

A题： 跨境ETF 套利策略设计

2023 第四届 “大湾区杯” 粤港澳金融数学
建模竞赛

队伍编号：-----

队员：-----, -----

2023.11.26



目录

1. 问题重述

2. 模型假设

3. 模型建立与求解

4. 模型优缺点分析



1.1 问题背景与提出

1. ETF简介

交易型开放式指数基金(ETF)允许投资者在**二级市场买卖**，同时提供向基金公司的**申购赎回**机制。

2. ETF套利概述

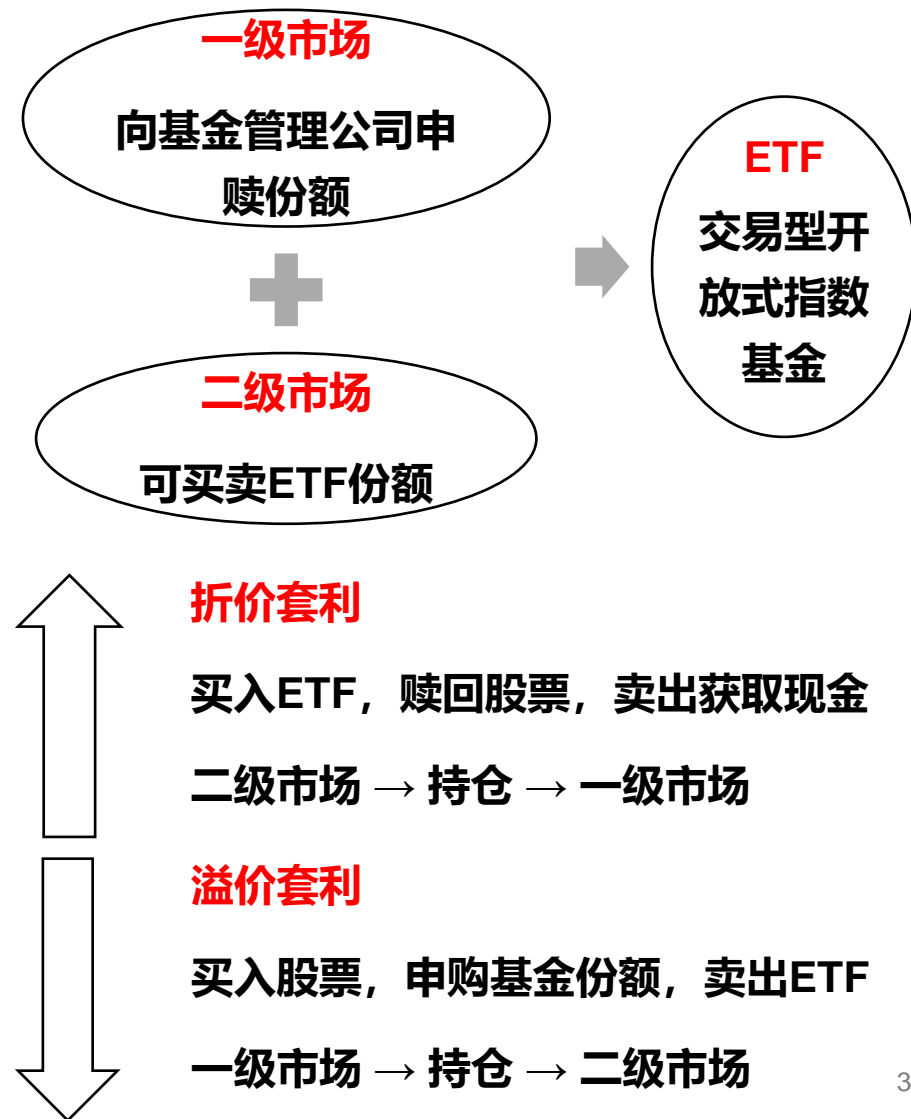
ETF套利涉及二级市场与基金净值的差价，包括当ETF价格低于净值时买入赎回（**折价套利**），以及当价格高于净值时申购后卖出（**溢价套利**）。

