

Министерство образования РФ

---

Санкт-Петербургский государственный  
электротехнический университет "ЛЭТИ"

---

**В. Н. Малышев**

## **ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ**

Учебное пособие

Санкт-Петербург  
Издательство СПбГЭТУ "ЛЭТИ"  
2002

УДК 621.396:681.3  
ББК В336я7  
М18

Малышев В. Н. Электромагнитные поля и волны: Учебное пособие. СПб.: Изд-во СПбГЭТУ "ЛЭТИ", 2002. 48 с.

Содержит основные сведения о свойствах электромагнитных волн в коаксиальной и микрополосковой линиях, импедансе, коэффициенте отражения, матрице рассеяния, включая базовые теоретические материалы и иллюстрацию особенностей расчета в пакетах Mathcad и Serenade SV.

Предназначено для студентов специальностей 200700 "Радиотехника", 201600 "Радиоэлектронные системы" и направлений 552500 "Радиотехника" и 550400 "Телекоммуникации".

Рецензенты: кафедра радиофизики СПбГТУ; начальник лаборатории к.т.н., с.н.с. В.Д.Корнеев (ОАО "Мощная Аппаратура Радиовещания и Телевидения").

Утверждено  
редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного пособия

## Оглавление

Предисловие .....	4
<b>1. КОАКСИАЛЬНАЯ И МИКРОПОЛОСКОВАЯ ЛИНИИ.....</b>	<b>5</b>
1.1. Поле Т-волны в коаксиальной линии .....	5
1.2. Погонные параметры коаксиальной линии .....	7
1.3. Телеграфное уравнение .....	9
1.4. Характеристики реальной коаксиальной линии .....	11
1.5. Свойства квази Т-волны в микрополосковой линии .....	12
1.6. Характеристики реальной микрополосковой линии .....	14
1.7. Контрольные вопросы .....	17
<b>2. СТОЯЧИЕ И СМЕШАННЫЕ ВОЛНЫ.....</b>	<b>18</b>
2.1. Коэффициент отражения и импеданс .....	18
2.2. Суперпозиция падающей и отраженной волн.....	19
2.3. Измерительная линия .....	22
2.4. Круговая диаграмма .....	24
2.5. Расчет входных характеристик отрезка линии в пакете SERENADE.....	27
2.6. Контрольные вопросы .....	29
<b>3. МАТРИЦА РАССЕЯНИЯ .....</b>	<b>31</b>
3.1. Декомпозиция и матричное описание СВЧ-цепей.....	31
3.2. Нормировка амплитуд волн .....	32
3.3. Определение и свойства матрицы рассеяния .....	34
3.4. Матрицы рассеяния простейших многополюсников.....	36
3.5. Расчет матриц рассеяния в пакете SERENADE .....	38
3.5.1. Расчет матрицы рассеяния отрезка МПЛ.....	38
3.5.2. Расчет матрицы рассеяния скачка ширины МПЛ .....	39
3.5.3. Расчет матрицы рассеяния стыка трех МПЛ.....	40
3.6. Контрольные вопросы .....	41
<b>4. РЕЗОНАНС В ОТРЕЗКАХ ЛИНИЙ .....</b>	<b>42</b>
4.1. Короткозамкнутый шлейф .....	42
4.2. Расчет характеристик шлейфов в пакете SERENADE .....	45
4.2.1. Расчет входных характеристик закороченного на конце отрезка МПЛ.....	45
4.2.2. Расчет характеристик МПЛ-шлейфа, включенного параллельно .....	46
4.3. Контрольные вопросы .....	47

## Предисловие

По мере увеличения информационных потоков радиотехника и телекоммуникации все плотнее занимают высокочастотную область радиоспектра, и большинство новых разработок не обходится без использования той его части, которую принято обозначать термином СВЧ – сверхвысокие частоты. В англоязычной литературе синонимом является термин *microwaves*. Традиционно к СВЧ относят частоты от сотен мегагерц до десятков гигагерц. Главной особенностью диапазона СВЧ является сопоставимость характерных размеров узлов и длины волны. В этих условиях нельзя пренебречь волновым характером распространения электромагнитного поля и пользоваться только соотношениями теории цепей.

Чрезвычайно важно при расчете СВЧ-узлов эффективно использовать вычислительную технику. Даже в очень простых ситуациях компьютер позволит резко интенсифицировать расчеты, многократно повторить однотипные вычисления, вести подробное протоколирование, наглядно отобразить данные. В большинстве же случаев сложность математических моделей делает ручные расчеты в принципе невозможными.

Существует целый ряд программных средств расчета и проектирования СВЧ-узлов и систем – от простейших учебных и любительских до чрезвычайно дорогостоящих коммерческих. Простые программы чаще всего решают ограниченный круг задач и редко базируются на серьезных математических моделях. Встречаются, однако, бесплатно распространяемые студенческие версии полнофункциональных программ. Хорошим примером является свободно распространяемая через Интернет программа Serenade SV – ограниченная версия пакета Serenade Design Environment фирмы Ansoft<sup>1</sup>, одного из признанных мировых лидеров в разработке программных средств моделирования и синтеза СВЧ-узлов. Широчайшие возможности пакета Serenade в данном издании используются лишь отчасти – только линейное моделирование микрополосковых узлов, и для всех задач подготовлены проекты, включающие примеры схем и заранее настроенные отчеты. Расчет микрополосковых узлов в пакете Serenade считается весьма точным и используется в реальном проектировании СВЧ-устройств.

В то же время универсальные математические пакеты – такие, как Mathcad фирмы Mathsoft<sup>2</sup>, позволяют успешно решать многие практические задачи, если математическая модель не слишком сложна.

Данное издание сопровождается комплектом файлов – документов Mathcad'a, и заключенные в рамки рисунки представляют фрагменты этих документов. В этих фрагментах сохранена типичная для Mathcad'a нотация, главное отличие которой – различающиеся знаки присваивания (:=) и равенства как результата (=)<sup>3</sup>, а также оформление графиков.

Всюду в документах Mathcad'a используются единицы СИ без дополнительных пояснений. В проектах пакета Serenade используются тоже в основном кратные и дольные единицы СИ, но обозначения отличаются от принятых в отечественной литературе.

---

<sup>1</sup> <http://www.ansoft.com>

<sup>2</sup> <http://www.mathsoft.com>

<sup>3</sup> Правую часть оператора присваивания можно (и часто нужно) менять, а правую часть равенства-результата – бессмысленно.

# 1. КОАКСИАЛЬНАЯ И МИКРОПОЛОСКОВАЯ ЛИНИИ

## 1.1. Поле Т-волны в коаксиальной линии

Главное свойство поля Т-волны – отсутствие продольных компонент электрического и магнитного полей. Т-волна может существовать только в линиях, образованных как минимум двумя однородными в продольном направлении проводниками. Электрическое поле Т-волны в поперечном сечении совпадает с решением электростатической задачи, потенциально (может быть представлено градиентом скаляра – потенциала), что дает возможность определить напряжение (разность потенциалов) между проводниками как работу сил поля при перемещении пробного заряда по произвольному, но лежащему в плоскости поперечного сечения контуру между проводниками. Магнитное поле Т-волны в поперечном сечении линии совпадает с решением стационарной задачи для тока, протекающего по проводникам. Поэтому и в динамическом поле бегущей волны допустимо определение тока как циркуляции вектора напряженности магнитного поля по произвольному, но лежащему в плоскости поперечного сечения и охватывающему один из проводников контуру.

Т-волны не имеют дисперсии, скорость их всегда равна скорости света в среде, заполняющей линию.

Коаксиальная линия представляет один из наиболее распространенных типов линии с Т-волной. Коаксиальная линия образована двумя соосными цилиндрическими проводниками (рис. 1.1). В такой линии могут распространяться как основная Т-волна, так и волны высших типов. Если же  $\lambda > \pi(R_1 + R_2)$ , то высшие типы не распространяются и в линии представлена лишь основная Т-волна (одномодовый режим).

Поперечная структура поля Т-волны (рис. 1.2) довольно проста и обладает осевой симметрией. Как и положено поперечной волне, ее электрическое и магнитное поля не имеют продольных компонент. Силовые линии электрического поля направлены по радиусам, силовые линии магнитного поля образуют concentric окружности. Поле отлично от нуля только во внутреннем пространстве между проводниками ( $R_1 < r < R_2$ ).

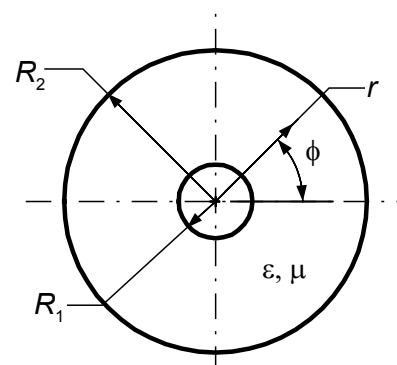


Рис. 1.1

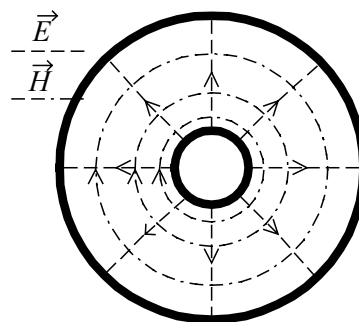


Рис. 1.2

Продольное распределение описывается гармоническими функциями. Для комплексных амплитуд<sup>1</sup> векторов напряженности электрического и магнитного полей справедливо:

$$E_r = \frac{A}{r} e^{-jkz}, \quad H_\phi = \frac{1}{2\pi\sqrt{\mu\mu_0/\varepsilon\varepsilon_0}} \frac{A}{r} e^{-jkz}, \quad (1.1)$$

где  $k = 2\pi/\lambda$  – волновое число,  $A$  – коэффициент, определяемый по напряжению  $U$  или току  $I$  ( $A = U / \ln(R_2/R_1) = I\sqrt{\mu\mu_0/\varepsilon\varepsilon_0} = 120\pi I\sqrt{\mu/\varepsilon}$ ). Часто вводят понятие электрической длины отрезка линии  $\Theta = k\Delta z$ .

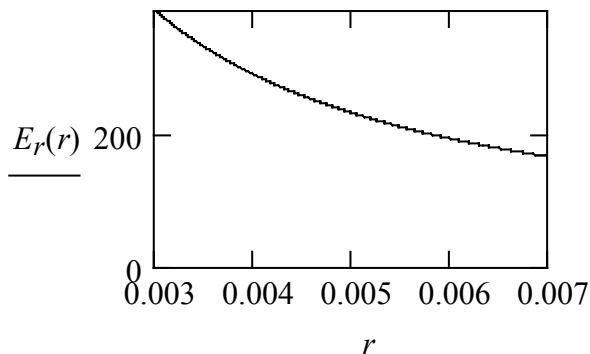
сечении коаксиальной линии при напряжении  $U$  между проводниками. Зададим исходные значения:

$$R_1 := 3 \cdot 10^{-3} \quad R_2 := 7 \cdot 10^{-3} \quad U := 1$$

Введем расчетные соотношения:

$$E_r(r) := \frac{U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot \frac{1}{r} \quad E_{r.max} := \frac{U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot \frac{1}{R_1}$$

Результаты немедленно отображаются на графике:



$$E_{r.max} = 393.408$$

Максимальное значение  $E_r(r)$  достигается при наименьшем значении  $r$ .

Проверим, дает ли интеграл напряженности поля между проводниками верное значение приложенного напряжения :

$$\int_{R_1}^{R_2} E_r(r) dr = 1$$

Результат интегрирования должен совпадать со значением  $U$ , введенным выше!

Рис. 1.3

Рис. 1.3 иллюстрирует расчет в Mathcad'e зависимости напряженности электрического поля от радиуса по известной амплитуде напряжения и проверку того факта, что интеграл напряженности элек-

<sup>1</sup> Здесь и далее будем рассматривать монохроматические поля известной частоты, используя метод комплексных амплитуд.

трического поля в зазоре между проводниками дает значение напряжения.

Отношение амплитуд напряжения и тока в бегущей Т-волне дает значение волнового сопротивления  $Z_0$ .

$$\mu := 1 \quad \varepsilon := 1 \quad R_1 := 3 \cdot 10^{-3} \quad R_2 := 7 \cdot 10^{-3}$$

$$Z_0 := 60 \cdot \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}} \cdot \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right) \quad Z_0 = 50.838$$

Расчет переносимой Т-волной мощности по току и напряжению

$$U := 1 \quad I := \frac{U}{Z_0} \quad P := \frac{U \cdot I}{2} \quad P = 9.835 \times 10^{-3}$$

или интегрированием вектора Пойнтинга

$$E_r(r) := \frac{U}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)} \cdot \frac{1}{r} \quad H_\phi(r) := \frac{I}{2 \cdot \pi} \cdot \frac{1}{r}$$

$$\Pi_z(r, \phi) := E_r(r) \cdot H_\phi(r)$$

дают одинаковый результат:

$$\frac{1}{2} \cdot \int_0^{2 \cdot \pi} \int_{R_1}^{R_2} \Pi_z(r, \phi) \cdot r \, dr \, d\phi = 9.835 \times 10^{-3}$$

Рис. 1.4

Мощность, переносимая Т-волной, может быть определена как по амплитудам напряжения и тока, так и интегрированием вектора Пойнтинга по поперечному сечению линии. Рис. 1.4 иллюстрирует расчет в Mathcad'e волнового сопротивления коаксиальной линии и переносимой волной мощности.

## 1.2. Погонные параметры коаксиальной линии

Поле Т-волны в коаксиальной линии – динамическое, однако в плоскости поперечного сечения распределение электрического поля совпадает с распределением электростатического поля цилиндрического конденсатора, а магнитного поля – с полем постоянного тока в коаксиальных проводниках. Как уже отмечалось, в таких условиях можно определить напряжение и ток в линии. Также можно, используя формулы (1.1), найти энергию, запасенную в электрическом и магнит-

ном полях короткого отрезка линии, и связать их соответственно с напряжением и током. Рис. 1.5 иллюстрирует лишь расчет погонной емкости, аналогичный материал по расчету погонной индуктивности

$$L = \frac{\mu\mu_0}{2\pi} \ln(R_2/R_1) \quad (1.2)$$

представлен в сопровождающих файлах.

Определим энергию электрического поля, приходящуюся на единицу длины линии :

$$d_z := 1 \quad W_E := \frac{1}{2} \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \int_0^{2\pi} \int_0^{d_z} \int_{R_1}^{R_2} E_r(r)^2 \cdot r \, dr \, dz \, d\phi$$

Интегрирование можно выполнить аналитически :

$$W_E := \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot V^2 \cdot d_z \cdot \frac{\pi}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

или численно:  $W_E = 3.283 \times 10^{-11}$  , что дает одинаковый результат.

Теперь можно определить емкость линии на единицу длины по известным напряжению и запасенной в электрическом поле энергии :

$$W_E = \frac{C \cdot d_z \cdot V^2}{2} \quad C := 2 \cdot \frac{W_E}{V^2} \cdot \frac{1}{d_z} \quad C := 2 \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \frac{\pi}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

Погонная емкость измеряется в фарадах на метр. При принятых выше исходных данных получим значение 65.6 пФ/м:

$$C = 6.566 \times 10^{-11}$$

Рис. 1.5

Волновое сопротивление  $Z_0$  и фазовую скорость  $v$  в линии с Т-волной можно определить через погонные параметры:

$$Z_0 = \sqrt{L/C}, \quad v = 1/\sqrt{LC}. \quad (1.3)$$

Учитывая формулу (1.2) и выражение для погонной емкости на рис. 1.5, для коаксиальной линии получим:



$$Z_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu\mu_0}{\varepsilon\varepsilon_0}} \ln(R_2/R_1).$$

Определение погонных параметров позволяет ввести в рассмотрение условную эквивалентную схему линии с Т-волной (рис. 1.6).

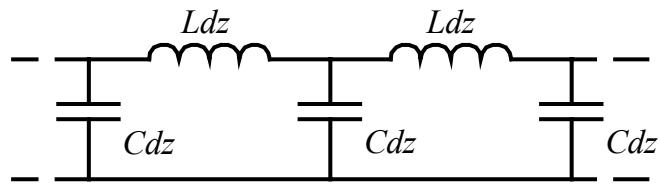


Рис. 1.6

Условность заключается в том, что эту эквивалентную схему образуют не реальные емкости и индуктивности, а бесконечно малые  $Cdz$  и  $Ldz$  ( $dz$  – приращение продольной координаты). Схеме на рис. 1.6 соответствует пара дифференциальных уравнений для тока и напряжения

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -C \frac{\partial u(z,t)}{\partial t}, \quad \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = -L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t}, \quad (1.4)$$

которые при нулевых начальных условиях элементарно преобразуются в классические волновые уравнения

$$\frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2}.$$

Эквивалентная схема (рис. 1.6) достаточно хорошо отражает реальные процессы в линии, если  $dz \ll \lambda$  (где  $\lambda$  – длина волны). На практике часто используют так называемые искусственные длинные линии, составленные по схеме (рис. 1.6) из реальных элементов с конечными размерами.

