Thème : Calculs algébriques

LEÇON : EQUATIONS ET INEQUATIONS DANS $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

A. SITUATION D'APPRENTISSAGE

L'oncle de votre camarade de classe exploite une portion de bas-fond qu'il a divisée en deux. La première année, il cultive sur la première parcelle, de la tomate qui fait 3 tonnes à l'hectare. Sur la deuxième, il cultive du gombo qui fait 2 tonnes à l'hectare. Il fait une récolte totale de 10 tonnes. L'année suivante, il cultive sur la première parcelle de la tomate qui fait 5 tonnes à l'hectare ; sur la deuxième il cultive du gombo qui fait 4 tonnes à l'hectare et fait une récolte totale de 16 tonnes. L'oncle veut avoir une idée de la superficie de la portion. Informés, vous vous organisez pour déterminer les superficies des différentes parcelles pour aider votre ami à répondre aux préoccupations de son oncle.

B. CONTENU DE LA LEÇON

I. Equations du 1^er^ degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Définitions

Soient a, b et c des nombres réels tels que $(a\ ;\ b) \neq (0\ ;0)$.

- Une équation du type $ax + by = c$ est une équation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.
- Tout couple $(x_0\ ;y_0)$ vérifiant l'égalité $ax + by = c$ est solution de cette équation.
- Résoudre une équation du type $ax + by = c$, c'est trouver tous les couples solutions de cette équation.

Exemple

$3x + 5y = 2$ est une équation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

On a : $3\times4 + 5(-2) = 12 - 10 = 2$. Donc, le couple $(4\ ; -2)$ est solution de cette équation.

On a : $3\times 1 + 5 \times 0 = 3 + 0 = 3$ et $3 \neq 2$. Donc, le couple $(1\ ; 0)$ n'est pas solution de cette équation.

Exercice de fixation

On considère l'équation à deux inconnues x et y définie par : $3x + 2y = 8$.

1. Vérifie que $(2\ ; 1)$ est une solution de cette équation.
2. Vérifie que $(1\ ; 2)$ n'est pas solution de cette équation.
3. Vérifie si $(0\ ; 4)$ est solution ou non de cette équation.

Corrigé

1. $3\times (2) + 2\times (1) = 6 + 2 = 8$. Donc le couple $(2\ ; 1)$ est solution de cette équation.
2. $3\times (1) + 2\times (2) = 7$ et $7 \neq 8$. Donc le couple $(1\ ; 2)$ n'est pas solution de cette équation.
3. $3\times (0) + 2\times (4) = 8$. Donc le couple $(0\ ; 4)$ est solution de cette équation.

II. Systèmes d'équations du 1^er^ degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1) Définitions

Soient a, b, c, a', b' et c' des nombres réels tels que $(a\ ;\ b) \neq (0\ ;\ 0)$ et $(a'\ ;\ b') \neq\ (0\ ;\ 0)$.

- Un système d'équations du premier degré à deux inconnues x et y est un système de la forme :

$$\begin{cases} \mathrm{a}x\ +\ \mathrm{b}y\ \ =\ \mathrm{c} \\ \mathrm{a}'x\ +\ \mathrm{b}'y\ =\ \mathrm{c}' \end{cases}$$

- Résoudre le système, revient à trouver tous les couples solutions aux deux équations.

Exercice de fixation

Identifie, parmi les systèmes suivants, ceux qui sont des systèmes de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

a) $\begin{cases} x\ +\ y + \mathrm{z} =\ 2 \\ \ x -\ 2y\ =\ 4 \end{cases}$; b) $\begin{cases} \ x\ +\ 2y\ \ =\ 0 \\ -2x\ +\ y\ =\ -1 \end{cases}$; c) $\begin{cases} x^2 +\ y\ \ =\ 0 \\ x +\ y\ =\ -1 \end{cases}$; d) $\begin{cases} 2x - 3y\ + 5 = 0 \\ \ \ -3\ y\ =\ 0 \end{cases}$

Corrigé

Les systèmes b) et d) sont des systèmes de deux équations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

2) Résolution d'un système d'équations

a) Résolution par substitution

Méthode

Pour résoudre un système par substitution :

1) On utilise l'une des équations pour exprimer une des inconnues en fonction de l'autre.

2) Dans l'autre équation, on remplace cette inconnue par son expression exprimée en 1) et on obtient une équation à une inconnue qu'on résout.

3) Dans l'équation obtenue au 1), on remplace l'inconnue par la valeur trouvée et on trouve la deuxième inconnue.

