(7) Analizar la validez de las siguientes afirmaciones:

a) $(2^{2^n})^{2^k} = 2^{2^{n+k}}$, $n, k \in \mathbb{N}$.

b) $(2^n)^2 = 4^n$, $n \in \mathbb{N}$.

c) $2^{7+11} = 2^7 + 2^{11}$.

a) Sea $P(n) =$ " $(2^{2^n})^{2^k} = 2^{2^{n+k}}$ "

Veamos si $P(1)$ es cierta.

$$\left(2^{2^1}\right)^{2^k} = 2^{2^{1+k}}$$

$$2^{2^1 \cdot 2^k} = 2^{2^{1+k}}$$

$$2^{2^{1+k}} = 2^{2^{1+k}}$$

$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$

Hipótesis Inductiva: $P(J) =$ " $(2^{2^J})^{2^k} = 2^{2^{J+k}}$ "

Supongamos que para cierto $J \in \mathbb{N}$ se cumple $P(J)$

$\therefore$ si $P(J)$ es verdadero $\Rightarrow P(J+1)$ también lo es.

$$\left(2^{2^{J+1}}\right)^{2^k} = 2^{2^{J+1+k}}$$

$$2^{2^{J+1} \cdot 2^k} = 2^{2^{J+1+k}}$$

$$2^{2^{J+1+k}} = 2^{2^{J+1+k}}$$

$(x^n)^m = x^{n \cdot m}$

$x^n \cdot x^m = x^{n+m}$

Como se comprobó que la anterior igualdad es verdadera, podemos afirmar que P(j+1) es verdadera.
Teniendo en cuenta este hecho y el principio de induccion, somos capaces de confirmar que P(j) se cumple para todo $j \in \mathbb{N}$