Computação Gráfica

Transformações 2D

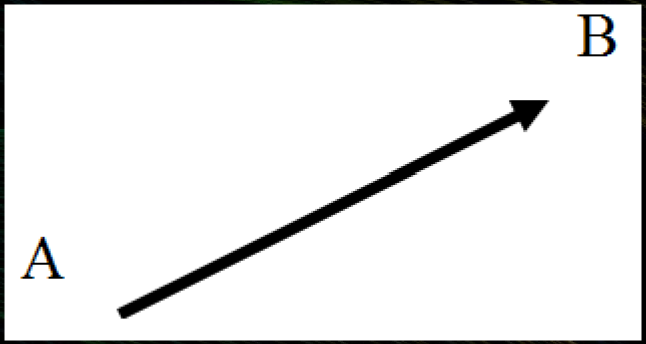
José Luis Seixas Junior

Índice

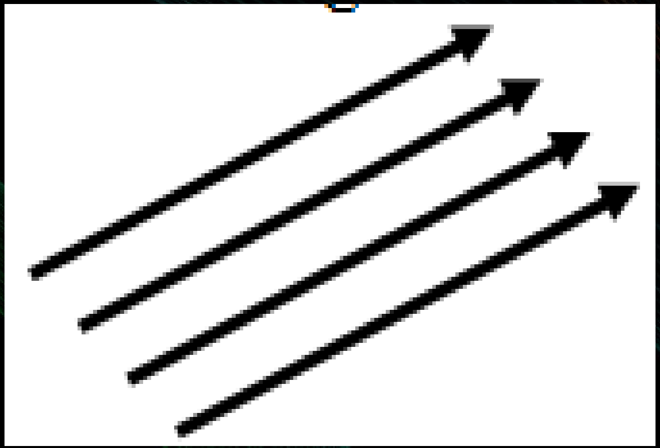
- Vetores;
- Transformações geométricas;
- Transformações bidimensionais;

Vetor

- Segmento orientado AB:
  - Comprimento (módulo);
  - Direção (inclinação);
  - Sentido (de A para B);



- Vetor é o conjunto infinito de todos os segmentos orientados equipotentes a AB;