3. 跨境ETF特性

跨境ETF投资于**海外指数**，其申赎和套利机制因**市场差异、时差和外汇制度的不同**而具有独特性。

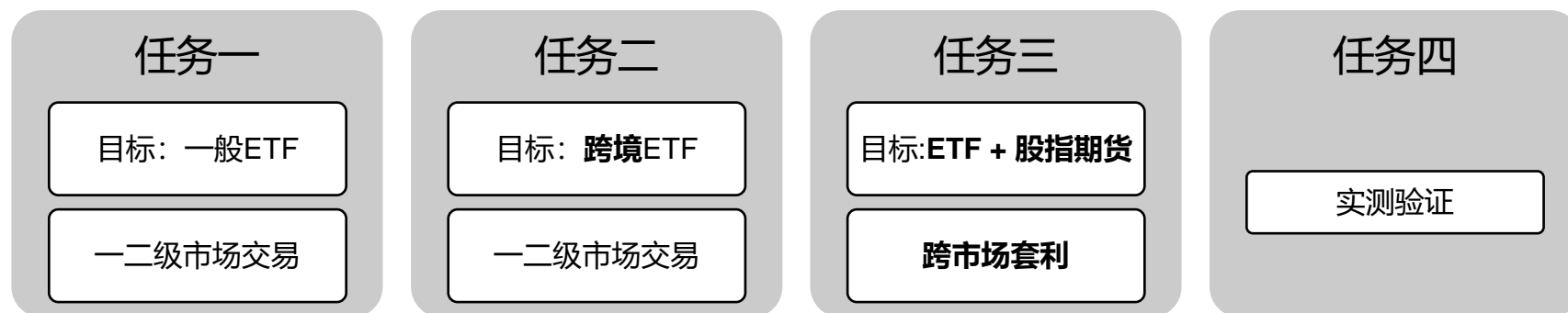
4. 套利策略设计必要性

设计跨境ETF的套利策略对于**利用市场间的价格差异**和**境内外交易差异**，有助提升市场效率和流动性。



1.2 问题要求和分析

- **任务一**：为**市场套利**数学建模问题，根据上海证券交易所和深圳证券交易所上市的 ETF 基金，进行一二级市场间套利模型的建立，最后选出最适合进行套利的前 10 只ETF。
- **任务二**：为**交易制度差异下**的套利问题，针对跨境ETF可以进行T+0交易的特性，修改任务一的策略，建立针对跨境ETF的套利模型，最后选出最适合进行套利的前 10 只跨境ETF。
- **任务三**：为**跨市场套利**数学建模问题，利用跨境ETF与国际市场的联动性以及国际市场对A股的影响，建立跨境ETF与股指期货的跨市场套利模型，最后选出最适合跨市场套利的跨境ETF和股指期货组合。
- **任务四**：为**实测验证**问题，以任务二建立的模型对恒生科技ETF进行实测，并以任务三的跨市场套利模型对跨境ETF和股指期货组合进行实测，提交实测报告。



目录

1. 问题重述

2. 模型假设

3. 模型建立与求解

4. 模型优缺点分析



2.1 模型假设

1. 假设每日**ETF一级市场价格**由**当日开盘价**决定。
2. 假设所有境内外所有交易价格数据**均以人民币(CNY)计价**，其他货币均使用**当日汇率换算**为人民币金额。
3. 跨境ETF的**定义扩展**至包括“大湾区ETF”在内的特殊类别，这些ETF涉及的**标的资产至少有部分位于香港、澳门等非中国大陆地区**，但在**中国大陆交易市场**有交易记录，因此被纳入跨境ETF的范畴进行分析。
4. 假设**跨市场交易**过程中，**跨境ETF仅在二级市场**买入或卖出。
5. 由于**不同市场数据记录时间的粒度**不同，所有数据均**按时间拉伸至最细粒度**，并采用**线性插值填充**。

