

Ejercicios 3.5

1. Sea \mathbb{Z} el conjunto de los números enteros, se define la relación $R(x, y)$ por medio la función proposicional "x es múltiplo de y". Representar cada una de las siguientes frases utilizando cuantificadores.

- a) Algún número entero es múltiplo de 2020.
- b) 2020 es múltiplo de algún número entero.
- c) Todos los múltiplos de 170 son múltiplos de 17.
- d) Algún múltiplo de 11 es múltiplo de 27
- e) Todos los números enteros son múltiplos de 1.
- f) Existe al menos un número entero que es múltiplo de 3, 5, 11 y 17, en simultaneo.

a) $\exists x \in \mathbb{Z} | R(x, 2020)$

b) $\exists x \in \mathbb{Z} | R(2020, x)$

c) $\forall x \in \mathbb{Z} | R(170, 17)$ Incorrecto

Corrección:

$\forall x \in \mathbb{Z}, (R(x, 170) \Rightarrow R(x, 17))$

d) $\exists x \in \mathbb{Z} | R(11, 27)$

e) $\exists x \in \mathbb{Z} | R(x, \{3, 5, 11, 17\})$

2. Analizar el valor de verdad de cada una de las siguientes proposiciones.

a) $\forall x \in \mathbb{Z}, x^2 > 0$.

c) $\forall x \in \mathbb{N}, (\exists y \in \mathbb{N} \mid x < y)$.

b) $\forall x \in \mathbb{Z}, (x \in \mathbb{N} \vee x \leq 0)$.

d) $\exists y \in \mathbb{Z} \mid (\forall x \in \mathbb{N}, y < x)$.

a) F. Ya que $0^2 = 0$

b) V.

c) Incorrecto

F. Ya que no hay un número menor al 1 en el mundo de los naturales.

Corrección:

V. Es verdadero ya que se puede interpretar que $x < y$ puede ser representado como $x < x + 1$ y en tal caso la regla se cumpliría con todos los naturales.

d) V.

3. Calcular la negación de cada una de las siguientes proposiciones.

a) $\exists x \in \mathbb{R} \mid x > \sqrt{\pi}$.

c) $\forall x \in \mathbb{Q}, (\exists y \in \mathbb{Q} \mid xy = 1)$.

b) $\forall x \in \mathbb{Q}, 1/x \in \mathbb{Q}$.

d) $\exists x \in \mathbb{Q} \mid (\forall y \in \mathbb{Q}, xy = x)$.

- a) $\forall x \in \mathbb{R} | \neg(x > \sqrt{\pi})$
- b) $\exists x \in \mathbb{Q}, \neg(1/x \in \mathbb{Q})$
- c) $\exists x \in \mathbb{Q}, (\forall y \in \mathbb{Q} | \neg(xy = 1))$
- d) $\forall x \in \mathbb{Q} | (\exists y \in \mathbb{Q}, \neg(xy = x))$

4. Sobre renombre de variables cuantificadas:

- a) Renombrar x por z en $\exists x \in \mathbb{R} | x > \sqrt{\pi}$.
- b) Renombrar x por i e y por j en $\exists x \in \mathbb{Q} | (\forall y \in \mathbb{Q}, xy = x)$.
- c) Renombrar x por z e y por x en $\exists x \in \mathbb{Q} | (\forall y \in \mathbb{Q}, xy = x)$.

- a) $\exists z \in \mathbb{R} | z > \sqrt{\pi}$
- b) $\exists i \in \mathbb{Q} | (\forall j \in \mathbb{Q}, ij = i)$
- c) $\exists z \in \mathbb{Q} | (\forall x \in \mathbb{Q}, zx = z)$