4) On donne la solution du système.

Exemple

Pour résoudre par substitution le système : $\begin{cases} \ x - 3y\ \ =\ 5 \\ 3\mathrm{x}\ +\ 2\mathrm{y}\ \ =\ 4 \end{cases}$

1) On exprime x en fonction de y dans la première équation et on obtient l'équation : $x = 5 + 3y$.

2) On remplace x par sa nouvelle expression dans la deuxième équation pour obtenir l'équation suivante : $3(5 + 3y) + 2\mathrm{y} = 4$; donc $15 + 9\mathrm{y} + 2\mathrm{y} = 4$; d'où $15 + 11\mathrm{y} = 4$

$11\mathrm{y} = -11$; donc $\mathrm{y} = -1$.

3) D'après le 1), $x = 5 + 3(-1) = 5 - 3 = 2$.

4) Ainsi, la solution du système est le couple $(2\ ;\ -1)$.

Exercice de fixation

Résous par la méthode substitution le système suivant : $\begin{cases} \ \ x + y = 35 \\ 8x + 7y = 260 \end{cases}$

Corrigé

On exprime x en fonction de y dans la première équation et on obtient: $x\ =\ 35 - \ y$

On remplace x par sa nouvelle expression dans la deuxième équation pour obtenir l'équation suivante: $8(35\ -\ y)\ +\ 7y\ =\ 260$.

D'où $280\ -\ 8y\ +\ 7y =\ 260$; donc $y\ =\ 20$.

On remplace la valeur de y obtenue dans la première équation $x\ =\ 35 - y$.

On obtient $x\ =\ 35 - 20$; donc $x\ =\ 15$.

La solution de ce système est le couple (15 ; 20).

b) Résolution par combinaison

Méthode

Pour résoudre un système par combinaison :
1) On choisit l'inconnue que l'on veut éliminer, par exemple x.
2) On multiplie les deux membres de l'une des équations (ou les deux équations, si nécessaire) par des coefficients de sorte que la variable x ait des coefficients opposés.
3) On additionne membre à membre les deux nouvelles équations obtenues en 2) et on obtient une nouvelle équation du premier degré à une inconnue y.
4) On résout l'équation en 3), et on trouve la valeur de y.
5) On élimine la deuxième inconnue en suivant les étapes énoncées précédemment.
6) On donne la solution du système.

Exemple

Pour résoudre par combinaison le système suivant : $\begin{cases} 2x + 3y = 4 \\ 3x - 2y = -7 \end{cases}$

1) On choisit d'éliminer x.
2) On multiplie les deux membres de la première équation par 3 et ceux de la deuxième par – 2. On obtient le système suivant : $\begin{cases} 6x + 9y = 12 \\ -6x + 4y = 14 \end{cases}$.
3) On additionne membre à membre ces deux équations pour obtenir l'équation suivante : $13y = 26$.
4) On résout l'équation $13y = 26$.
Donc $y = 2$.
5) On va éliminer y.
On multiplie les deux membres de la première équation par 2 et ceux de la deuxième par 3.
On obtient le système suivant : $\begin{cases} 4x + 6y = 8 \\ 9x - 6y = -21 \end{cases}$.
On additionne membre à membre ces deux équations pour obtenir l'équation suivante :
$13x = -13$. Donc $x = -1$.
6) Ainsi la solution du système est le couple $(-1 ; 2)$.

<u>**Exercice de fixation**</u>:

Résous par combinaison le système suivant : $\begin{cases} 3x - y = 7 \\ 4x + 7y = 1 \end{cases}$.

Corrigé

On choisit d'éliminer y.
On multiplie les deux membres de la première équation par 7 et ceux de la deuxième par 1.
On obtient : $\begin{cases} 21x - 7y = 49 \\ 4x + 7y = 1 \end{cases}$.
On additionne membre à membre ces deux équations pour obtenir : $25\,x = 50$.
Donc $x = 2$.
On choisit d'éliminer x.
On multiplie les deux membres de la première équation par -4 et ceux de la deuxième par 3.
On obtient le système suivant $\begin{cases} -12x + 4y = -28 \\ 12x + 21y = 3 \end{cases}$
On additionne membre à membre ces deux équations pour obtenir : $25\,y = -25$.
Donc $y = -1$.
Ainsi la solution du système est le couple $(2 ; -1)$.