### 1.3. Телеграфное уравнение

Эквивалентная схема (рис. 1.6) не учитывает возможные потери энергии в реальных диэлектриках и проводниках. Можно попытаться приближенно ввести такие потери, рассмотрев несколько модифицированную эквивалентную схему (рис. 1.7).

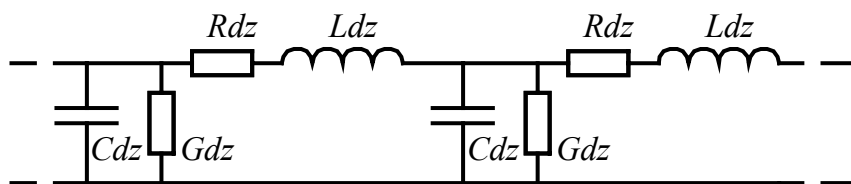


Рис. 1.7

Здесь погонное сопротивление  $Rdz$  отражает потери в проводниках, а погонная проводимость  $Gdz$  – потери в диэлектрике. Для этой эквивалентной схемы можно записать уравнения, аналогичные уравнениям (1.4):

$$\frac{\partial i(z,t)}{\partial z} = -Gu(z,t) - C \frac{\partial u(z,t)}{\partial t}, \quad \frac{\partial u(z,t)}{\partial z} = -Ri(z,t) - L \frac{\partial i(z,t)}{\partial t},$$

а от них перейти к так называемым телеграфным уравнениям

$$\frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 i(z,t)}{\partial t^2} + (RC + LG) \frac{\partial i(z,t)}{\partial t} + RGi(z,t),$$

$$\frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial z^2} = LC \frac{\partial^2 u(z,t)}{\partial t^2} + (RC + LG) \frac{\partial u(z,t)}{\partial t} + RGu(z,t).$$

Телеграфные уравнения решают операторным методом, переходя к изображениям по Лапласу и избавляясь тем самым от дифференцирования по времени:

$$\frac{dI(z,s)}{dz} = -GU(z,s) - sCU(z,s), \quad \frac{dU(z,s)}{dz} = -RI(z,s) - sLI(z,s)$$

или

$$\frac{d^2 I(z,s)}{dz^2} - \gamma^2 I(z,s) = 0, \quad \frac{d^2 U(z,s)}{dz^2} - \gamma^2 U(z,s) = 0, \quad (1.5)$$

где  $\gamma = \sqrt{(Ls + R)(Cs + G)}$  – комплексная функция-аналог постоянной распространения (сложная зависимость  $\gamma$  от  $s$  означает появление дисперсии!). Решения (1.5) имеют вид

$$U(z,s) = A(s)e^{-\gamma z} + B(s)e^{\gamma z}, \quad I(z,s) = \frac{1}{Z_0(s)} (A(s)e^{-\gamma z} - B(s)e^{\gamma z}), \quad (1.6)$$

где  $Z_0 = \sqrt{(Ls + R)/(Cs + G)}$  – комплексная функция-аналог волнового сопротивления (заметим, что ток и напряжение в линии с потерями не синфазны!);  $A(s)$ ,  $B(s)$  – комплексные функции, определяемые по воздействию и условиям на концах линии. Если же рассматривать воздействие  $\delta$ -импульса на бесконечную линию, то (1.6) упрощаются:

$$U(z,s) = A e^{-\gamma z}, \quad I(z,s) = \frac{1}{Z_0(s)} A e^{-\gamma z}. \quad (1.7)$$

Даже в столь упрощенном случае аналитически найти оригинал (1.7) невозможно и решение во временной форме приходится искать численно. В частотную область можно перейти заменой  $s = j\omega$ .

По формулам (1.7) можно рассчитать затухание на длине  $z$  (в дБ):  $L_m = 20 \log(U(z, j\omega)/U(0, j\omega)) \approx -8.7z \operatorname{Re}(\sqrt{(j\omega L + R)(j\omega C + G)})$ .

Поскольку погонные сопротивление и проводимость на практике лишь приближенно отражают влияние реальных потерь и, как правило, должны зависеть от частоты, то и телеграфное уравнение не может служить точной моделью линии с потерями, но дает хорошее приближение во многих практически важных случаях. Попутно заметим, что строгий учет затухания в волноведущих структурах всегда оказы-

вается очень трудной задачей, удовлетворительно решаемой лишь при малых потерях.

#### 1.4. Характеристики реальной коаксиальной линии

Постоянную распространения и волновое сопротивление реальной коаксиальной линии (с учетом свойств металла и диэлектрика) лучше всего находить с помощью специализированных программ. В состав пакета Serenade SV входит утилита trl (Transmission Lines) для моделирования широкого круга типовых линий, используемых в СВЧ-технике. Утилита вызывается из меню Tools (инструменты) оболочки пакета Serenade SV, но может быть вызвана и автономно (trl85.exe).

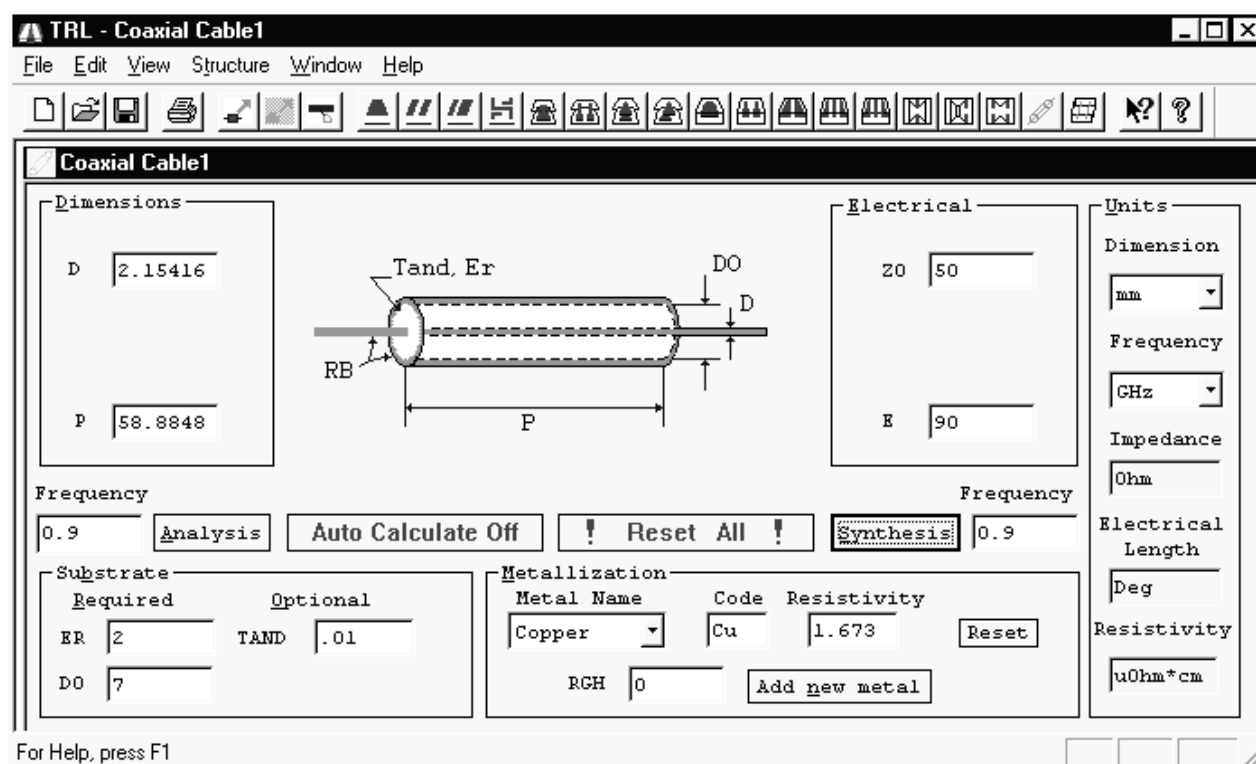


Рис. 1.8

Основное окно утилиты trl (рис. 1.8) содержит меню и кнопки быстрого доступа (toolbar), дублирующие основные функции меню. В меню Structure пункт Coaxial Cable вызывает подокно анализа и синтеза реальной коаксиальной линии. Под анализом (кнопка Analysis) понимается расчет электрических характеристик отрезка линии (волнового сопротивления  $Z_0^1$  и электрической длины E) по ее физическим параметрам, а под синтезом (кнопка Synthesis) – расчет диаметра внутреннего проводника D и физической длины P по волновому сопротив-

<sup>1</sup> Физические величины и их размерности обозначены здесь так же, как и в рассматриваемой программе.

лению и электрической длине при заданных остальных физических параметрах – относительной диэлектрической проницаемости  $\epsilon_r$ , диаметре внешнего проводника  $D_0$ , тангенсе угла диэлектрических потерь  $\tan \delta$ , свойствах металла (выбором из списка или заданием удельного сопротивления и шероховатостью  $R_{GH}$ ). В правой части окна предоставляется выбор единиц измерения.

При анализе в полях ввода внутреннего диаметра и частоты можно через пробел указать начало диапазона, конец диапазона и шаг изменения (например, 0.5 3 0.1 в поле  $D$  означает расчет электрических параметров отрезка для значений внутреннего диаметра от 0.5 до 3 с шагом 0.1, подразумевается выбранная в поле Dimension размерность mm).

Также при анализе можно дополнительно исследовать потери в диэлектрике (D Loss), потери в проводниках (C Loss) и общее затухание (T Loss) в дБ/см. Заметим, что для коаксиальной линии рассчитывается зависимость затухания от частоты, но волновое сопротивление и фазовая скорость принимаются неизменными согласно формулам (1.3), т. е. не учитывается дисперсия, свойственная решениям телеграфного уравнения (см. 1.3).

Результаты расчетов выводятся в окне и могут быть сохранены в файле для последующей обработки. Несмотря на закрытость использованных моделей, результаты расчетов в утилите trl могут рассматриваться как весьма точные, по крайней мере на частотах до 10 ГГц, и как приемлемые – до нескольких десятков гигагерц.

### **1.5. Свойства квази Т-волны в микрополосковой линии**

Микрополосковая линия (МПЛ) на сегодня является очень популярной, по крайней мере в СВЧ-технике широкого применения, главным образом благодаря технологичности и невысокой стоимости. Сравнительно тонкая ( $h \ll \lambda$ ) диэлектрическая подложка образует основу, на ней формируются проводящие узкая ( $W \ll \lambda$ ) полоска малой толщины ( $t \ll W$ ) и экран (рис. 1.9). Если бы диэлектрика не было, то в системе "полоска–экран" могла бы распространяться Т-волна, по свойствам вполне аналогичная Т-волне в коаксиальной линии (см. 1.1), и можно было бы строго определить погонные параметры и волновое сопротивление. Наличие диэлектрической подложки меняет ситуацию. Как известно, на границе воздух–диэлектрик нормальная компонента электрического поля должна скачком измениться в  $\epsilon_r$  раз, а касательная – меняться непрерывно. Возникает характерный "излом" силовых линий электрического поля. Соответственно искажаются и силовые линии магнитного поля, и в полном соответствии

с уравнениями Максвелла появляются сравнительно небольшие продольные компоненты поля.

Волну основного типа в микрополосковой линии часто называют квази Т-волной. Ее свойства близки к свойствам чисто поперечной волны – продольные компоненты поля незначительны, мала дисперсия, можно приближенно определить волновое сопротивление, но с ростом частоты отличия нарастают. В целом картина поля слабо, особенно на низких частотах, отличается от поперечной. На поверхности идеального металла поля подчиняются граничным условиям – электрическое поле перпендикулярно границе, магнитное – касательно. Силовые линии магнитного поля охватывают полосу. Силовые линии электрического поля соединяют полосу и экран.

За счет диэлектрика электрическое поле концентрируется под полоской. Для линий с неоднородным диэлектрическим заполнением вводят удобное в практических расчетах понятие эффективной диэлектрической проницаемости

$$\varepsilon_{\text{эф}} = (c/v_{\text{ф}})^2,$$

где  $c$  – скорость света в вакууме,  $v_{\text{ф}}$  – фазовая скорость в линии. Поскольку часть энергии волны переносится в воздухе, а часть в диэлектрике, то фазовая скорость имеет промежуточное значение между скоростью света в вакууме и в диэлектрике, а поскольку распределение поля в системе воздух–диэлектрик зависит от геометрических размеров, диэлектрической проницаемости

и частоты, то фазовая скорость и  $\varepsilon_{\text{эф}}$  сложным образом зависят от перечисленных параметров, включая частоту (т. е. появляется дисперсия). Для МПЛ  $1 < \varepsilon_{\text{эф}} < \varepsilon_r$ .

Даже при отсутствии верхней крышки излучение в окружающее пространство невелико. Затухание в МПЛ обусловлено как излучением (если нет верхней крышки), так и – главным образом – потерями в диэлектрике и проводниках.

С принципиальной точки зрения важно, что аналитически строго найти структуру поля квази Т-волны, рассчитать волновое сопротивление и скорость волны невозможно и приходится использовать приближенные численные алгоритмы либо строить номограммы, графики, аппроксимации.

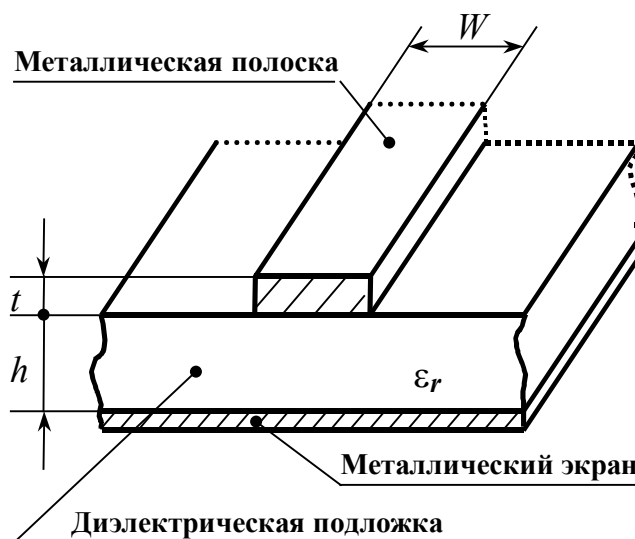


Рис. 1.9

Однако во многих пакетах программ (таких, как Serenade) имеются математические модели МПЛ, достаточно точные для практики.

### 1.6. Характеристики реальной микрополосковой линии

На СВЧ типичными являются значения толщины подложки в доли или единицы миллиметров, диэлектрическая проницаемость лежит в пределах от 2 (полиэтилен и его производные) до десятков и даже сотен (сегнетокерамика), но чаще всего используют керамику на основе оксидов алюминия (поликор,  $\epsilon_r \approx 10$ ) или различные полимерно-керамические композиты. В микроэлектронике СВЧ используются также подложки из кристаллических материалов, стекла, ситаллов, арсенида галлия и др.

На частотах в сотни мегагерц дисперсия сказывается незначительно, толщина полоски  $t$  влияет слабо и можно использовать приближенные формулы для расчета эффективной диэлектрической проницаемости

$$\epsilon_{эф} \approx (\epsilon_r + 1)/2 + (\epsilon_r + 1) / \left[ 2(1 + 10h/w)^{1/2} \right] \quad (1.8)$$

и относительной ширины полоски по волновому сопротивлению

$$Z_0 > (44 - 2\epsilon_r) \Rightarrow \frac{w}{h} \approx \frac{1}{A/8 - 1/(4A)}, \quad (1.9)$$

$$Z_0 < (44 - 2\epsilon_r) \Rightarrow \frac{w}{h} \approx \frac{2}{\pi} \left[ (B - 1) - \ln(2B - 1) \right] + \frac{\epsilon_r - 1}{\pi \epsilon_r} \left[ \ln(B - 1) + 0.293 - 0.517/\epsilon_r \right], \quad (1.10)$$

где  $A = \exp \left[ \frac{Z_0 \sqrt{2(\epsilon_r + 1)}}{120} + \frac{1}{2} \left( \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \right) \left( \ln \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\epsilon_r} \ln \frac{4}{\pi} \right) \right]$ ,  $B = 60\pi^2 / (Z_0 \sqrt{\epsilon_r})$ .

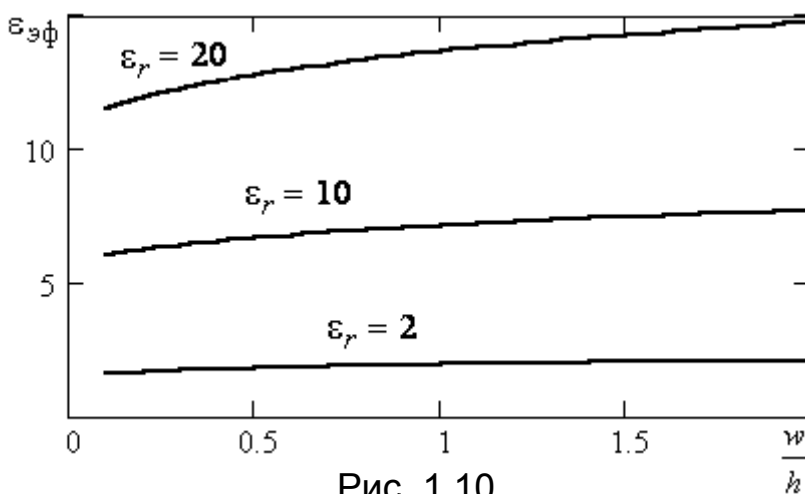


Рис. 1.10

В сопровождающих документах Mathcad'a детально проиллюстрирован расчет по соотношениям (1.8) – (1.10).

