ANÁLISIS MATEMÁTICO II (LC) - CÁLCULO II (LMA)
Examen Final 20 de diciembre de 2021

Ejercicio 1 *(20 pts.)* Sea D la región comprendida entre las funciones $g(x) = x^2 - 1$ y $h(x) = 1 - x^2$.

(a) Dibuje la región D y calcule su área.

(b) Calcule la siguiente integral doble $\displaystyle\int\int_D x^2\, y\, dx\, dy$.

Ejercicio 2 *(20 pts.)*

(a) Sea S la superficie de nivel en $\mathbb{R}^3$ dada por la ecuación $x^2 - 2y^2 - 3z^2 + xyz = 4$ y sea $P_0 = (3, -2, -1)$. Obtener la ecuación normal del plano Π_0 tangente a S en P_0.

(b) Considere el plano Π_1 definido por la ecuación $x + y + z = 1$. Calcule el ángulo α entre los planos Π_0 y Π_1. *(Basta con dejar expresada la fórmula)*

Ejercicio 3 *(20 pts.)*

(a) Encuentre el conjunto de todos los números reales t_0 para los cuales la serie $\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2^n} e^{t_0 n}$ converge.

(b) Represente la función $f(x) = \dfrac{1}{(x-5)^2}$ como una serie de potencias centrada en $a = 0$ y halle su radio de convergencia.

Ejercicio 4 *(20 pts.)* Considere la función $f(x, y) = x^2 - 2xy^2$.

(a) Determine en qué direcciones v y w hay que moverse, partiendo del punto $p = (0, 1)$, para lograr la más alta tasa y la más baja tasa de crecimiento de f, respectivamente. Luego, calcule $D_v f(p)$ y $D_w f(p)$.

(b) Sea $h(t) = f(2 + 3t^2 u_1, 3 + t u_2)$, donde $u = (u_1, u_2)$ es un vector unitario. Use la regla de la cadena y encuentre la dirección u para la cual la derivada $h'(0)$ es máxima.

Ejercicio 5 *(20 pts.)*

(a) Sean $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ una función y $T_{n,a}$ su polinomio de Taylor de orden n centrado en a. De la fórmula de Lagrange para el resto de orden n (enuncie claramente las hipótesis que debe satisfacer f).

(b) De la definición de serie absolutamente convergente, de serie condicionalmente convergente y de serie divergente.

La resolución de cada ejercicio debe ser subida por separada. En total debe subir 6 archivos en formato pdf (1 por cada ejercicio y 1 correspondiente a la Declaración Jurada).

Ejercicio 6 solo para alumna/os libres. *(20 pts.)*

Elija **la o las** opciones **correctas**. Sea $h(t) = 2 + (t+1)^2 + (t-1)^3$. Entonces, el polinomio de Taylor de orden 4 y centrado en $a = 0$ de f es :

- $T_{4,0}(t) = 2 + 5t - 4t^2 + 6t^3 + t^4$
- $T_{4,0}(t) = 2 + 5t - 4t^2 + 6t^3$
- $T_{4,0}(t) = 2 + 5t - 2t^2 + t^3 + t^4$
- $T_{4,0}(t) = 2 + 5t - 2t^2 + t^3$
- ninguna de las anteriores

Este cuestionario debe ser resuelto en el Aula Virtual (no es necesario subir archivos de la resolución).