c) Résolution graphique

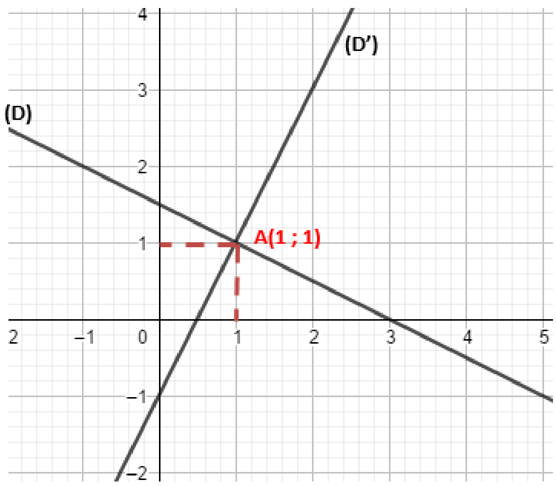
Méthode

Pour résoudre graphiquement un système de deux équations $\begin{cases} ax + by = c \\ a'x + b'y = c' \end{cases}$
on trace les deux droites (D) et (D') d'équations respectives : $ax + by = c$ et $a'x + b'y = c'$ dans un même repère.
Trois cas de figure se présentent :

- Si les deux droites sont sécantes en un point, alors le couple de coordonnées de ce point est la solution du système.
- Si les deux droites sont parallèles disjointes, alors le système n'a pas de solution.
- Si les deux droites sont confondues, alors le système admet une infinité de solutions.
Les solutions sont les couples de coordonnées de n'importe quel point de (D) ou (D').

Exemple 1

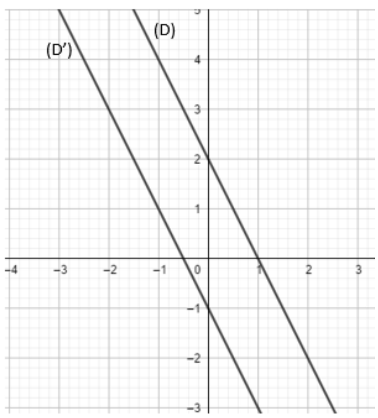
Pour résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} x + 2y = 3 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$,
on trace les droites (D) et (D') d'équations respectives $x + 2y = 3$ et $2x - y = 1$.



(D) et (D') se coupent au point A de coordonnées (1 ; 1).
Donc le couple (1 ; 1) est la solution du système.

Exemple 2

Pour résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} 2x + y = 2 \\ 2x + y = -1 \end{cases}$,
on trace les droites (D) et (D') d'équations respectives :
$2x + y = 2$ et $2x + y = -1$

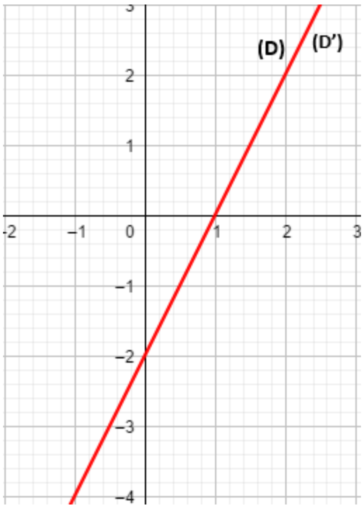


Les droites (D) et (D') sont parallèles (disjointes).
Donc le système n'a pas de solution.

Exemple 3

Pour résoudre graphiquement le système : $\begin{cases} 2x - y = 2 \\ 4x - 2y = 4 \end{cases}$,

on trace les droites (D) et (D') d'équations respectives : $2x - y = 2$ et $4x - 2y = 4$.



(D) et (D') sont confondues.
Donc le système admet une infinité de solutions. Les solutions sont les couples de coordonnées de n'importe quel point de (D) ou (D').

III. Inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1) Définitions

Soient a, b et c des nombres réels tels que $(a\ ;\ b) \neq (0\ ;\ 0)$.

- On appelle inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ toute inéquation d'un des types :

$ax + by + c > 0$; $ax + by + c < 0$; $ax + by + c \geq 0$ ou $ax + by + c \leq 0$.

- Un couple $(x_0\ ;\ y_0)$ de nombres réels est solution d'une des inéquations, signifie que x_0 et y_0 vérifient cette inéquation.

Exemple

$x - y + 3 < 0$ est une inéquation du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$.

- Pour $x = 1$ et $y = 5$, on a : $1 - 5 + 3 = -1$.

$-1 < 0$ est vrai, donc le couple $(1\ ;\ 5)$ est solution de l'inéquation.

- Pour $x = 0$ et $y = 0$, on a $0 - 0 + 3 = 3$. $3 < 0$ est faux. Donc $(0\ ;\ 0)$ n'est pas solution de l'inéquation.