Рис. 1.10 иллюстрирует зависимость эффективной диэлектрической проницаемости от относительной ширины полоски. Общее представление о зависимости волнового сопротивления от основных влияющих параметров

дает рис. 1.11.

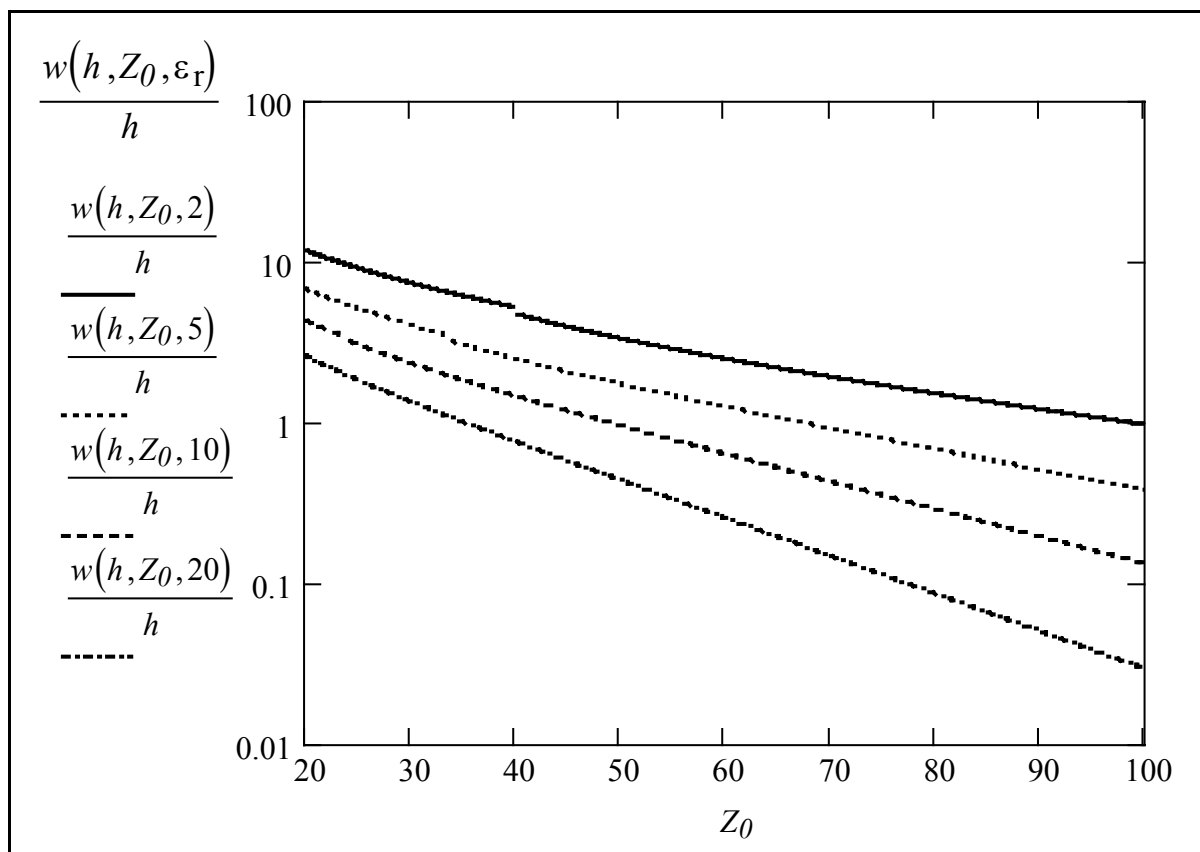


Рис. 1.11

Значительно более точные результаты можно получить, если воспользоваться описанной в 1.4 утилитой trl пакета Serenade. В меню Structure следует выбрать пункт Microstrip Line -> Single, что вызовет подокно анализа и синтеза одиночной МПЛ (рис. 1.12). Интерфейс подобен представленному на рис. 1.8, его отличают схематическое изображение сечения МПЛ, возможность задания (кроме уже рассмотренных физических и геометрических параметров) также высоты крышки над подложкой  $HU^1$  (по умолчанию  $HU = 40h$ ), магнитных характеристик подложки (MSAT, MREM, TANM – *их можно не заполнять*), до трех слоев металлизации полосы (достаточно задавать один любой, непременно с толщиной – Thickness, или не задавать вообще). Всегда обязательно задание  $W$  (ширина полосы),  $Z_0$  (волновое сопротивление),  $ER$  (диэлектрическая проницаемость подложки),  $H$  (толщина подложки).

Возможен расчет физической длины по электрической и обратно, волнового сопротивления по ширине и обратно. Результаты расчетов выводятся в окне и могут быть сохранены в файле для последующей обработки.

<sup>1</sup> Обозначения соответствуют интерфейсу рассматриваемой программы.

Результаты анализа МПЛ включают волновое сопротивление  $Z_0$ , эффективную диэлектрическую проницаемость (здесь –  $K_{eff}$ ), потери в диэлектрике (D Loss), потери в проводниках (T Loss) и общее затухание (C Loss) в дБ/см, все с учетом зависимости от частоты (дисперсия).

Так же, как и в 1.4, при анализе МПЛ можно в полях ширины полоски или частоты указывать диапазон изменения (в формате "начало диапазона / конец диапазона / шаг", разделяя пробелами).

**Microstrip1**

**Dimensions**

W: 1  
P: 0

**Electrical**

$Z_0$ :  
E: 0

**Frequency**

0 80 5 **Analysis** Auto Calculate Off ! Reset All ! Synthesis 0 80 5

**Substrate**

Required  
H: 1 ER: 10  
Optional  
HU: TAND: .001  
Msat: 0 Tanm: 0 Mrem: 0

**Metallization**

Layers	Metal	Name	Code	Resistivity	Thickness	
Bottom	*None*					Reset
Middle	*None*					Reset
Top	Gold	Au		2.44	.1	Reset

RGH: 0 Add new metal

**Units**

Dimensi: mm  
Freque: GHz  
Impedar: Ohm  
Electri: Deg  
Resisti: uOhm\*cm

Freq ghz	Width mm	W/H	$Z_0$ Ohms	$K_{eff}$	D Loss	C Loss dB/cm	T LOSS
.0	1.000	1.000	46.95	6.383	.0000	.0002	.0002
5.0	1.000	1.000	47.17	6.692	.0111	.0172	.0283
10.0	1.000	1.000	48.82	7.116	.0232	.0235	.0467
15.0	1.000	1.000	51.77	7.540	.0361	.0271	.0632
20.0	1.000	1.000	55.57	7.916	.0497	.0291	.0789

Рис. 1.12

Точность расчетов обеспечивается при выполнении следующих ограничений:  $0.01 < W/H < 100$ ,  $1 < ER < 128$ ,  $F(\text{ГГц}) \cdot H(\text{мм}) < 39$ .

Утилита trl дает возможность детально исследовать характеристики МПЛ – например, меняя W и повторяя анализ, построить зависимость волнового сопротивления от ширины полоски; или меняя  $Z_0$ , выполняя синтез и затем анализ, исследовать зависимость затухания от волнового сопротивления и т. д.



### **1.7. Контрольные вопросы**

1. Что такое Т-волна? Каковы ее основные свойства? Проиллюстрируйте эти свойства на примере волны в коаксиальной линии.
2. Графиками и/или формулами проиллюстрируйте распределение поля Т-волны в коаксиальной линии.
3. Как определяются напряжение и ток в линии с Т-волной? Приведите пример для коаксиальной линии.
4. Как определяется волновое сопротивление в линии с Т-волной? Каков физический смысл волнового сопротивления?
5. От чего зависит волновое сопротивление коаксиальной линии? Как его можно рассчитать?
6. Какие характеристики реальных линий описывает телеграфное уравнение?
7. От чего зависит затухание в коаксиальной линии? Как его можно рассчитать?
8. Каковы дисперсионные свойства коаксиальной линии? Чем определяется фазовая скорость волны в коаксиальной линии?
9. Что такое электрическая длина отрезка коаксиальной линии, как ее рассчитать, от чего она зависит?
10. Как рассчитать мощность, переносимую волной в коаксиальной линии? Укажите как минимум два способа, приведите примеры.
11. Что такое погонные параметры коаксиальной линии, как их определить, от чего они зависят? Какие характеристики линии можно определить, зная погонные параметры?
12. Сравните свойства коаксиальной и микрополосковой линий. В чем сходство и в чем различие? Почему говорят, что в МПЛ распространяется квази Т-волна?
13. Можно ли, хотя бы приближенно, определить напряжение и ток в микрополосковой линии? Как это сделать?
14. От чего зависит волновое сопротивление микрополосковой линии? Как его можно рассчитать?
15. От чего зависит затухание в микрополосковой линии? Как его можно рассчитать?
16. Каковы дисперсионные свойства микрополосковой линии? Чем определяется фазовая скорость волны в коаксиальной линии? Что такое эффективная диэлектрическая проницаемость?
17. Что такое электрическая длина отрезка микрополосковой линии, как ее рассчитать, от чего она зависит?
18. Предложите способ расчета погонных параметров микрополосковой линии.
19. Почему обычно значения волнового сопротивления коаксиальной и микрополосковой линий лежат в пределах 40...80 Ом?

## 2. СТОЯЧИЕ И СМЕШАННЫЕ ВОЛНЫ

### 2.1. Коэффициент отражения и импеданс

Общее решение классического волнового уравнения

$$\frac{\partial^2 f(z,t)}{\partial t^2} = v^2 \frac{\partial^2 f(z,t)}{\partial z^2}$$

представляет собой совокупность одинаковых, но бегущих в противоположных направлениях волн:  $f(z,t) = AF(z - vt) + BF(z + vt)$ , где  $v$  – скорость волн,  $F$  – функция, описывающая профиль волны.

Для монохроматических волн можно не рассматривать зависимость от времени (она гармоническая) и использовать комплексные амплитуды. В бегущей волне, если нет потерь, модули амплитуд напряжения и тока определяются мощностью и не зависят от продольной координаты. Фаза же линейно зависит от продольной координаты.

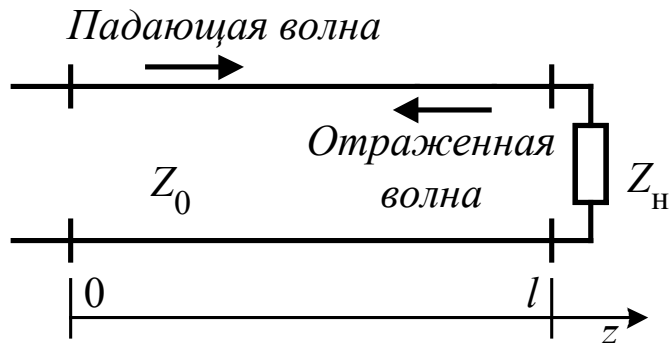


Рис. 2.1

В безграничной регулярной линии можно представить себе одну бегущую (например, в сторону  $+z$ ) волну:

$$U_{\text{пад}}(z) = U_0 e^{-ikz},$$

$$I_{\text{пад}}(z) = U_0 / Z_0 e^{-ikz},$$

но если линия заканчивается нагрузкой (рис. 2.1), то в общем случае падающая на нагрузку волна может полностью не поглотиться и тогда возникает характерное явление – отражение волны. Дело в том, что в бегущей волне напряжение и ток синфазны и их отношение равно волновому сопротивлению линии  $Z_0$ . На нагрузке же должен выполняться закон Ома и отношение комплексных амплитуд напряжения и тока должно определяться импедансом (комплексным полным сопротивлением) нагрузки  $Z_n$ . Появление отраженной волны обеспечивает выполнение закона Ома в сечении нагрузки:

$$U(l) = U_{\text{пад}}(l) + U_{\text{отр}}(l); \quad I(l) = I_{\text{пад}}(l) - I_{\text{отр}}(l); \quad U(l)/I(l) = Z_n. \quad (2.1)$$

Введем коэффициент отражения как отношение комплексных амплитуд напряжения отраженной и падающей волн

$$c(z) = U_{\text{отр}}(z) / U_{\text{пад}}(z). \quad (2.2)$$

В сечении нагрузки из (2.1) получим

$$c_n = c(l) = U_{\text{отр}}(l) / U_{\text{пад}}(l) = (Z_n - Z_0) / (Z_n + Z_0) \quad \text{или} \quad Z_n = Z_0 \frac{1 + \rho(l)}{1 - \rho(l)}. \quad (2.3)$$

Итак, нагрузку линии передачи можно характеризовать как импедансом  $Z_H$ , так и комплексным коэффициентом отражения  $\rho_H$ .

Соотношение (2.2) позволяет определить коэффициент отражения  $\rho(z)$  в любом сечении линии. Модуль коэффициента отражения не меняется в зависимости от продольной координаты  $z$ , а фаза меняется линейно:  $\rho(z) = \rho(l) \exp[i2k(z-l)]$ . Аналогично (2.1) – (2.3) можно определить импеданс в любом сечении линии

$$Z(z) = Z_0 \frac{1 + \rho(z)}{1 - \rho(z)} = \frac{1 + \rho(l) \exp[i2k(z-l)]}{1 - \rho(l) \exp[i2k(z-l)]}, \quad (2.4)$$

или после преобразований с учетом (2.3)

$$Z(z) = Z_0 \frac{Z_H + iZ_0 \operatorname{tg} \Theta}{Z_0 + iZ_H \operatorname{tg} \Theta} \quad (2.5)$$

где  $\Theta = k(l-z)$  – электрическая длина отрезка  $l-z$ .

Соотношения (2.4) и (2.5) описывают так называемую трансформацию импеданса отрезком линии, когда импеданс в некотором сечении зависит от импеданса нагрузки, волнового сопротивления линии и от электрической длины отрезка. Разумеется, можно говорить и о входном сопротивлении (импедансе) отрезка линии  $Z_{\text{вх}} = Z(0)$ . В общем случае  $Z_{\text{вх}} \neq Z_H$ .

Если сопротивление нагрузки равно волновому сопротивлению линии ( $Z_H = Z_0$  – согласованная нагрузка), то входное сопротивление при любой электрической длине отрезка неизменно и также равно волновому. Если электрическая длина отрезка кратна  $180^\circ$  (физическая длина кратна половине длины волны), то входное сопротивление равно сопротивлению нагрузки.

## 2.2. Суперпозиция падающей и отраженной волн

Монохроматические падающая и отраженная волны в линии суммируются – интерферируют. В линии формируется характерная картина смешанной волны – зависимость модуля амплитуды напряжения (или тока) от продольной координаты:

$$\begin{aligned} |U(z)| &= |U_{\text{пад}}(z) + U_{\text{отр}}(z)| = |U_{\text{пад}}(z)(1 + \rho(z))| = \\ &= |U_{\text{пад}}(z)| \sqrt{1 + |\rho|^2 + 2|\rho| \cos(2k(z-l) + \phi_0)}. \end{aligned}$$

Эта зависимость периодическая с периодом  $\lambda/2$ . В ней чередуются максимумы и минимумы. Минимумы всегда несколько острее, чем максимумы. Рис. 2.2 иллюстрирует расчет коэффициента отражения, а также распределения напряжения и тока в линии при заданной нагрузке.