目录

1. 问题重述

2. 模型假设

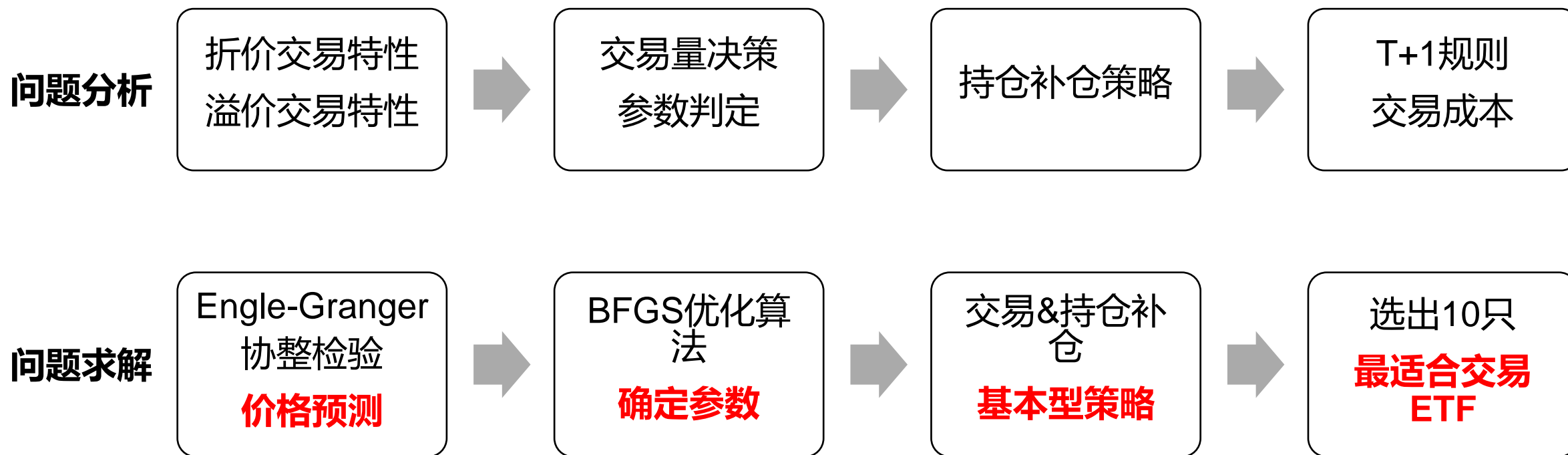
3. 模型建立与求解

4. 模型优缺点分析



3.1 任务一模型建立与求解

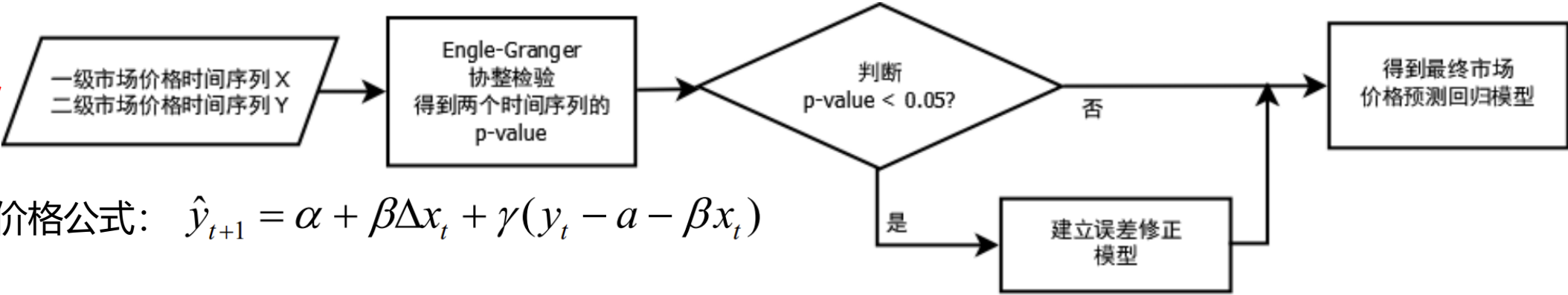
任务一：问题分析与求解思路



3.1 任务一模型建立与求解

任务一：模型建立方法

1. Engle-Granger 价格预测



预测t+1时刻价格公式： $\hat{y}_{t+1} = \alpha + \beta \Delta x_t + \gamma (y_t - a - \beta x_t)$

2. 交易决策参数判定

$$\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3, d_4] \longrightarrow \max \Pi(\mathbf{d})$$

使用BFGS优化算法确定，确保利润 $\Pi(\mathbf{d})$ 最大化
