Resumen segunda filmina Discreta 2

Lautaro Bachmann

Contents

Cotas para Greedy

χ(G) Δ + 1

Teorema de Brooks

Si G es conexo, entonces χ(G) Δ, a menos que G sea un ciclo impar o un grafo completo.

Propiedad

Si G es conexo, entonces existe un ordenamiento de los vértices tal que Greeedy colorea todos los vértices, salvo uno, con Δ colores o menos.

VIT

Very Important Theorem

Sea G = (V, E) un grafo cuyos vértices estan coloreados con un coloreo propio c con r colores 1, …, r Sea π una permutación de los números 0, 1, …, r 1, es decir, π : 1, …, r 1, …, r es una biyección. Sea Vi = V : c(x) = i = 0, 1, …, r 1. Ordenemos los vértices poniendo primero los vértices de Vπ(0), luego los de Vπ(1),etc, hasta (el orden interno de los vértices dentro de cada Vπ(i) es irrelevante)

Entonces Greedy en ese orden coloreará G con r colores o menos.

Corolario

Existe un ordenamiento de los vértices de G tal que Greedy colorea G con χ(G) colores.

Consecuencia

si no podemos obtener χ(G) polinomialmente, usaremos el VIT para tratar de obtener una aproximación a χ(G).

No siempre se puede, pero en la practica suele funcionar bastante bien, dependiendo de cuales permutaciones π se usen.

Grafos bipartitos

Un grafo se dice bipartito si χ(G) = 2.

Es decir, si G = (V, E) entonces existen X, Y V tales que:

1 V = X Y. 2 X Y =

3 wv E (w X, v Y) (w Y, v X)

El problema 2COLOR

Dado un grafo G, ¿es χ(G) 2?

Teorema

2COLOR es polinomial

Algoritmo 2COLOR para G conexo.

Elegir un vértice x cualquiera.

Correr BFS(x), creando un arbol.

Para cada vértice z, sea N(z) el nivel de z en el arbol BFS(x).

Colorear c(z) = (N(z) mod 2).

Chequear si el colorario dado en [4] es propio.

Si lo es, retornar "χ(G) 2"

Si no lo es, retornar "χ(G) > 2"

Complejidad

la complejidad total es O(m) + O(m) = O(m).

Corolario

Sea G un grafo con χ(G) 3.

Como χ(G) 3, el coloreo de 2 colores dado en el algoritmo no puede ser propio.

Conclusión:

χ(G) 3 si y solo si existe un ciclo impar en G.