Ejercicios análisis Guia 2

1. Determine el dominio de las siguientes funciones:

a) $g(x) = \dfrac{2}{3x-5}$

b) $f(x) = \sqrt{1-x^2}$

c) $f(x) = 1 - \sqrt{x}$

d) $g(x) = \dfrac{x^4}{x^2+x-6}$

$\boxed{A = \mathbb{R}}$

a) $Dom(g) = \{x \in A \mid 3x-5 \neq 0\}$

$Dom(g) = \{x \in A \mid x \neq \frac{5}{3}\}$

$3x-5=0$

$3x=5$

$x = \frac{5}{3}$

b) $Dom(f) = \{x \in A \mid 1-x^2 \geq 0\}$

$Dom(f) = \{x \in A \mid x \in [-1,1]\}$

$1-x^2 \geq 0$

$1 \geq x^2$

$1 \geq |x|$

$|x| \leq 1$

$-1 \leq x \leq 1$

$[-1,1]$

c) $Dom(f) = \{x \in A \mid x \geq 0\}$

d) $Dom(f) = \{x \in A \mid x^2+x-6 \neq 0\}$

$x^2+x-6 = 0$

$(x+3).(x-2) = 0$

Para que la igualdad se cumpla 1 de los factores debe ser 0 por lo tanto las raices son

$x_1 = 2$, $x_2 = -3$

$Dom(f) = \{x \in A \mid x \neq 2 \wedge x \neq -3\}$

2. Encuentre las ecuaciones de las rectas, con las condiciones especificadas en cada ítem, y grafíquelas:

a) Tiene pendiente igual a 3 y pasa por el punto (-2, 7).

b) Pasa por los puntos (-2, 6) y (3,-5).

c) Tiene pendiente igual a 0 e intersección con el eje y igual a -5.

d) Tiene pendiente igual a -3 e intersección con el eje y igual a 0.

e) Pasa por el punto (1,-4) y es paralela a la recta $x + 5y + 19 = 0$.

f) Pasa por el punto (3,-2) y es perpendicular a la recta $2x + 3y + 4 = 0$.

a) $a = 3 \qquad x_1 = -2,\ y_1 = 7$

$$y = a(x - x_1) + y_1$$
$$y = 3(x - (-2)) + 7$$
$$y = 3(x + 2) + 7$$
$$y = 3x + 6 + 7$$
$$y = 3x + 13$$

c) $a = 0 \qquad x_1 = 0,\ y_1 = -5$

$$y = 0(x - 0) - 5$$
$$y = -5$$

e) $x_1 = 1,\ y_1 = -4$

Al ser paralela a la recta comparte su misma pendiente $\therefore$ sabemos que $a = -\frac{1}{5}$

$$0 = x + 5y + 19$$
$$-5y = x + 19$$
$$y = \frac{x + 19}{-5}$$
$$y = -\frac{x}{5} - \frac{19}{5}$$

$$y = a(x - x_1) + y_1$$
$$y = -\frac{1}{5}(x - 1) - 4$$
$$y = -\frac{1}{5}x + \frac{1}{5} - \frac{4}{1}$$
$$y = -\frac{1}{5}x + \frac{1 - 20}{5}$$
$$y = -\frac{1}{5}x - \frac{19}{5}$$

Ambas rectas son identicas

3. Esboce la gráfica de las siguientes funciones:

a) $f(x) = \begin{cases} x & x \leq 0 \\ x+1 & x > 0 \end{cases}$

b) $f(x) = \begin{cases} |x| & |x| \leq 1 \\ 1 & |x| > 1 \end{cases}$

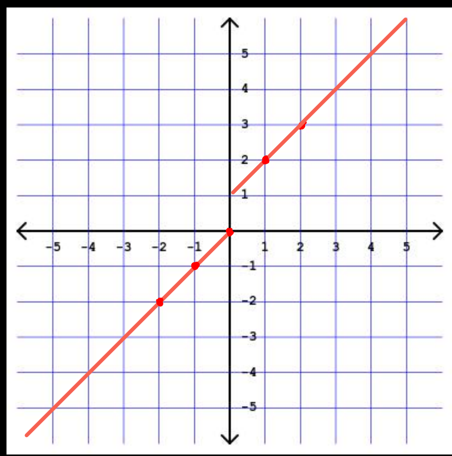
c) $f(x) = \begin{cases} \sqrt{-x} & x < 0 \\ x & 0 \leq x \leq 2 \\ \sqrt{x-2} & x > 2 \end{cases}$

d) $f(x) = \dfrac{1}{x-1}$

e) $f(x) = \begin{cases} 1-|x-1| & 0 \leq x \leq 2 \\ 0 & x < 0 \text{ ó } x > 2 \end{cases}$

a)

x	$f(x)$
-2	-2
-1	-1
0	0
1	$1+1=2$
2	$2+1=3$



4. Considere un triángulo isósceles cuyos lados iguales valen 10 m.

a) Exprese la superficie del triángulo como función de la base.

b) Identifique el dominio de la función.

a) $f(b) = \dfrac{b \cdot \left(\sqrt{10^2 - \frac{b^2}{4}}\right)}{2}$

$\mathrm{Dom}(f) = \left\{ x \in \mathbb{R} \mid 10^2 - \frac{b^2}{4} \geq 0 \right\}$

$10^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2 \geq 0$

$\left(10 + \frac{b}{2}\right) \cdot \left(10 - \frac{b}{2}\right) \geq 0$

$\downarrow$

$$\left(10+\frac{b}{2}\right)\cdot\left(10-\frac{b}{2}\right) \geq 0$$

$$\left(10+\frac{b}{2}\right) \geq 0 \;\wedge\; \left(10-\frac{b}{2}\right) \geq 0 \quad \vee \quad \left(10+\frac{b}{2}\right) \leq 0 \;\wedge\; \left(10-\frac{b}{2}\right) \leq 0$$

$$\frac{b}{2} \geq -10 \;\wedge\; -\frac{b}{2} \geq -10 \quad \vee \quad \frac{b}{2} \leq -10 \;\wedge\; -\frac{b}{2} \leq -10$$

$$b \geq -10.2 \;\wedge\; -b \geq -10.2 \quad \vee \quad b \leq -10.2 \;\wedge\; -b \leq -10.2$$

$$b \geq -20 \;\wedge\; b \leq 20 \quad \vee \quad b \leq -20 \;\wedge\; b \geq 20$$

$$[-20,\infty) \cap (-\infty, 20] \quad \cup \quad (-\infty,-20] \cap [20,\infty)$$

$$[-20, 20] \quad \cup \quad \emptyset$$

$$b \in [-20, 20]$$

$$\mathrm{Dom}(f) = \{ x \in \mathbb{R} \mid b \in [-20, 20] \}$$

5. Determine el dominio, contradominio y trace la gráfica de

a) $g(x) = \sqrt{6-2x}$

b) $h(x) = |2x-3|$

a) $\text{Dom}(g) = \{ x \in \mathbb{R} \mid 6-2x \geq 0 \}$

$\text{Dom}(g) = \{ x \in \mathbb{R} \mid x \leq 3 \}$

$\text{Im}(g) = \{ y \in \mathbb{R} \mid \exists x \in \mathbb{R}, g(x) = y \}$

$\text{Im}(g) = \{ y \in \mathbb{R} \mid y \leq 3 \}$

$6-2x \geq 0$

$6 \geq 2x$

$\frac{6}{\cancel{2}} \geq x$

$3 \geq x$

$x \leq 3$

$(\infty, 3]$