四个参数大小决定交易量随 Δy 的幅度大小

3. 交易策略逻辑判断机制

当 $\delta_t = y_{t+1} - x_{t+1} > \delta_{th}$ 时，判断为折价交易

一级市场买入数量： $Q_{buy,1} = d_1 \cdot \ln(|\Delta y_t| + 1)$

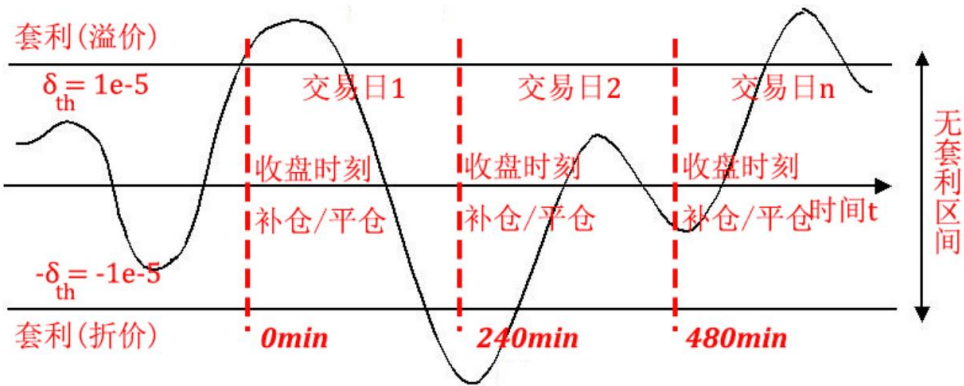
二级市场卖出数量： $Q_{sell,2} = d_2 \cdot \ln(|\Delta y_t| + 1)$

若 $\delta_t < -\delta_{th}$ ，则执行溢价交易

二级市场买入数量： $Q_{buy,2} = d_3 \cdot \ln(|\Delta y_t| + 1)$

一级市场卖出数量： $Q_{sell,1} = d_4 \cdot \ln(|\Delta y_t| + 1)$

4. 持仓补仓策略 (基本型)



