Filmina 4 MD2

Lautaro Bachmann

Contents

Flujos Y Networks.

Grafos Dirigidos

Definición:

Un Grafo dirigido es un par $G = (V, E)$ donde V es un conjunto cualquiera (finito para nosotros) y $E \subseteq V \times V$

diferencia con un grafo no dirigido

$E \subseteq V \times V$

ahora los lados son pares ordenados en vez de conjuntos.

no es lo mismo (x, y) que (y, x)

Notación:

$- \rightarrow$ xy Denotaremos el lado (x, y) como $- \rightarrow$ xy .

Vecinos

Pero ahora como podemos tener lados tanto (x, y) como (y, x) deberiamos diferenciar entre "vécinos hacia adelante" y "vécinos hacia atras"

Notación:

$- \rightarrow$ xy $\Gamma+(x) = \{y \in V| - \rightarrow xy \in E\}$

$- \rightarrow$ yx $\Gamma - (x) = \{y \in V| - \rightarrow yx \in E\}$

Network

Definición:

Un Network es un grafo dirigido con pesos positivos en los lados, es decir, un triple (V, E, c) donde (V, E) es un grafo dirigido y $c : E \rightarrow R{>}0$

"capacidad"

En este contexto, c($- \rightarrow$ xy) se llamará la "capacidad" del lado $- \rightarrow$ xy $- \rightarrow$ xy .

Flujos

Notación para agilizar lecturas de sumatorias

P

Si P es una propiedad que puede ser verdadera o falsa, [P] denota el número 1 si P es verdadera, y 0 si P es falsa.

Supongamos que tenemos una variable x, y queremos sumar una función f(x) sobre todos los x que satisfagan una propiedad P(x)

podemos simplemente escribir x f(x)[P(x)]

o incluso f(x)[P(x)] si queda claro que sumamos sobre x.

Notación para funciones sobre lados

Si g es una función definida en los lados y A y B son subconjuntos de vertices, entonces g(A, B) denotará la suma:

$g(A, B) = [x \in A][y \in B][- \to xy \in E]g(- \to xy)$ x,y

in y out

Dada una función g sobre lados y un vértice x, definimos:

outg(x) es todo lo que "sale" de x por medio de g.

ing(x) es todo lo que "entra" a x por medio de g.

$outg(x) = y[y \in \Gamma+(x)]g(- \to xy)= g(\{x\}, \Gamma+(x))$

$ing(x) = y[y \in \Gamma - (x)]g(- \to yx)= g(\Gamma - (x), \{x\})$

Definición

Dado un network (V, E, c), y un par de vertices s, t $\in$ V, un $\in$ flujo de s a t es una función $f : E \to R$ con las siguientes

propiedades:

$0 \le f(- \to xy) \le c(- \to xy)\ \forall - \to xy \in E$. ("feasability") 2 inf(x) = outf(x) $\forall$ x $\in V - \{s, t\}$. ("conservación") 3 outf(s) $\ge$ inf(s). (s es productor) 4 inf(t) $\ge$ outf(t). (t es consumidor)

Explicación

la primera propiedad dice que no vamos a transportar una cantidad negativa de un bien

ni vamos a tranportar por encima de la capacidad de transporte de un lado.

La segunda propiedad dice que el network no tiene “pérdidas” .

La tercera especifica que s es un vértice donde hay una producción neta de bienes, pues produce mas de lo que consume.

y la cuarta que t es un vértice donde se consumen los bienes pues consume mas de lo que produce.

En algunos libros en vez de 3) se pide directamente inf(s) = 0 y en vez de 4) se pide outf(t) = 0.

en todos los ejemplos que usaremos, $\Gamma -$ (s) = $\Gamma +$(t) =

s se llama tradicionalmente la “fuente”(source)

y t el “resumidero”(sink).

Valor de un flujo

Definición

Dado un network (V, E, c) el **valor** de un flujo f de s a t es:

v(f) = outf(s) − inf(s)

el valor de un flujo es la cantidad neta de bienes producidos.

Flujos maximales

Definición

Dado un network N y vertices s, t, **un flujo maximal de s a t** es un flujo f de s a t tal que v(g) $\leq$ v(f) para todo flujo g de s a t.

Propiedad

Propiedades 1,2 y 3 implican la 4), y v(f) = inf(t) − outf(t).