

TÖL304G
Forritunarmál
Verkefnablað 1 — Lausnir

Snorri Agnarsson

1. september 2024

Hópverkefni

1. Hvað er mál?

(A) Strengur.

(B) Mengi strengja.

(C) Fall frá strengjum yfir í mengi merkinga.

(D) Fall frá heiltölum yfir í strengi.

Svar: (B).

2. Sýnið BNF, EBNF og málrít fyrir eftirfarandi mál, ef hægt er. Ef eitthvað af þessu er ekki hægt tilgreinið þá hvers vegna það er ekki hægt. Ekki þarf að sanna að það sé ekki hægt, en ástæðan sem þið tilgreinið þarf að vera rétt. Gerið ráð fyrir að $0 \in \mathbb{N}$.

a) $\{a^n b^k c^n \mid n, k \in \mathbb{N}\}$.

Svar: BNF:

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &::= a \langle x \rangle c \\ &\mid \langle y \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \langle y \rangle &::= b \langle y \rangle \\ &\mid \epsilon \end{aligned}$$

EBNF:

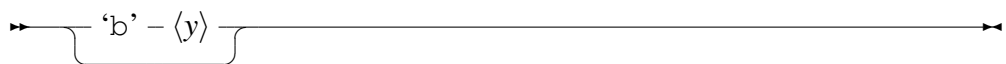
$$\begin{aligned} x &= 'a', x, 'c' \mid y ; \\ y &= 'b', y \mid ; \end{aligned}$$

Málrít:

$\langle x \rangle$:



$\langle y \rangle$:



Annað málrít:

$\langle x \rangle$:



b) $\{(ab)^k c^n d^n \mid n, k \in \mathbb{N}\}$.

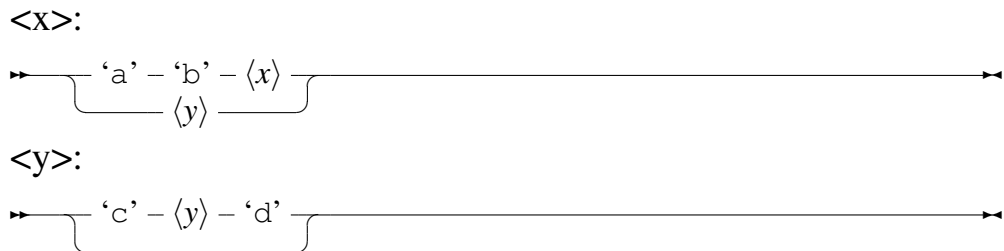
Svar: BNF:

$$\begin{aligned}\langle x \rangle &::= a b \langle x \rangle \\ &\quad | \langle y \rangle \\ \langle y \rangle &::= c \langle y \rangle d \\ &\quad | \epsilon\end{aligned}$$

EBNF:

$$\begin{aligned}x &= 'a', 'b', x \mid y ; \\ y &= 'c', y, 'd' \mid ;\end{aligned}$$

Málrit:



c) $\{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}\}.$

Svar: Málið er ekki samhengisfrjálst (það er hins vegar sniðmengi tveggja samhengisfrjálsra mála).

d) $\{a^n b^n c^k \mid n, k \in \mathbb{N}\}.$

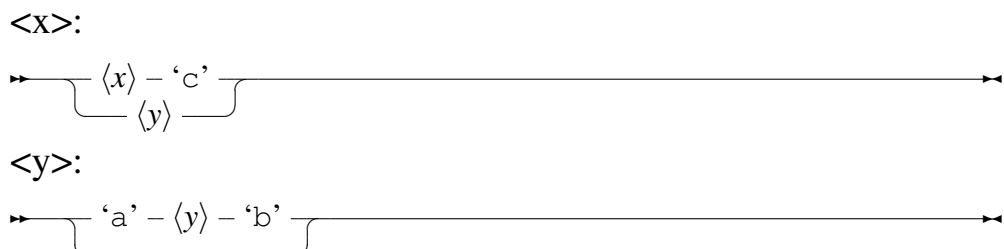
Svar: BNF:

$$\begin{aligned}\langle x \rangle &::= \langle x \rangle c \\ &\quad | \langle y \rangle \\ \langle y \rangle &::= a \langle y \rangle b \\ &\quad | \epsilon\end{aligned}$$

