Lautaro Bachmann Tarea 0:

Ejercicio

1. Encontrar números reales a y b tales que
$$\frac{2-i}{3+4i} + i^{25} = a + bi.$$

Para encontrar a y b, primero desarrollaremos todo lo que se pueda el miembro izquierdo de la igualdad.

$25 = 2.12 + 1 \Rightarrow i^{25} = (i^2)^{12} . i^1$ (1)

$i^2 = -1$ (2)

$$\frac{2-i}{3+4i} + i^{25} \overset{(1)}{=} \frac{2-i}{3+4i} + (i^2)^{12} . i^1$$

$$\overset{(2)}{=} \frac{2-i}{3+4i} + (-1)^{12} . i^1 = \frac{2-i}{3+4i} + 1 . i^1$$

$$= \frac{2-i}{3+4i} + i = \frac{2-i}{3+4i} . \frac{3-4i}{3-4i} + i$$

Racionalizamos

$$= \frac{6-8i-3i+4i^2}{3^2-(4i)^2} = \frac{6-11i+4.i^2}{9-16.i^2}$$

$$\overset{(2)}{=} \frac{6-11i+4.(-1)}{9-16.(-1)} = \frac{2-11i}{25}$$

$$= \frac{2}{25} - \frac{11}{25} i$$

$$\therefore \frac{2-i}{3+4i} + i^{25} = \frac{2}{25} - \frac{11}{25} i \Rightarrow \frac{2}{25} - \frac{11}{25} i = a + bi$$

Como $a + bi = c + di \Longleftrightarrow a = c \wedge b = d$

entonces $\frac{2}{25} - \frac{11}{25} i = a + bi \Longleftrightarrow a = \frac{2}{25} \wedge b = \frac{11}{25}$

Por ende, somos capaces de afirmar que los numeros reales que satisfacen la ecuación $\frac{2-i}{3+4i} + i^{25} = a + bi$ son $a = \frac{2}{25}$, $b = \frac{11}{25}$.