Численное моделирование ускорения частиц на ударных волнах

Антон Лиознов

Санкт-Петербургский Политехнический Университет имени Петра Великого
кафедра космических исследований.

Научный руководитель: Гладилин Пётр Евгеньевич
н.с. ФТИ им. А.Ф.Иоффе, к.ф.-м.н.

22 июня 2015

Содержание

Физика процесса

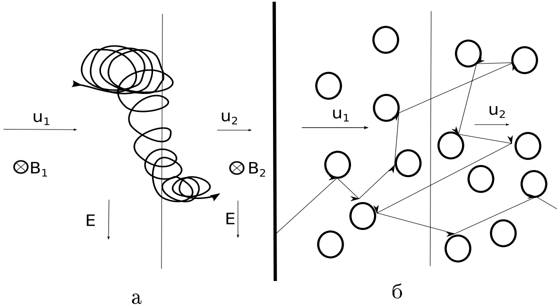


Рис. : Ускорение на ударных волнах при ламинарном (а) и турбулентном(б) движении.

$$n \sim p^{-\gamma} \tag{1.1}$$

с показателем $\gamma = \frac{\sigma+2}{\sigma-1}$

Исследования

- 70-80 гг прошлого века - Аксворд, Лиир, Скадрон, Белл, Крымский, Бережко, Бландфолд, Острикер – теоретическое исследование проблемы ускорения на ударных волнах
- 1992 г - Ахтенберг и Круллс - моделирование с использованием стохастического подхода
- с 80-х годов - моделирование с использованием разностной схемы.

Исследования

- 70-80 гг прошлого века - Аксворд, Лиир, Скадрон, Белл, Крымский, Бережко, Бландфолд, Острикер – теоретическое исследование проблемы ускорения на ударных волнах
- 1992 г - Ахтенберг и Круллс - моделирование с использованием стохастического подхода
- с 80-х годов - моделирование с использованием разностной схемы.
- Никто из авторов не делал количественный анализ двух подходов с точки зрения простоты реализации, затрат компьютерного времени и динамических возможностей.

Содержание

Цели и задачи

Цель: анализ и сравнение диффузиозно-конвективного и стохастического подхода в ускорении частиц на ударных волнах.
Задачи:

1. Реализовать численное моделирование процесса ускорения частиц на ударных волнах посредством решения диффузиозно-конвективного уравнения с помощью **разностной схемы**
2. Реализовать численное моделирование ускорения частиц на ударных волнах **стохастическим** методом.
3. Провести **сравнение** данных подходов
4. Указать **положительные и отрицательные** стороны в каждом из них

Содержание

методы

неявный метод Эйлера

Изначальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\kappa\frac{\partial f}{\partial x} - u\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{3dx}\delta(x)p\frac{\partial f}{\partial p} + Q \qquad (3.2)$$

методы
неявный метод Эйлера

Изначальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\kappa\frac{\partial f}{\partial x} - u\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{3dx}\delta(x)p\frac{\partial f}{\partial p} + Q \tag{3.2}$$

Разностная схема

$$\begin{aligned}\frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k-1}}{\Delta t} = \kappa_j \frac{f_{i+1,j,k} + f_{i-1,j,k} - 2f_{i,j,k}}{\Delta^2 x} \\ - u_i \frac{f_{i,j,k} - f_{i-1,j,k}}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{3\Delta x}\frac{f_{i,j,k} - f_{i,j-1,k}}{\Delta y} + Q\end{aligned} \tag{3.3}$$

методы

неявный метод Эйлера

Изначальное уравнение имеет вид

$$\frac{\partial f}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x}\kappa\frac{\partial f}{\partial x} - u\frac{\partial f}{\partial x} - \frac{du}{3dx}\delta(x)p\frac{\partial f}{\partial p} + Q \tag{3.2}$$

Разностная схема

$$\begin{aligned}\frac{f_{i,j,k} - f_{i,j,k-1}}{\Delta t} = \kappa_j\frac{f_{i+1,j,k} + f_{i-1,j,k} - 2f_{i,j,k}}{\Delta^2 x} \\ - u_i\frac{f_{i,j,k} - f_{i-1,j,k}}{\Delta x} - \frac{u_i - u_{i-1}}{3\Delta x}\frac{f_{i,j,k} - f_{i,j-1,k}}{\Delta y} + Q\end{aligned} \tag{3.3}$$

- решение трёхдиагональной матрицы методом прогонки
- язык C++

методы

стохастический метод

Уравнением в виде уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z},t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left(-\dot{\vec{Z}} F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \tag{3.4}$$

методы

стохастический метод

Уравнением в виде уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z},t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}}\left(-\dot{\vec{Z}}F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}}[DF]\right) \tag{3.4}$$

Общий вид уравнения:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)\underbrace{\varepsilon\sqrt{dt}}_{dW} \tag{3.5}$$

методы

стохастический метод

Уравнением в виде уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z},t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left(-\dot{\vec{Z}} F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \tag{3.4}$$

Общий вид уравнения:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t) \underbrace{\varepsilon \sqrt{dt}}_{dW} \tag{3.5}$$

В форме уравнения Ито:

$$d\vec{Z} = d\dot{\vec{Z}}(\vec{Z},t) + \sqrt{2D} dW \tag{3.6}$$

В приложении к задаче:

$$dx = V(x)dt + \sqrt{2K_{\parallel}} dW \tag{3.7}$$

$$du = -\frac{1}{3} \frac{\partial V}{\partial x} dt \tag{3.8}$$

методы

стохастический метод

Уравнением в виде уравнения Фоккера-Планка

$$\frac{\partial F(\vec{Z},t)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} \left(-\dot{\vec{Z}} F + \frac{\partial}{\partial \vec{Z}} [DF] \right) \tag{3.4}$$

Общий вид уравнения:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t) \underbrace{\varepsilon \sqrt{dt}}_{dW} \tag{3.5}$$

В форме уравнения Ито:

$$d\vec{Z} = d\dot{\vec{Z}}(\vec{Z},t) + \sqrt{2D} dW \tag{3.6}$$

В приложении к задаче:

$$dx = V(x)dt + \sqrt{2K_{\parallel}} dW \tag{3.7}$$

$$du = -\frac{1}{3} \frac{\partial V}{\partial x} dt \tag{3.8}$$

язык C++ и Python

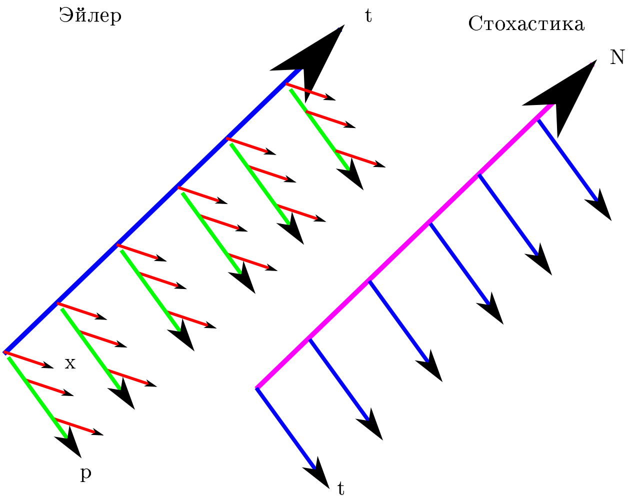


Рис. : Последовательность итераций для разностной схемы (слева) и стохастического подхода(справа)

Содержание

Результаты

Эйлер

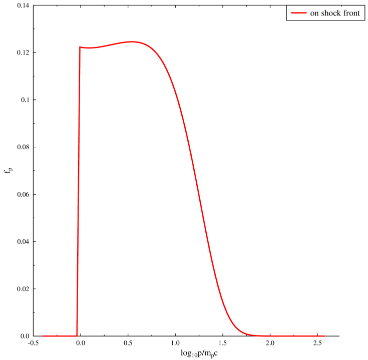


Рис. : спектр ускоренных частиц для решения с разностной схемой

Стохастика

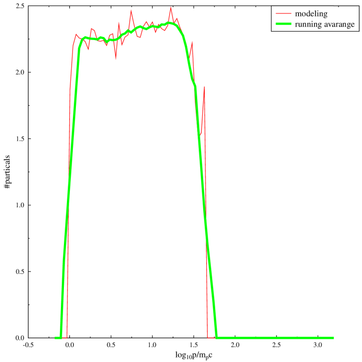


Рис. : спектр ускоренных частиц для решения стохастическим методом

Результаты

время выполнения

Эйлер

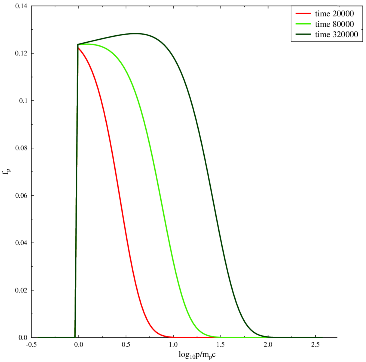


Рис. : Различные времена запуска

Стохастика

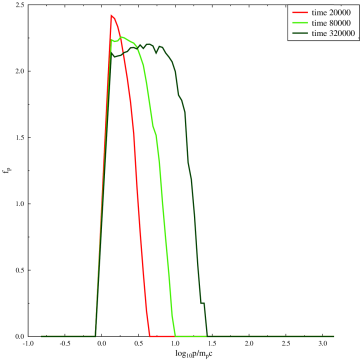


Рис. : Различные времена запуска

Результаты

Интенсивность спектра

Эйлер

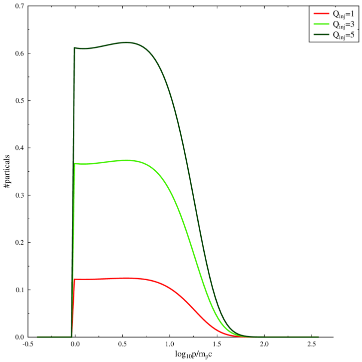


Рис. : различные мощности инжекции

Стохастика

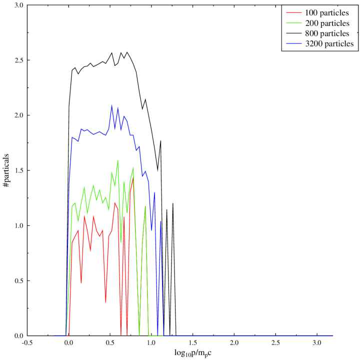


Рис. : различное количество частиц

Результаты

виды коэффициента диффузии

Эйлер

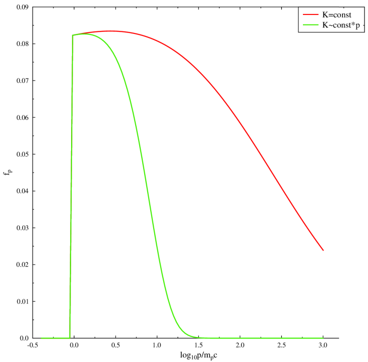


Рис. : различные коэффициенты диффузии

Стохастика

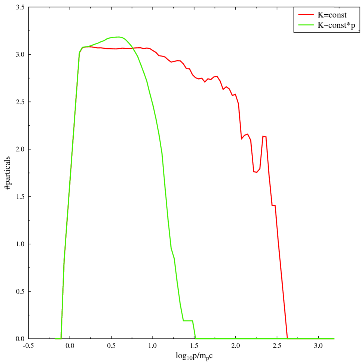


Рис. : различные коэффициенты диффузии

Результаты

дополнительные результаты для стохастического подхода

Стохастика

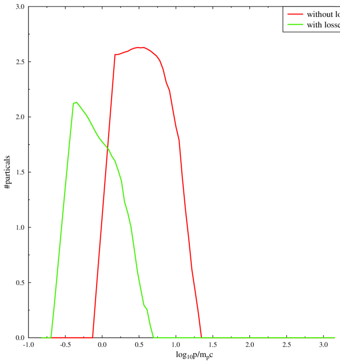


Рис. : синхротронные потери

Стохастика

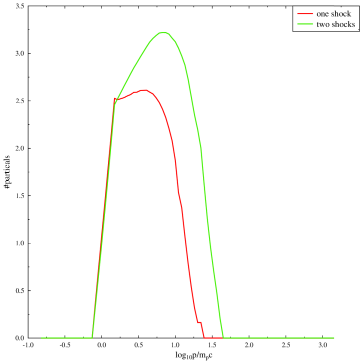


Рис. : две волны

Результаты
сравнение

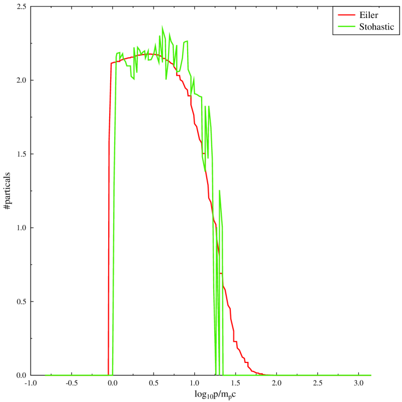


Рис. : Сравнение подходов

Результаты

сравнение

	Разностная схема	Стохастика
Время	$O(N_t N_p N_x)$	$O(N_t N)$
Память	$O(N_p N_x)$	$O(1)$
Параллелизация	по импульсу	по частицам