Exercice de fixation

Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est vraie.
Recopie le numéro de la ligne et la lettre qui correspond à l'affirmation vraie.

N°	Affirmations	Réponses		
		A	B	C
1	Une solution de l'équation suivante : $x - y + 5 = 0$ est	$(2\ ;\ 3)$	$(3\ ;\ 2)$	$(-2\ ;\ 3)$
2	Une solution de l'inéquation suivante : $x + y - 1 < 0$ est	$(0\ ;\ 0)$	$(1\ ;\ 1)$	$(2\ ;\ 2)$
3	Une solution de l'inéquation suivante : $x - y + 2 > 0$ est	$(-2\ ;\ 1)$	$(2\ ;\ -1)$	$(-5\ ;\ -2)$

Corrigé

1- C ; 2- A ; 3-B

2) Propriété

Dans le plan muni d'un repère (O, I, J), on considère la droite (D) d'équation :

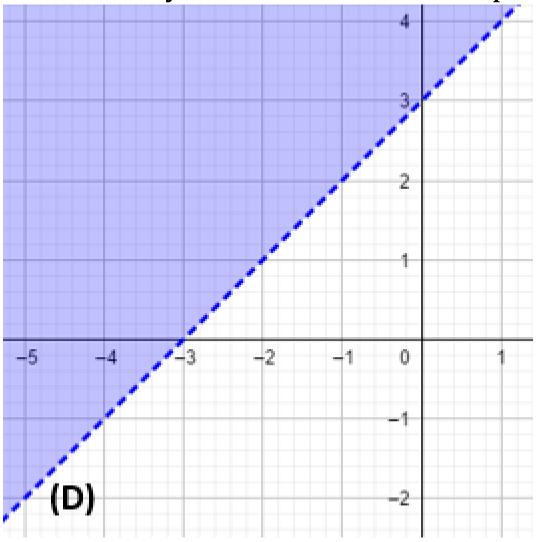
$ax + by + c = 0$.

(D) partage le plan en deux demi-plans :

- L'un de ces demi-plans contient tous les points dont les coordonnées vérifient $ax + by + c > 0$ ou $ax + by + c \geq 0$
- L'autre demi-plan contient tous les points dont les coordonnées vérifient $ax + by + c < 0$ ou $ax + by + c \leq 0$

L'ensemble des solutions d'une inéquation est donc l'ensemble des couples de coordonnées des points d'un demi-plan.

Exemple
L'ensemble des solutions de l'inéquation : $x - y + 3 < 0$ est le demi-plan, de bord la droite (D) d'équations : $x - y + 3 = 0$, ne contenant pas le point O(0 ; 0).



IV. Système d'inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

1) Définitions

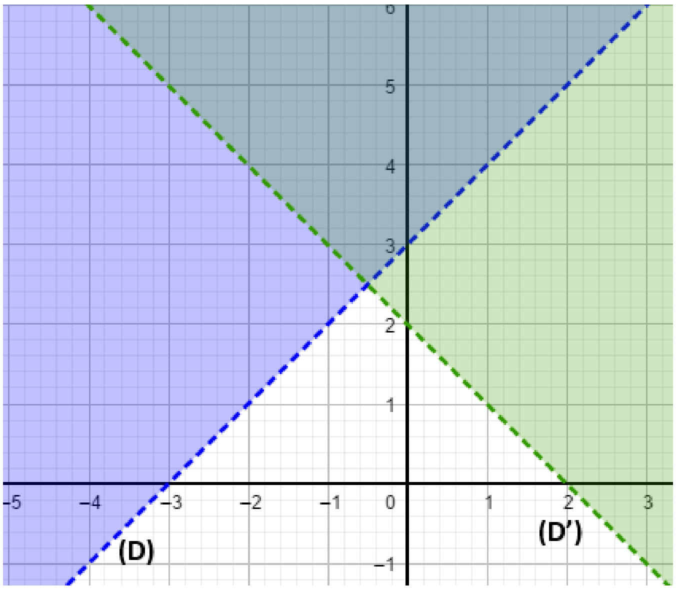
- On appelle système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ un système constitué de plusieurs inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.
- Résoudre un tel système, c'est trouver tous les couples de nombres qui vérifient toutes les inéquations (en même temps).