EBNF:

$$\begin{aligned}x &= x, 'c' \mid y ; \\ y &= 'a', y, 'b' \mid ;\end{aligned}$$

Málrit:



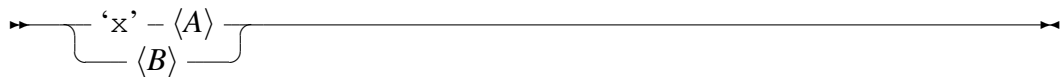
3. Lýsið í stuttu máli (á íslensku, sem sagt) því máli sem eftirfarandi BNF mállýsing skilgreinir. Athugið að þið eigið að lýsa málinu, ekki mállýsingunni.

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &::= x \langle x \rangle \\ &\mid \langle y \rangle \\ \langle y \rangle &::= y \langle y \rangle \\ &\mid \epsilon \end{aligned}$$

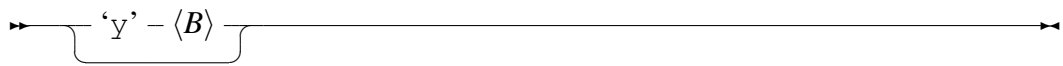
Sýnið einnig málrit og endanlega stöðuvél fyrir málið. Athugið að endanlega stöðuvélin mun ekki þurfa fleiri en tvær stöður. Endanlega stöðuvélin má vera löggeng eða brigðgeng. Hvort tveggja getur gengið upp.

Svar: Þetta er málið yfir stafrófið $\{x,y\}$ þar sem hver strengur byrjar á núll eða fleiri x og síðan koma núll eða fleiri y . Málrit getur verið svona:

$\langle A \rangle$:

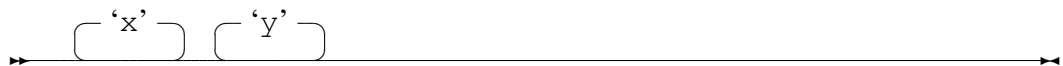


$\langle B \rangle$:

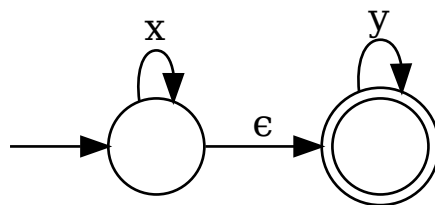


Annað málrit:

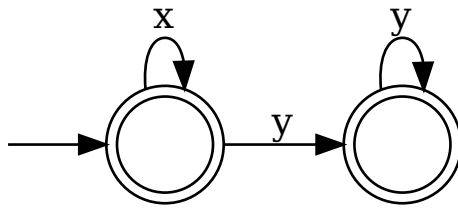
$\langle A \rangle$:



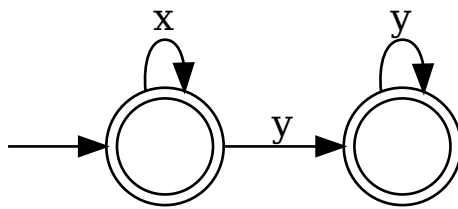
Brigðgeng endanleg stöðuvél getur verið svona:



Eða svona:



Löggeng endanleg stöðuvél getur verið svona:



Einstaklingsverkefni

1. Hverjar af eftirfarandi fullyrðingum eru réttar?

(A) Öll regluleg mál eru samhengisfrjáls.

(B) Öll samhengisfrjáls mál eru regluleg.

(C) Bæði (A) og (B).

