Lautaro Bachmann

1) b) Supongamos que $\sqrt[3]{75} = \frac{m}{n}$ con $m, n \in \mathbb{N}$

$$\sqrt[3]{75} = \frac{m}{n} \Rightarrow \left(\sqrt[3]{75}\right)^3 = \left(\frac{m}{n}\right)^3 \Rightarrow 75 = \frac{m^3}{n^3}$$

$$\Rightarrow 75 . n^3 = m^3$$

Como la factorización en primos es única, para que $75.n^3$ sea igual a m^3, sus factorizaciones primas deben de ser iguales.

$$75 = 3.25 = 3.5^2$$

$$n = p_1^{f_1} \cdot p_2^{f_2} \cdots p_k^{f_k} \Rightarrow n^3 = p_1^{3.f_1} \cdot p_2^{3f_2} \cdots p_k^{3f_k} \Rightarrow 75.n^3 = 3^{3f_1+1} . 5^{3f_2+2} \cdot p_3^{3f} \cdots p_k^{3f_k}$$

$$m = p_1^{e_1} \cdot p_2^{e_2} \cdots p_k^{e_k} \Rightarrow m^3 = p_1^{3.e_1} \cdot p_2^{3.e_2} \cdots p_k^{3.e_k}$$

Para que las factorizaciones primas sean iguales, el exponente al que se eleva cada factor tiene que ser el mismo, sin embargo, en este caso sucede que $3f_1 + 1 = 3e_1$ y $3f_2 + 2 = 3e_2$, lo cual es <u>absurdo</u>, ya que $3 \mid 3e_1$ pero $3 \nmid 3.f_1+1$ $(3f_1+1 \not\equiv 0 \pmod 3)$ y $3 \mid 3.e_2$ pero $3 \nmid 3.f_2+2$, osea $3f_2+2 \not\equiv 0 \pmod 3$.

$\therefore$ Como en base de asumir que $\sqrt[3]{75}$ es un número racional, llegamos a un absurdo, queda demostrado que $\sqrt[3]{75}$ es irracional.

Lautaro Bechmann 44.390.167

Prefinal Discreta:

2) Sea $P(n) = "\sum_{i=1}^{n} 4i-3 = n(2n-1)"$

Caso base: Veamos si $P(1)$ se cumple.

$$\sum_{i=1}^{1} 4i-3 = 1(2.1-1)$$

$$\sum_{i=1}^{1} 4i-3 = 2-1$$

$$4.1-3 = 1$$

$$1 = 1$$

Caso inductivo:

Supongamos que $P(K)$ se cumple para cierto $K \in \mathbb{N}$

$\therefore \quad P(K) \Rightarrow P(K+1)$

es decir, $\sum_{i=1}^{K} 4i-3 = K(2K-1) \Rightarrow \sum_{i=1}^{K+1} 4i-3 = (K+1)(2(K+1)-1)$

$$\sum_{i=1}^{K+1} 4i-3 = (K+1)(2.(K+1)-1)$$

$\sum_{i=1}^{K+1-1} 4i-3 + 4(K+1)-3 = (K+1)(2K+2-1)$ Def. Rec. Sumatoria

$\underline{\sum_{i=1}^{K} 4i-3} + 4(K+1)-3 = (K+1)(2K+1)$ Por HI, distrib.

$K(2K-1) + 4(K+1)-3 = 2K^2+K+2K+1$ distrib.

$2K^2-K+4K+4-3 = 2K^2+3K+1$

$2K^2+3K+1 = 2K^2+3K+1$

↓

Lautaro Bachmann

$\therefore$ Por principio de inducción queda demostrado que $P(K)$ se cumple para todo $K \in \mathbb{N}$.

3) a) Para saber la cantidad de contraseñas posibles de longitud 13, podemos usar una selección ordenada con repetición, con $n = 26 + 10 = 36$ y $m = 13$, ya que es el número de elecciones a realizar.

$$n^m \Rightarrow 36^{13}$$

$\therefore$ la cantidad de contraseñas que es posible hacer es de 36^{13}.

b) Ahora es necesario realizar 2 selecciones ordenadas con repetición, una para los 9 dígitos y otra para las 4 letras.