Ввод и контроль исходных данных:

$$f := 300 \cdot 10^6 \quad \lambda := \frac{3 \cdot 10^8}{f} \quad k := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \quad \lambda = 1 \quad k = 6.283$$

$$Z_0 := 50 \quad l := 1 \quad U_0 := 1 \quad Z_H := 50 + i \cdot 50$$

Расчет коэффициента отражения нагрузки:

$$\rho_H := \frac{Z_H - Z_0}{Z_H + Z_0} \quad \text{модуль:} \quad |\rho_H| = 0.447$$

$$\rho_H = 0.2 + 0.4i \quad \text{фаза в радианах:} \quad \arg(\rho_H) = 1.107$$

$$\text{фаза в градусах:} \quad \frac{180}{\pi} \cdot \arg(\rho_H) = 63.435$$

Коэффициент отражения в зависимости от продольной координаты:  $\rho(x) := \rho_H \cdot \exp[i \cdot 2 \cdot k \cdot (x - l)]$

Распределение напряжения  $U_{na\partial}(x) := U_0 \cdot \exp(-i \cdot k \cdot x)$   $I_{na\partial}(x) := \frac{U_{na\partial}(x)}{Z_0}$

и тока:  $U_{omp}(x) := \rho(x) \cdot U_{na\partial}(x)$   $I_{omp}(x) := \frac{U_{omp}(x)}{Z_0}$

$$U(x) := U_{na\partial}(x) + U_{omp}(x) \quad I(x) := I_{na\partial}(x) - I_{omp}(x)$$

$$U_{max} := U_0 \cdot (1 + |\rho_H|) \quad U_{min} := U_0 \cdot (1 - |\rho_H|)$$

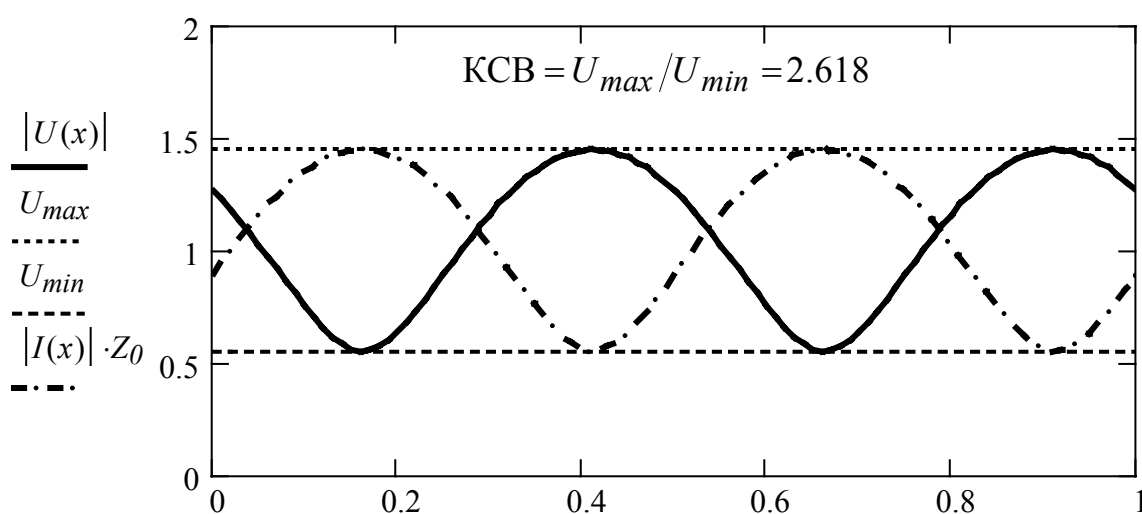


Рис. 2.2

Отношение максимума и минимума в распределении напряжения (как и модуль коэффициента отражения) характеризует степень рассогласования нагрузки. Для описания режима работы линии используют коэффициент стоячей волны

$$КСВ = U_{\max}/U_{\min} = (1 + |\rho|)/(1 - |\rho|), \quad 1 < КСВ < \infty, \quad (2.6)$$

и коэффициент бегущей волны  $КБВ = 1/КСВ$  ( $0 < КБВ < 1$ ).

Чем ближе к единице модуль коэффициента отражения, тем глубже минимумы. При полном отражении ( $|\rho| = 1$ ,  $КСВ = \infty$ ,  $КБВ = 0$ ) формируется стоячая волна. В режиме стоячей волны энергия вдоль линии не передается и не поступает в нагрузку. Если же  $|\rho| = 0$ ,  $КСВ = КБВ = 1$  (согласованная нагрузка, режим бегущей волны), то модули амплитуд напряжения и тока от продольной координаты не зависят, отраженной волны нет и вся энергия падающей волны рассеивается в нагрузке. Рис. 2.3 иллюстрирует расчет режима линии по исходным данным, приведенным на рис. 2.2.

$\rho(0) = 0.2 + 0.4i$	$x_1 := .25$	$\rho(x_1) = -0.2 - 0.4i$	$\rho(l) = 0.2 + 0.4i$
$U_{nad}(0) = 1$		$U_{nad}(x_1) = -i$	$U_{nad}(l) = 1$
$U_{omp}(0) = 0.2 + 0.4i$		$U_{omp}(x_1) = -0.4 + 0.2i$	$U_{omp}(l) = 0.2 + 0.4i$
$U(0) = 1.2 + 0.4i$		$U(x_1) = -0.4 - 0.8i$	$U(l) = 1.2 + 0.4i$
$I_{nad}(0) = 0.02$		$I_{nad}(x_1) = -0.02i$	
$I_{omp}(0) = 4 \times 10^{-3} + 8i \times 10^{-3}$		$I_{omp}(x_1) = -8 \times 10^{-3} + 4i \times 10^{-3}$	
$I(0) = 0.016 - 8i \times 10^{-3}$		$I(x_1) = 8 \times 10^{-3} - 0.024i$	
$P_{nad} := \frac{1}{2} \cdot \text{Re}(U_{nad}(x_1) \cdot \overline{I_{nad}(x_1)})$		$P_{nad} = 0.01$	
$P_{omp} := \frac{1}{2} \cdot \text{Re}(U_{omp}(x_1) \cdot \overline{I_{omp}(x_1)})$		$P_{omp} = 2 \times 10^{-3}$	
$P_H := P_{nad} - P_{omp}$		$P_H = 8 \times 10^{-3}$	
$P_H := \frac{1}{2} \cdot \text{Re}(U(l) \cdot \overline{I(l)})$		$P_H = 8 \times 10^{-3}$	

Рис. 2.3

Рис. 2.4 иллюстрирует описанную ранее трансформацию сопротивления в длинной линии – зависимость полного сопротивления линии от продольной координаты (по исходным данным, приведенным

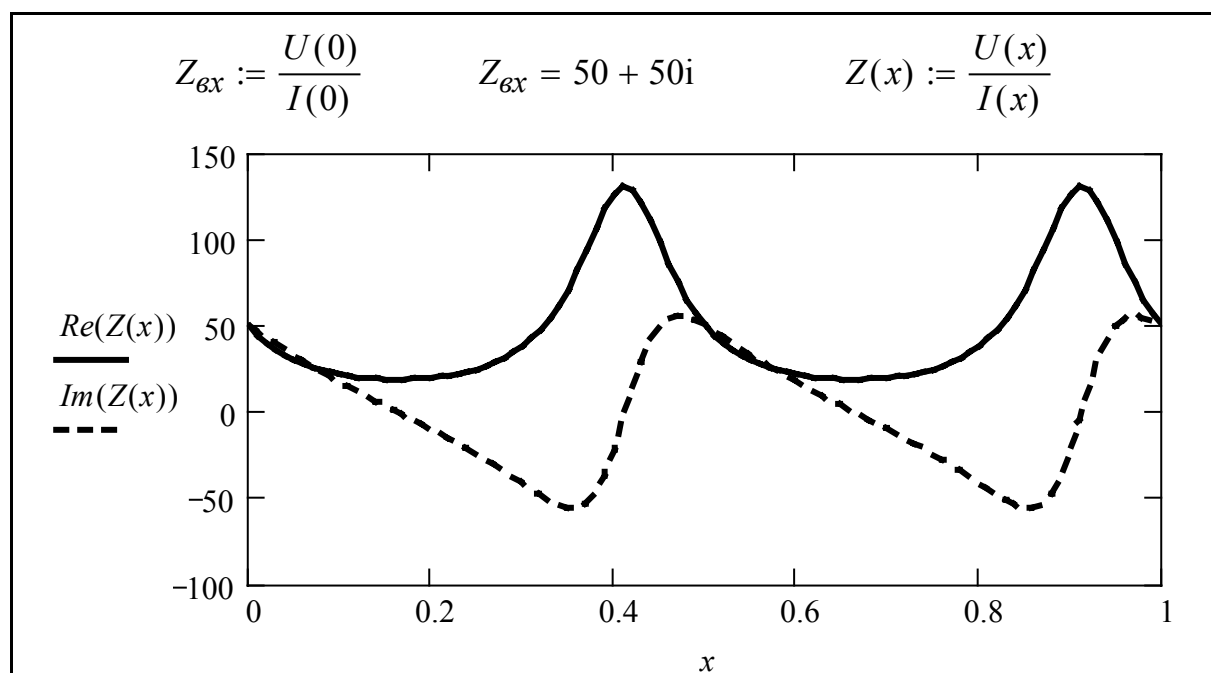


Рис. 2.4

на рис. 2.2). Зависимость эта периодическая, как и следует из соотношений (2.3) и (2.4), с периодом  $\lambda/2$ . Чем меньше модуль коэффициента отражения (и КСВ), тем в меньших пределах трансформируется импеданс.

### 2.3. Измерительная линия

Распределение модуля напряжения в линии, подобное изображенному на рис. 2.2, можно наблюдать экспериментально. Для этого существуют специальные приборы – измерительные линии (ИЛ)<sup>1</sup>. ИЛ представляет собой отрезок линии, вдоль которого перемещается зонд (чаще всего штырь) с детектором, на выходе которого микровольтметром или специальным измерительным усилителем измеряют соответствующее амплитуде поля в линии напряжение в зависимости от продольной координаты. Координату определяют прецизионным отсчетным устройством, в простейшем случае – линейкой с нониусом.

Измеренное распределение амплитуды напряжения несет полную информацию о режиме линии и, следовательно, о нагрузке. Рис. 2.5 демонстрирует эмуляцию в пакете Mathcad реальной измерительной линии и обработку результатов измерений.

<sup>1</sup> Группа Р1 отечественной классификации радиоизмерительных приборов.

Зададим исходные данные - частоту, волновое сопротивление, длину отрезка линии

$$f := 300 \cdot 10^6 \quad Z_0 := 50 \quad l := 1 \quad \lambda := \frac{3 \cdot 10^8}{f} \quad \lambda = 1 \quad k := \frac{2 \cdot \pi}{\lambda}$$

а также напряжение источника и сопротивление нагрузки

$$U_2 := 1 \quad Z_H := 50 + i \cdot 50$$

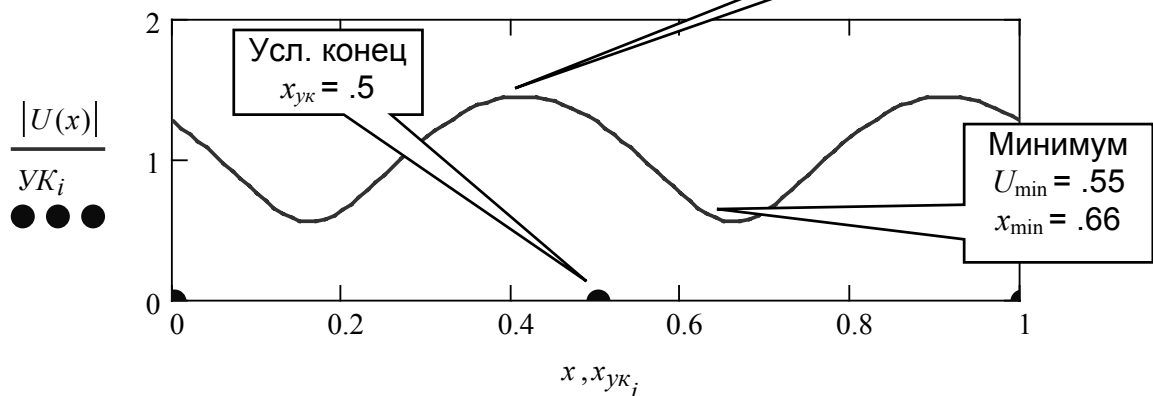
Для коэффициента отражения нагрузки получим

$$\rho_H := \frac{Z_H - Z_0}{Z_H + Z_0} \quad \rho_H = 0.2 + 0.4i \quad |\rho_H| = 0.447 \quad \arg(\rho_H) = 1.107$$

Опишем зависимости от продольной координаты  $\rho(x) := \rho_H \cdot \exp[i \cdot 2 \cdot k \cdot (x - l)]$

$$U_{nao}(x) := U_2 \cdot \exp(-i \cdot k \cdot x) \quad U_{omp}(x) := \rho(x) \cdot U_{nao}(x) \quad U(x) := U_{nao}(x) + U_{omp}(x)$$

График отображает распределение амплитуды напряжения, которое мы увидели бы с помощью измерительной линии (точки на оси x - условные концы линии):



Теперь предположим, что данное распределение амплитуды получено экспериментально, и определим (по правой кнопке мыши на графике, рор-уп меню, команда Трасе...) его параметры:

$$U_{max} := 1.44 \quad U_{min} := .55 \quad x_{min} := .66 \quad x_{y_k} := .5$$

и выполним расчеты:

$$KCB := \frac{U_{max}}{U_{min}} \quad KCB = 2.618$$

$$\rho := \frac{KCB - 1}{KCB + 1} \quad \rho = 0.447 \quad \phi := -4 \cdot \pi \cdot \frac{x_{min} - x_{y_k}}{\lambda} + \pi \quad \phi = 1.131$$

$$\rho := \rho \cdot \exp(i \cdot \phi) \quad Z := Z_0 \cdot \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \quad Z = 48.829 + 49.4i$$

Наши результаты (коэффициент отражения и сопротивление нагрузки) соответствуют исходным данным с некоторой погрешностью - как это было бы при работе с реальной измерительной линией.

Рис. 2.5

Нагрузка подразумевается расположенной справа, генератор – слева. Ось продольной координаты  $x$  направлена от генератора к нагрузке.

По отношению модулей амплитуды в максимуме и минимуме по формулам (2.6) определяется КСВ (КБВ) и модуль коэффициента отражения.

Фаза коэффициента отражения определяется положением минимумов распределения амплитуды напряжения и рассчитывается по смещению минимумов по отношению к так называемым условным концам линии – сечениям, отстоящим от нагрузки на целое число полуволн:

$$\phi = -4\pi \frac{x_{\min} - x_{y.k}}{\lambda} + \pi, \quad (2.7)$$

где  $x_{\min}$  – координата какого-либо минимума,  $x_{y.k}$  – координата условного конца, ближайшего от  $x_{\min}$  по направлению к генератору. Заметим, что, хотя все минимумы в линии равноправны, знаки в (2.7) соответствуют именно такому взаимному положению минимума и условного конца!

Меняя в документе (рис. 2.5) любые исходные данные, можно наблюдать распределение амплитуды напряжения в линии, эмулировать процесс измерения КСВ и координаты минимума с последующим расчетом комплексного коэффициента отражения и (по нему) полного сопротивления нагрузки.

Условные концы могут быть определены также экспериментально путем фиксации минимумов при коротком замыкании в сечении нагрузки. Это нетрудно реализовать в документе (рис. 2.5), если задать  $Z_H = 0$ .

## 2.4. Круговая диаграмма

Расчет по формулам (2.4) – (2.7) несложен, но без применения компьютера утомителен и чреват ошибками. Для прикидочных расчетов существует чрезвычайно удобная и наглядная альтернатива – круговая диаграмма (часто называемая диаграммой Вольперта–Смита).

Круговая диаграмма (рис. 2.6) графически отображает на комплексной плоскости связь коэффициента отражения и нормированного импеданса

$$\bar{Z} = Z/Z_0 = \bar{R} + i\bar{X} = \frac{1 + \rho(z)}{1 - \rho(z)},$$

а также трансформацию импеданса.

Нормированный импеданс (полное сопротивление) безразмерен, единице соответствует сопротивление, равное волновому.