3.1 任务一模型建立与求解

任务一：模型建立方法

5. 交易成本 & T+1策略考虑

一级市场交易成本 eff_1

二级市场交易佣金 eff_2

印花税率 eff_3

市场冲击成本 eff_4

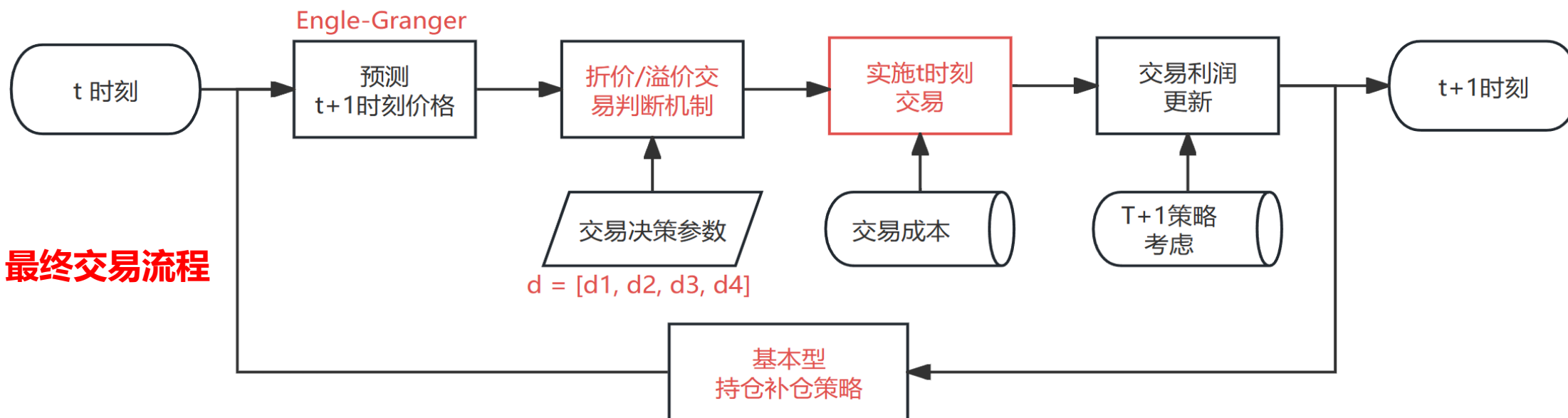
二级市场交易限额 $trade_regulation$

交易阈值 δ_{th}

限制每单位限购 ETF 数量

T+1交易结算规则: $\Theta_{t+1} = \Theta_t + Q_{t \rightarrow t+1}(P_{t+1})$

6. 最终交易流程



3.1 任务一模型建立与求解

任务一：模型求解结果

考虑三个指标

利润率 R

$$R = \frac{P_{\text{end}} - P_{\text{start}}}{P_{\text{start}}} \times 100\%$$

