# **Contents**

Ford-Fulkerson	1
Complejidad de Greedy	1
FF	
idea	2
Camino aumentante	2
Lados forward y backward	
	3
Algoritmo de Ford-Fulkerson	3
FordFulkerson mantiene "flujicidad"	4
Complejidad de Ford-Fulkerson	4
Max Flow Min Cut	4
Teorema	4
A	
	4
В	
	4
${ m C}$	
Corolario	4
Teorema de la Integralidad	5
Teorema de la integralidad	5
Teorema	5

# Ford-Fulkerson

## Complejidad de Greedy

Como en Greedy los lados nunca se des-saturan, entonces Greedy puede hacer a lo sumo O(m) incrementos de flujo antes de que forzosamente deba terminar si o si.

Encontrar un camino dirigido no saturado es O(m)

la complejidad total de Greedy es O(m2).

FF

idea

$$f(\overrightarrow{xy}) < c(\overrightarrow{xy})$$

en vez de limitar la busqueda a y <br/>  $\in \Gamma + (x)$  con f(  $- \to xy$  ) < c(  $- \to xy$  )

$$y \in \Gamma^+(x)$$

permiten ademas buscar y <br/>  $\in \Gamma$  — (x) con f( —  $\rightarrow$  yx ) > 0

$$y \in \Gamma^{-}(x)$$
  
 $f(\overrightarrow{yx}) > 0$ 

## Camino aumentante

Un camino aumentante (o f-camino aumentante si necesitamos especificar f) o camino de Ford-Fulkerson, es una sucesión de vértices x0, x1, ..., xr tales que:

 $x0=s,\,xr=t.$  Para cada i $=0,\,...,\,r-1$ ocurre una de las dos cosas siguientes:

$$\overrightarrow{x_i x_{i+1}} \in E \text{ y } f(\overrightarrow{x_i x_{i+1}}) < c(\overrightarrow{x_i x_{i+1}})$$

$$1 - \rightarrow xixi{+}1 \in E \ y \ f(\ - \rightarrow xixi{+}1) < c(\ - \rightarrow xixi{+}1)$$

$$\overrightarrow{x_{i+1}}x_i \in E \text{ y } f(\overrightarrow{x_{i+1}}x_i) > 0.$$

$$2 \longrightarrow xi+1xi \in E y f(\longrightarrow xi+1xi) > 0.$$

Si en vez de comenzar en s y terminar t el camino es como arriba pero con x0 = x,xr = z diremos que es un camino aumentante **desde** x **a** z

## Lados forward y backward

A los lados en 1) los llamaremos "lados de tipo I" o "lados forward"

A los lados en 2) los llamaremos "lados de tipo II" o "lados backward"

## Algoritmo de Ford-Fulkerson

$$f(\overrightarrow{xy}) = 0 \forall \overrightarrow{xy} \in E$$

Comenzar con f = 0 (es decir, f(  $-\rightarrow$  xy ) = 0  $\forall$   $-\rightarrow$  xy  $\in$  E).

Buscar un f-camino aumentante s = x0, x1, ..., xr = t.

Definir i de la siguiente manera:

$$\varepsilon_i = c(\overrightarrow{x_i}\overrightarrow{x_{i+1}}) - f(\overrightarrow{x_i}\overrightarrow{x_{i+1}})$$

 $i = c(- \rightarrow xixi+1) - f(- \rightarrow xixi+1)$  en los lados forward.

$$\varepsilon_i = f(x_{i+1}x_i)$$

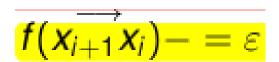
 $i = f(-\rightarrow xi+1xi)$  en los lados backward.

Calcular  $= \min\{i\}.$ 

Cambiar f a lo largo del camino de [2] en , de la siguiente forma:

$$\overrightarrow{f(x_ix_{i+1})} + = \varepsilon$$

 $f(-\rightarrow xixi+1)+=$  en los lados forward.



 $f(-\rightarrow xi+1xi) - = \text{ en los lados backwards.}$ 

Repetir [2] hasta que no se puedan hallar mas caminos aumentantes.

### FordFulkerson mantiene "flujicidad"

Si f es un flujo de valor v y aumentamos f con un f-camino aumentante con calculado como se explica en el algoritmo de Ford-Fulkerson, entonces lo que queda sigue siendo flujo v el valor del nuevo flujo es v +

## Complejidad de Ford-Fulkerson

NO ES polinomial:

### Max Flow Min Cut

#### **Teorema**

#### Δ

Si f es un flujo y S es un corte, entonces v(f) = f(S, S) - f(S, S).

## В

El valor de todo flujo es menor o igual que la capacidad de todo corte.

## C

Si f es un flujo, las siguientes afirmaciones son equivalentes:

1 Existe un corte S tal que v(f) = cap(S). 2 f es maximal. 3 No existen f-caminos aumentantes.

#### Corolario

Si el algoritmo de Ford-Fulkerson termina, termina con un flujo maximal

# Teorema de la Integralidad

## Teorema de la integralidad.

En un network con capacidades enteras, todo flujo entero maximal es un flujo maximal.

## **Teorema**

En un network donde todas las capacidades sean enteros, Ford-Fulkerson siempre termina y el flujo maximal resultante es un flujo entero.