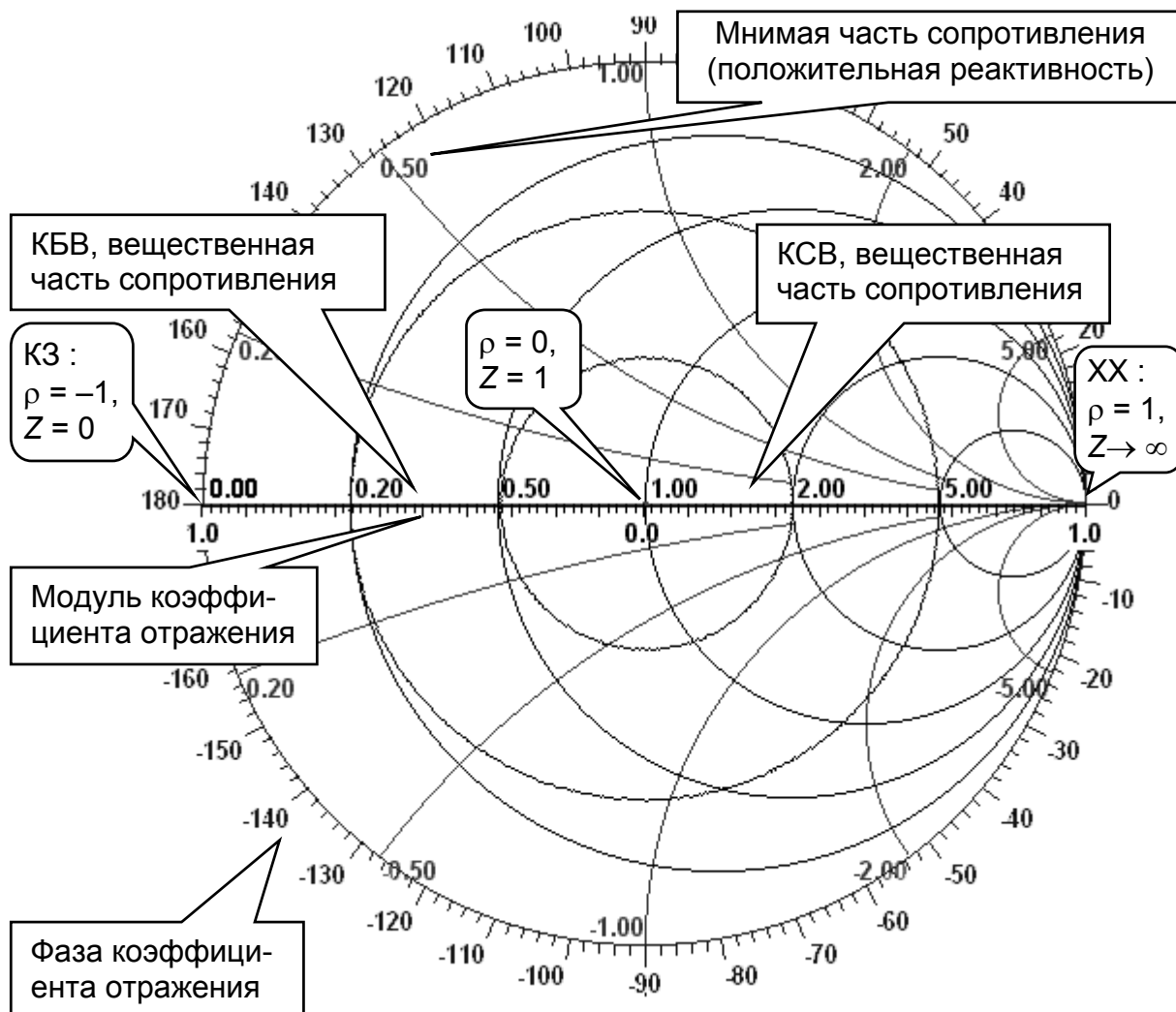


Рис. 2.6

Аналогично вводится понятие нормированной проводимости. Далее в этом подразделе всюду, где прямо не указано иное, будем использовать без дополнительных обозначений нормированные сопротивления. Основные шкалы диаграммы поясняет рис. 2.6. Каждая точка на диаграмме представляет некоторое значение комплексного коэффициента отражения  $\rho$  и соответствующее значение полного сопротивления  $Z = R + iX$ . Центр диаграммы соответствует режиму полного согласования ( $\rho = 0, Z = 1$ ). Из центра может быть построен вектор  $\rho$  с определенными модулем (радиусом) и фазой. Фаза откладывается по внешней окружности.

Линии постоянного модуля коэффициента отражения (а также постоянных КБВ и КСВ) представляют собой концентрические окружности с центром в точке  $\rho = 0$ . Внешняя окружность соответствует полному отражению ( $|\rho| = 1, \text{КБВ} = 0$  и  $\text{КСВ} \rightarrow \infty$ ). Шкалы для  $|\rho|$ , КБВ и

КСВ нанесены на горизонтальной средней линии, которую удобнее представить вращающейся вокруг центра.

Рис. 2.7 иллюстрирует построение на диаграмме окружностей постоянных вещественной и мнимой частей полного сопротивления.

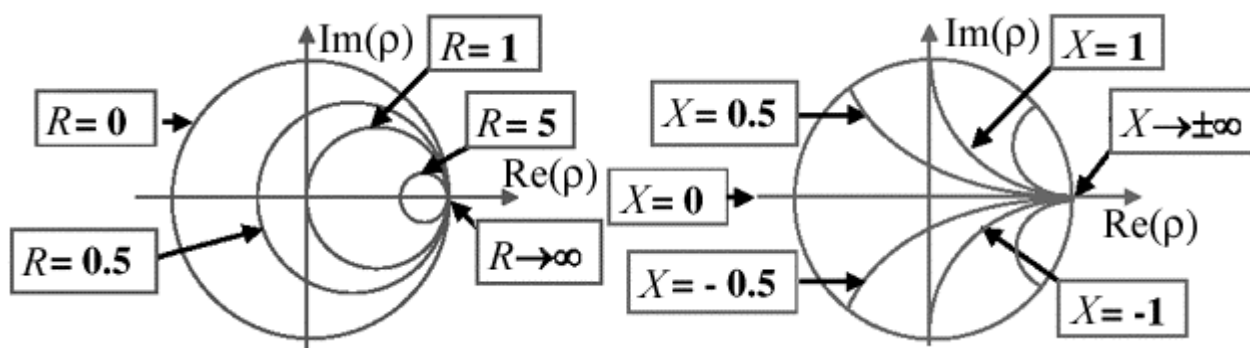


Рис. 2.7

Шкала значений  $R$  нанесена на горизонтальной средней линии, шкала  $X$  – на внешней окружности (см. рис. 2.6).

Горизонтальная средняя линия представляет чисто активные сопротивления ( $X = 0$ ) и соединяет 3 характерные точки – короткого замыкания (слева), полного согласования (центр) и холостого хода (справа). Она же делит диаграмму на зоны положительных (индуктивных) реактивностей (сверху) и отрицательных (емкостных) – снизу.

Рис. 2.8 иллюстрирует построение на диаграмме точки, соответствующей заданному сопротивлению ( $Z = (25 + i100)/50 = 0.5 + i2.0$ ), и последующее определение модуля и фазы коэффициента отражения. Очевидно, процедуру нетрудно обратить – по модулю и фазе коэффициента отражения найти сопротивление.

Круговая диаграмма отображает также трансформацию импеданса длинной линией, причем значительно нагляднее, чем формулы (2.4) – (2.7) или графики (рис. 2.4, 2.5). При смещении вдоль линии модуль коэффициента отражения остается неизменным, а фаза меняется линейно. Соответственно отображающая точка перемещается по окружности постоянного модуля коэффициента отражения (КСВ, КБВ). Вращение по часовой стрелке соответствует смещению к генератору, против часовой стрелки – к нагрузке. Полная окружность соответствует смещению на половину длины волны. Смещение на половину окружности (четверть длины волны) преобразует нормированное сопротивление в обратную величину (численно это соответствует пересчету сопротивления в проводимость и обратно).

Внешняя окружность диаграммы часто оцифровывается не только в градусах, но и в долях длины волны. Начало отсчета для смещения принято брать в точке короткого замыкания (так называемые ус

ловные концы линии – точки, отстоящие от нагрузки на целое число полуволн).

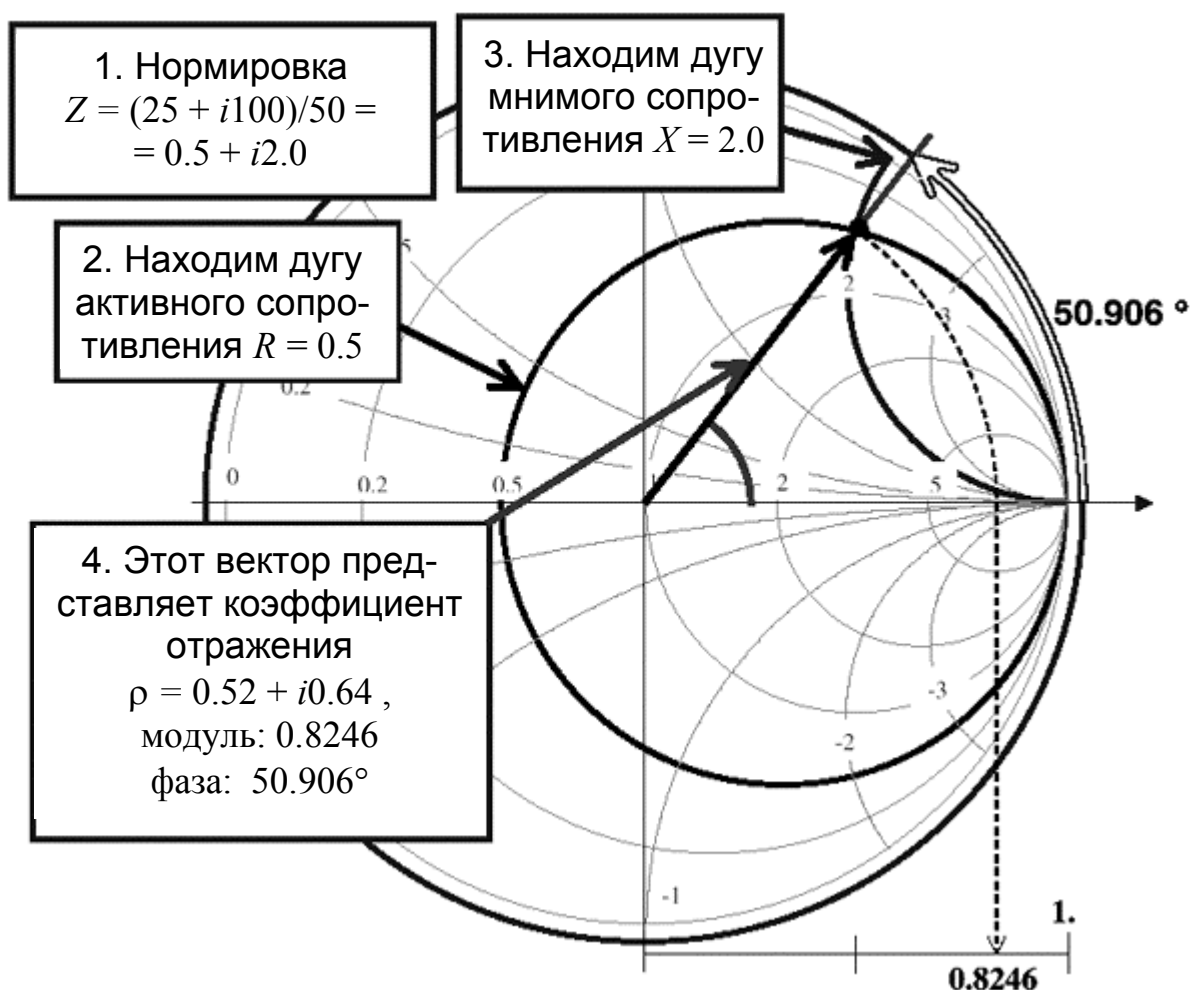


Рис. 2.8

Круговая диаграмма остается исключительно популярной у разработчиков СВЧ-устройств. Ее используют как наглядное средство отображения результатов в большинстве пакетов программ и измерительных приборах. Многие задачи синтеза также проще решаются на круговой диаграмме.

## 2.5. Расчет входных характеристик отрезка линии в пакете Serenade

Задача расчета входных характеристик отрезка линии – одна из простейших, решаемых в пакете Serenade, и на ней продолжим знакомство с пакетом. Необходимо запустить оболочку пакета Serenade

SV (или Serenade Design Environment) и открыть проект `t_line.ssp` (именно проект<sup>1</sup>, а не какую-либо его часть!).

Многочисленные кнопки панелей быстрого доступа можно не использовать (или даже скрыть) – их применение ускоряет работу лишь при определенном навыке. Для начинающих надежнее пользоваться командами меню. Также рекомендуется начинать с минимальной модификации готовых проектов – примеров.

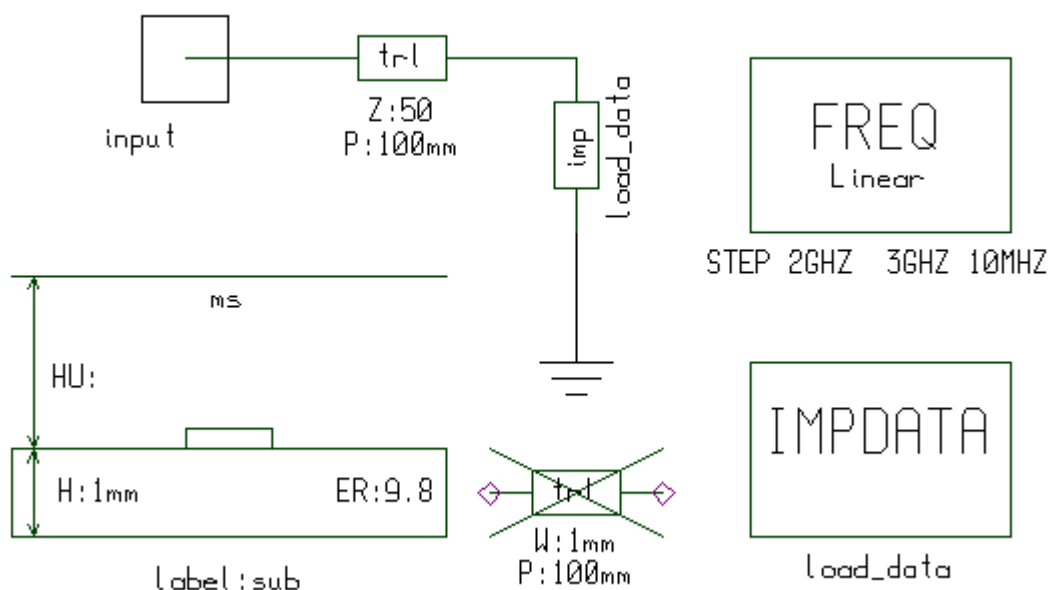


Рис. 2.9

В меню Windows должны быть представлены окна схемы (`t_line.sch`) и ее описания на внутреннем языке (`t_line.ckt`), не подлежащего редактированию. Все операции по модификации схемы или ее параметров следует производить только в окне схемы (`*.sch`).

В окне схемы (рис. 2.9) представлена собственно схема, состоящая из входного порта (`input`), отрезка идеализированной линии (`trl`), нагрузки (`imp`), а также блоки управления диапазоном частот (`FREQ`), данными нагрузки (`IMPDATA`), параметрами подложки (`ms`) для "заготовки" микрополосковой линии (последняя перечеркнута, т. е. деактивирована в текущем состоянии).

В процессе выполнения работы необходимо менять лишь численные значения параметров. Параметры отрезка идеализированной линии – волновое сопротивление и длина – помещены в ее свойства. Параметры нагрузки – вещественная и мнимая часть сопротивления – помещены в блок `IMPDATA`, а в свойствах самой нагрузки есть ссылка

<sup>1</sup> В состав проекта входит несколько файлов, различающихся расширениями. Стандартное расширение для проекта – `*.ssp`.

на блок IMPDATA. Диапазон частот и шаг – в блоке FREQ. Для каждого элемента двойной щелчок мыши открывает его свойства (параметры) для просмотра или модификации. В панели свойств доступна также контекстно зависящая помощь (кнопка Info) с отсылкой к достаточно полной справочной подсистеме. Следует аккуратно относиться к формату данных и размерностям (ohm – Ом, mm – мм, GHz – ГГц) в свойствах элементов или изучить варианты форматов в документации.

Запуск анализа осуществляется командой Analysis... в меню Analysis.

После выполнения анализа в меню Windows появляются отчеты, заготовленные при создании проекта. Их можно просматривать через меню Windows (например, по команде Cascade), а модифицировать или создавать новые – через меню Reports. Заготовленные отчеты представляют частотную зависимость входных импеданса ( $Z_{11}$ ), коэффициента отражения (здесь –  $S_{11}^1$ ), KCB (VSWR – voltage standing wave ratio) в форме таблицы, обычного графика и на круговой диаграмме. Правая кнопка мыши на отчетах дает широкие возможности, в том числе копирования данных в буфер для последующего использования при обработке результатов или внедрения их в другие документы (например, отчет по лабораторной работе).

После исследования характеристик идеализированной линии можно заменить ее на заготовку МПЛ. Для этого по заданным электрическим параметрам МПЛ и параметрам подложки в утилите trl (см. 1.6) следует определить ее физические параметры – ширину и длину, а затем отредактировать параметры МПЛ в свойствах отрезка, а параметры подложки – в свойствах подложки (см. рис. 2.9). Модифицированный отрезок МПЛ необходимо активировать (в меню нажатием правой кнопки мыши на нем), затем заменить идеализированную линию на МПЛ, пользуясь типовыми командами Удалить/Вставить, доступными как в главном меню Edit, так и по правой кнопке мыши на соответствующих элементах. После замены отрезка линии и корректировки диапазона частот повторить анализ.

## **2.6. Контрольные вопросы**

1. Как математически описываются волны в длинной линии?
2. Что такое коэффициент отражения? Как он зависит от продольной координаты? Как он связан с сопротивлением нагрузки?
3. Что такое "согласованная нагрузка"?

---

<sup>1</sup> В пакете Serenade рассчитываются элементы матрицы рассеяния (см. разд. 3), частным случаем которой является коэффициент отражения, причем для двухполюсника  $\rho = S_{11}$ .