(D) Hvorki (A) né (B).

Svar: (A).

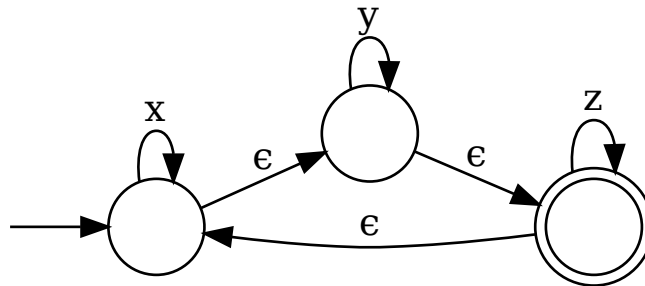
2. Íhugið eftirfarandi BNF mállýsingar. Tiltakið hverjar af mállýsingunum lýsa reglulegu máli. Fyrir sérhverja slíka mállýsingu sýnið endanlega stöðuvél og reglulega segð fyrir sama mál.

$$\begin{aligned} \langle x \rangle &::= x \langle x \rangle \\ &\mid \langle y \rangle \end{aligned}$$

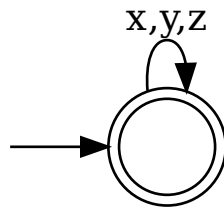
$$\begin{aligned} \langle y \rangle &::= y \langle y \rangle \\ &\mid \langle z \rangle \end{aligned}$$

$$\begin{array}{l} \langle z \rangle ::= z \langle z \rangle \\ | \langle x \rangle \\ | \epsilon \end{array}$$

Svar: Þetta er reglulegt mál, hér er stöðuvél:



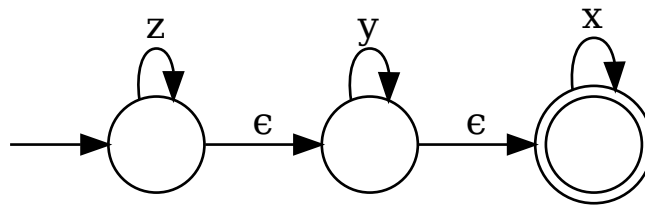
Hér er önnur stöðuvél:



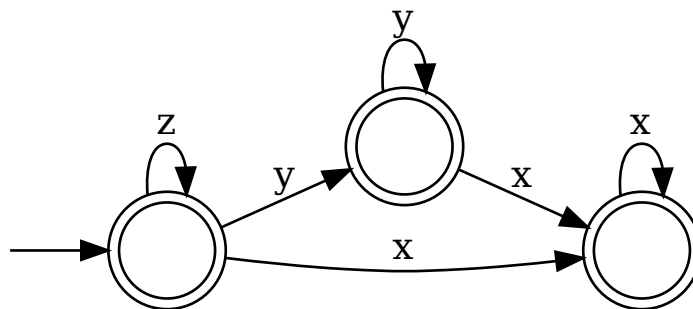
Og hér eru reglulegar segðir: $(x^*y^*z^*)^*$ og $(x|y|z)^*$.

- b) $\begin{array}{l} \langle x \rangle ::= \langle x \rangle x \\ | \langle y \rangle \end{array}$
- $\begin{array}{l} \langle y \rangle ::= \langle y \rangle y \\ | \langle z \rangle \end{array}$
- $\begin{array}{l} \langle z \rangle ::= \langle z \rangle z \\ | \epsilon \end{array}$

Svar: Þetta er reglulegt mál, hér er stöðuvél (brigðgeng):



Og hér er önnur stöðuvél (löggeng):



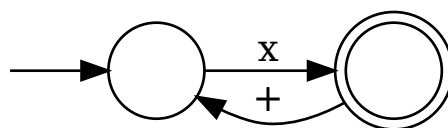
Og hér er regluleg segð: $z^*y^*x^*$

- c) $\langle x \rangle ::= \langle x \rangle + \langle x \rangle$
 | $(\langle x \rangle)$
 | x

Svar: Þetta er ekki reglulegt mál. Það myndi þurfa óendanlega margar stöður til að telja svigana sem þurfa að vera í jafnvægi.

