Contents

Complejidad de Edmonds-Karp

Teorema de Edmonds-Karp

La complejidad del algoritmo de Edmonds-Karp es O(nm2)

Lados críticos

Definición

Diremos que un llado $-\to$ xy **se vuelve crítico** durante la construcción de uno de los flujos intermedios (digamos, fk+1) si para la construcción de fk+1 pasa una de las dos cosas siguientes:

1 Se usa el lado en forma forward, saturandolo (es decir fk($-\to$ xy) $<$ c($-\to$ xy), pero luego fk+1($-\to$ xy) = c($-\to$ xy))

2 O se usa el lado en forma backward, vaciandolo (es decir fk($-\to$ xy) $>$ 0 pero fk+1($-\to$ xy) = 0).

distancias

Definición

Dados vértices x, z y flujo f definimos a **la distancia entre x y z relativa a f** como la longitud del menor f-camino aumentante entre x y z, si es que existe tal camino, o infinito si no existe o 0 si x = z. **La denotaremos como df(x, z).**

Notación

Dado un vértice x denotamos

dk(x) = dfk(s, x)

y

bk(x) = dfk(x, t).

Es decir,

dk(x) es la longitud del menor fk-camino aumentante entre s y x y bk(x) es la longitud del menor fk-camino aumentante entre x y t.

Definición

Dado un flujo f y un vértice x, diremos que un vértice z es un vécino fFF de x si pasa alguna de las siguientes condiciones:

$- \to$ xz $\in$ E y f($- \to$ xz) $<$ c($- \to$ xz) o:

$- \to$ zx $\in$ E y f($- \to$ zx) $>$ 0.

Observación trivial:

Si z es un fkFF vécino de x, entonces dk(z) $\leq$ dk(x) + 1

Lema de las distancias

Las distancias definidas anteriormente no disminuyen a medida que k crece. Es decir, dk(x) $\leq$ dk+1(x) y bk(x) $\leq$ bk+1(x) $\forall$ x

Existencia de flujos maximales

Dado que hemos probado que Edmonds-Karp siempre termina, y dado que produce un flujo maximal,

entonces tambien hemos probado que en todo network siempre existe al menos un flujo maximal.