

## Contents

Complejidad de Edmonds-Karp . . . . .	1
Teorema de Edmonds-Karp . . . . .	1
Lados críticos . . . . .	1
Definición . . . . .	1
distancias . . . . .	2
Definición . . . . .	2
Notación . . . . .	2
Es decir, . . . . .	2
Definición . . . . .	2
Observación trivial: . . . . .	2
Lema de las distancias . . . . .	2
Existencia de flujos maximales . . . . .	3

## Complejidad de Edmonds-Karp

### Teorema de Edmonds-Karp

La complejidad del algoritmo de Edmonds-Karp es  $O(nm^2)$

### Lados críticos

#### Definición

Diremos que un llado  $u \rightarrow xy$  **se vuelve crítico** durante la construcción de uno de los flujos intermedios (digamos,  $f_{k+1}$ ) si para la construcción de  $f_{k+1}$  pasa una de las dos cosas siguientes:

- 1 Se usa el lado en forma forward, saturandolo (es decir  $f_k(u \rightarrow xy) < c(u \rightarrow xy)$ , pero luego  $f_{k+1}(u \rightarrow xy) = c(u \rightarrow xy)$ )
- 2 O se usa el lado en forma backward, vaciandolo (es decir  $f_k(u \rightarrow xy) > 0$  pero  $f_{k+1}(u \rightarrow xy) = 0$ ).

## distancias

### Definición

Dados vértices  $x, z$  y flujo  $f$  definimos a **la distancia entre  $x$  y  $z$  relativa a  $f$**  como la longitud del menor  $f$ -camino aumentante entre  $x$  y  $z$ , si es que existe tal camino, o infinito si no existe o 0 si  $x = z$ . **La denotaremos como  $df(x, z)$ .**

### Notación

Dado un vértice  $x$  denotamos

$$dk(x) = dfk(s, x)$$

y

$$bk(x) = dfk(x, t).$$

### Es decir,

$dk(x)$  es la longitud del menor  $f$ k-camino aumentante entre  $s$  y  $x$  y  $b_k(x)$  es la longitud del menor  $f$ k-camino aumentante entre  $x$  y  $t$ .

### Definición

Dado un flujo  $f$  y un vértice  $x$ , diremos que un vértice  $z$  es un **vécino  $f$ FF** de  $x$  si pasa alguna de las siguientes condiciones:

- $\rightarrow xz \in E$  y  $f(\rightarrow xz) < c(\rightarrow xz)$  o:
- $\rightarrow zx \in E$  y  $f(\rightarrow zx) > 0$ .

### Observación trivial:

Si  $z$  es un  $f$ kFF vecino de  $x$ , entonces  $dk(z) \leq dk(x) + 1$

### Lema de las distancias

Las distancias definidas anteriormente no disminuyen a medida que  $k$  crece. Es decir,  $dk(x) \leq dk+1(x)$  y  $b_k(x) \leq b_{k+1}(x) \forall x$

## **Existencia de flujos maximales**

Dado que hemos probado que Edmonds-Karp siempre termina, y dado que produce un flujo maximal,

entonces tambien hemos probado que en todo network siempre existe al menos un flujo maximal.