

# Limites

## Definicion

informal

Si al acercarnos a un valor de  $x=a$ , la funcion se acerca a un valor  $L$

el límite de  $f(x)$  es  $L$  cuando  $x$  tiende a  $a$

Notacion

$$\epsilon = 0.1$$

Formal

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

$$\forall \epsilon > 0, \exists \delta > 0 / \text{si } 0 < |x - a| < \delta$$

$\Rightarrow$

$$|f(x) - L| < \epsilon$$

## Propiedades

$$f(x) = c$$

$\Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = c$$

$$f(x) = cx$$

$\Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = ca$$

$$f(x) \leq g(x)$$

$\Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) \leq \lim_{x \rightarrow a} g(x)$$

$$f(x) \leq g(x) \leq h(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = L$$

$\Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = L$$

Subtopic 1

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L \wedge \lim_{x \rightarrow a} g(x) = M$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f + g)(x) = L + M$$

$$\lim_{x \rightarrow a} (f \cdot g)(x) = L \cdot M$$

$$M \neq 0$$

$\Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow a} \left( \frac{f}{g} \right)(x) = \frac{L}{M}$$

$$n \in \mathbb{N}$$

$\Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow a} \sqrt[n]{f(x)} = \sqrt[n]{L}$$

### Con polinomios

$$\lim_{x \rightarrow a} p(x) = p(a)$$

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)} \wedge q(a) \neq 0$$

$\Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \frac{p(a)}{q(a)}$$

$$f(x) = \sqrt[n]{p(x)}$$

$\Rightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \sqrt[n]{p(a)}$$

## Laterales

Notación

Por derecha

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$

Por izquierda

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$$

Teorema

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = L$$

$\Leftrightarrow$

$$\lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = L$$

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = L$$