Содержание

Выводы

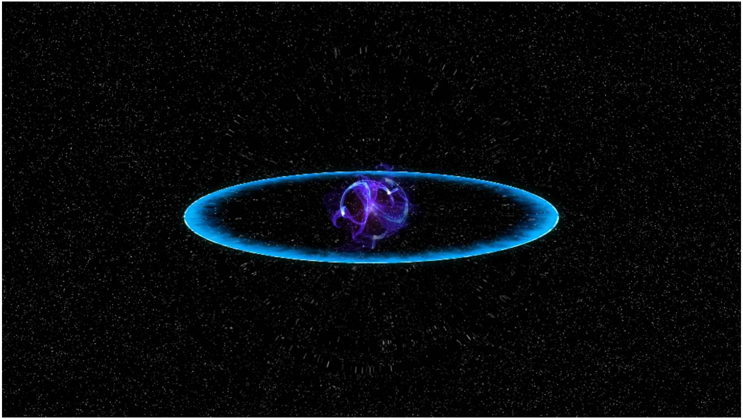
1. Было получено решение задачи о ускорении частиц на фронте волны с помощью разностной схемы и стохастическим подходом
2. Показана эквивалентность между обоими подходами
3. Проведено сравнение подходов:
    1. Форма графика
        - Форма графика при стохастическом подходе всегда более изломана, нежели при решении с использованием разностной схемы, однако она всегда подчиняется огибающей вида p^{-1}, в то время как для метода Эйлера подъём происходит лишь на некоторых больших временах.
        - Для стохастического подхода высота графика неразрывна связана с количеством изломов. Таким образом нельзя получить адекватный результат для небольшого числа частиц. В то время, как при первом подходе высота контролируется отдельным параметром - Q_{inj}
    2. Время работы
        - Время работы программ для одинаковых максимальных импульсов фактически не различается.
    3. Возможность параллельного выполнения
        - Из сказанного выше следует, что максимальное число потоков, на которое можно разбить программу выше для стохастического подхода.
        - Так же для стохастического подхода, согласно закону Амдала, выше возможное ускорение.
    4. Возможность расширение кода
        1. Подход с составлением разностных схем более гибок в плане возможности выбора сетки и конкретной схема
        2. Стохастический подход более просто в своём основании, что даёт уменьшает время модифицирования программы для различных физических процессов, что можно видеть благодаря "приложению"в результатах

Выводы

1. Было получено решение задачи о ускорении частиц на фронте волны с помощью разностной схемы и стохастическим подходом
2. Показана эквивалентность между обоими подходами
3. Проведено сравнение подходов:
    1. Форма графика
        - Форма графика при стохастическом подходе всегда более изломана, нежели при решении с использованием разностной схемы, однако она всегда подчиняется огибающей вида p^{-1}, в то время как для метода Эйлера подъём происходит лишь на некоторых больших временах.
        - Для стохастического подхода высота графика неразрывна связана с количеством изломов. Таким образом нельзя получить адекватный результат для небольшого числа частиц. В то время, как при первом подходе высота контролируется отдельным параметром - Q_{inj}
    2. Время работы
        - Время работы программ для одинаковых максимальных импульсов фактически не различается.
    3. Возможность параллельного выполнения
        - Из сказанного выше следует, что максимальное число потоков, на которое можно разбить программу выше для стохастического подхода.
        - Так же для стохастического подхода, согласно закону Амдала, выше возможное ускорение.
    4. Возможность расширение кода
        1. Подход с составлением разностных схем более гибок в плане возможности выбора сетки и конкретной схема
        2. Стохастический подход более просто в своём основании, что даёт уменьшает время модифицирования программы для различных физических процессов, что можно видеть благодаря "приложению"в результатах

В обоих подходах есть свои плюсы и минусы, однако по расширяемости стохастический подход проявляет себя лучше подхода с решением с помощью разностных схем.

Спасибо за внимание



(изображение с `http://i.ytimg.com/`)