

# Численное моделирование ускорения частиц на ударных волнах

Антон Лиознов

Санкт-Петербургский Политехнический Университет имени Петра Великого  
кафедра космических исследований.

Научный руководитель: Гладилин Пётр Евгеньевич  
н.с. ФТИ им. А.Ф.Иоффе, к.ф.-м.н.

22 июня 2015

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы
- 4 Результаты
- 5 Выводы

# Содержание

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы
- 4 Результаты
- 5 Выводы

## Физика процесса

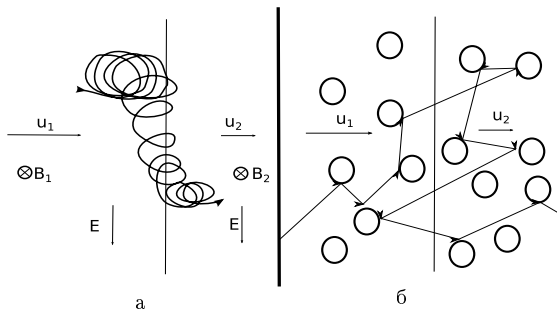


Рис. : Ускорение на ударных волнах при ламинарном (а) и турбулентном(б) движении.

$$n \sim p^{-\gamma} \quad (1.1)$$

с показателем  $\gamma = \frac{\sigma+2}{\sigma-1}$

# Исследования

- 70-80 гг прошлого века - Аксворд, Лиир, Скадрон, Белл, Крымский, Бережко, Бландфолд, Острикер – теоретическое исследование проблемы ускорения на ударных волнах
- 1992 г - Ахтенберг и Круллс - моделирование с использованием стохастического подхода
- 2011 г - Канг - моделирование с использованием решения разностной схемы

# Исследования

- 70-80 гг прошлого века - Аксворд, Лиир, Скадрон, Белл, Крымский, Бережко, Бландфолд, Острикер – теоретическое исследование проблемы ускорения на ударных волнах
- 1992 г - Ахтенберг и Крулс - моделирование с использованием стохастического подхода
- 2011 г - Канг - моделирование с использованием решения разностной схемы
- Никто из авторов не делал сравнения с точки зрения времени работы и расширяемости.

# Содержание

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы
- 4 Результаты
- 5 Выводы

# Цели и задачи

**Цель:** анализ и сравнение диффузионно-конвективного и стохастического подхода в ускорении частиц на ударных волнах.

**Задачи:**

- 1 Реализовать численное моделирование решения диффузионно-конвективного уравнения ускорения частиц на ударных волнах с помощью решения **разностной схемы**
- 2 Реализовать численное моделирование ускорения частиц на ударных волнах **стохастическим** методом.
- 3 Провести **сравнение** данных подходов
- 4 Указать **положительные и отрицательные** стороны в каждом из них



# Содержание

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы**
- 4 Результаты
- 5 Выводы

## МЕТОДЫ

явный метод Эйлера

Изначальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \kappa \frac{\partial f}{\partial x} - u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{3dx} \delta(x) p \frac{\partial f}{\partial p} + Q \quad (3.2)$$

## МЕТОДЫ

явный метод Эйлера

Изначальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \kappa \frac{\partial f}{\partial x} - u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{3dx} \delta(x) p \frac{\partial f}{\partial p} + Q \quad (3.2)$$

Разностная схема

$$\begin{aligned} \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k-1}}{\Delta t} = & \kappa_j \frac{f_{i+1,j,k} + f_{i-1,j,k} - 2f_{i,j,k}}{\Delta^2 x} \\ & - u_i \frac{f_{i,j,k} - f_{i-1,j,k}}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{3\Delta x} \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j-1,k}}{\Delta y} + Q \end{aligned} \quad (3.3)$$

## МЕТОДЫ

явный метод Эйлера

Изначальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \kappa \frac{\partial f}{\partial x} - u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{3dx} \delta(x) p \frac{\partial f}{\partial p} + Q \quad (3.2)$$

Разностная схема

$$\begin{aligned} \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k-1}}{\Delta t} = & \kappa_j \frac{f_{i+1,j,k} + f_{i-1,j,k} - 2f_{i,j,k}}{\Delta^2 x} \\ & - u_i \frac{f_{i,j,k} - f_{i-1,j,k}}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{3\Delta x} \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j-1,k}}{\Delta y} + Q \end{aligned} \quad (3.3)$$