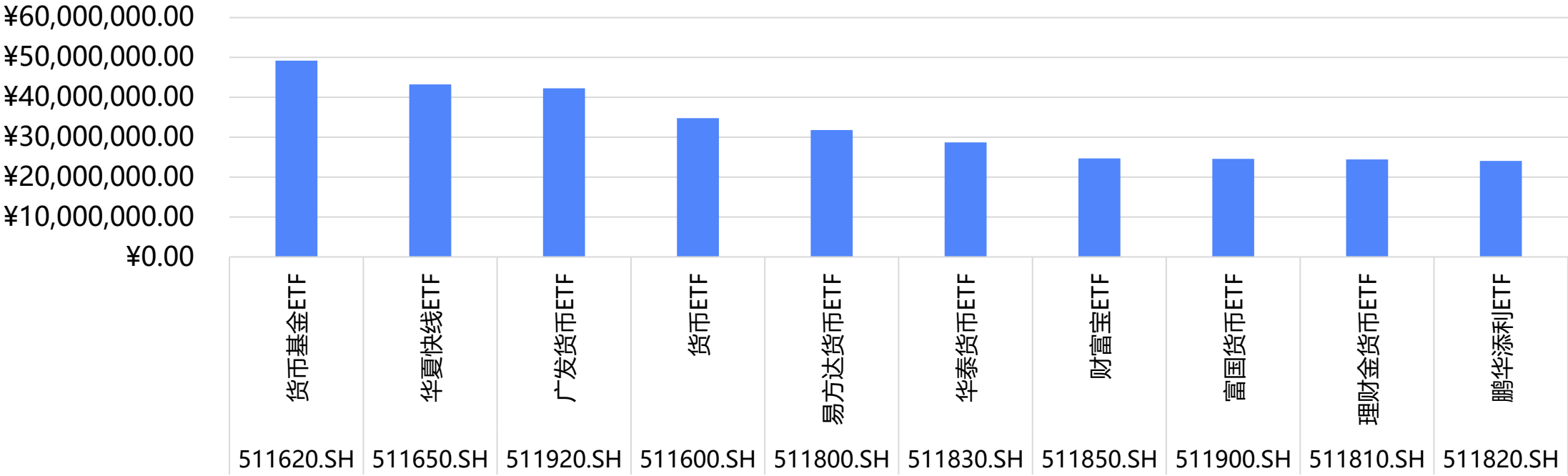
单位时间利润 R_t

$$R_t = \frac{R}{T}$$

最大回撤 MDD

$$MDD = \max_{t \in [0, T]} (\max_{\tau \in [0, t]} P(\tau) - P(t))$$

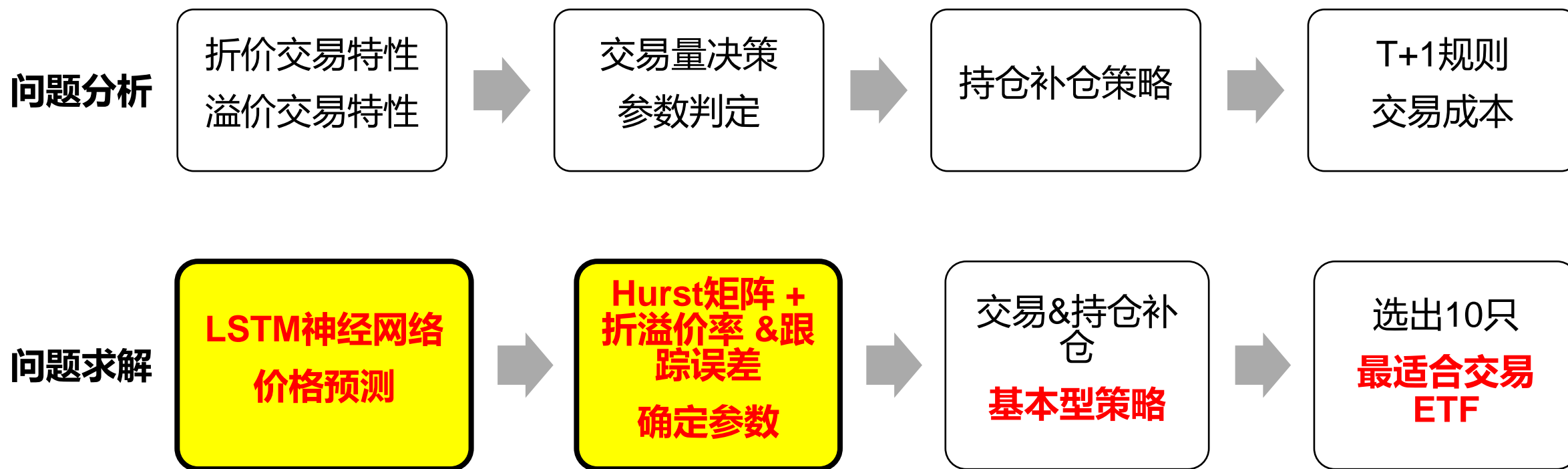
筛选结果



每只 ETF 在 2023 年 8 月 1 日至 10 月 31 日区间内所有交易日下的累计利润

3.2 任务二模型建立与求解

任务二：问题分析与求解思路



3.2 任务二模型建立与求解

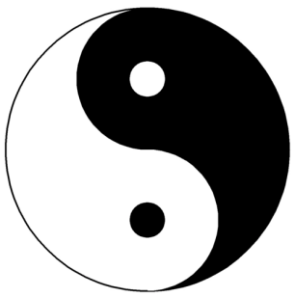
任务二：模型建立方法

关于跨境ETF交易特征的分析

不稳定性
变化、强波动的跨境ETF市场

LSTM网络 [2]
长记忆性