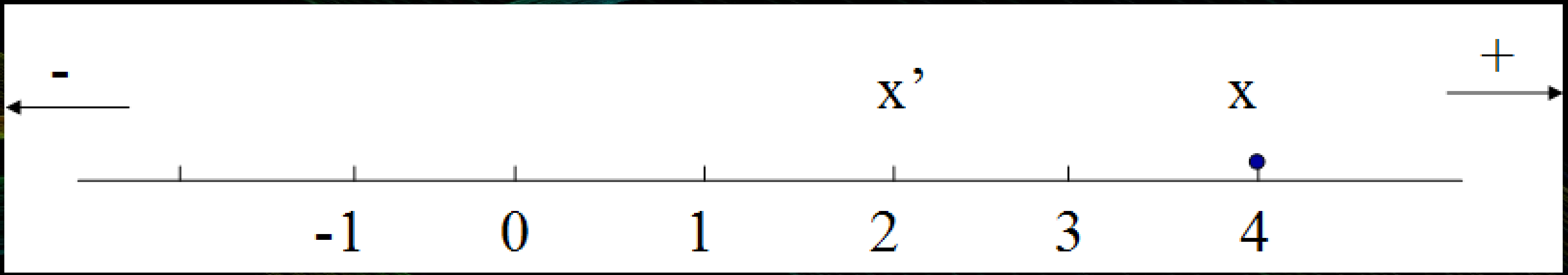


Transformações Afins

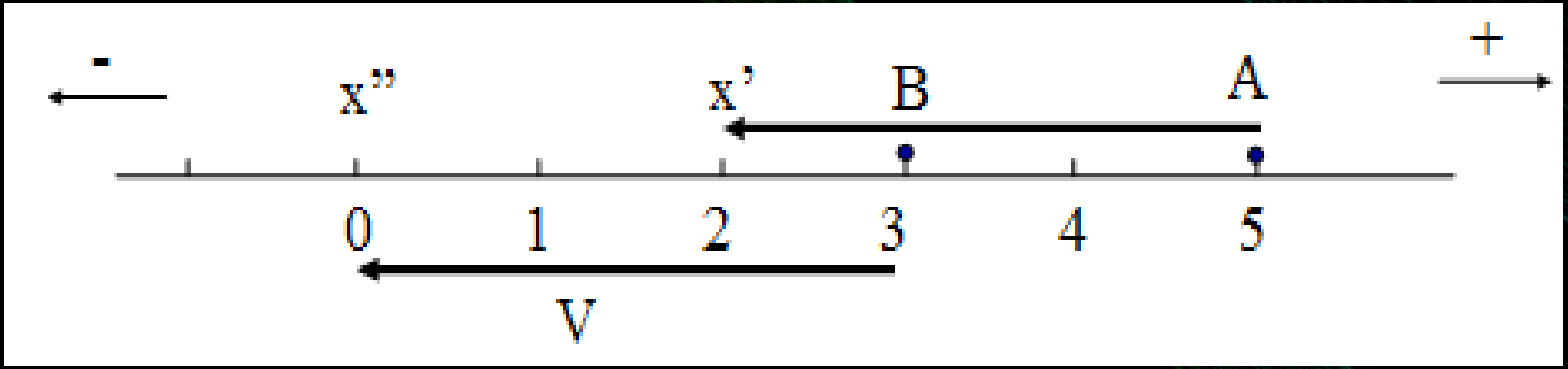
- Leonhard Euler (1707 – 1783), pioneiro de tópicos avançados em Geometria Afim.
- Transformação Linear (Ax) seguida de translado (+b):
  - x' = A*x* + b;
    - A != 0;
- Translação;
- Escala;
- Rotação;

Transformações na Reta

- Exemplo: x = 4 e |v| = -2; x' = x + v;



- O segmento de reta AB e |v| = -3;
- As tranformações x' = A + v e x'' = B + v;



Transformações na Reta

- Assim, aplicando uma translado no segmento AB utilizando um vetor, o comprimento do segmento não se altera:
  - Tranlação é uma operação **isométrica**;

