生产过程中的决策问题

摘要

对于问题一,

关键字：

一、 问题重述

1.1 问题背景

1.2 题设数据

1.3 需要解决问题

问题一：

二、 模型假设

假设一：

三、 符号说明

符号	说明	单位
n	样本数	-
Z_α	临界值	-
α	置信度	-
p_0	标称值	-
H_0	零假设	-
H_1	备择假设	-
X	次品数量	-
p	次品率	-

(其余符号详见正文)

四、 问题分析

4.1 对问题一的分析

题目要求我们在标称值确定的情况下，设计出一种合理的抽样检测方案，使得在给定的两种不同情形下，抽样的次数最小。要使抽样的次数最小，即使得抽样的样本容量最小即可。基于此，我们根据经典检验样本容量公式，结合题目的标称值得到理想样本比例，同时根据不同情形下的置信度确定临界值，最终计算出抽样次数。

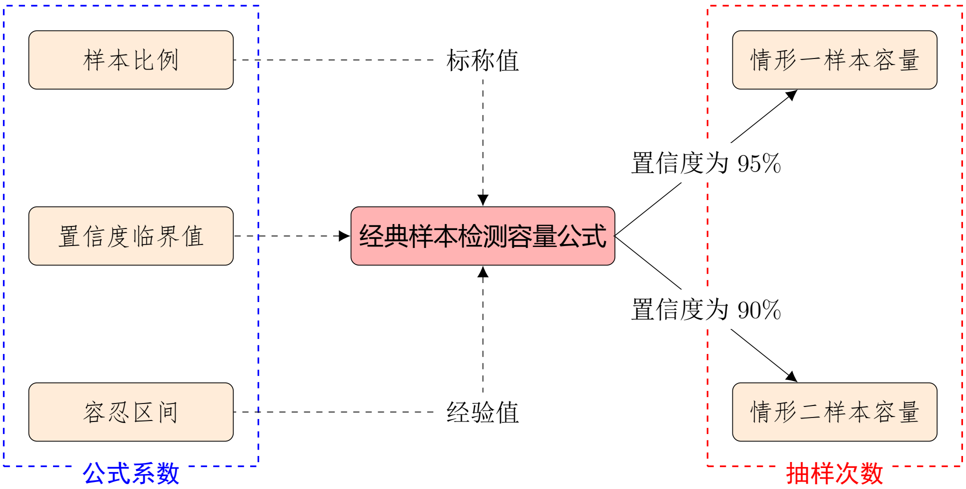

图 1　第一问流程图

五、 问题一的模型的建立和求解

5.1 模型建立

5.1.1 假设框架

根据题设条件，我们构建了如下假设框架:

- 零假设 H_0：样本比例 p 等于标称值 p_0
- 备择假设 H_1：对于拒收情形，样本比例 p 大于标称值 p_0；对于接受情形，样本比例 p 小于标称值 p_0。

5.1.2 样本容量公式

假设从总体中抽取容量为 n 的样本，记其中的次品个数为随机变量 X，显然该变量服从二项分布

$$X \sim B(n,p) \tag{1}$$

其中 p 为样本比例。根据中心极限定理，当 n 足够大时，X 可以近似服从正态分布，即

$$X \sim N(np, np(1-p)) \tag{2}$$

进一步的，我们可确定样本中的次品率的统计量 $\hat{p}$ 近似服从正态分布，即

$$\hat{p} \sim N(p, \frac{p(1-p)}{n}) \tag{3}$$

由上式我们可推导出经典样本检测容量公式

$$n = \frac{Z_\alpha^2 p(1-p)}{d^2} \tag{4}$$

其中 Z_α 为置信区间在标准正态分布中的临界值，α 为置信度，d 为容忍区间，一般取经验值。

5.2 模型求解

将题设条件代入上式，同时，我们取容忍区间为 0.02，最终求得结果如下表

5.3 结果分析

六、 模型的评价

6.1 模型的优点

- 优点 1：

6.2 模型的缺点

- 缺点 1：

七、 模型的改进与推广

7.1 改进

- 改进 1：
- 改进 2：

7.2 推广

- 推广 1：
- 推广 2：

参考文献

[1] 司守奎, 孙玺菁. 数学建模算法与应用[M]. 北京: 国防工业出版社, 2011.

[2] 卓金武. MATLAB 在数学建模中的应用[M]. 北京: 北京航空航天大学出版社, 2011.

附录 A　文件列表

文件名	功能描述
第一问代码.py	问题一程序代码
第二问.py	问题二程序代码
第三及第四问代码.py	问题三与问题四程序代码

附录 B　代码