2. Calcule los siguientes límites utilizando las propiedades de cálculo de límite.

a) $\lim\limits_{x\to 4}(5x^2-2x+3)$

b) $\lim\limits_{s\to 2}(s^2+1)(s^2+4s)$

c) $\lim\limits_{t\to -1}\dfrac{\sqrt{t^3+3t^2+7}}{t+2}$

d) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+1}{x+1}$

e) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{x+1}$

f) $\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x^2-6x+8}{x^2-5x+4}$

g) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

a) $\lim\limits_{x\to 4}(5x^2-2x+3) = 5\cdot 4^2 - 2\cdot 4 + 3$

$= 5\cdot 16 - 8 + 3$

$= 80 - 5$

$= 75$

c) $\lim\limits_{t\to -1}\dfrac{\sqrt{t^3+3t^2+7}}{t+2} = \dfrac{\sqrt{(-1)^3+3\cdot(-1)^2+7}}{-1+2} = \dfrac{\sqrt{-1+3+7}}{1} = \sqrt{9} = 3$

e) $\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{x^3+1}{x+1} = \lim\limits_{x\to -1}(x+1)^2 = (-1+1)^2$

$= 0^2$

$= 0$

$\dfrac{x^3+1}{x+1} = \dfrac{\cancel{(x+1)}\cdot(x+1)^2}{\cancel{x+1}} = (x+1)^2$

g) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}$

$\dfrac{\sqrt{1+x}-1}{x}\cdot\dfrac{\sqrt{1+x}+1}{\sqrt{1+x}+1}$

$\dfrac{(\sqrt{1+x})^{\cancel{2}} + \cancel{\sqrt{1+x}} - \cancel{\sqrt{1+x}} - 1}{x\cdot(\sqrt{1+x}+1)}$

$\dfrac{\cancel{1}+\cancel{x}^{\,1}-\cancel{1}}{\cancel{x}\cdot(\sqrt{1+x}+1)} = \dfrac{1}{\sqrt{1+x}+1}$

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\sqrt{1+x}+1} = \dfrac{1}{\sqrt{1+0}+1} = \dfrac{1}{\sqrt{1}+1}$

$= \dfrac{1}{1+1} = \dfrac{1}{2}$

3. Dada la siguiente función $f(x)$, calcule los límites laterales e indique si los límites indicados existen:

$$f(x) = \begin{cases} |x| & \text{si} \quad x \leq 0 \\ 9-(x-3)^2 & \text{si} \quad 0 < x < 4 \\ -1 & \text{si} \quad x \geq 4 \end{cases}$$

a) $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$	*c*) $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$	*e*) $\lim\limits_{x\to 4^-} f(x)$
b) $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$	*d*) $\lim\limits_{x\to 4^+} f(x)$	*f*) $\lim\limits_{x\to 4} f(x)$

$$\lim_{x\to 0} f(x) \iff \lim_{x\to 0^+} f(x) = L \quad \wedge \quad \lim_{x\to 0^-} f(x) = L$$

$$\lim_{x\to 0^+} f(x) = \lim_{x\to 0^+} 9-(x-3)^2 = 9-(0-3)^2 = 9-9 = 0$$

$$\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^-} |x| = |0| = 0 \quad \checkmark$$

Como ambos límites laterales son iguales quiere decir que el límite existe.

$$\lim_{x\to 4} f(x) \iff \lim_{x\to 4^+} f(x) = L \quad \wedge \quad \lim_{x\to 4^-} f(x) = L$$

$$\lim_{x\to 4^+} f(x) = \lim_{x\to 4^+} -1 = -1$$

$$\lim_{x\to 4^-} f(x) = \lim_{x\to 4^-} 9-(x-3)^2 = 9-(4-3)^2 = 9-(1)^2 = 9-1 = 8$$

Como los límites laterales son distintos quiere decir que no existe el límite.

4. Dada la siguiente función $g(x)$, calcule los límites laterales y decida si los límites indicados existen:

$$g(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} & \text{si} \quad |x| > 1 \\ -x & \text{si} \quad |x| < 1 \\ 2 & \text{si} \quad |x| = 1 \end{cases}$$

a) $\lim_{x\to 1^+} g(x)$
b) $\lim_{x\to 1^-} g(x)$
c) $\lim_{x\to 1} g(x)$
d) $\lim_{x\to -1^+} g(x)$
e) $\lim_{x\to -1^-} g(x)$
f) $\lim_{x\to -1} g(x)$

$$\lim_{x\to 1} g(x) \iff \lim_{x\to 1^+} g(x) = L \quad \wedge \quad \lim_{x\to 1^-} g(x) = L$$

a) $\lim_{x\to 1^+} g(x) = \lim_{x\to 1^+} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{1^2} = 1$

b) $\lim_{x\to 1^-} g(x) = \lim -x = -1$

c) $\lim_{x\to 1} g(x) = \lim_{x\to 1} 2 = 2$

No existe el límite, ya que los límites laterales no coinciden entre sí ni tampoco con el límite cuando x tiende a 1.

---

d) $\lim_{x\to -1^+} g(x) = \lim_{x\to -1^+} \frac{1}{x^2} = \frac{1}{(-1)^2} = 1$

$\lim_{x\to -1^-} g(x) = \lim_{x\to -1^-} -x = -(-1) = 1$

$\lim_{x\to -1} g(x) = \lim_{x\to -1} 2 = 2$

Los límites laterales coinciden, sin embargo, son distintos al límite cuando x tiende a -1. ∴ El límite no existe.