Translação na Reta

- Sejam T_1 e T_2, duas translações de vetores u e v, respectivamente;
- Temos:
  - $T_1 = x + u$;
  - $T_2 = x + v$;
- A composição das translações T_1 e T_2 resulta:

$$T_1 \circ T_2\,(x) = T_1(T_2(x)) = T_1(x+v) = (x+v) + u = x + \underline{(u+v)}.$$

Translação na Reta

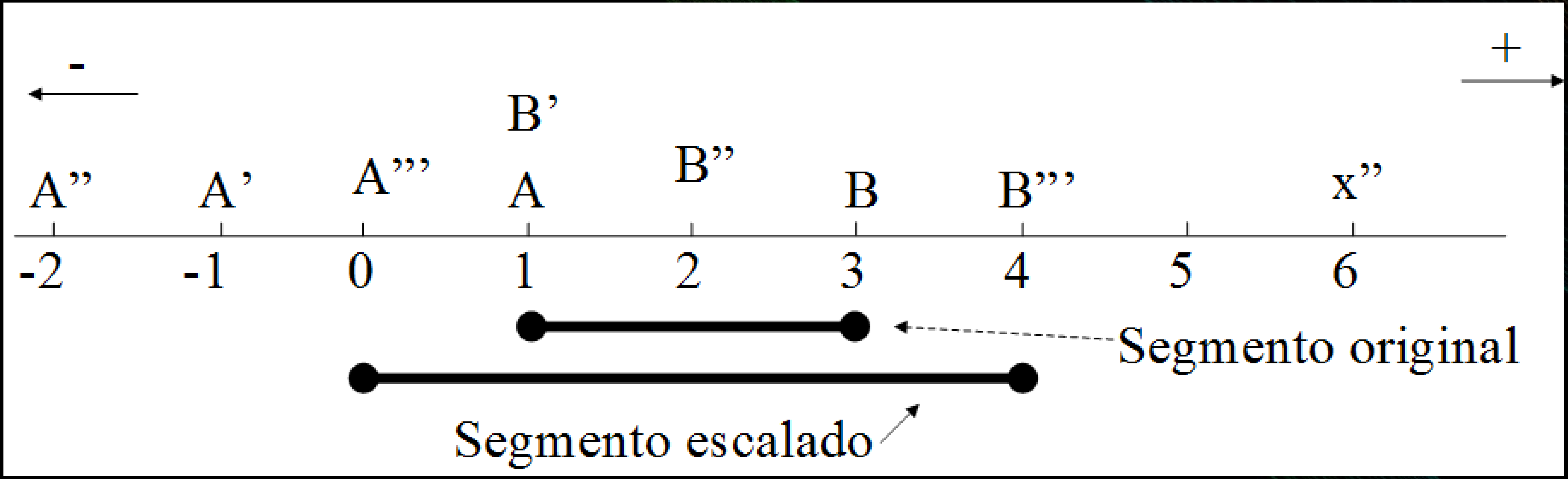
- O resultante de uma composição de duas translações resulta é uma nova translação. Onde o vetor translação será a soma dos vetores de cada uma das translações;
- Assim, a Composição de translações possui a propriedade de fechamento.
  - Se dois vetores pertencem ao Espaço Vetorial, a soma dos vetores também pertence.