对立与统一融合

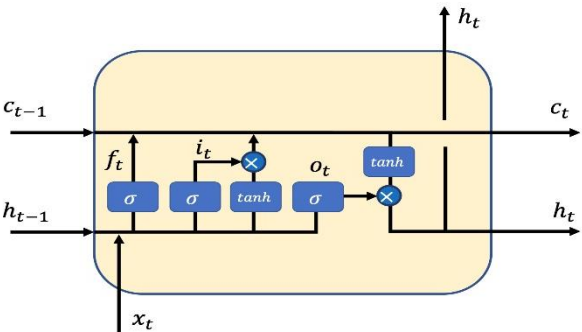
规律性 [1]
多尺度分形性



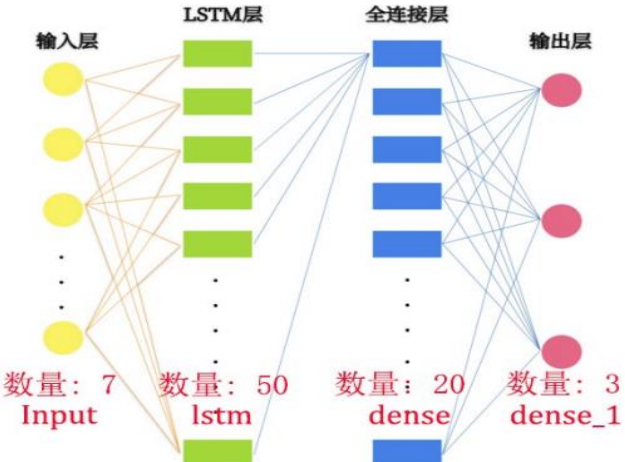
[1]曾莹.基于分形理论的跨境ETF价格波动及风险测度研究[D].湖南大学.

[2]张浩然.基于LSTM方法的国债利率期限结构预测与投资组合策略问题研究[D].西南财经大学,2021.

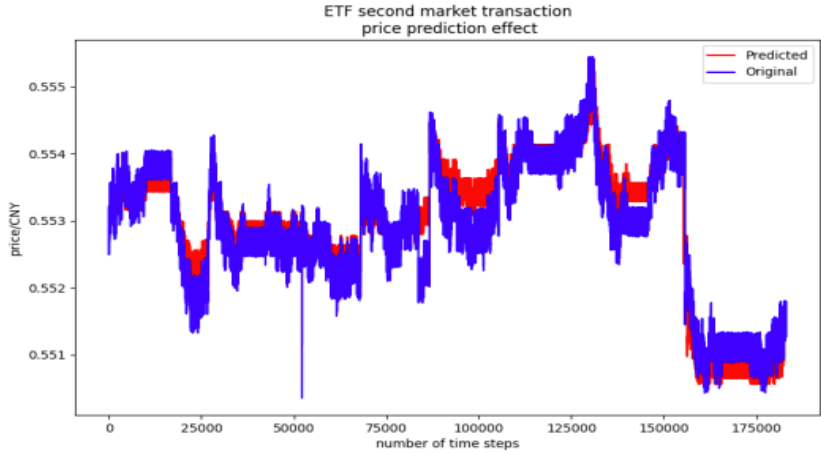
1. LSTM神经网络价格预测



LSTM神经元结构



我们的模型架构



测试环节预测结果

预测结果加权平均修正

$$y_{t+1}' = \sum_{n=1}^3 w_n P_{t+n} / \sum_{n=1}^3 w_n$$
 ,整合 $t+1$ 至 $t+3$ 时刻 $w_n = e^{-\lambda n}$

