Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Санкт-Петербургский Политехнический университет Петра Великого» Институт физики, нанотехнологий и телекоммуникаций Кафедра космических исследований

| Работа допущена к защите |
|--------------------------|
| Заведующий кафедрой КИ |
| Варшалович Д.А. |
| «»2015 г. |

ВЫПУСКНАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

«Численное моделирование ускорения частиц на ударных волнах»

Направление: 03.03.02 - «Физика»

Профиль: «Физика космоса»

Студент гр.43412 Лиознов А.В.

Руководитель

н.с. ФТИ им.

А.Ф.Иоффе, к.ф.-м.н.

Гладилин П.Е.

Санкт-Петербург

Содержание

| 1 Введение | | | | 2 | |
|------------|-------------------|-------------------------------------|---|---|--|
| | 1.1 | Актуа | альность | 2 | |
| | 1.2 Цели и задачи | | | 3 | |
| | 1.3 | Процесс ускорения на ударных волнах | | | |
| | 1.4 | 1.4 Методы исследования | | | |
| | | 1.4.1 | Моделирование диффузиозно-конвективного уравнения | | |
| | | | с помощью неявного метода Эйлера | 6 | |
| | | 1.4.2 | Моделирование стохастического процесса | 7 | |

1 Введение

1.1 Актуальность

В течение продолжительного времени учёные пытаются определить, как образуется наблюдаемое распределение космических лучей по энергиям. Далеко не весь диапазон спектра можно описать с помощью теплового взаимодействия.

Особую роль играют механизмы нетеплового ускорения частиц в бесстолкновительной космической плазме.

Такие частицы можно непосредственно наблюдать в межпланетном пространстве, частицы низких энергий - посредством прямых измерений с Земли, а частицы высоких энергий (> 10^5 ГэВ) - в виде широких атмосферных ливней.

Особый интерес составляет процесс ускорения на фронтах ударных волн, в силу их распространённости. Примерами таких волн могут служить волны от хромосферных солнечных вспышек, вспышек сверхновых звёзд, ударные волны звёздного ветра...

Дополнительный интерес к данным процессам связан с возможностью выделения в них большого количества энергии, существенная часть которой может быть преобразована в направленное ускорение небольшого количества частиц, что и приводит к появлению частиц с энергиями, на много порядков превышающих тепловые.

Построение численных моделей ударных волн необходимо для понимания данных процессов.

Проблемой занимаются давно.

Бережко Е. Г. и Крымский Г. Ф. в 1988 году привели теоретический вывод диффузиозно-конвективного уравнения. X. Канг в 2011 году провёл численные расчёты спектров ускоренных частиц.

С другой стороны к задаче подошёли А. Ахтенберг и В. Круллс, которые в 1992 году провёли моделирование ускорения стохастическим методом.

И, хотя сравнения данных подходов предпринимались, количественные оценки как с точки зрения времени работы, так и с точки зрения простоты реализации и расширяемости сделаны не были.

1.2 Цели и задачи

В связи со всем вышесказанным целью работы был анализ и сравнение диффузиозно-конвективного и стохастического подхода в ускорении частиц на ударных волнах.

В рамках этой цели были поставлены следующие задачи:

- 1 Реализовать численное моделирование решения диффузиозно- конвективного уравнения методом Эйлера в ускорении частиц на ударных волнах.
- 2 Реализовать численное моделирование ускорения частиц на ударных волнах стохастическим методом.
- 3 Провести сравнение данных подходов
- 4 Указать положительные и отрицательные стороны в каждом из них

1.3 Процесс ускорения на ударных волнах

Рассмотрим физическую сторону процесса ускорения на ударных волнах:

Движение частиц плазмы определяется не соударениями, как в случае теплового движения, а взаимодействием с возникающий на фронте турбулентностью. Характерной длиной, определяющей толщину фронта, является гирорадиус тепловых ионов.

Несмотря на то, что сама теория ударных волн ещё далека от завершения, характер достаточно быстрых частиц на фронте мало зависит от особенностей структуры. Это связано с тем, что движение частиц зависит, в основном, от двух факторов: взаимодействии с магнитным полем - крупномасштабным, регулярным, с одной стороны, и турбулентным, хаотичным - с другой. Это поле приводит к рассеянию частиц, причём свободный пробег сильно превышает толщину фронта.

Возможность ускорения частиц связана, прежде всего, с имеющимися в пространстве электрическими полями. Для иллюстрации на рисунке 1а схематически изображена траектория частицы в системе покоя фронта в случае, когда мелкомасштабные электрические поля отсутствуют. Для быстрой частицы ударная волна представляет собой магнитогидродинамический разрыв, в котором скорость плазмы u, плотность ρ , магнитное поле B связано следующими соотношениями:

$$\rho_2 = \sigma \rho_1 \tag{1}$$

$$u_2 = \frac{u_1}{\sigma} \tag{2}$$

$$B_2 = \sigma B_1 \tag{3}$$

Где индексы 1, 2 означают область до и после фронта соответственно, а σ - степень сжатия вещества.

Пересекая фронт, частица испытывает градиентный дрейф и смещается вдоль электрического поля $\vec{E} = -[\vec{u}\vec{B}]/c$, где c - скорость света.

Каждая частица рассеивается на неоднородностях магнитного поля (рис 1б), что приводит к многократному перемещению между областями фронтов и многократному ускорению. За один цикл (двукратное пересечение фронта) среднее изменение импульса частицы будет равно

$$\langle \Delta p \rangle = \frac{4}{3} (u_2 - u_1) \frac{p}{v_1} \tag{4}$$

Где u_2, u_1 - скорость плазмы за и перед фронтом, v - скорость частицы.

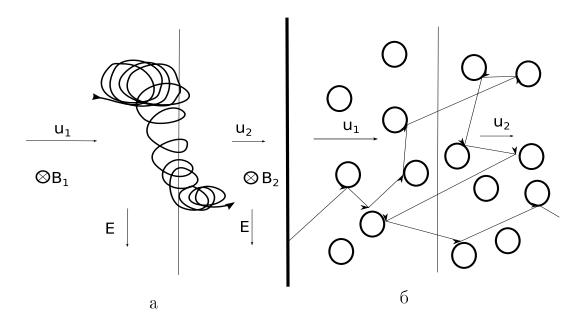


Рис. 1: Движение быстро заряженной частицы в ламинарной ударной волне (a) и турбулетной(б)

В каждом цикле часть частиц уходит и уже не возвращается к фронту. Интегральный спектр ускорения частиц N(p) - количество частиц в единице объёма с импульсами, большими p, - может быть найден из уравнения баланса

$$\frac{dN}{dp} = \frac{P_c - 1}{\langle \Delta p \rangle} N \tag{5}$$

Где P_c - вероятность совершения очередного цикла. $P_c = P_1 \cdot P_2$, где P_1 - вероятность частицы попавшей в область перед фронтом, вернуться на фронт и равна 1, а P_2 - аналогичная вероятность для области за фронтом и равна $1 - \frac{4u_2}{r}$

Используя последние уравнения, можно получить уравнение на плотность:

$$\frac{dpn}{dp} + 3\frac{u_2}{u_1 - u_2}n = 0\tag{6}$$

Решением данного уравнения будет являться функция $n \sim p^{-\gamma}$ с показателем $\gamma = \frac{\sigma+2}{\sigma-1}$

1.4 Методы исследования

Для решения диффузиозно-конвективного уравнения была разработана программа на языке C++, организующая численное моделирование осуществляющее его решение методом прогонки методом прогонки.

Стохастическое уравнение решалось в виде уравнения Ито. Алгоритм был реализован так же на языке C++.

Остановимся подробнее на каждом из них.

1.4.1 Моделирование диффузиозно-конвективного уравнения с помощью неявного метода Эйлера

Изначальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \kappa \frac{\partial f}{\partial x} - u \frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{3dx} \delta(x) p \frac{\partial f}{\partial p} + Q \tag{1}$$

Где f - функция распределения частиц, κ - коэффициент диффузии, Q - мощность источника частиц, u - скорость течения плазмы.

Решим данное уравнение с помощью неявного метода Эйлера.

Для этого надо подставить вместо производных конечные разности и получить следующий общий вид:

$$\frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k-1}}{\Delta t} = \kappa_j \frac{f_{i+1,j,k} + f_{i-1,j,k} - 2f_{i,j,k}}{\Delta^2 x} - u_i \frac{f_{i,j,k} - f_{i-1,j,k}}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{3\Delta x} \frac{f_{i,j,k} - f_{i,j-1,k}}{\Delta y} + Q \quad (2)$$

Где индексы i,j,k отвечают за координату, импульс и время соответственно, а y есть логарифм от импульса. Далее система записывается в виде матричного уравнения

$$Mx = F \tag{3}$$

где M - трёхдиаганальная матрица с A_i на поддиаганали, C_i - на главной диаганали и B_i на наддиаганали. В приложении задачи коэффициенты по-

лучились следующими:

$$A_i = \frac{\Delta t \kappa_{i,j}}{\Delta^2 x} + \frac{u_i \Delta t}{\Delta x} \tag{4}$$

$$C_i = \frac{2\Delta t \kappa_{i,j}}{\Delta x^2} + \frac{\Delta t u_i}{\Delta x} + \frac{u_i - u_{i-1} \Delta t}{3\Delta x \Delta y} - 1$$
 (5)

$$B_i = \frac{\Delta t \kappa_{i,J}}{\Delta^2 x} \tag{6}$$

$$F_i = -f_{i,j,k-1} - \frac{f_{i,j-1,k}}{\Delta y} \frac{u_i - u_i - 1\Delta t}{3\Delta x} - Q\Delta t \tag{7}$$

Далее данное уравнение решается методом прогонки.

1.4.2 Моделирование стохастического процесса

В данном случае воспользуемся уравнением в виде Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z},t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left(-\dot{\vec{Z}}F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \tag{8}$$

Где $Z \equiv (x, p)$.

$$\dot{\vec{Z}} = \left\langle \frac{d\vec{Z}}{dt} \right\rangle + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} D \tag{9}$$

Это уравнение может быть представлено в форме уравнения Ито:

$$d\vec{Z} = d\dot{\vec{Z}}(\vec{Z}, t) + \sqrt{2D}dW \tag{10}$$

Где dW - Винеровский процесс.

В приложении к конкретной задаче для заряженных частиц имеем

$$dx = V(x)dt + \sqrt{2K_{\parallel}}dW \tag{11}$$

$$du = -\frac{1}{3}\frac{\partial V}{\partial x}dt\tag{12}$$

Здесь V(x) - скорость плазмы, K_{\parallel} - продольный коэффициент диффузии, u - логарифм импульса.

Как известно, общий вид уравнения Ито выглядит следующим образом:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)\underbrace{\varepsilon\sqrt{dt}}_{dW}$$
(13)

где a имеет физический смысл сноса частицы, а b - отклонения. ε - нормально распределённая случайная величина.

Задав обе функции, а так же размер и количество шагов по времени, мы получаем предсказание координаты и импульса для одной частицы.

Запустив код для N частиц, можно получить массивы координат и импульсов в конечный момент времени. Далее строя гистограмму распределения для импульса мы получаем империческую функцию распределения f_p , которая может быть сравнима с аналогичной функцией, полученной в другом подходе.

Как было написано выше, $a(x,t)\equiv V(x)$, где V(x) - скорость для ударной волны. Стандартная степень сжатия на фронте равна 4, т.е. $V|_{x\ll x_{inj}}=4V|_{x\gg x_{inj}}$ Для устойчивости работы программы должно выполняться условие

$$V\Delta t \le \Delta x_s \ll \sqrt{K_{\parallel} \Delta t} \tag{14}$$

Где Δx_s - характерное масштаб фронта.

В качестве демонстрации преимуществ данного подхода были реализовано ещё два физических процесса: ускорение электронов с учётом синхротронных потерь и ускорение на сходящихся фронтах.

Синхротронные потери можно ввести, заменив уравнение для логарифма импульса на

$$du = -\left(\frac{1}{3}\frac{\partial V}{\partial x} + \beta_s \sqrt{1 + e^{2u}}\right) dt \tag{15}$$

Для они существенны лишь для электронов в силу малой массы.

Ускорение на сходящихся фронтах соответствует занулению скорости вдали от фронта и увеличению числа частиц в двое. Такое приближение справедливо для высокоэнергичных частиц.