Escala na Reta

- A Escala de um segmento AB, deve ocorrer sobre um ponto de referência (pivô → centro de massa), assim:
  - Calcular centro de massa:
    - CM = (A+B)/2;
  - Transladar o segmento para o centro de massa se posicionar na origem;
  - Calcular a escala;
  - Transladar novamente o centro de massa para a posição original;

Escala na Reta

- Considere o segmento: A = 1 e B = 3;
  - Passo 1: CM = (1+3)/2 = 2;
  - Passo 2: A' = A – CM = -1; B' = B – CM = 1;
  - Passo 3: A'' = a*A' = -2; B'' = a*B' = 2;
  - Passo 4: A''' = A'' + CM = 0; B''' = B'' + CM;

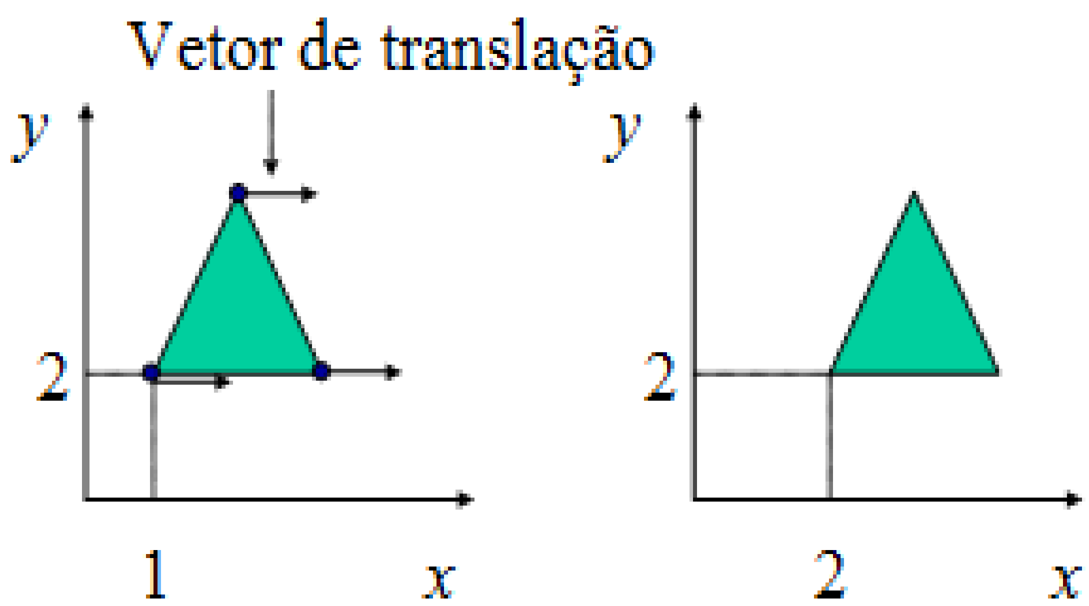


Translação 2D

Translação:

$P' = T(\Delta x, \Delta y) * P$

$$\begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \Delta x \\ 0 & 1 & \Delta y \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x + \Delta x \\ y' = y + \Delta y \end{cases}$$



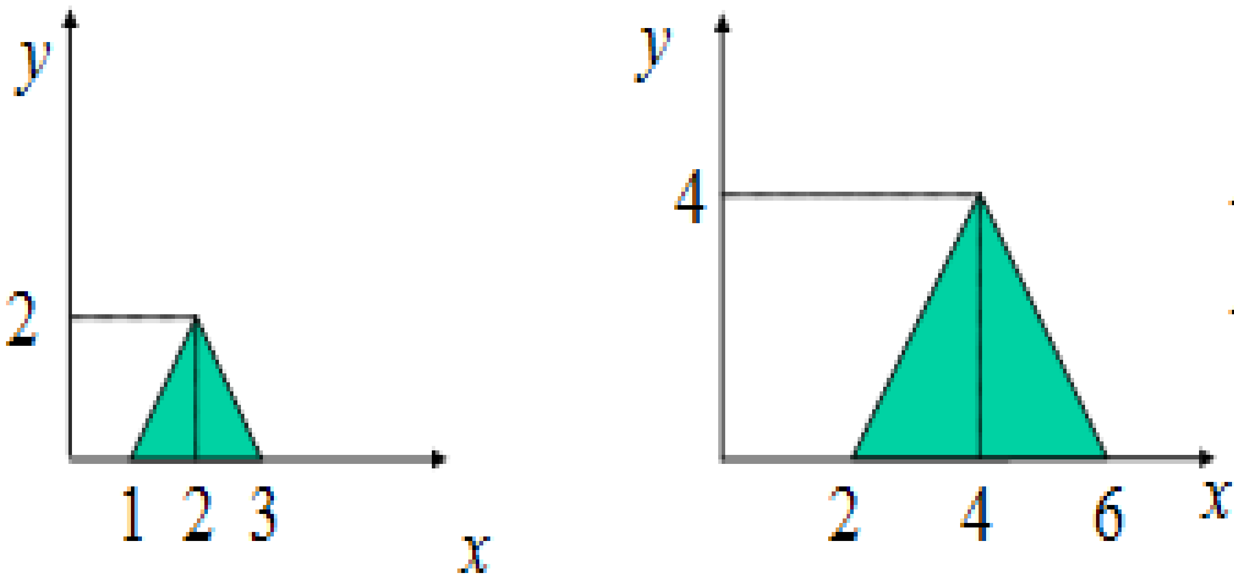
$\Delta x = 1$

$\Delta y = 0$

Escala 2D

Escala

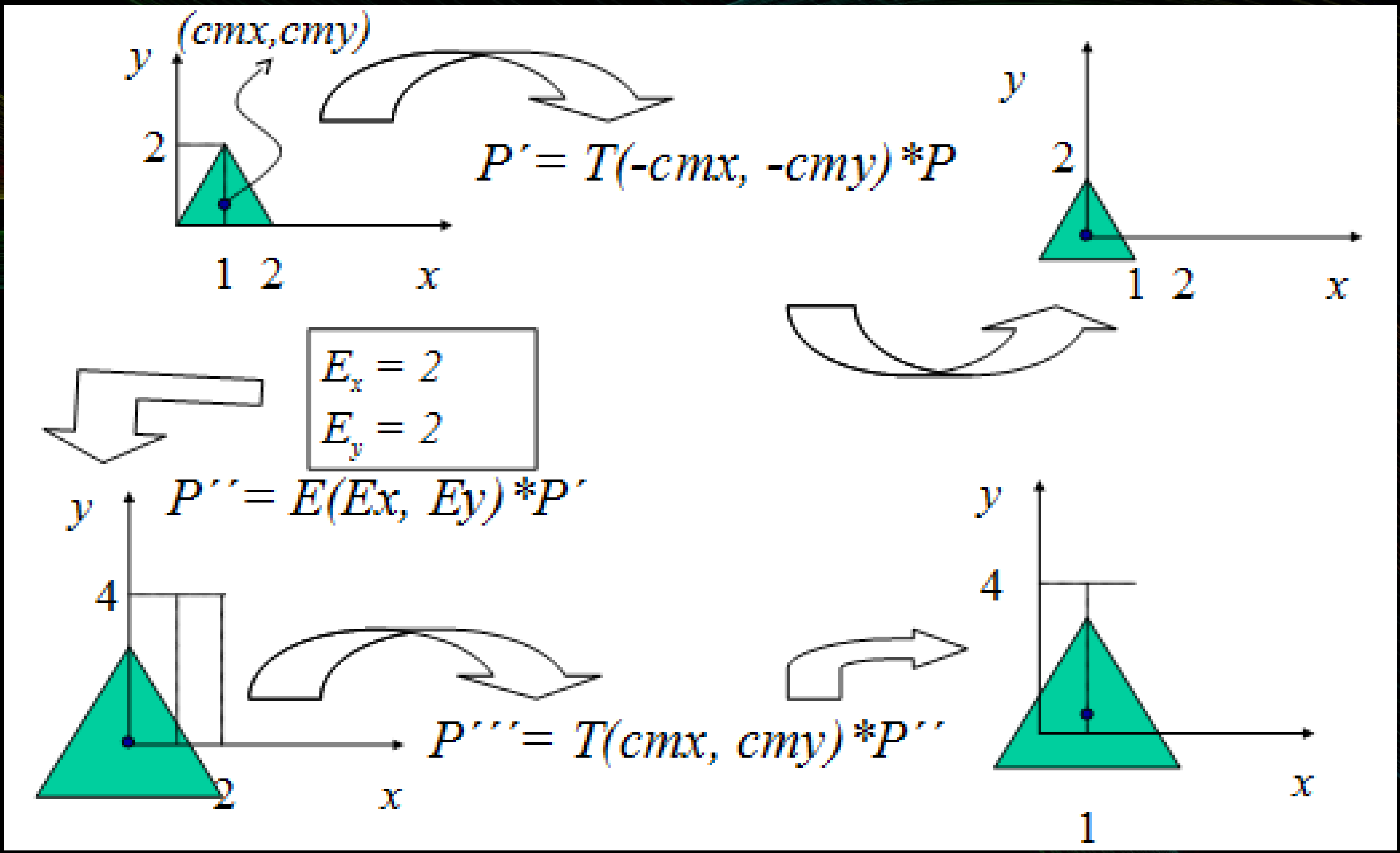
$$P' = E(Ex, Ey) * P \Rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_x & 0 & 0 \\ 0 & E_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x * E_x \\ y' = y * E_y \end{cases}$$



