Contents

Complejidad de Edmonds-Karp

Teorema de Edmonds-Karp

La complejidad del algoritmo de Edmonds-Karp es O(nm2)

Lados críticos

Definición

$$\overrightarrow{xy}$$

Diremos que un llado − → xy **se vuelve crítico** durante la construcción de uno de los flujos intermedios (digamos, fk+1) si para la construcción de fk+1 pasa una de las dos cosas siguientes:

$$f_{k+1}$$

1 Se usa el lado en forma forward, saturandolo (es decir

$$f_k(\overrightarrow{xy}) < c(\overrightarrow{xy})$$

$$f_{k+1}(\overrightarrow{xy}) = c(\overrightarrow{xy})$$

fk(− → xy) < c(− → xy), pero luego fk+1(− → xy) = c(− → xy))

2 O se usa el lado en forma backward, vaciandolo (es decir

$$f_k(\overrightarrow{xy}) > 0$$

$$f_{k+1}(\overrightarrow{xy}) = 0$$

fk(− → xy) > 0 pero fk+1(− → xy) = 0).

distancias

Definición

Dados vértices x, z y flujo f definimos a **la distancia entre x y z relativa a f** como la longitud del menor f-camino aumentante entre x y z, si es que existe tal camino, o infinito si no existe o 0 si x = z. **La denotaremos como df(x, z).**

Notación

Dado un vértice x denotamos

$$d_k(x) = d_{f_k}(s, x)$$

dk(x) = dfk(s, x)

y

$$b_k(x) = d_{f_k}(x, t).$$

bk(x) = dfk(x, t).

Es decir,

dk(x) es la longitud del menor fk-camino aumentante entre s y x y bk(x) es la longitud del menor fk-camino aumentante entre x y t.

Definición

Dado un flujo f y un vértice x, diremos que un vértice z es un vécino fFF de x si pasa alguna de las siguientes condiciones:

$\overrightarrow{xz} \in E$ y $f(\overrightarrow{xz}) < c(\overrightarrow{xz})$ o:

$- \rightarrow$ xz $\in$ E y f($- \rightarrow$ xz) $<$ c($- \rightarrow$ xz) o:

$\overrightarrow{zx} \in E$ y $f(\overrightarrow{zx}) > 0.$

$- \rightarrow$ zx $\in$ E y f($- \rightarrow$ zx) $>$ 0.

Observación trivial:

Si z es un fkFF vécino de x, entonces dk(z) $\leq$ dk(x) + 1

Lema de las distancias

Las distancias definidas anteriormente no disminuyen a medida que k crece.

$d_k(x) \leq d_{k+1}(x)$ y $b_k(x) \leq b_{k+1}(x) \forall x$

Es decir, dk(x) $\leq$ dk+1(x) y bk(x) $\leq$ bk+1(x) $\forall$ x

Existencia de flujos maximales

Dado que hemos probado que Edmonds-Karp siempre termina, y dado que produce un flujo maximal,

entonces tambien hemos probado que en todo network siempre existe al menos un flujo maximal.