4. Что называют трансформацией импеданса длинной линией? Охарактеризуйте зависимость импеданса от продольной координаты. В каких случаях отрезок линии не трансформирует импеданс?
5. Приведите формулу, описывающую зависимость импеданса от продольной координаты. Каков период этой зависимости? В каких пределах меняется вещественная часть импеданса?
6. Выведите формулу для входного импеданса четвертьволнового (электрическая длина  $\pi/2$ ) отрезка линии, нагруженного на заданную нагрузку.
7. Представьте графически распределение напряжения и тока в линии с согласованной нагрузкой, КЗ и ХХ.
8. Что такое КСВ и КБВ? Как они связаны с модулем коэффициента отражения? В каких пределах они могут меняться?
9. Представьте графически распределение напряжения и тока в линии с произвольной нагрузкой при трех разных значениях КСВ.
10. Как изменение модуля и фазы коэффициента отражения влияет на распределение напряжения и тока в линии? Приведите примеры для нескольких характерных значений модуля и фазы коэффициента отражения.
11. Как по известному распределению напряжения в линии определить комплексный коэффициент отражения и импеданс нагрузки?
12. От каких факторов зависит мощность, поглощаемая нагрузкой длинной линии? Чем привлекателен режим бегущей волны?
13. Дайте сравнительную характеристику режимов бегущей, стоячей, смешанной волны в длинной линии.
14. Что отображает круговая диаграмма? Укажите характерные точки и кривые на ней.
15. Как на круговой диаграмме отображается трансформация импеданса длинной линией?
16. Приведите пример построения на круговой диаграмме точки по заданному импедансу.
17. Аналитически и графически охарактеризуйте частотную зависимость импеданса и коэффициента отражения на входе идеализированного отрезка линии, нагруженного на заданную нагрузку.
18. В чем проявляется отличие характеристик МПЛ от характеристик идеализированной линии? Ответ проиллюстрируйте примерами расчета.

### 3. МАТРИЦА РАССЕЯНИЯ

#### 3.1. Декомпозиция и матричное описание СВЧ-цепей

Наиболее общим методом анализа сложных высокочастотных систем является их декомпозиция на отдельные элементы, взаимодействующие через входы<sup>1</sup>. При этом исходная система заменяется эквивалентной цепью из сравнительно простых составных частей.

Как и в классической теории цепей, при описании устройств СВЧ принято выделять многополюсники – устройства с несколькими парами входных и выходных зажимов. Частным случаем многополюсника может быть и двухполюсник – конечная нагрузка. Отрезки линий передачи рассматриваются как четырехполюсники. Хотя многополюсники могут иметь сложную внутреннюю структуру, в процессе анализа цепи они рассматриваются как некие "черные ящики", описанные своими внешними параметрами. При необходимости многополюсник может быть подвергнут декомпозиции на более простые составные части.

В классической теории цепей многополюсники характеризуют матрицами, связывающими токи и напряжения на зажимах. Такие матрицы (сопротивлений, проводимостей, передачи) существуют не для всех многополюсников. Например, четырехполюсник, содержащий только шунтирующую проводимость, не имеет матрицы проводимостей, а содержащий только последовательное сопротивление – не имеет матрицы сопротивлений. Идеальный трансформатор не обладает ни матрицей проводимостей, ни матрицей сопротивлений. Причина этого – в определении классических матриц при вырожденных нагрузках многополюсника, т.е. при коротком замыкании или холостом ходе на зажимах. Для СВЧ-цепей такое определение часто не имеет физического смысла и потому формально. На СВЧ затруднено непосредственное измерение параметров короткого замыкания и холостого хода. Наконец, только для линий с Т-волной можно строго определить сами понятия тока и напряжения.

Параметры рассеяния (или S-параметры) первоначально были введены именно в теории СВЧ-цепей. Будучи определенными при некоторых конечных нагрузках на зажимах, они существуют для любых физически реализуемых многополюсников. Их достоинство – наглядность, простота измерения, ясный физический смысл. Поскольку через параметры рассеяния особенно удобно выражать величины, связанные с преобразованием мощности, то они широко используются во всех тех случаях, когда рассматриваются вопросы согласования,

---

<sup>1</sup> Понятие "вход" подразумевает пару полюсов (зажимов). В качестве синонима употребляются термины плечо, порт и др.

всех тех случаях, когда рассматриваются вопросы согласования, передачи мощности и т. п.

### 3.2. Нормировка амплитуд волн

При анализе устройств СВЧ наибольший интерес представляют такие величины, как мощность, передаваемая в нагрузку, отношение мощностей падающей и отраженной волн, фазовый сдвиг, задержка и ослабление волн в тракте. В то же время особенности распределения поля в линии обычно имеют второстепенное значение, так как для типовых линий эти распределения хорошо изучены. Поэтому целесообразно пользоваться нормированными значениями амплитуд волн, абстрагируясь от подробностей структуры электромагнитного поля.

Волны, распространяющиеся к многополюснику, принято называть падающими, а распространяющиеся от многополюсника – отраженными (или рассеянными). Амплитуду падающей волны обозначают буквой  $a$ , отраженной –  $b$ .

В качестве меры интенсивности волн принимают переносимую ими мощность, определяя нормированные комплексные амплитуды бегущих волн по формулам

$$a(z) = \sqrt{2P_{\text{пад}}} e^{-ikz + i\phi_{\text{пад}}}, \quad b(z) = \sqrt{2P_{\text{отр}}} e^{ikz + i\phi_{\text{отр}}}, \quad (3.1)$$

где  $P_{\text{пад}}$ ,  $P_{\text{отр}}$  – мощности падающей и отраженной волн,  $\phi_{\text{пад}}$ ,  $\phi_{\text{отр}}$  – их начальные фазы.

Размерность определяемых таким образом амплитуд волн –  $\text{Вт}^{1/2}$ . Модуль амплитуды волны определяется мощностью, а фаза подчиняется типовой для линий передачи зависимости  $\pm kz$  (знак "–" соответствует запаздыванию фазы при распространении волны в сторону возрастания продольной координаты, обратной волне соответствует знак "+"). Для однозначного определения фазы необходимо также фиксировать отсчетные сечения.

Отношение амплитуды отраженной волны к амплитуде падающей представляет собой коэффициент отражения (2.2). Модуль коэффициента отражения есть корень квадратный из отношения мощностей отраженной и падающей волн, он также связан с коэффициентом стоячей волны (2.6).

Мощность, проходящая через выбранное сечение линии, определяется разностью мощностей, переносимых падающей и отраженной волнами:



$$P = P_{\text{пад}} - P_{\text{отр}} = \frac{|a(z)|^2}{2} - \frac{|b(z)|^2}{2} = \frac{|a(z)|^2}{2} (1 - |\rho(z)|^2) = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ (a(z)[1 + \rho(z)])(a^*(z)[1 - \rho^*(z)]) \right]. \quad (3.2)$$

Здесь знак \* обозначает комплексное сопряжение.

Соотношение (3.2) позволяет формально ввести для каждого сечения линии полный нормированный ток

$$i_{\text{н}}(z) = a(z)[1 - \rho(z)] = a(z) - b(z)$$

и полное нормированное напряжение

$$u_{\text{н}}(z) = a(z)[1 + \rho(z)] = a(z) + b(z),$$

ибо активная мощность в сечении  $z$

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \left[ u_{\text{н}}(z) i_{\text{н}}^*(z) \right].$$

В линиях передачи с Т-волной можно в каждом сечении определить напряжение и ток, отношение которых называется волновым сопротивлением. В этом случае

$$\begin{aligned} U &= U_{\text{н}} - U_{\text{о}} = U_{\text{н}}(1 + \rho) = \sqrt{Z_0} u_{\text{н}} = \sqrt{Z_0} (a + b); \\ I &= I_{\text{н}} + I_{\text{о}} = \frac{U_{\text{н}}}{Z_0} (1 - \rho) = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} i_{\text{н}} = \frac{1}{\sqrt{Z_0}} (a - b). \end{aligned} \quad (3.3)$$

В принципе, на зажимах цепи с сосредоточенными параметрами также можно определить амплитуды падающей и отраженной волн, задавшись базисным сопротивлением  $Z_0$ :

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{Z_0}} U + \sqrt{Z_0} I \right\}; \\ b &= \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{Z_0}} U - \sqrt{Z_0} I \right\}. \end{aligned} \quad (3.4)$$

В качестве базисного сопротивления может быть выбрана любая удобная величина, в том числе комплекснозначная функция частоты. Нормировка к комплексному сопротивлению нагрузки используется при расчете широкополосных согласующих цепей. Мы же в дальнейшем всегда будем считать, что амплитуды волн нормируются либо к активному волновому сопротивлению линии передачи, либо – когда линия отсутствует – к некоторому положительному вещественному базисному сопротивлению, не зависящему от частоты.

Итак, нормированные комплексные амплитуды волн можно непротиворечивым образом ввести и в линии с Т-волной (по мощности или напряжению/току), и в волноведущих системах, не поддерживающих Т-волну (по мощности), и на зажимах в сосредоточенной цепи (по напряжению/току, задавшись базисным сопротивлением).

В линиях с Т-волной всегда можно от амплитуд волн перейти к напряжению и току по соотношениям (3.3). В волноведущих системах, не поддерживающих Т-волну, нельзя строго определить волновое сопротивление, напряжение и ток; но соотношения вида (3.3) иногда используют формально, или определяют по ним нормированные ток и напряжение.

### 3.3. Определение и свойства матрицы рассеяния

Определим векторы падающих и отраженных волн на входах многополюсника, обобщив соотношения (3.1) и (3.4). Пусть на  $k$ -м входе

$$a_k = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{Z_{0k}}} U_k + \sqrt{Z_{0k}} I_k \right\},$$

$$b_k = \frac{1}{2} \left\{ \frac{1}{\sqrt{Z_{0k}}} U_k - \sqrt{Z_{0k}} I_k \right\}.$$

Квадратная матрица, связывающая амплитуды отраженных (рассеянных) и падающих волн на входах многополюсника:

$$\mathbf{b} = \mathbf{S} \mathbf{a} \quad (3.5)$$

называется матрицей рассеяния, а ее элементы – параметрами рассеяния, или S-параметрами.

Связывая нормированные амплитуды волн, получаем нормированную матрицу рассеяния с безразмерными коэффициентами<sup>1</sup>.

Матрица рассеяния является обобщением понятия коэффициента отражения на многополюсные цепи.

Для четырехполюсника матричное выражение (3.5) примет вид

$$\begin{cases} b_1 = S_{11}a_1 + S_{12}a_2, \\ b_2 = S_{21}a_1 + S_{22}a_2. \end{cases}$$

Смысл элементов матрицы рассеяния ясен из определения (3.5). Элементы главной диагонали (такие, как  $S_{11}$ ,  $S_{22}$ ) суть коэффициенты отражения соответствующих плеч при согласовании остальных (т. е. когда все остальные плечи нагружены на базисные сопротивления), а недиагональные – волновые коэффициенты передачи от одного плеча к другому при тех же условиях:

$$S_{km} = \left. \frac{b_k}{a_m} \right|_{a_j=0, j \neq m} \quad (k, m = 1, n). \quad (3.6)$$

В общем случае коэффициенты S-матрицы являются комплексными (как отношение комплексных амплитуд волн) и зависят от частоты.

---

<sup>1</sup> Существуют также другие определения S-матрицы, однако используются они крайне редко.

Простейшая методика измерений параметров рассеяния заключается в поочередном возбуждении плеч при согласовании остальных (в принципе, достаточно  $n$  линейно независимых воздействий) и использовании соотношений (3.6). Для симметричных многополюсников могут использоваться специально подобранные комбинированные возбуждения (в принципе, всегда достаточно  $n$  линейно независимых воздействий). Для повышения точности можно выполнить избыточные измерения с расчетом на последующее усреднение результатов.

Если входы и выходы многополюсника представляют собой линии передачи, то при определении его матрицы рассеяния должны быть зафиксированы положения плоскостей отсчета. Смещение плоскостей отсчета в пределах регулярных одномодовых отрезков линий передачи приводит к изменению амплитуд волн:

$$a'_k = \exp(i\gamma_k \Delta l_k) a_k, \quad b'_k = \exp(-i\gamma_k \Delta l_k) b_k,$$

где  $a_k$  и  $b_k$  – амплитуды волн в исходных сечениях;  $a'_k$  и  $b'_k$  – то же в смещенных сечениях;  $\Delta l_k$  – смещение плоскости отсчета;  $\gamma_k$  – постоянная распространения  $k$ -й линии.

Элементы матрицы рассеяния, записанной для смещенных отсчетных сечений, связаны с исходным равенством

$$S_{\Delta km} = S_{km} \exp(-i\gamma_k \Delta l_k - i\gamma_m \Delta l_m). \quad (3.7)$$

Заметим, что для  $Z$ - и  $Y$ -матриц преобразование (3.7), отражающее столь важное в теории СВЧ-цепей видоизменение многополюсника, получается значительно более сложным.

Взаимные многополюсники имеют симметричную (по отношению к главной диагонали) матрицу рассеяния

$$S^t = S, \text{ или поэлементно } S_{km} = S_{mk},$$

как, впрочем, и матрицы сопротивлений и проводимостей

$$Z^t = Z, \quad Y^t = Y.$$

Свойство взаимности не зависит от геометрической симметрии. Равенство коэффициентов передачи со входа на выход и с выхода на вход (например,  $S_{21} = S_{12}$ ) в несимметричных устройствах кажется удивительным, но является абсолютно строгим. Взаимными являются устройства, сделанные из изотропных материалов. Невзаимные свойства проявляют устройства, содержащие анизотропные материалы (например, подмагниченные ферриты), или в которых внешними силами созданы направленные потоки заряженных частиц (например, электронные приборы).

Для физической реализуемости пассивного многополюсника необходима неотрицательная определенность энергетической матрицы  $\mathbf{1}_n - S^*(i\omega)S(i\omega)$ . Здесь  $\mathbf{1}_n$  – единичная матрица порядка  $n$ , индекс  $*$  оз-

начает эрмитово сопряжение (комплексное сопряжение и транспонирование) матрицы.

Если же цепь не имеет потерь, то ее матрица рассеяния унитарна:

$$\mathbf{S}^* \mathbf{S} = \mathbf{1}_n. \quad (3.8)$$

Условие унитарности связывает между собой отдельные элементы матрицы рассеяния. Так, сумма квадратов модулей элементов каждого столбца равна единице, столбцы ортогональны между собой, а модуль определителя равен единице. В частности, для четырехполюсника условие (3.8) означает:

$$|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 = 1, \quad |S_{22}|^2 + |S_{12}|^2 = 1, \quad S_{11}^* S_{12} + S_{21}^* S_{22} = 0, \quad S_{11}^* S_{21} + S_{12}^* S_{22} = 0,$$

откуда

$$|S_{11}| = |S_{22}|, \quad |S_{12}| = |S_{21}|, \quad \arg S_{11} + \arg S_{22} = \pi + \arg S_{12} + \arg S_{21}.$$

Если же четырехполюсник является реактивным (т. е. взаимным и без потерь), то должны быть равны не только модули, но и фазы  $S_{12}$  и  $S_{21}$ , и количество независимых переменных в матрице рассеяния не превышает трех.

Априорная информация о взаимности и/или недиссипативности позволяет уменьшить объем вычислений или выполнить проверку расчетов.

### **3.4. Матрицы рассеяния простейших многополюсников**

В технике СВЧ наиболее распространенный элемент – это отрезок линии. Его матрица рассеяния имеет особенно простой вид при нормировке к волновому сопротивлению и зависит только от электрической длины  $\Theta$  :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 & e^{-i\Theta} \\ e^{-i\Theta} & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.9)$$

Заметим, что если нормировать амплитуды волн к сопротивлениям, не равным волновому сопротивлению отрезка, то вместо (3.9) надо использовать существенно более сложное выражение.

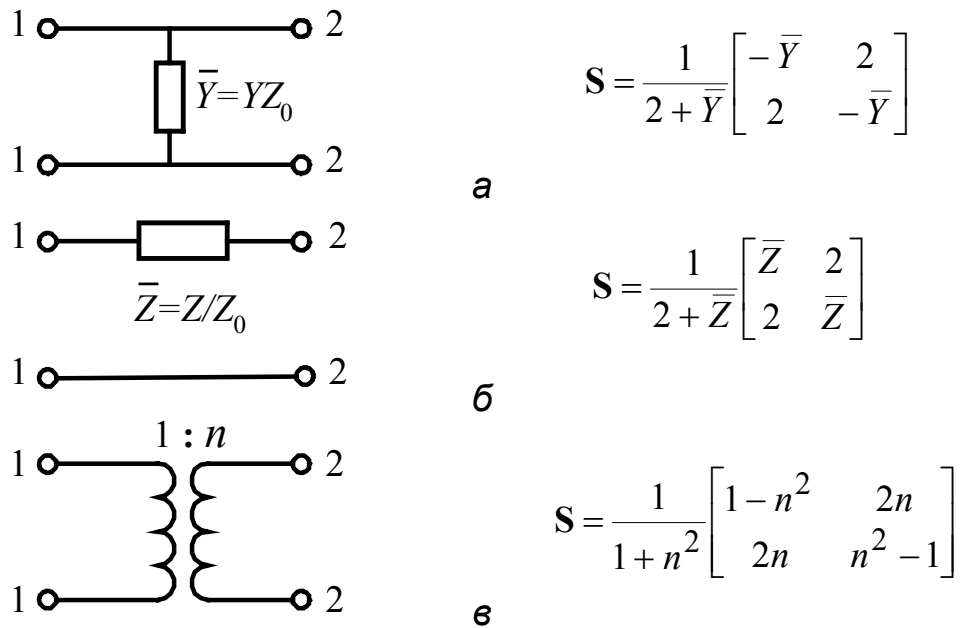


Рис. 3.1

На рис. 3.1, а и б приведены матрицы рассеяния шунтирующей проводимости  $\bar{Y} = YZ_0$  и последовательного сопротивления  $\bar{Z} = Z/Z_0$ , нормированные к базисному сопротивлению  $Z_0$ . На рис. 3.1, в приведена матрица рассеяния идеального трансформатора с коэффициентом трансформации  $n$ . Подразумевается нормировка к двум базисным сопротивлениям  $Z_{01}$  и  $Z_{02}$ .