- решение трёхдиагональной матрицы методом прогонки
- язык C++

## МЕТОДЫ

стохастический метод

Уравнением в виде Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left( -\dot{\vec{Z}} F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \quad (3.4)$$

## МЕТОДЫ

стохастический метод

Уравнением в виде Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left( -\dot{\vec{Z}} F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \quad (3.4)$$

Общий вид уравнения:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t) \underbrace{\varepsilon \sqrt{dt}}_{dW} \quad (3.5)$$

## МЕТОДЫ

стохастический метод

Уравнением в виде Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left( -\dot{\vec{Z}} F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \quad (3.4)$$

Общий вид уравнения:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t) \underbrace{\varepsilon \sqrt{dt}}_{dW} \quad (3.5)$$

В форме уравнения Ито:

$$d\vec{Z} = d\dot{\vec{Z}}(\vec{Z}, t) + \sqrt{2D}dW \quad (3.6)$$

В приложении к задаче:

$$dx = V(x)dt + \sqrt{2K_{\parallel}}dW \quad (3.7)$$

$$du = -\frac{1}{3} \frac{\partial V}{\partial x} dt \quad (3.8)$$

# Содержание

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы
- 4 Результаты**
- 5 Выводы



# Результаты

## Эйлер

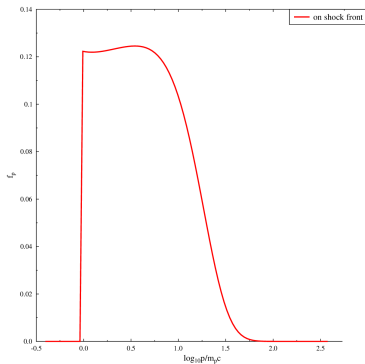


Рис. : Пример запуска программы решения с разностной схемой

## Стохастика

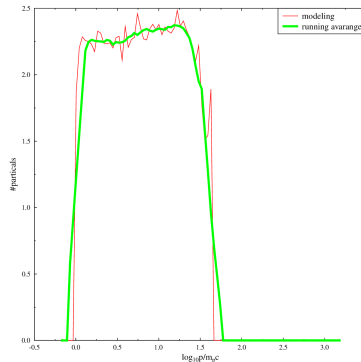


Рис. : Пример запуска программы решения стохастическим методом

## Результаты

время выполнения

Эйлер

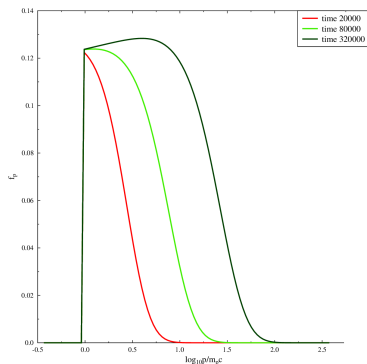


Рис. : Различные времена запуска

Стохастика

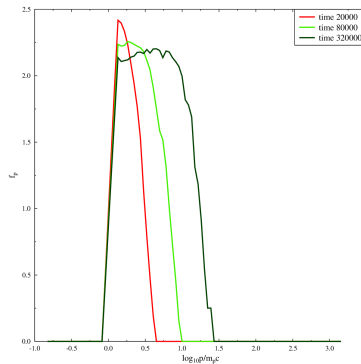


