

resumen

Lautaro Bachmann

Contents

Grafos	2
grafo	2
Notaciones	2
Subgrafos	2
Vecinos de un vértice	3
Grado de un vértice	3
y	3
Cíclicos y completos	3
Componentes conexas	4
Grafos conexos	4
Determinación de las componentes conexas	5
DFS y BFS	5
BFS(x):	5
DFS(x):	6
Complejidad	6
Coloreos propios	6
Calculando $\chi(G)$	6
Algoritmo de fuerza bruta	6
Algoritmo Greedy	6

Grafos

grafo

es un par ordenado $G = (V, E)$ donde

V es un conjunto cualquiera.

En esta materia siempre supondremos V finito.

E es un subconjunto del conjunto de subconjuntos de 2 elementos de V .

es decir $E \subseteq \mathcal{P}(V)$:

Notaciones

elementos de V

elementos de E

cantidad de elementos de V ,

cantidad de elementos de E ,

Un elemento E

Subgrafos

Dado un grafo $G = (V, E)$, un **subgrafo** de G es un **grafo** $H = (W, F)$ tal que $W \subseteq V$ y $F \subseteq E$.

Observemos que pedimos que H sea en si mismo un grafo. No cualquier par (W, F) con $W \subseteq V$ y $F \subseteq E$ será un subgrafo

Vecinos de un vértice

Dado $x \in V$, los vértices que forman un lado con x se llaman los **vécinos** de x .

El conjunto de vécinos se llama el

“vecindario”

y se denota por $\Gamma(x)$.

Es decir $\Gamma(x) = \{y \in V : xy\}$

Grado de un vértice

La cardinalidad de $\Gamma(x)$ se llama el **grado** de x , y la denotaremos por $d(x)$ (o $d_G(x)$)

WARNING:

en algunos libros se denota usando la letra griega delta: $\delta(x)$

y

El menor de todos los grados

de un grafo lo denotaremos por δ y al

mayor de todos los grados

por Δ .

$$\delta = \min_{x \in V} d(x) \quad \Delta = \max_{x \in V} d(x)$$

Un grafo que tenga $\delta = \Delta$ (es decir, todos los grados iguales) se llamará un

grafo regular.

o r -regular si queremos especificar el grado común a todos los vértices.

Cíclicos y completos

grafo cíclico

en n vértices, ($n > 3$) denotado por C_n , es el grafo:

..., y lados $x_1x_2, x_2x_3, \dots, x_{n-1}x_n, x_nx_1$, ...,

grafo completo

en n vértices, denotado por K_n , es el grafo:

..., y lados : $i, j \in \{1, 2, \dots, n\}, i < j$

C_n y K_n tienen ambos n vértices, pero C_n tiene n lados mientras que K_n tiene $\frac{n(n-1)}{2}$ lados.

C_n se llaman cíclicos porque su representación gráfica es un ciclo de n puntos.

$d_{C_n}(x) = 2$ para todo vértice de C_n , mientras que $d_{K_n}(x) = n - 1$ para todo vértice de K_n .

Por lo tanto ambos son grafos regulares.

C_n es 2-regular y K_n es $(n - 1)$ -regular).

Componentes conexas**camino**

entre 2 vértices x, y es una sucesión de vértices x_1, \dots, x_r tales que:

$x_1 = x$

$x_r = y, x_i x_{i+1} \in E, i = 1, \dots, r-1$

“ x y y están conectados por un camino entre x y y ”

es una relación de equivalencia.

Por

lo tanto el grafo G se parte en clases de equivalencia de esa relación de equivalencia.

Esas partes se llaman las componentes conexas de G .

componentes conexas**Grafos conexos**

Un grafo se dice conexo si tiene una sola componente conexa.

C_n y K_n son conexos.

arbol

es un grafo conexo sin ciclos.

Determinación de las componentes conexas

El algoritmo básico de DFS o BFS lo que hace es, dado un vértice x , encontrar todos los vértices de la componente conexa de x .

algoritmo

(abajo en vez de BFS puede usarse DFS)

Tomar $W = i = 1$.

Tomar un vértice cualquiera x de V .

Correr $BFS(x)$.

LLamarle C_i a la componente conexa que encuentra $BFS(x)$.

Hacer $W = (\text{vértices de } C_i)$.

Si $W = V$, return C_1, C_2, \dots, C_i .

Si no, hacer $i = i + 1$, tomar un vértice $x \in W$ y repetir [3].

DFS y BFS

breve repaso

a partir de un vértice raíz, los algoritmos van buscando nuevos vértices, buscando vecinos de vértices que ya han sido agregados. DFS agrega de a un vecino por vez y usa una pila.

BFS agrega todos los vecinos juntos y usa una cola.

BFS(x):

Crear una cola con x como único elemento.

Tomar $C = \text{WHILE}$ (la cola no sea vacía)

Tomar $p = \text{el primer elemento de la cola}$. Borrar p de la cola. IF existen vértices de $\Gamma(p)$ que no estén en C :

Agregar todos los elementos de $\Gamma(p)$ que no estén en C a la cola y a C .

ENDWHILE

return C .

DFS(x):

Crear una pila con x como único elemento.

Tomar C = WHILE (la pila no sea vacía)

Tomar p=el primer elemento de la pila. IF existe algún vértice de $\Gamma(p)$ que no esté en C:

Tomar un q $\Gamma(p)$ C. Hacer C = C Agregar q a la pila.

ELSE:

Borrar p de la pila.

ENDWHILE

return C.

Complejidad

la complejidad tanto de DFS como de BFS es $O(m)$.

Coloreos propios**Calculando (G)****Algoritmo de fuerza bruta****Algoritmo Greedy****Idea de Greedy****Greedy****Complejidad de Greedy**