Идеальный трансформатор приближенно моделирует стык линий передачи с неравными (в общем случае) волновыми сопротивлениями  $Z_{01}$  и  $Z_{02}$ , тогда коэффициент трансформации  $n = \sqrt{Z_{01}/Z_{02}}$ . Более точная модель должна учитывать реактивности, обусловленные возбуждающимися на стыке высшими типами волн в линиях.

Матрица рассеяния шестиполюсника общего вида содержит 9 элементов. В частных случаях симметричного соединения трех одинаковых линий – параллельного или последовательного – идеализированные матрицы рассеяния таковы:

$$S_{\text{пар}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 \\ 2 & -1 & 2 \\ 2 & 2 & -1 \end{bmatrix}, \quad S_{\text{посл}} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 2 & 2 \\ 2 & 1 & -2 \\ 2 & -2 & 1 \end{bmatrix}. \quad (3.10)$$

Модель реального стыка линий должна учитывать возможную асимметрию и реактивности, обусловленные высшими типами волн.

### 3.5. Расчет матриц рассеяния в пакете Serenade

В этой работе основным инструментом является пакет Serenade, а Mathcad рекомендуется использовать для вспомогательных вычислений и оформления отчета.

#### 3.5.1. Расчет матрицы рассеяния отрезка МПЛ

Необходимо запустить пакет Serenade и открыть проект S\_matr\_1.ssp<sup>1</sup>. Проект похож на рассмотренный в 2.5 (там же см. описание приемов работы), но теперь отрезок МПЛ представлен как четырехполюсник (рис. 3.2) и имеет входной (input) и выходной (output) порты.

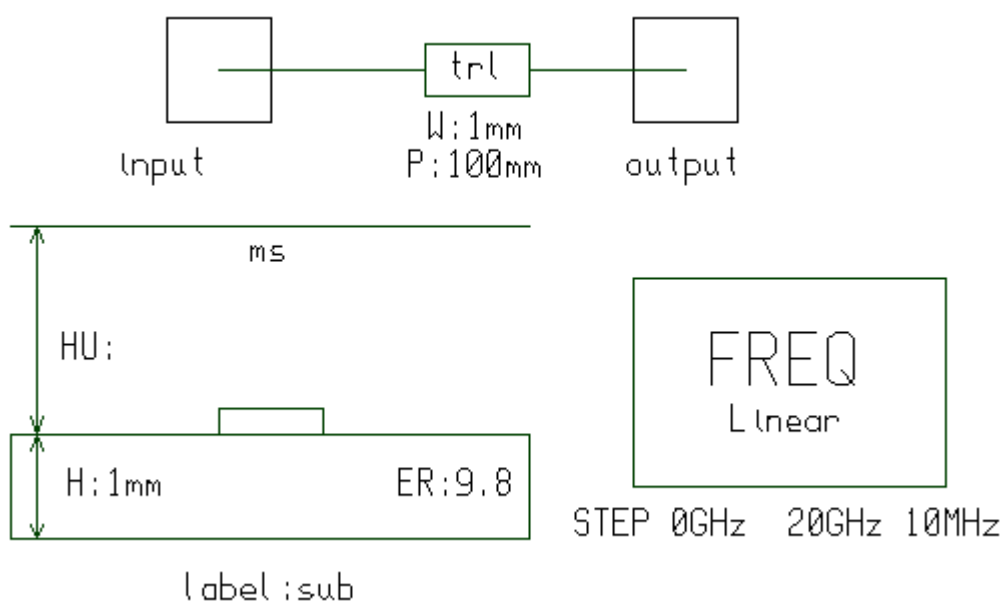


Рис. 3.2

По заданным электрическим параметрам МПЛ и параметрам подложки в утилите trl (см. 1.6) следует определить ее физические параметры – ширину и длину, а затем отредактировать параметры МПЛ в свойствах отрезка, а параметры подложки – в свойствах подложки.

После выполнения анализа доступны заготовленные отчеты – частотные зависимости модуля и фазы коэффициента передачи  $S_{21}$  в графической и табличной формах. Затухание определяется потерями в металле и диэлектрике, оно практически отсутствует на низких частотах и растет с частотой (модуль коэффициента передачи падает с ростом частоты). Зависимость фазы коэффициента передачи от частоты отражает дисперсионные свойства МПЛ. Эти же характеристики для сопоставления можно рассчитать и с помощью утилиты trl.

<sup>1</sup> См. примечание на с. 28.

### 3.5.2. Расчет матрицы рассеяния скачка ширины МПЛ

В пакете Serenade необходимо открыть проект S\_matr\_2.ssp. В проекте (рис. 3.3) представлен четырехполюсник, образованный скачкообразным изменением ширины МПЛ.

Входная линия (порт input) скачком (step) меняет ширину с  $w_1$  на  $w_2$ , отрезок шириной  $w = w_2$  имеет длину  $p$ , затем линия опять скачком меняет ширину с  $w_2$  на  $w_1$  (выходной порт output).

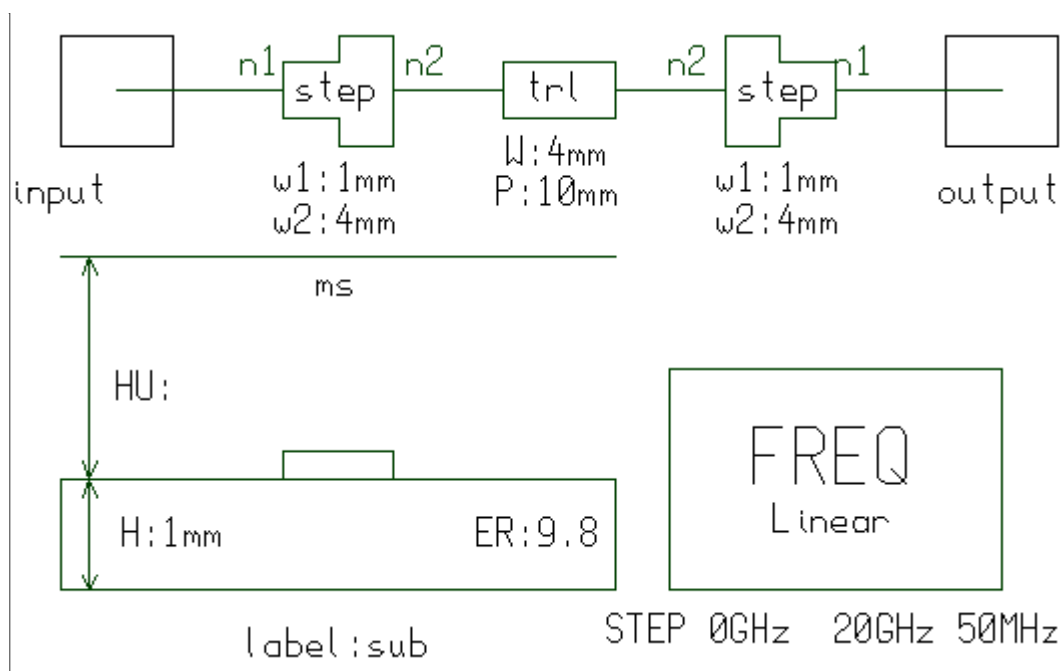


Рис. 3.3

По заданным параметрам подложки, волновому сопротивлению основной линии, электрическим параметрам отрезка МПЛ в утилите trl (см. 1.6) следует определить его физические параметры – ширину  $w$  и длину  $p$ , ширину основной линии  $w_1$ , а затем отредактировать параметры в свойствах скачков ширины ( $w_1$ ,  $w_2 = w$ ) и отрезка ( $w$ ,  $p$ ), а параметры подложки – в свойствах подложки.

После выполнения анализа доступны подготовленные отчеты – частотные зависимости коэффициентов  $S_{11}$ ,  $S_{21}$  (модуль, фаза) в графической и табличной формах.

Если электрическая длина отрезка кратна  $\pi$ , то отрезок не трансформирует сопротивление, поэтому на соответствующих частотах (и в том числе на нулевой частоте) должно быть  $|S_{11}| = 0$ ,  $|S_{21}| = 1$  (вся мощность поступает со входа на выход, отражение мало). На тех же частотах, где электрическая длина отрезка кратна  $\pi/2$ , наблюдается заметное отражение и снижение модуля коэффициента передачи. Заметим, что при малых потерях должно выполняться условие унитарности матрицы рассеяния и, следовательно,  $|S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 \approx 1$ . С

ростом частоты потери и дисперсия в МПЛ, а также паразитные параметры собственно скачков ширины сказываются сильнее, поэтому частотная зависимость коэффициентов  $S$ -матрицы не периодическая.

### 3.5.3. Расчет матрицы рассеяния стыка трех МПЛ

В пакете Serenade необходимо открыть проект S\_matr\_3.ssp. В проекте (рис. 3.4) представлен шестиполюсник, образованный Т-образным сочленением (tee) трех МПЛ (ширины  $w_1$ ,  $w_2$ ,  $w_3$ ).

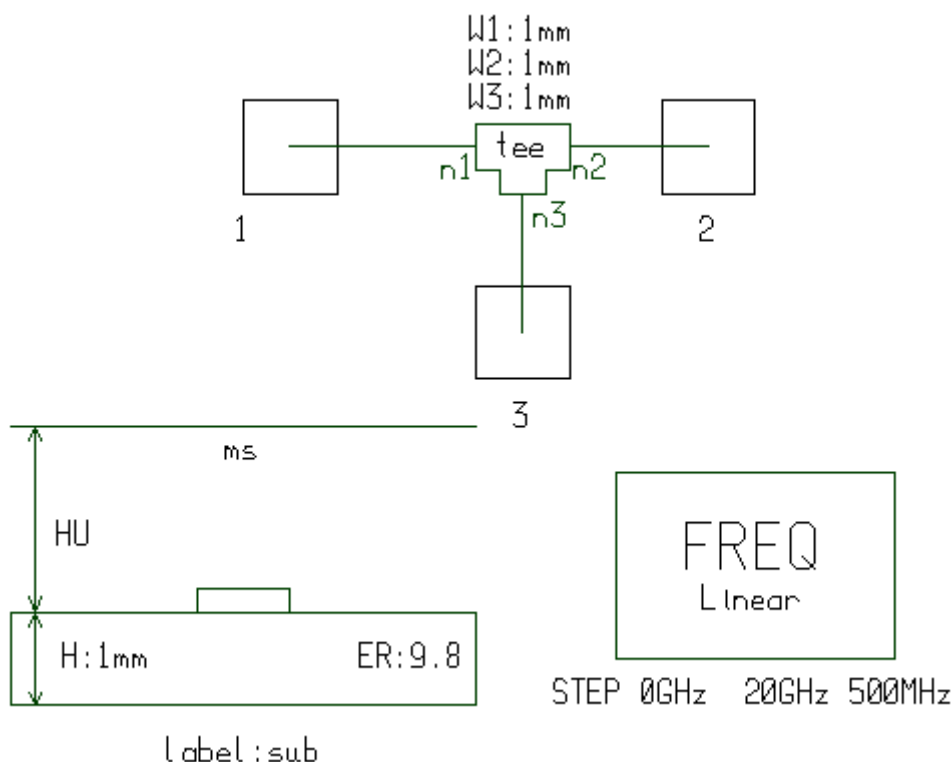


Рис. 3.4

После выполнения анализа доступны заготовленные отчеты – частотные зависимости коэффициентов  $S_{11}$ ,  $S_{21}$ ,  $S_{31}$  (модуль, фаза) в графической и табличной формах. Заметим, что даже с учетом симметрии и взаимности это не все коэффициенты, значения которых отличаются друг от друга. Необходимо модифицировать отчеты так, чтобы получить полную информацию о матрице рассеяния рассматриваемого шестиполюсника.

На низких частотах матрица рассеяния сочленения МПЛ близка к идеальной для параллельного соединения трех линий (3.10), на высоких частотах отличие сильное – за счет влияния высших типов волн, возбуждающихся на стыках.



### **3.6. Контрольные вопросы**

1. Как определяются нормированные амплитуды волн в длинной линии? Какова их размерность?
2. Что такое матрица рассеяния? Каков физический смысл коэффициентов матрицы рассеяния? Поясните определение коэффициентов  $S_{11}$  и  $S_{21}$ .
3. Проведите аналогию между матрицей рассеяния и коэффициентом отражения. Проведите аналогию между матрицами рассеяния, сопротивлений, проводимостей.
4. Как изменяется матрица рассеяния при смещении плоскостей отсчета?
5. Каковы свойства матрицы рассеяния взаимной цепи? Каковы свойства матрицы рассеяния цепи без потерь?
6. Какие цепи имеют унитарную матрицу рассеяния? В чем физический смысл унитарности матрицы рассеяния?
7. Дайте сравнительную характеристику матриц рассеяния идеализированного отрезка линии и отрезка МПЛ в полосе частот.
8. Как и почему связаны между собой коэффициенты матрицы рассеяния идеализированного отрезка линии? Сколько коэффициентов достаточно определить для полного представления матрицы рассеяния идеализированного отрезка линии?
9. Как и почему связаны между собой коэффициенты матрицы рассеяния отрезка МПЛ? Сколько коэффициентов достаточно определить для полного представления матрицы рассеяния отрезка МПЛ?
10. Как влияют физические параметры отрезка МПЛ на его матрицу рассеяния? Является ли эта матрица унитарной?
11. Приведите матрицу рассеяния четырехполюсника, образованного параллельным включением в линию конденсатора известной емкости. Каковы свойства такой матрицы?
12. Приведите матрицу рассеяния четырехполюсника, образованного параллельным включением в линию известной индуктивности. Каковы свойства такой матрицы?
13. Приведите матрицу рассеяния четырехполюсника, образованного последовательным включением в линию конденсатора известной емкости. Каковы свойства такой матрицы?
14. Приведите матрицу рассеяния четырехполюсника, образованного последовательным включением в линию известной индуктивности. Каковы свойства такой матрицы?
15. Дайте сравнительную характеристику матриц рассеяния идеализированного параллельного сочленения трех линий и стыка трех МПЛ в полосе частот.

## 4. РЕЗОНАНС В ОТРЕЗКАХ ЛИНИЙ

### 4.1. Короткозамкнутый шлейф

Отрезок линии, замкнутый на конце, принято называть короткозамкнутым шлейфом. Сначала рассмотрим свойства отрезков без потерь. При коротком замыкании ( $Z_H = 0$ ) на выходе отрезка линии из формулы (2.5) получим входное сопротивление короткозамкнутого шлейфа

$$Z_{BX} = iZ_0 \operatorname{tg} \Theta, \quad (4.1)$$

где  $\Theta = kl = \omega l/v$  – электрическая длина отрезка,  $v$  – фазовая скорость.

Рис. 4.2 иллюстрирует расчет по формуле (4.1).

Зададим длину и волновое сопротивление отрезка линии, а также скорость волны :

$$l := .75 \quad Z_0 := 50 \quad v := 3 \cdot 10^8$$

В расчетах будем использовать электрическую длину отрезка, которая при отсутствии дисперсии прямо пропорциональна частоте :

$$\Theta(f) := 2 \cdot \pi \cdot f \cdot \frac{l}{v}$$

Рассчитаем входное сопротивление отрезка линии, закороченного на конце :

$$Z_{in}(f) := i \cdot Z_0 \cdot \tan(\Theta(f))$$

и исследуем частотную зависимость мнимой части входного сопротивления

$$X(f) := \operatorname{Im}(Z_{in}(f))$$

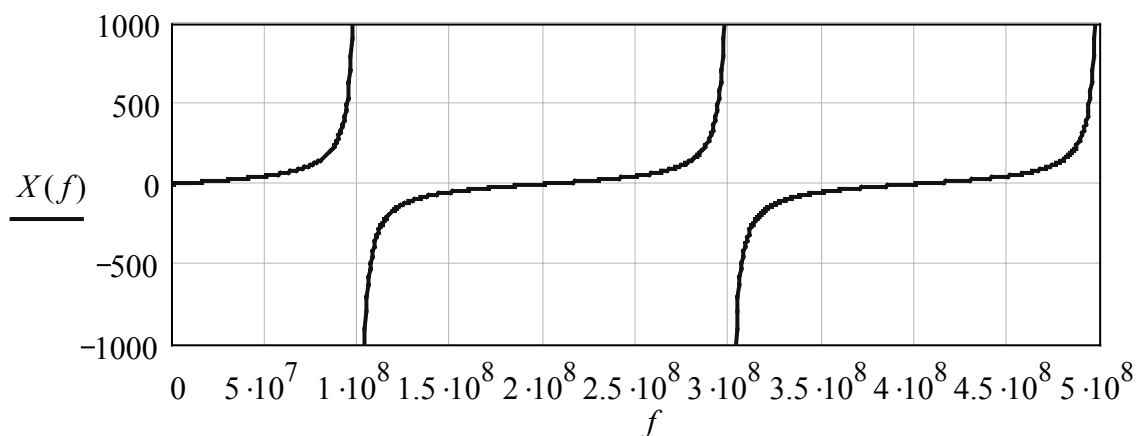


Рис. 4.1

Вещественная часть входного импеданса шлейфа без потерь равна нулю (или не определена). На круговой диаграмме (см. рис. 2.6, 2.7) геометрическим местом точек, соответствующих входному импе-

дансу (и коэффициенту отражения) шлейфа без потерь, является внешняя окружность. Разумеется, отсутствие потерь является идеализацией.