- d) $\langle x \rangle ::= \langle x \rangle + \langle x \rangle$
 | a

Svar: Þetta er reglulegt mál, hér er stöðuvél:



Og hér er regluleg segð: $x(+x)^*$

$$\begin{aligned} \text{e) } \langle x \rangle &::= (\langle x \rangle) \langle x \rangle \\ &| \epsilon \end{aligned}$$

Svar: Þetta er ekki reglulegt mál því við myndum þurfa óendanlega margar stöður til að telja svigana og koma þeim í jafnvægi.

$$\begin{aligned} \text{f) } \langle x \rangle &::= \langle x \rangle \langle x \rangle + \\ &| a \end{aligned}$$

Svar: Þetta er ekki reglulegt mál því við myndum þurfa óendanlega margar stöður til að telja fjölda x og sjá til þess að fjöldi + sé einum minni.

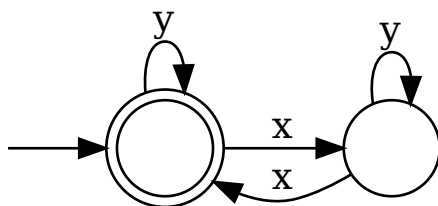
3. Sýnið BNF og endanlega stöðuvél og reglulega segð fyrir mál þeirra strengja yfir stafrófið {x,y} þar sem fjöldi x er slétt tala. Sýnið útleiðslutré fyrir strenginn xyyx. Ef fleiri en eitt útleiðslutré kemur til greina samkvæmt mállýsingunni ykkar sýnið þá tvö þeirra.

Svar: Hér er BNF:

$$\begin{aligned} \langle \text{slétt} \rangle &::= x \langle \text{odda} \rangle \\ &| y \langle \text{slétt} \rangle \\ &| \epsilon \end{aligned}$$

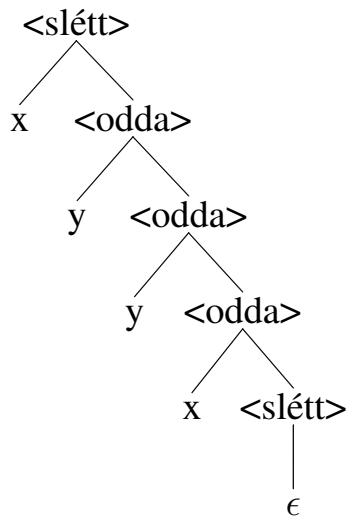
$$\begin{aligned} \langle \text{odda} \rangle &::= x \langle \text{slétt} \rangle \\ &| y \langle \text{odda} \rangle \end{aligned}$$

Endanleg stöðuvél:



Regluleg segð: $y^*(xy^*xy^*)^*$.

Útleiðslutré (það kemur aðeins eitt til greina, mállýsingin er ekki margræð):



4. Sýnið BNF, málrit og EBNF fyrir mál segða (*expression*) með breytunafninu a , tvíundaraðgerðinni $+$ og svigum. Dæmi um slíkar segðir eru a , (a) , $((a))$, $a + a$ og $a + (a + a)$, en ekki, til dæmis, $+a$ og $((a))$. Tómi strengurinn er að sjálfsögðu ekki í málinu.

Svar: Hér er BNF:

$$\begin{aligned} \langle E \rangle &::= a \\ &\quad | \quad \langle E \rangle + \langle E \rangle \\ &\quad | \quad (\langle E \rangle) \end{aligned}$$

Hér er EBNF:

$$e = 'a' \mid e, '+' , e \mid ' (' , e , ') ' ;$$

Málrit:



Annað (betra) málrit:

