

Численное моделирование ускорения частиц на ударных волнах

Антон Лиознов

Санкт-Петербургский Политехнический Университет имени Петра Великого
кафедра космических исследований.

Научный руководитель: Гладилин Пётр Евгеньевич
н.с. ФТИ им. А.Ф.Иоффе, к.ф.-м.н.

22 июня 2015

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы
- 4 Результаты
- 5 Выводы

Содержание

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы
- 4 Результаты
- 5 Выводы

Физика процесса

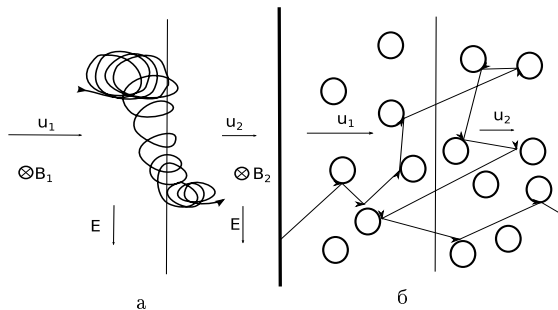


Рис. : Ускорение на ударных волнах при ламинарном (а) и турбулентном(б) движении.

$$n \sim p^{-\gamma} \quad (1.1)$$

с показателем $\gamma = \frac{\sigma+2}{\sigma-1}$

Исследования

- 70-80 гг прошлого века - Аксворд, Лиир, Скадрон, Белл, Крымский, Бережко, Бландфолд, Острикер – теоретическое исследование проблемы ускорения на ударных волнах
- 1992 г - Ахтенберг и Круллс - моделирование с использованием стохастического подхода
- с 80-х годов - моделирование с использованием разностной схемы.

Исследования

- 70-80 гг прошлого века - Аксворд, Лиир, Скадрон, Белл, Крымский, Бережко, Бландфолд, Острикер – теоретическое исследование проблемы ускорения на ударных волнах
- 1992 г - Ахтенберг и Круллс - моделирование с использованием стохастического подхода
- с 80-х годов - моделирование с использованием разностной схемы.
- Никто из авторов не делал количественный анализ двух подходов с точки зрения простоты реализации, затрат компьютерного времени и динамических возможностей.

Содержание

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы
- 4 Результаты
- 5 Выводы

Цели и задачи

Цель: анализ и сравнение диффузионно-конвективного и стохастического подхода в ускорении частиц на ударных волнах.

Задачи:

- ❶ Реализовать численное моделирование процесса ускорения частиц на ударных волнах посредством решения диффузионно-конвективного уравнения с помощью разностной схемы
- ❷ Реализовать численное моделирование ускорения частиц на ударных волнах стохастическим методом.
- ❸ Провести сравнение данных подходов
- ❹ Указать положительные и отрицательные стороны в каждом из них

Содержание

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы**
- 4 Результаты
- 5 Выводы

МЕТОДЫ

явный метод Эйлера

Изначальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \kappa \frac{\partial f}{\partial x} - u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{3dx} \delta(x) p \frac{\partial f}{\partial p} + Q \quad (3.2)$$

МЕТОДЫ

явный метод Эйлера

Изначальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \kappa \frac{\partial f}{\partial x} - u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{3dx} \delta(x) p \frac{\partial f}{\partial p} + Q \quad (3.2)$$

Разностная схема

$$\begin{aligned} \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k-1}}{\Delta t} = & \kappa_j \frac{f_{i+1,j,k} + f_{i-1,j,k} - 2f_{i,j,k}}{\Delta^2 x} \\ & - u_i \frac{f_{i,j,k} - f_{i-1,j,k}}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{3\Delta x} \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j-1,k}}{\Delta y} + Q \end{aligned} \quad (3.3)$$

МЕТОДЫ

неявный метод Эйлера

Изначальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \kappa \frac{\partial f}{\partial x} - u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{3dx} \delta(x) p \frac{\partial f}{\partial p} + Q \quad (3.2)$$

Разностная схема

$$\begin{aligned} \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k-1}}{\Delta t} = & \kappa_j \frac{f_{i+1,j,k} + f_{i-1,j,k} - 2f_{i,j,k}}{\Delta^2 x} \\ & - u_i \frac{f_{i,j,k} - f_{i-1,j,k}}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{3\Delta x} \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j-1,k}}{\Delta y} + Q \end{aligned} \quad (3.3)$$

- решение трёхдиагональной матрицы методом прогонки
- язык C++

МЕТОДЫ

стохастический метод

Уравнением в виде уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left(-\dot{\vec{Z}} F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \quad (3.4)$$

МЕТОДЫ

стохастический метод

Уравнением в виде уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left(-\dot{\vec{Z}} F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \quad (3.4)$$

Общий вид уравнения:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t) \underbrace{\varepsilon \sqrt{dt}}_{dW} \quad (3.5)$$

МЕТОДЫ

стохастический метод

Уравнением в виде уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left(-\dot{\vec{Z}} F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \quad (3.4)$$

Общий вид уравнения:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t) \underbrace{\varepsilon \sqrt{dt}}_{dW} \quad (3.5)$$

В форме уравнения Ито:

$$d\vec{Z} = d\dot{\vec{Z}}(\vec{Z}, t) + \sqrt{2D}dW \quad (3.6)$$

В приложении к задаче:

$$dx = V(x)dt + \sqrt{2K_{\parallel}}dW \quad (3.7)$$

$$du = -\frac{1}{3} \frac{\partial V}{\partial x} dt \quad (3.8)$$

МЕТОДЫ

стохастический метод

Уравнением в виде уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z}, t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left(-\dot{\vec{Z}} F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \quad (3.4)$$

Общий вид уравнения:

$$dx = a(x, t)dt + b(x, t) \underbrace{\varepsilon \sqrt{dt}}_{dW} \quad (3.5)$$

В форме уравнения Ито:

$$d\vec{Z} = d\dot{\vec{Z}}(\vec{Z}, t) + \sqrt{2D}dW \quad (3.6)$$

В приложении к задаче:

$$dx = V(x)dt + \sqrt{2K_{\parallel}}dW \quad (3.7)$$

$$du = -\frac{1}{3} \frac{\partial V}{\partial x} dt \quad (3.8)$$

язык C++ и Python

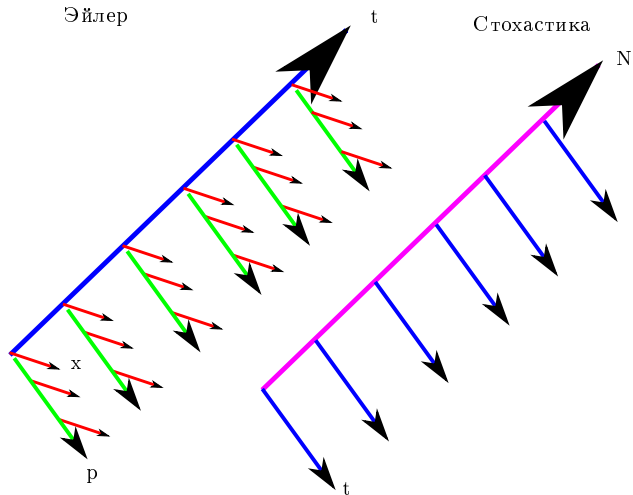


Рис. : Последовательность итераций для разностной схемы (слева) и стохастического подхода (справа)

Содержание

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы
- 4 Результаты**
- 5 Выводы

Результаты

Эйлер

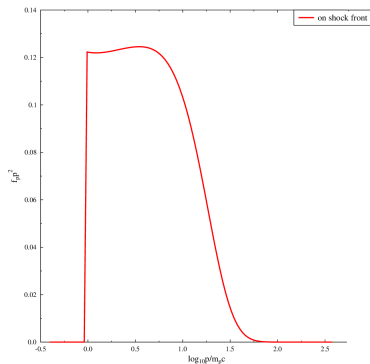


Рис. : спектр ускоренных частиц для решения с разностной схемой

Стохастика

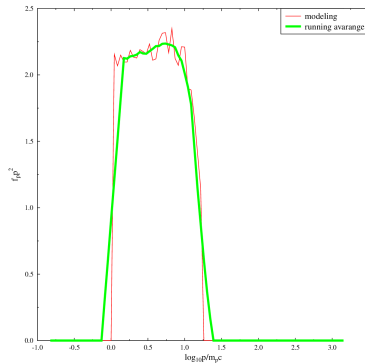


Рис. : спектр ускоренных частиц для решения стохастическим методом

Результаты

Интенсивность спектра и время выполнения

Эйлер

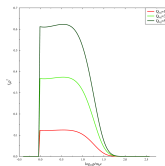


Рис. : различные мощности инжекции

Стохастика

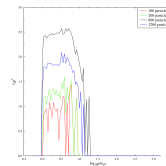


Рис. : различное количество частиц

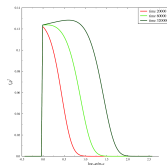


Рис. : Различные времена запуска

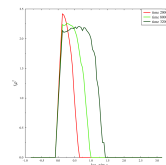


Рис. : Различные времена запуска

Результаты

виды коэффициента диффузии

Эйлер

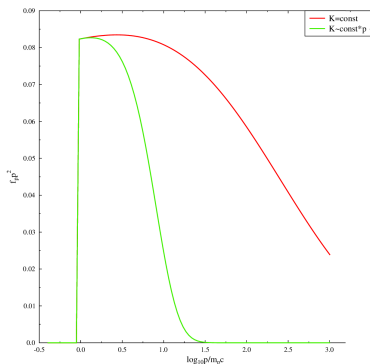


Рис. : различные коэффициенты диффузии

Стохастика

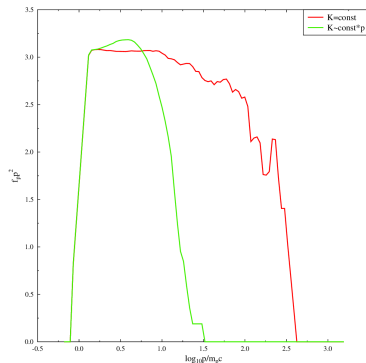


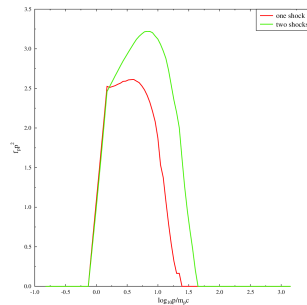
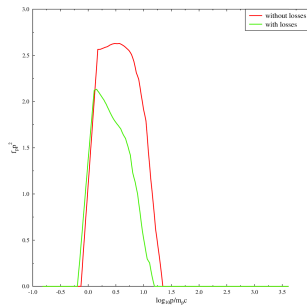
Рис. : различные коэффициенты диффузии

Результаты

дополнительные результаты для стохастического подхода

Стохастика

Стохастика



Результаты

сравнение

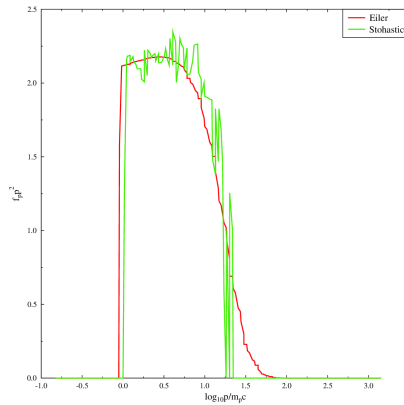


Рис. : Сравнение подходов

Результаты

сравнение

| | Разностная схема | Стохастика |
|----------------|------------------|-------------|
| Время | $O(N_t N_p N_x)$ | $O(N_t N)$ |
| Память | $O(N_p N_x)$ | $O(1)$ |
| Параллелизация | по импульсу | по частицам |

Содержание

- 1 Введение
- 2 Цели и задачи
- 3 Методы
- 4 Результаты
- 5 Выводы**

Выводы

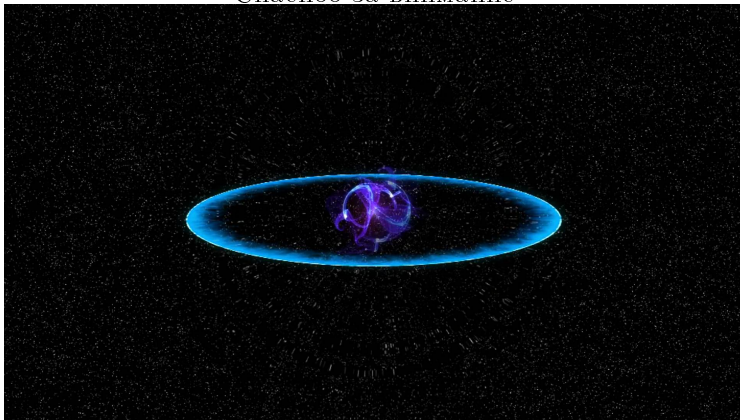
- ④ Было получено решение задачи о ускорении частиц на фронте волны с помощью разностной схемы и стохастическим подходом
- ② Показана эквивалентность между обоими подходами
- ③ Проведено сравнение подходов:
 - ① Форма графика
 - Форма графика при стохастическом подходе всегда более изломана, нежели при решении с использованием разностной схемы, однако она всегда подчиняется огибающей вида p^{-1} , в то время как для метода Эйлера подъём происходит лишь на некоторых больших временах.
 - Для стохастического подхода высота графика неразрывна связана с количеством изломов. Таким образом нельзя получить адекватный результат для небольшого числа частиц. В то время, как при первом подходе высота контролируется отдельным параметром - Q_{inj}
 - ② Время работы
 - Время работы программ для одинаковых максимальных импульсов фактически не различается.
 - ③ Возможность параллельного выполнения
 - Из сказанного выше следует, что максимальное число потоков, на которое можно разбить программу выше для стохастического подхода.
 - Так же для стохастического подхода, согласно закону Амдала, выше возможное ускорение.
 - ④ Возможность расширения кода
 - ① Подход с составлением разностных схем более гибок в плане возможности выбора сетки и конкретной схемы
 - ② Стохастический подход более прост в своём основании, что даёт уменьшать время модифицирования программы для различных физических процессов, что можно видеть благодаря "приложению" в результатах

Выводы

- ④ Было получено решение задачи о ускорении частиц на фронте волны с помощью разностной схемы и стохастическим подходом
- ② Показана эквивалентность между обоими подходами
- ③ Проведено сравнение подходов:
 - ① Форма графика
 - Форма графика при стохастическом подходе всегда более изломана, нежели при решении с использованием разностной схемы, однако она всегда подчиняется огибающей вида p^{-1} , в то время как для метода Эйлера подъём происходит лишь на некоторых больших временах.
 - Для стохастического подхода высота графика неразрывна связана с количеством изломов. Таким образом нельзя получить адекватный результат для небольшого числа частиц. В то время, как при первом подходе высота контролируется отдельным параметром - Q_{inj}
 - ② Время работы
 - Время работы программ для одинаковых максимальных импульсов фактически не различается.
 - ③ Возможность параллельного выполнения
 - Из сказанного выше следует, что максимальное число потоков, на которое можно разбить программу выше для стохастического подхода.
 - Так же для стохастического подхода, согласно закону Амдала, выше возможное ускорение.
 - ④ Возможность расширение кода
 - ① Подход с составлением разностных схем более гибок в плане возможности выбора сетки и конкретной схемы
 - ② Стохастический подход более прост в своём основании, что даёт уменьшает время модифицирования программы для различных физических процессов, что можно видеть благодаря "приложению" в результатах

В обоих подходах есть свои плюсы и минусы, однако по расширяемости стохастический подход проявляет себя лучше подхода с решением с помощью разностных схем.

Спасибо за внимание



(изображение с <http://i.ytimg.com/>)