Для приближенного учета потерь введем постоянную затухания

$$\alpha := .1$$

и рассчитаем входное сопротивление отрезка линии с потерями, закороченного на конце :

$$Z_{in}(f) = Z_o \cdot \frac{1 + \rho(\theta)}{1 - \rho(\theta)} = Z_o \cdot \frac{(1 - \exp(-i \cdot 2 \cdot \theta(f) - 2 \cdot \alpha \cdot l))}{(1 + \exp(-i \cdot 2 \cdot \theta(f) - 2 \cdot \alpha \cdot l))}$$

$$Z_{in}(f) := Z_o \cdot \tanh(i \cdot \theta(f) + \alpha \cdot l)$$

и исследуем частотную зависимость вещественной и мнимой части входного сопротивления сначала в широкой полосе частот :

$$R(f) := \text{Re}(Z_{in}(f)) \quad X(f) := \text{Im}(Z_{in}(f))$$

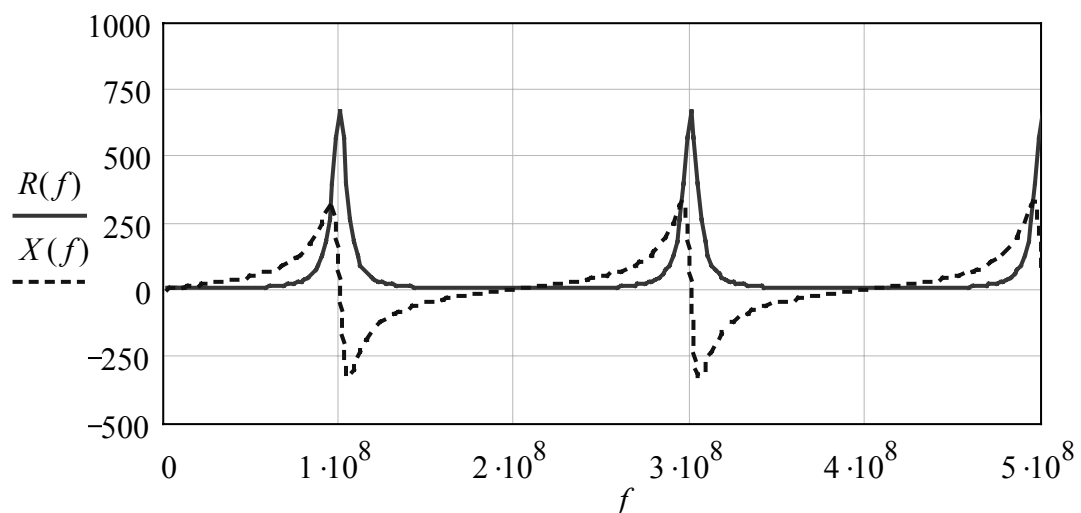


Рис. 4.2

Учет потерь (рис. 4.2) приводит к появлению ненулевой вещественной части входного импеданса. Рис. 4.2 показывает, что в окрестности частот, соответствующих электрической длине, кратной  $\pi$  (или физической длине, кратной половине длины волны), наблюдается подобие последовательного резонанса (чисто вещественный и сравнительно низкий входной импеданс  $Z_{\text{вх}} = Z_0 \alpha l$ ), а в окрестности частот, соответствующих  $\Theta = \pi/2 + n\pi$ , где  $n$  – целое (или физической длине в четверть длины волны плюс целое число полуволн), наблюдается подобие параллельного резонанса (чисто вещественный и сравнительно высокий входной импеданс  $Z_{\text{вх}} = Z_0 / \alpha l$ ).

Целые значения  $n$  соответствуют резонансным частотам резонансов параллельного типа :

$$n := 1 \quad f_{o_n} := \frac{v}{2 \cdot l} \cdot \left( n - \frac{1}{2} \right) \quad f_{o_n} = 1 \times 10^8$$

Покажем, что вблизи каждой из таких частот свойства отрезка линии подобны свойствам параллельного контура с эквивалентными параметрами

$$R_e := \frac{Z_o}{\alpha \cdot l} \quad C_e := \frac{1}{2 \cdot Z_o} \cdot \frac{l}{v} \quad L_e := \frac{1}{\left( 2 \cdot \pi \cdot f_{o_n} \right)^2 \cdot C_e}$$

$$R_e = 666.667 \quad C_e = 2.5 \times 10^{-11} \quad L_e = 1.013 \times 10^{-7}$$

и входным сопротивлением

$$Z_e(f) := \frac{1}{\left( \frac{1}{R_e} + i \cdot 2 \cdot \pi \cdot f \cdot C_e - \frac{i}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot L_e} \right)}$$

Следующие графики иллюстрируют, как хорошо совпадают вещественные и мнимые части входного сопротивления отрезка линии в окрестности выбранного параллельного резонанса и эквивалентного колебательного контура.

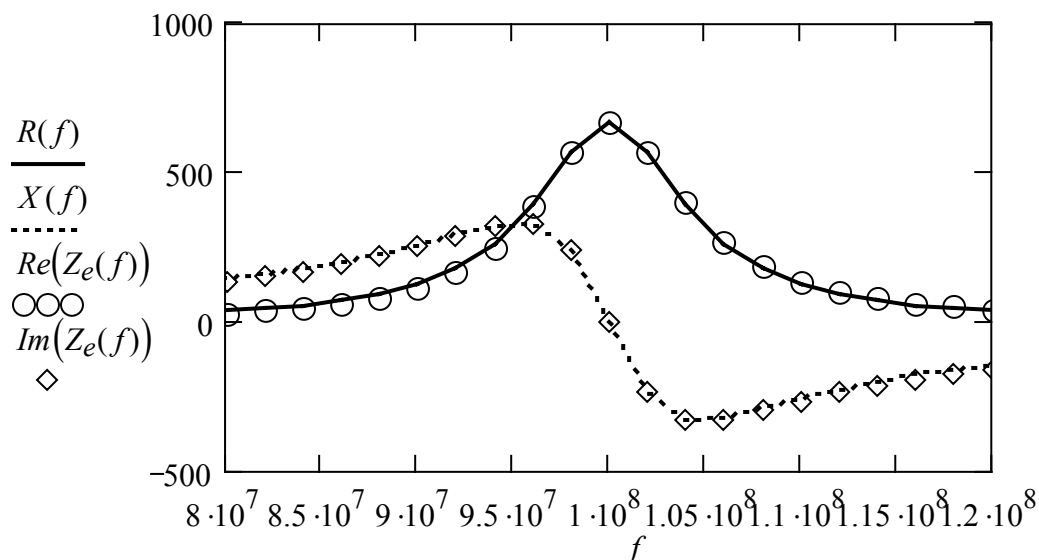


Рис. 4.3

Более детально эквивалентность резонансов шлейфа и колебательного контура иллюстрирует рис. 4.3.

## 4.2. Расчет характеристик шлейфов в пакете Serenade

### 4.2.1. Расчет входных характеристик закороченного на конце отрезка МПЛ

В пакете Serenade необходимо открыть проект st\_1.ssp<sup>1</sup>. В проекте (рис. 4.4) представлено моделирование входных характеристик МПЛ-шлейфа (sst) – отрезка МПЛ, закороченного на конце.

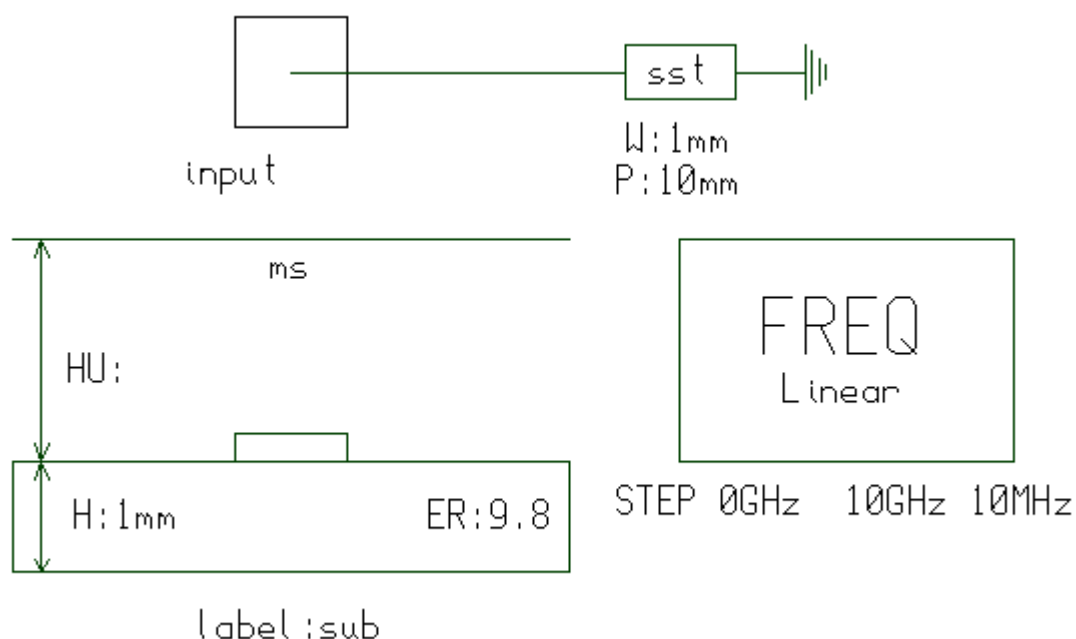


Рис. 4.4

После выполнения анализа доступен подготовленный отчет – частотная зависимость входного импеданса. Эта зависимость аналогична представленной на рис. 4.2, но из-за влияния дисперсии она не периодическая. Поскольку потери в МПЛ сравнительно малы, то резонансы острые. Для детального исследования частотной характеристики в области резонансов можно применить команду Zoom in всплывающего меню, вызываемого по нажатию правой кнопки мыши на поле графика. При перемещении указателя мыши по полю графика в нижней левой части главного окна (status line) отображаются текущие координаты указателя. По ним можно определить значения на характерных точках графика – максимальные и минимальные значения сопротивлений, а также полосу пропускания, по которой в свою очередь найти добротность.

<sup>1</sup> См. примечание на с. 28, а также 2.5, 3.2 и прилагаемые к проектам справочные файлы.

#### 4.2.2. Расчет характеристик МПЛ-шлейфа, включенного параллельно

В пакете Serenade необходимо открыть проект st\_2.ssp. В проекте (рис. 4.5) представлено моделирование параллельно включенного МПЛ-шлейфа (sst), как четырехполюсника.

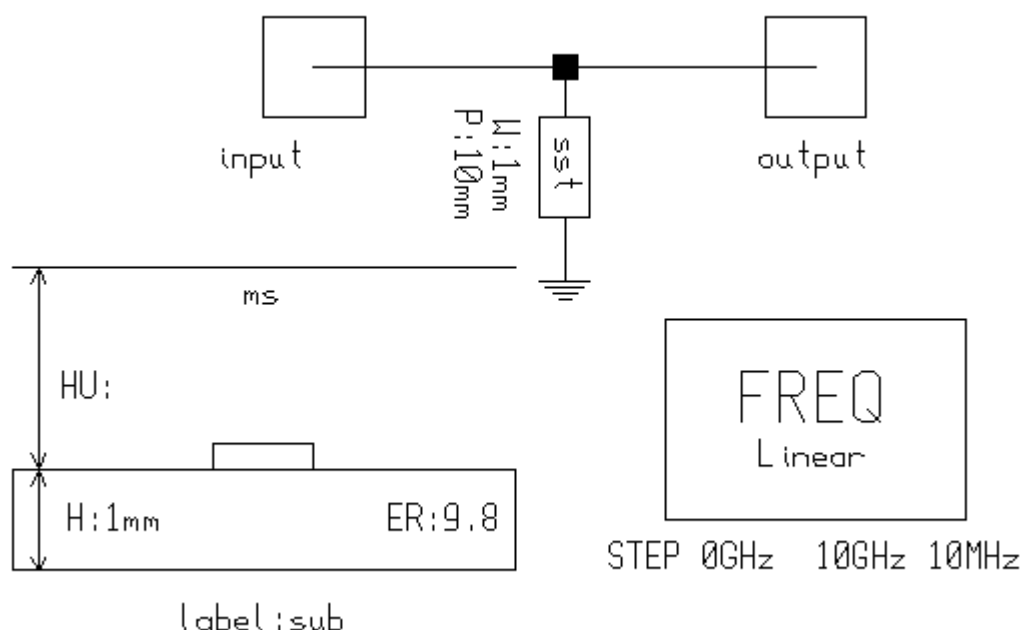


Рис. 4.5

После выполнения анализа доступны заготовленные отчеты – частотные зависимости модуля коэффициентов  $S_{11}$ ,  $S_{21}$ .

На тех частотах, на которых входной импеданс шлейфа велик (параллельные резонансы), параллельно включенный шлейф практически не шунтирует основную линию и  $S_{11} \approx 0$ ,  $S_{21} \approx 1$ . На частотах последовательных резонансов шлейф сильно шунтирует основную линию и  $S_{11} \approx -1$ ,  $S_{21} \approx 0$ <sup>1</sup>. Рассматриваемый четырехполюсник представляет, таким образом простейший режекторный (заградительный) фильтр.

Меняя длину и ширину шлейфа, меняем характер частотной зависимости коэффициентов S-матрицы.

---

<sup>1</sup> Заметим, что, зная входной импеданс шлейфа (например, по результатам 4.2.1), по формулам на рис. 3.1, а можно рассчитать рассматриваемые S-параметры.

### **4.3. Контрольные вопросы**

1. Постройте частотную зависимость входного импеданса короткозамкнутого шлейфа без потерь в области частот первых трех параллельных резонансов. Как найти резонансные частоты?
2. Постройте частотную зависимость входного импеданса короткозамкнутого шлейфа с потерями в области частот первых трех параллельных резонансов. Как влияет изменение постоянной затухания на эту зависимость?
3. Как влияет изменение длины и волнового сопротивления шлейфа на частотную зависимость входного импеданса?
4. Как рассчитать входное сопротивление шлейфа на частотах параллельного и последовательного резонансов?
5. В каком смысле и при каких условиях возможна эквивалентность шлейфа и колебательного контура? В какой полосе частот такая эквивалентность имеет место?
6. Как рассчитать параметры контуров, эквивалентных шлейфу на определенных резонансах?
7. Предложите способы расчета добротности шлейфа на определенных резонансах.
8. В чем проявляется отличие характеристик микрополоскового шлейфа от характеристик шлейфа на идеализированной линии?
9. Как найти резонансные частоты микрополоскового шлейфа?
10. Как влияет ширина МПЛ на характеристики микрополоскового шлейфа?
11. Как влияет дисперсия в МПЛ на характеристики микрополоскового шлейфа?
12. Как влияет затухание в МПЛ на характеристики микрополоскового шлейфа?
13. Как следует включить шлейф, чтобы сформировать простейший режекторный фильтр (четыреполюсник, имеющий малый коэффициент передачи на некоторых частотах)? Как обеспечить подавление заданной частоты? Как влияет затухание в МПЛ на характеристики такого фильтра?
14. Является ли матрица рассеяния четырехполюсника, изображенного на рис. 4.5, унитарной? При каких условиях она может стать унитарной?
15. Как изменятся характеристики шлейфа, если короткое замыкание на его конце заменить холостым ходом (сопротивлением, много большим волнового)?

Малышев Виктор Николаевич  
ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ И ВОЛНЫ  
Учебное пособие

Редактор Э. К. Долгатов  
ЛР № 020617 от 24.06.98

---

Подписано в печать . Формат 60 x 84<sup>1</sup>/<sub>16</sub>. Бумага офсетная.  
Печать офсетная. Усл. печ. л. 2,79. Уч.-изд. л. 3,0.  
Тираж 380 экз. Заказ

---

Издательство СПбГЭТУ "ЛЭТИ"  
197376, С.-Петербург, ул. Проф. Попова, 5