Exemple
$\begin{cases} x - y + 3 < 0 \\ x + y - 2 > 0 \end{cases}$ est un système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

2) Résolution graphique

Méthode
Pour résoudre graphiquement un système de deux inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$,
1) On trace, dans un même repère, la droite associée à chaque inéquation ;
2) On colorie (ou hachure) les demi-plans qui correspondent aux solutions de chaque inéquation ;
L'ensemble des solutions du système est l'intersection des deux demi-plans coloriés (ou hachurés).

Exemple
Pour résoudre graphiquement le système d'inéquations suivant :
$\begin{cases} x - y + 3 < 0 \\ x + y - 2 > 0 \end{cases}$
1. On trace, dans un même repère, (D) et (D') d'équations respectives :
$x - y + 3 = 0$ et $x + y - 2 = 0$.



2. On hachure les demi-plans qui correspondent aux solutions de chaque inéquation.
L'ensemble de solutions est la partie hachurée deux fois (en bleu et en rouge).

V. Problème conduisant à une équation, une inéquation, un système d'équations ou un système d'inéquations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$

Méthode de résolution
Pour résoudre un problème conduisant à une équation, une inéquation, un système d'équations ou un système d'inéquations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$, on peut procéder comme suit :
1) Choisir les inconnues ;
2) Mettre le problème en équations ou en inéquations [traduire les données de l'énoncé en langage mathématique par une (ou des) équation(s)ou inéquation(s)] ;
3) Résoudre l'équation, l'inéquation ou le système en utilisant une méthode appropriée ;
4) S'assurer que la (ou les) solution(s) trouvée(s) vérifie(nt) bien l'équation, l'inéquation ou le système ;
5) Conclure en interprétant le résultat trouvé.

Exemple
Un organisateur propose les tarifs suivants à un spectacle :
• 1 000 f pour les adultes
• 500 f pour les enfants.
A la fin du spectacle il fait une recette totale de 120 000 f pour 205 tickets vendus.
Déterminons le nombre d'adultes et celui d'enfants ayant assisté au spectacle.

1) On désigne par x le nombre d'adultes et par y celui d'enfants ayant assisté au spectacle.
2) On traduit les expressions suivantes en mathématiques :
a) Le nombre total de tickets vendus est 205. On trouve : $x + y = 205$.
b) La recette totale est égale à 120 000 f. On trouve : $500x + 1\,000y = 120\,000$.
On obtient le système d'équations du premier degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ suivant :
$$\begin{cases} x + y = 205 \\ 500x + 1000y = 120000 \end{cases}.$$
3) On résout le système d'équations (par combinaison).
$$\begin{cases} x + y = 205 \\ 500x + 1000y = 120000 \end{cases} \text{ équivaut à } \begin{cases} x + y = 205 \\ x + 2y = 240 \end{cases}.$$
En multipliant les deux membres de la première équation par -1, on obtient :
$$\begin{cases} -x - y = -205 \\ x + 2y = 240 \end{cases}$$

On additionne membre à membre ces deux équations pour obtenir l'équation suivante : $y = 35$.
Donc $y = 35$.
En multipliant les deux membres de la première équation par -2, on obtient :
$$\begin{cases} -2x - 2y = -410 \\ x + 2y = 240 \end{cases}$$
On additionne membre à membre ces deux équations pour obtenir l'équation suivante : $-x = -170$.
Donc $x = 170$.
4) La solution du système est le couple (170 ; 35).
5) Conclusion : il y a 170 enfants et 35 adultes qui ont assisté au spectacle.

C. SITUATION D'EVALUATION

Monsieur ALI est tâcheron à la fois comme plombier et électricien en bâtiment dans une entreprise. Il gagne 5 000 f par heure en tant qu'électricien et 3 000 f par heure en tant que plombier. Ce mois-ci il a cumulé les deux métiers durant 30 heures en tout et a gagné 150 000 f au total. Il demande à son neveu, votre ami de classe de l'aider à trouver le nombre d'heures de travail en tant qu'électricien et celui de plombier. Informés, vous décidez de vous organiser pour répondre à la préoccupation de l'oncle de votre ami.
En désignant par x nombre d'heures de travail d'électricité et par y celui de plomberie,
1) Traduis par une équation chacune des phrases suivantes :
- Il a cumulé les deux métiers pendant 30 heures.
- Il gagne 5 000 f par heure en tant qu'électricien et 3 000 f par heure en tant que plombier et a gagné 150 000 f au total.

1) Détermine le nombre d'heures de travail d'électricité et celui de plomberie.

Corrigé
1) - $x + y = 30$.
- $5000\,x + 3000\,y = 150\,000$.