$E_x = 2$

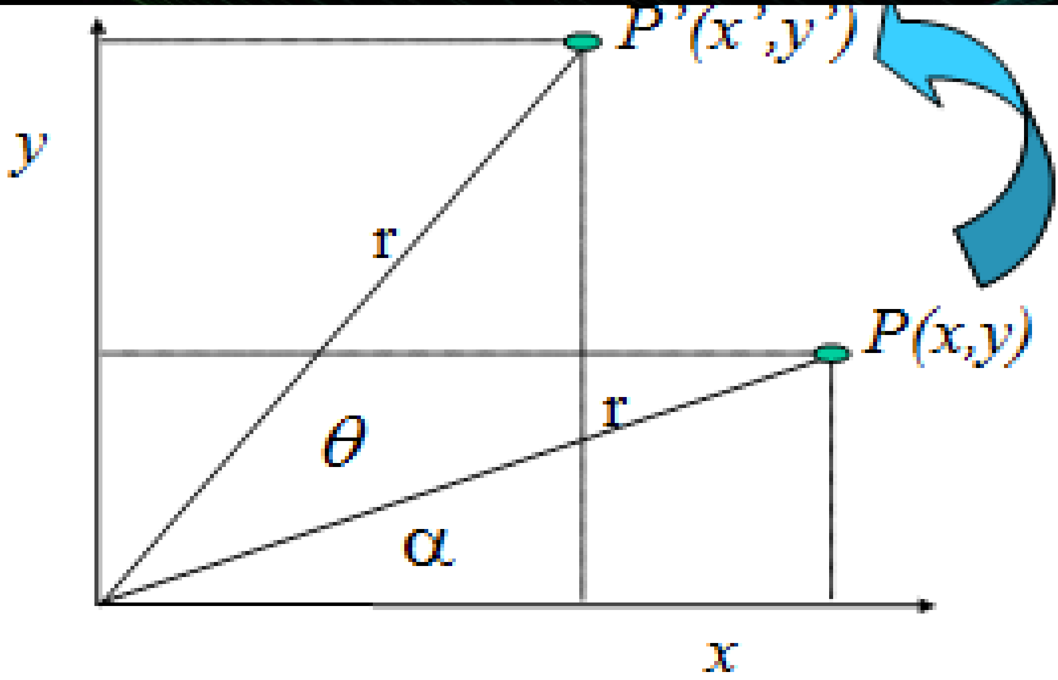
$E_y = 2$

Escala 2D



(cmx,cmy)
y
2
1 2
x
P´= T(-cmx, -cmy)*P
y
2
1 2
x
Ex = 2
Ey = 2
P´´= E(Ex, Ey)*P´
y
4
2
x
P´´´= T(cmx, cmy)*P´´
y
4
x
1

Rotação 2D



$$x = r.\cos(\alpha)$$
$$y = r.\sin(\alpha)$$

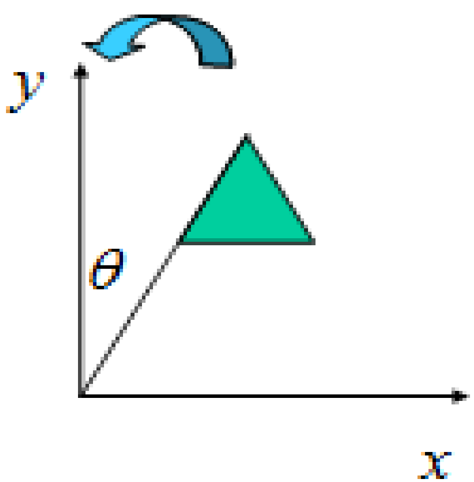
$$x' = r.\cos(\alpha+\theta) = r.\cos(\alpha).\cos(\theta) - r.\sin(\alpha).\sin(\theta)$$
$$y' = r.\sin(\alpha+\theta) = r.\cos(\alpha).\sin(\theta) + r.\sin(\alpha).\cos(\theta)$$

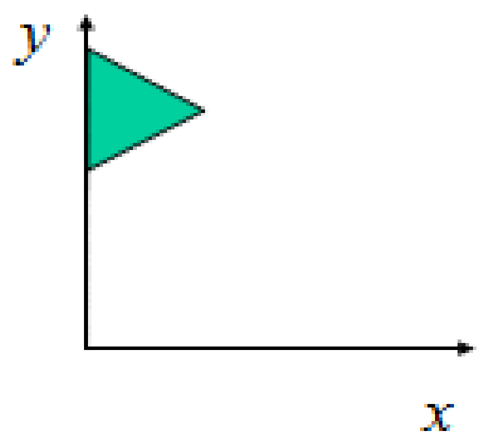
$$\boxed{\begin{aligned} x' &= x.\cos(\theta) - y.\sin(\theta) \\ y' &= x.\sin(\theta) + y.\cos(\theta) \end{aligned}}$$

Rotação 2D

$$P' = R(\theta)*P \Rightarrow \begin{bmatrix} x' \\ y' \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} x \\ y \\ 1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x' = x*\cos(\theta) - y*\sin(\theta) \\ y' = x*\sin(\theta) + y*\cos(\theta) \end{cases}$$





Atividades 06/1

- Transladar, rotacionar e escalar um polígono, acompanhando a criação por clique;
  - Transladar, tecla t;
  - Rotacionar, tecla r;
  - Escalar, tecla e;
  - Criar pontos ligando pontos mais próximos:
    - Clique esquerdo;
    - Formar um poliédro;
  - Deletar pontos mais próximos:
    - Clique direito;

Duvidas?