Formas de elegir 9 dígitos: 10^9, ya que $n = 10$ y $m = 9$
Formas de elegir 4 letras: 26^4, ya que $n = 26$ y $m = 4$

$\therefore$ se pueden hacer $10^9 \cdot 26^4$ contraseñas posibles de 9 dígitos y 4 letras.

c) Primero veamos las permutaciones de 04005401, teniendo en cuenta que es necesario descartar las permutaciones para los dígitos que se repiten, es decir, el 0 y el 4, que se repiten 4 y 2 veces, respectivamente.

permutaciones de 04005401: $\dfrac{8!}{4!\,2!}$

Formas de elegir 3 letras: 26^3

$\therefore$ La cantidad de contraseñas con esas características que es posible hacer es de $\dfrac{8!}{4!\,2!} \cdot 26^3$.

Lautaro Bachmann 44390167

4) Primero pasemos los números a base 10:

$(1733)_8 = 1.8^3 + 7.8^2 + 3.8^1 + 3.8^0$

$8.8.8 + 7.64 + 24 + 3.1$

$64.8 + 448 + 24 + 3$

$512 + 448 + 27$

$$\begin{array}{r} 64 \\ \times 8 \\ \hline 512 \end{array} \quad \begin{array}{r} 64 \\ \times 7 \\ \hline 448 \end{array} \quad \begin{array}{r} 512 \\ +\,448 \\ 27 \\ \hline 987 \end{array}$$

$(1733)_8 = 987$

$(4320)_5 = 4.5^3 + 3.5^2 + 2.5^1 + 0.5^0$

$4.125 + 3.25 + 10 + 0$

$500 + 75 + 10$

$500 + 85$

585

$$\begin{array}{r} 125 \\ \times 4 \\ \hline 500 \end{array}$$

$(4320)_5 = 585$

Ahora calculemos:

$(1733)_8 + (4320)_5$

$987 + 585$

1572

$$\begin{array}{r} 987 \\ +\,585 \\ \hline 1572 \end{array}$$

Ahora expresemoslo en base 6:

$1572 = 6.262 + 0$

$262 = 6.43 + 4$

$43 = 6.7 + 1$

$7 = 6.1 + 1 \Rightarrow 1 = 6.0 + 1$

$$\begin{array}{l|l} 1572 & 6 \\ \hline 36 & 262 \\ 12 & \\ 0 & \end{array} \quad \begin{array}{l|l} 262 & 6 \\ \hline 22 & 43 \\ 4 & \end{array}$$

Lautaro Bachmann

$\therefore \quad 1572 = (11140)_6$

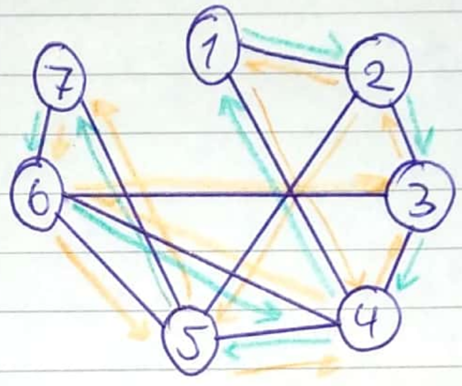
Verifiquemos:

$$(11140)_6 = 1.6^4 + 1.6^3 + 1.6^2 + 4.6^1 + 0.6^0$$
$$36.36 + 36.6 + 36 + 24 + 0$$
$$1296 + 216 + 60$$
$$1296 + 276$$
$$1572 \checkmark$$

$$\begin{array}{r} 36 \\ \times 36 \\ \hline 216 \\ 108 \\ \hline 1296 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 1296 \\ +\ 276 \\ \hline 1572 \end{array}$$

Lautaro Bachmann

6) Grafiquemos el grafo:



a) Existe el siguiente ciclo hamiltoniano: 1,2,3,4,5,7,6,4,1
ya que pasa por todos los vertices y termina donde comenzó.

b) El grafo posee la siguiente caminata: 2,1,4,3,2,5,7,6,5,4,6,3
∴ el grafo tiene una caminata euleriana, ya que se usan todas sus aristas exactamente 1 vez.