2) Cela revient à résoudre le système suivant : $\begin{cases} x + y = 30 \\ 5000x + 3000y = 150000 \end{cases}$.
Procédons par combinaison.
$\begin{cases} x + y = 30 \\ 5000x + 3000y = 150000 \end{cases}$ équivaut à $\begin{cases} x + y = 30 \\ 5x + 3y = 150 \end{cases}$.
En multipliant les deux membres de la première équation par -3, on obtient :
$$\begin{cases} -3x - 3y = -90 \\ 5x + 3y = 150 \end{cases}.$$
On additionne membre à membre ces deux équations pour obtenir l'équation suivante : $2x = 60$.
Donc $x = 30$.
En multipliant les deux membres de la première équation par -5, on obtient :
$$\begin{cases} -5x - 5y = -150 \\ 5x + 3y = 150 \end{cases}$$
On additionne membre à membre ces deux équations pour obtenir l'équation suivante : $-2y = 0$.
Donc $y = 0$.
La solution du système est le couple (30 ; 0).
Conclusion : le nombre d'heures de travail d'électricité est de 30 h et celui de plomberie est 0 h.

D. EXERCICES

D-1. Exercices de fixation

Exercice 1

Reproduis le tableau ci-dessous puis complète la troisième colonne par Vrai ou Faux.

N°	Affirmations	Réponses
1	$3x - 5 = 0$ est une équation du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	
2	$y = x + 1$ est une équation du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	
3	$x\sqrt{2} + y = 0$ est une équation du 1er degré dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$	

Exercice 2

Parmi les inéquations suivantes, recopie celles qui sont des inéquations du premier degré $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$:

$2x - 5 > 3y$; $x^2 + y \leq 0$; $5 \leq 3x - \dfrac{2y}{3}$; $2x + 5 > x - 1$; $3x + 2y \geq 2$.

Exercice 3

Reproduis le tableau ci-dessous puis complète la troisième colonne par Vrai ou Faux.

N°	Affirmations	Réponses
1	$\begin{cases} x - 5y + 1 = 0 \\ 3x + y = 4 \end{cases}$ est un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	
2	$\begin{cases} x - 3y - 1 = 0 \\ x^2 - y + 4 = 0 \end{cases}$ est un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	
3	$\begin{cases} x + 3y = 3 \\ x - y = 1 \end{cases}$ est un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	
4	$\begin{cases} \dfrac{2}{x} + y = 5 \\ x + y = 3 \end{cases}$ est un système d'équations du 1er degré dans $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$	

Exercice 4

Parmi les systèmes d'inéquations suivants, recopie ceux qui sont des systèmes d'inéquations du premier degré $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$:

$\begin{cases} x - 2y + 3 < 0 \\ 5x + 3y \geq 1 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + 3y + 2 \geq 0 \\ 3x^2 - 2y - 5 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} x - 4x + 2y \leq 1 \\ 2x - 3y < 0 \end{cases}$; $\begin{cases} \frac{3}{x} + 2y \leq 0 \\ -2x - y \geq 2 \end{cases}$

Exercice 5
Pour chaque ligne du tableau, une seule affirmation est vraie.
Recopie le numéro de la ligne et la lettre qui correspond à l'affirmation vraie.

N°	Enoncés	Réponses		
		A	B	C
1	Une solution de l'équation suivante : $x - y + 5 = 0$ est	$(2\,;3)$	$(3\,;2)$	$(-2\,;3)$
2	Une solution de l'inéquation suivante : $x + y - 1 < 0$ est	$(0\,;0)$	$(1\,;1)$	$(2\,;2)$
3	Une solution de l'inéquation suivante : $x - y + 2 > 0$ est	$(-2\,;1)$	$(2\,;-1)$	$(-5\,;-2)$

Exercice 6
On donne l'équation(E) du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivante : $3x - y + 5 = 0$.
Recopie le tableau ci-dessous puis mets une croix dans les cases correspondantes aux couples solutions de (E).

Couples	$(1\,;3)$	$(-1\,;2)$	$(0\,;0)$	$(1\,;8)$
Croix				

Exercice 7
On considère l'inéquation(E) du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivante : $2x + y - 3 = 0$.
Recopie puis complète le tableau ci-dessous pour que les couples $(x\,;y)$ soient solution de (E).

x	-5		0		3
y		-1		2	

Exercice 8
On donne l'inéquation(E) du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivante : $x - 3y - 1 \leq 0$.
Recopie le tableau ci-dessous puis mets une croix dans les cases correspondantes aux couples solutions de (E).

