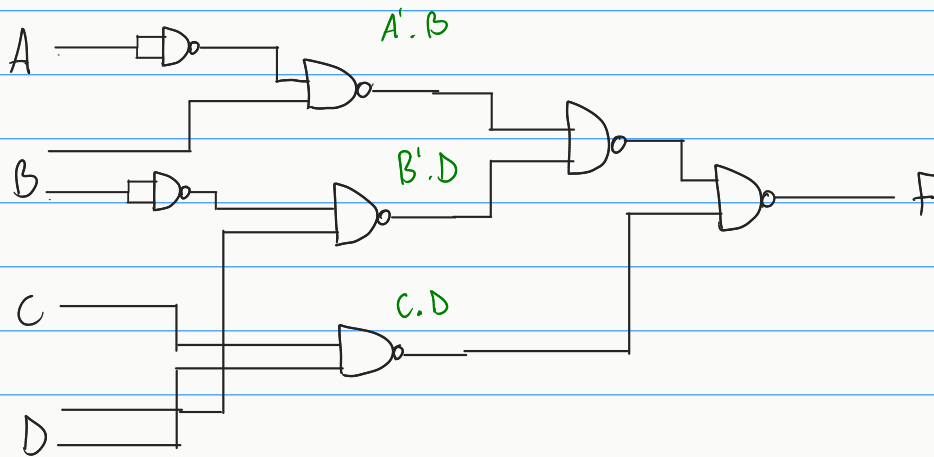
$$A) b) B'.D + A'.B + CD = F$$



d)  $A.B' + C'.D' = F$

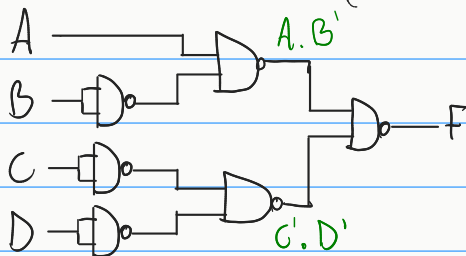


b)  $B'.D + A'.B + CD = (B'.D + A'.B + CD)''$   
 $= ((B'.D)' . (A'.B)' . (CD)')' = F$



$NOT = \overline{x} = (x)' = (x.x)' \rightarrow NAND$   
 $NAND = \overline{x.y}$

d)  $A.B' + C'.D' = (A.B' + C'.D')'' = ((A.B')' . (C'.D')')' = F$



### Ejercicio 3:

La función OR-exclusiva, denotada por " $\oplus$ " tiene dos entradas y una salida. Si **a** y **b** son las entradas y **c** es la salida, entonces **c** es '1' sólo cuando exactamente una de las entradas vale '1'. En el resto de los casos es '0'.

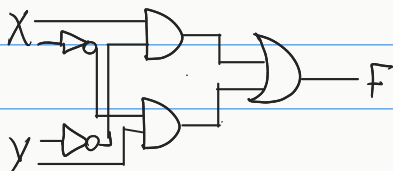
- Hacer una tabla de verdad de la función OR-exclusiva.
- Encontrar la expresión equivalente a la función OR-exclusiva utilizando sólo suma de productos y graficar con compuertas.
- Implementar una OR-exclusiva de 3 entradas usando OR-exclusivas de 2 entradas.

a)

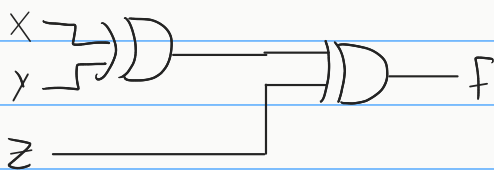
$x$	$y$	$x \oplus y$
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

b)

$$x \cdot y' + x' \cdot y$$



c)



**Ejercicio 4:**

Mostrar que la función NAND (Not AND) es universal en el sentido de que las funciones NOT, AND, OR y NOR se pueden expresar como productos negados. Graficar las implementaciones de las compuertas NOT, AND, OR y NOR con compuertas NAND.

$$NOT = x' = (x \cdot x)' = F \Rightarrow x \Rightarrow \text{NAND} - F$$

$$AND = x \cdot y = (x \cdot y)'' = F \Rightarrow \begin{array}{c} x \\ y \end{array} \Rightarrow \text{NAND} \Rightarrow \text{NAND} - F$$

$$OR = x + y = (x + y)'' = (x' \cdot y')' = F \Rightarrow \begin{array}{c} x \\ y \end{array} \Rightarrow \text{NAND} \Rightarrow \text{NAND} - F$$

$$NOR = (x + y)' = (x + y)''' = (x' \cdot y')'' = F \Rightarrow \begin{array}{c} x \\ y \end{array} \Rightarrow \text{NAND} \Rightarrow \text{NAND} \Rightarrow \text{NAND} - F$$

### Ejercicio 5:

Mostrar que la función NOR (Not OR) es universal en el sentido de que las funciones NOT, OR, AND y NAND se pueden expresar como sumas negadas. Graficar las implementaciones de las compuertas NOT, OR, AND y NAND con compuertas NOR.

$$\text{NOT} = \bar{x} = (x+x)' = F \Rightarrow x \rightarrow \boxed{\text{NOR}} \rightarrow F$$

$$\text{OR} = x+y = (x+y)'' = F \Rightarrow \begin{array}{c} x \\ y \end{array} \rightarrow \text{NOR} \rightarrow \text{NOR} \rightarrow F$$

$$\text{AND} = x.y = (x'+y')' = F \Rightarrow \begin{array}{c} x \rightarrow \text{NOR} \\ y \rightarrow \text{NOR} \end{array} \rightarrow \text{NOR} \rightarrow F$$

$$\text{NAND} = (x.y)' = (x'+y')'' = F \Rightarrow \begin{array}{c} x \rightarrow \text{NOR} \\ y \rightarrow \text{NOR} \end{array} \rightarrow \text{NOR} \rightarrow \boxed{\text{NOR}} \rightarrow F$$