Práctica Inducción

$S(n)$ = Suma de todos los enteros positivos hasta n

Hipotesis inductiva: $S(n) = \frac{n(n+1)}{2}$

Caso base: $S(1) = 1$, ya que 1 es el primer entero positivo.

Entonces, para demostrar que la formula funciona con 1 (caso base) es necesario reemplazar n por 1 en la formula.

$$\frac{1(1+1)}{2} = 1 \Rightarrow \frac{1(2)}{2} = 1$$

$$\frac{\cancel{2}^{1}}{\cancel{2}_{1}} = 1 \Rightarrow 1 = 1$$

La igualdad se cumple y por ende queda demostrado el caso base.

Hipotesis Inductiva:

Si suponemos que la propiedad se cumple también para $S(k)$, entonces esta también debe cumplirse para su sucesor, es decir $S(k+1)$. Por lo tanto...

$$S(k) + (k+1) = S(k+1)$$

$$\frac{k(k+1)}{2} + \frac{k+1}{1} = \frac{(k+1)((k+1)+1)}{2}$$

$$\frac{k(k+1) + 2.(k+1)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

$$\frac{(k+1).(k+2)}{2} = \frac{(k+1)(k+2)}{2}$$

Al quedar demostrado la igualdad, es posible afirmar que la propiedad se cumple para todo entero positivo.