Couples	$(4\,;1)$	$(1\,;-2)$	$(0\,;0)$	$(5\,;-1)$
Croix				

Exercice 9
On considère l'inéquation(E) du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivante : $5x - y + 2 > 0$.
Recopie puis complète le tableau ci-dessous pour que les couples $(x\,;y)$ soient solutions de (E).

x		-1		1	
y	-3		0		4

Exercice 10
Trouve trois couples solutions de chacune des équations du premier degré $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ suivantes : $x + 2y - 5 = 0$; $3x - 2y + 1 = 0$; $-5x + 3y - 2 = 0$

Exercice 11
Trouve trois couples solutions de chacune des inéquations du premier degré $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ suivantes : $2x - y + 5 < 0$; $2x + 3y - 1 \leq 0$; $3x - 5y + 2 > 0$.

Exercice 12
Représente graphiquement dans le plan muni d'un repère, l'ensemble des solutions de chacune des inéquations du premier degré $\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ suivantes :
$2x - y + 5 > 0$; $2x + 3y - 1 < 0$; $3x - 5y + 2 \leq 0$

Exercice 13
Résous par la méthode de substitution chacun des systèmes d'équations du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivants :

$\begin{cases} x - 5y + 1 = 0 \\ 3x + y = 5 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + y + 1 = 0 \\ 4x + 2y = 4 \end{cases}$; $\begin{cases} x - y - 1 = 0 \\ 3x - 3y = 3 \end{cases}$

Exercice 14
Résous par la méthode de combinaison chacun des systèmes d'équations du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivants :

$\begin{cases} 2x - y - 3 = 0 \\ x + y = 2 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + y + 2 = 0 \\ 2x + y = 1 \end{cases}$; $\begin{cases} x - 2y - 1 = 0 \\ 2x - 4y = 2 \end{cases}$

Exercice 15
Résous graphiquement chacun des systèmes d'équations du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivants :

$\begin{cases} 2x + y - 3 = 0 \\ x + y = 6 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x - y + 5 = 0 \\ 2x - y = 3 \end{cases}$; $\begin{cases} 6x + 2y - 4 = 0 \\ 3x + y = 2 \end{cases}$

Exercice 16
Représente graphiquement l'ensemble des solutions de chacun des systèmes d'inéquations du premier degré $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ suivants :

$\begin{cases} x - 2y + 3 < 0 \\ 5x + 3y \geq 1 \end{cases}$; $\begin{cases} 2x + 3y + 2 \geq 0 \\ 3x - 2y - 5 > 0 \end{cases}$; $\begin{cases} -4x + 2y \leq 1 \\ 2x - 3y < 0 \end{cases}$

D-2. Exercices de renforcement

Exercice 17

Résous les systèmes suivants avec la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} 3x = y + 14 \\ 3y - 2x + 21 = 0 \end{cases}$

b) $\begin{cases} 2x + 5y = 3x - 2y - 59 \\ 7x + 9y = 3y - 5x + 78 \end{cases}$

Exercice 18

Résous les systèmes suivants avec la méthode de ton choix.

a) $\begin{cases} \frac{x+5}{2} - \frac{3-y}{5} = 4 \\ x + 7 + \frac{y-6}{4} + 21 = \frac{7}{2} \end{cases}$

b) $\begin{cases} \frac{x-3}{2} - \frac{5}{2} = \frac{2y-21}{2} + 1 \\ \frac{x+2}{3} + 3 = \frac{3-y}{5} - \frac{10}{3} \end{cases}$

Exercice 19

Un objet composé d'un alliage d'or et de cuivre, pèse 1 875 g pour un volume de 143 cm^3.
1 cm^3 d'or pèse 19,5 g et 1 cm^3 de cuivre pèse 9 g.
Calcule le volume d'or et le volume de cuivre de cet objet.

Exercice 20

Soit l'inéquation (I) : $5x - 2y + 1 < 0$.

1- Trouve deux couples solutions de (I) de première composante $-\frac{3}{5}$.

2- Trouve deux couples solutions de (I) de deuxième composante 8.

3- Trouve un couple solution de (I) de première composante 1 et de deuxième composante inférieure à 4

Exercice 21

Le plan est muni d'un repère orthonormé.

1- a) Représente la droite (D_1) d'équation : $x + y + 8 = 0$.

b) Représente la droite (D_2) d'équation : $x - y = 0$.

