

Contents

Complejidad de Edmonds-Karp	1
Teorema de Edmonds-Karp	1
Lados críticos	1
Definición	1
distancias	3
Definición	3
Notación	3
Es decir,	3
Definición	4
Observación trivial:	4
Lema de las distancias	4
Existencia de flujos maximales	4

Complejidad de Edmonds-Karp

Teorema de Edmonds-Karp

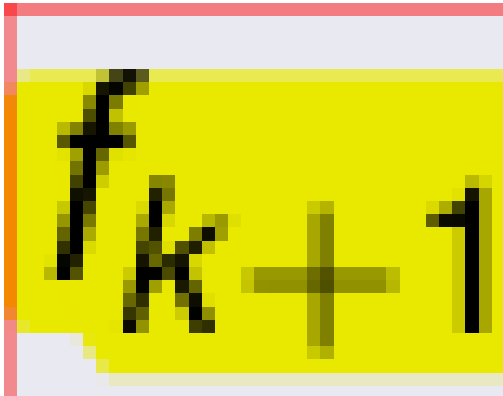
La complejidad del algoritmo de Edmonds-Karp es $O(nm^2)$

Lados críticos

Definición



Diremos que un llado $\rightarrow xy$ **se vuelve crítico** durante la construcción de uno de los flujos intermedios (digamos, f_{k+1}) si para la construcción de f_{k+1} pasa una de las dos cosas siguientes:



1 Se usa el lado en forma forward, saturandolo (es decir

$$f_k(\overrightarrow{xy}) < c(\overrightarrow{xy})$$

$$f_{k+1}(\overrightarrow{xy}) = c(\overrightarrow{xy})$$

$f_k(\rightarrow xy) < c(\rightarrow xy)$, pero luego $f_{k+1}(\rightarrow xy) = c(\rightarrow xy)$)

2 O se usa el lado en forma backward, vaciandolo (es decir

$$\begin{array}{c} \xrightarrow{\quad} \\ f_k(xy) > 0 \\ \hline \xrightarrow{\quad} \\ f_{k+1}(xy) = 0 \end{array}$$

$f_k(- \rightarrow xy) > 0$ pero $f_{k+1}(- \rightarrow xy) = 0$.

distancias

Definición

Dados vértices x, z y flujo f definimos a **la distancia entre x y z relativa a f** como la longitud del menor f -camino aumentante entre x y z , si es que existe tal camino, o infinito si no existe o 0 si $x = z$. **La denotaremos como $df(x, z)$.**

Notación

Dado un vértice x denotamos

$$d_k(x) = d_{f_k}(s, x)$$

$$dk(x) = dfk(s, x)$$

y

$$b_k(x) = d_{f_k}(x, t).$$

$$bk(x) = dfk(x, t).$$

Es decir,

$dk(x)$ es la longitud del menor f_k -camino aumentante entre s y x y $b_k(x)$ es la longitud del menor f_k -camino aumentante entre x y t .

Definición

Dado un flujo f y un vértice x , diremos que un vértice z es un vecino fFF de x si pasa alguna de las siguientes condiciones:

$$\overrightarrow{xz} \in E \text{ y } f(\overrightarrow{xz}) < c(\overrightarrow{xz}) \text{ o:}$$

$$\overleftarrow{xz} \in E \text{ y } f(\overleftarrow{xz}) < c(\overleftarrow{xz}) \text{ o:}$$

$$\overrightarrow{zx} \in E \text{ y } f(\overrightarrow{zx}) > 0.$$

$$\overleftarrow{zx} \in E \text{ y } f(\overleftarrow{zx}) > 0.$$

Observación trivial:

Si z es un fFF vecino de x , entonces $dk(z) \leq dk(x) + 1$

Lema de las distancias

Las distancias definidas anteriormente no disminuyen a medida que k crece.

$$d_k(x) \leq d_{k+1}(x) \text{ y } b_k(x) \leq b_{k+1}(x) \forall x$$

Es decir, $dk(x) \leq dk+1(x)$ y $bk(x) \leq bk+1(x) \forall x$

Existencia de flujos maximales

Dado que hemos probado que Edmonds-Karp siempre termina, y dado que produce un flujo maximal,

entonces tambien hemos probado que en todo network siempre existe al menos un flujo maximal.