Рис. : Различные времена запуска

# Результаты

"высота" графика

Эйлер

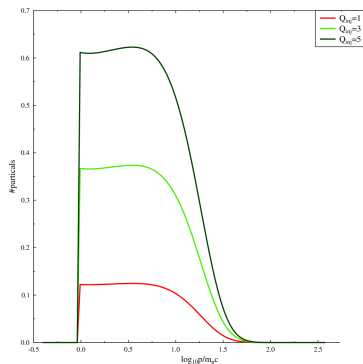


Рис. : различные мощности инъекции

Стохастика

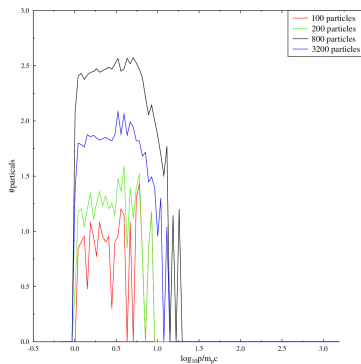


Рис. : различное количество частиц

# Результаты

виды коэффициента диффузии

Эйлер

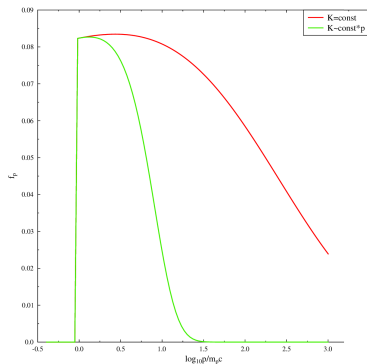


Рис. : различные коэффициенты диффузии

Стохастика

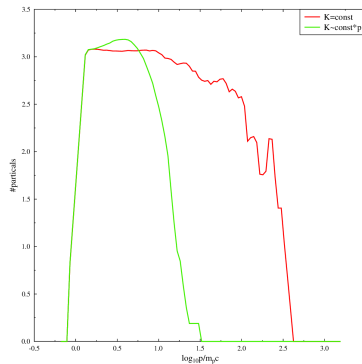


Рис. : различные коэффициенты диффузии

# Результаты

дополнительные результаты для стохастического подхода

Стохастика

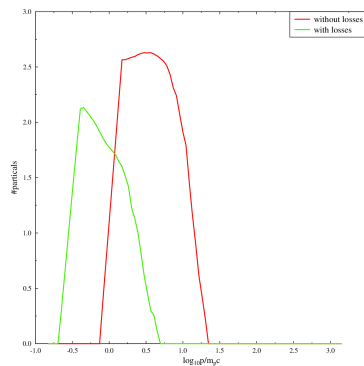


Рис. : синхротронные потери

Стохастика

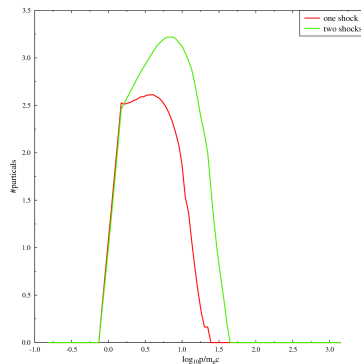


Рис. : две волны

# Результаты

## сравнение

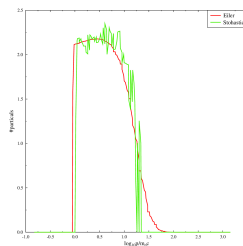


Рис. : две волны

	Разностная схема	Стохастика
Время	$O(N_t N_p N_x)$	$O(N_t N)$
Память	$O(N_p N_x)$	$O(1)$
Параллелизация	по импульсу	по частицам

# Содержание

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы
- 4 Результаты
- 5 Выводы**

# Выводы

- ❶ Было получено решение задачи о ускорении частиц на фронте волны с помощью разностной схемы и стохастическим подходом
- ❷ Найдены аналогии между обоими подходами
- ❸ Проведено сравнение подходов

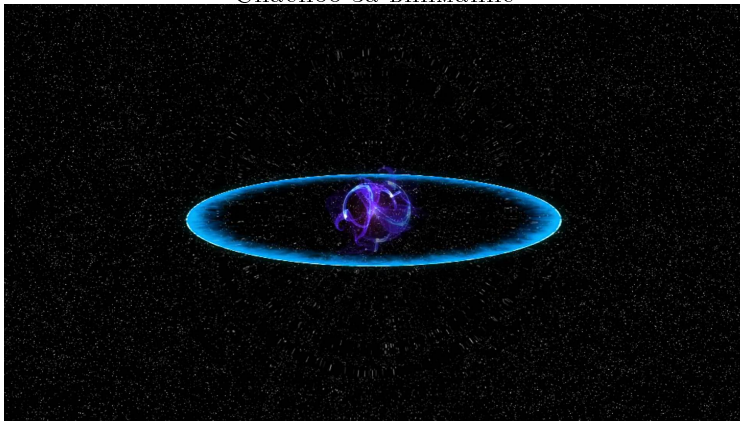


# Выводы

- ❶ Было получено решение задачи о ускорении частиц на фронте волны с помощью разностной схемы и стохастическим подходом
- ❷ Найдены аналогии между обоими подходами
- ❸ Проведено сравнение подходов

В обоих подходах есть свои плюсы и минусы, однако по расширяемости стохастический подход проявляет себя лучше подхода с решением с помощью разностных схем.

Спасибо за внимание



(изображение с <http://i.ytimg.com/>)