2- a) Représente graphiquement l'ensemble solution du système (S) suivant :

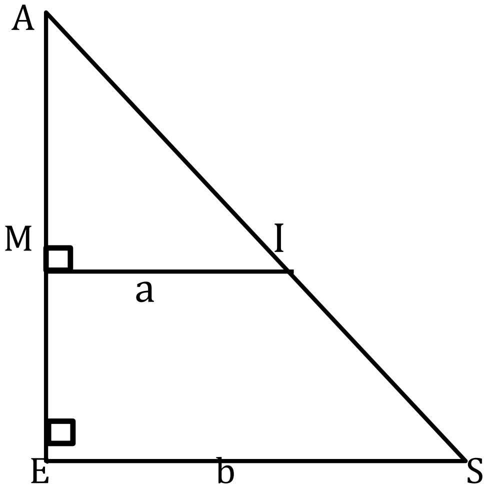
$\begin{cases} x + y + 8 > 0 \\ x - y < 0 \end{cases}$

b) Trouve trois couples solutions de (S) tels que $0 < x < 8$ et $y > 0$.

D-3. Exercices d'approfondissement

Exercice 22

Sur la figure ci-dessous, AM = 7 cm et AE = 9 cm.



a). Justifie que les (MI) et (SE) sont parallèles.

b). En utilisant le théorème de Thalès, établis une égalité reliant a et b.

c). Sachant que l'aire du trapèze MISE est égale à 20 cm^2, écris une deuxième égalité liant a et b.

d). Détermine les longueurs MI et SE.

Exercice 23

Soit le système de trois équations à trois inconnues suivant.

$$\begin{cases} x + y = 59 \\ x + z = 75 \\ y + z = 32 \end{cases}$$

a). Exprime y en fonction de x dans la première équation.

b). Exprime z en fonction de x dans la deuxième équation.

c). Dans la troisième équation, remplace y et z par les expressions trouvées dans les questions a. et b.

d). Résous l'équation trouvée.

e). Détermine les valeurs de y et z.

Exercice 24

Monsieur MARCEL est ouvrier dans une usine qui emploie au total 392 agents. Chaque soir, il y a une équipe de 20 hommes et 12 femmes qui monte et se repose le lendemain. Le nombre d'hommes restant à l'usine est égal au triple de celui des femmes restant à l'usine. Il sollicite son fils, ton camarade de classe pour avoir une idée du pourcentage de femmes dans cette usine. Informé, tu t'organises pour aider ton ami à répondre à la préoccupation de son père.

En désignant par x nombre de femmes et par y celui des hommes que l'usine emploie,

1) Traduis par une équation chacune des phrases suivantes :

- la société emploie au total 392 agents.
- 20 hommes et 12 femmes travaillent la nuit et le nombre d'hommes restant à l'usine est égal au triple de celui des femmes restant à l'usine.

2) Détermine le nombre d'hommes et celui des femmes que l'usine emploie.

3) Calcule le pourcentage de femmes dans l'usine.

Exercice 25

Monsieur JEAN est tâcheron à la fois comme plombier et électricien en bâtiment dans une entreprise. Il gagne 5 000 f par heure en tant qu'électricien et 3 000 f par heure en tant que plombier. Ce mois-ci il a cumulé les deux métiers durant 30 heures en tout et a gagné 150 000 f au total. Il demande à son neveu, votre ami de classe de l'aider à trouver le nombre d'heures de travail en tant qu'électricien et

celui de plombier. Informés, vous décidez de vous organiser pour répondre à la préoccupation de l'oncle de votre ami.
En désignant par x nombre d'heures de travail d'électricité et par y celui de plomberie,
1) Traduis par une équation chacune des phrases suivantes :
- Il a cumulé les deux métiers pendant 30 heures.
- Il gagne 5 000 f par heure en tant qu'électricien et 3 000 f par heure en tant que plombier et a gagné 150 000 f au total.
2) Détermine le nombre d'heures de travail d'électricité et celui de plomberie.

Exercice 26
Le Conseil Général propose d'équiper la bibliothèque de votre établissement par des romans qui coûtent 2 000 f chacun et des livres divers coûtant 3 000 f chacun. Les élèves souhaitent :
- avoir au moins 50 romans,
- qu'il y ait plus de romans que de livres,
- que la somme dépensée soit inférieure ou égale à 300 000 f.
1) Détermine graphiquement les diverses possibilités d'achat de romans et de livres. (On fera apparaître en rouge les points correspondants sur le graphique).
2) Le Conseil Général a respecté les souhaits des élèves et a acheté au total 140 ouvrages (romans et livres divers).
Détermine le nombre de romans et le nombre de livres divers achetés.