Lautaro Bachmann

Ejercicio 2:

a) I) $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ → (Este ejercicio lo hago en la sig. hoja)

II) $\lim_{x \to 1} \frac{sen(Ln(x))}{Ln(x^3)}$

II) $\lim_{x \to 1} \frac{sen(Ln(x))}{3 . Ln(x)} = \frac{sen(Ln(1))}{3 . Ln(1)} = \frac{sen(0)}{3 . 0}$ → Indeterminación

Uso L'Hopital:

$$\lim_{x \to 1} \frac{sen(Ln(x))}{Ln(x^3)} = \lim_{x \to 1} \frac{cos(Ln(x)) . (Ln(x))'}{\frac{1}{x^3} . (x^3)'}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{cos(Ln(x)) . \frac{1}{x}}{\frac{3x^2}{x^3}} = \lim_{x \to 1} \frac{cos(Ln(x))}{\cancel{x}} . \frac{x^{\cancel{3}}}{3x^2}$$

$$= \lim_{x \to 1} \frac{cos(Ln(x)) . \cancel{x^2}}{3\cancel{x^2}} = \lim_{x \to 1} \frac{cos(Ln(x))}{3} = \frac{cos(Ln(1))}{3}$$

$$= \frac{cos(0)}{3} = \frac{1}{3}$$

Escaneado con CamScanner

1) $\lim_{x \to \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^x = \cancel{\left(1 + \frac{1}{\infty}\right)^{\infty} = (1+0)^{\infty} = 1^{\infty} = 1}$

$= \cancel{\lim_{x \to \infty} \left[\frac{1}{x} \cdot (x+1)\right]^{x}}$

$= \left(1 + \frac{1}{\infty}\right)^{\infty} = (1+0)^{\infty} = 1^{\infty} = 1$

Lautaro Bachmann

8)
$$g(x)\begin{cases} \dfrac{c}{x+1} & \text{si } x<-3 \\ 1 & \text{si } x=-3 \\ c^2+3(x+2) & \text{si } -3<x \end{cases}$$

Para calcular el valor de la constante c veamos los limites laterales cuando $x \to -3$

$$\lim_{x\to -3} g(x) = L \iff \lim_{x\to -3^-} g(x) = L \ \wedge \ \lim_{x\to -3^+} g(x) = L$$

$$\lim_{x\to -3^-} g(x) = \lim_{x\to -3^-} \frac{c}{x+1} = \frac{c}{-3+1} = \frac{c}{-2}$$

$$\lim_{x\to -3^+} g(x) = \lim_{x\to -3^+} c^2+3(x+2) = c^2+3.(-3+2)$$

$$= c^2+3.(-1) = c^2-3$$

~~Igualemos~~ los resultados:

$$\frac{c}{-2} = c^2-3 \Rightarrow c = (c^2-3).-2 \Rightarrow c = -2.c^2+6$$

$$\Rightarrow c+2.c^2 = 6 \Rightarrow c.(1+2.c)$$

$\frac{c}{-2} = 1 \Rightarrow c = 1 \cdot -2 \Rightarrow c = -2$

$\cancel{c+3} \cdot c^2 - 3 = 1 \Rightarrow c^2 = 1+3 \Rightarrow c^2 = 4 \Rightarrow c = \sqrt{4}$

$\Rightarrow c = \pm 2 \Rightarrow c = -2$

Por ende, el valor de c debe ser igual a -2 para que $g(x)$ resulte continuo.

c) i) Sea $f(x)$ continua en $[a,b]$

$\exists x_1, x_2 \in [a,b] \,/\, f(x_1) \leq f(x) \leq f(x_2) \;\; \forall x \in [a,b]$

En otras palabras, siempre es posible hallar un máximo y un mínimo (si se cumple la hipótesis).

ii) Veamos los puntos críticos de la función.

$\cancel{f(x) = f(x^2)}$

$2x+1=0 \Rightarrow 2x=-1 \Rightarrow x = \frac{-1}{2}$

~~Veamos cuando se hace 0 la funcion:~~

$\cancel{x^2 + x - 2 = (x+2)(x-1)} \Rightarrow x_1 = -2,\; x_2 = 1$

~~Probemos~~

Calculemos $f'(x)$:

$f'(x) = |(x^2)' + (x)' - (2)'| = |2x + 1 - 0| = |2x+1|$

Solo se hace 0 en $x = \frac{-1}{2}$, en el intervalo que estamos trabajando

Lautaro Bachmann

Ahora evaluemos la funcion en los extremos y puntos criticos del intervalo:

$$f(-1) = |(-1)^2 + (-1) - 2| = |1 - 1 - 2| = 2$$

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left|\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\frac{1}{2}\right) - 2\right| = \left|\frac{1}{4} - \frac{1}{2} - \frac{2}{1}\right| = \left|\frac{1-2-8}{4}\right| = \left|-\frac{9}{4}\right|$$

$$= \frac{9}{4}$$

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = \left|\left(\frac{3}{2}\right)^2 + \frac{3}{2} - 2\right| = \left|\frac{9}{4} + \frac{3}{2} - 2\right| = \left|\frac{9+6-8}{4}\right|$$

$$= \left|\frac{7}{4}\right| = \frac{7}{4}$$

Por ende, el maximo absoluto es $(-1, 2)$, y el minimo absoluto es $\left(\frac{3}{2}, \frac{7}{4}\right)$ (disculpe la improlijidad)

Es, decir, 2 es el máximo y $\frac{7}{4}$ es el mínimo, en el intervalo $\left[-1, \frac{3}{2}\right]$