3.2 任务二模型建立与求解

任务二：模型建立方法

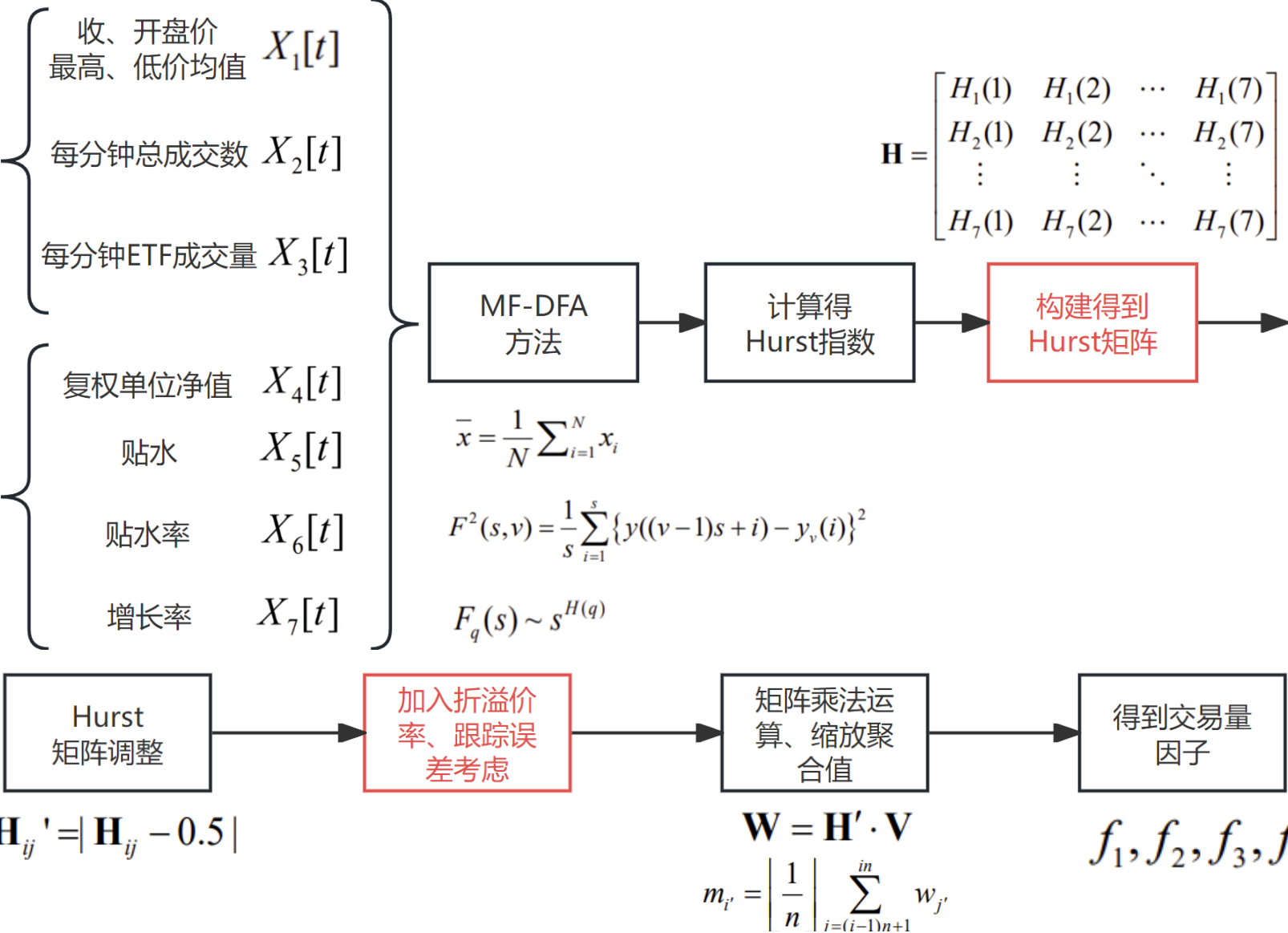
2. 交易决策参数判定 二级市场时间序列数据

分形性的体现：
Hurst函数
构建Hurst矩阵

影响因子：

折溢价率 $P = \left(\frac{P_m - P_{nav}}{P_{nav}} \right) \times 100\%$

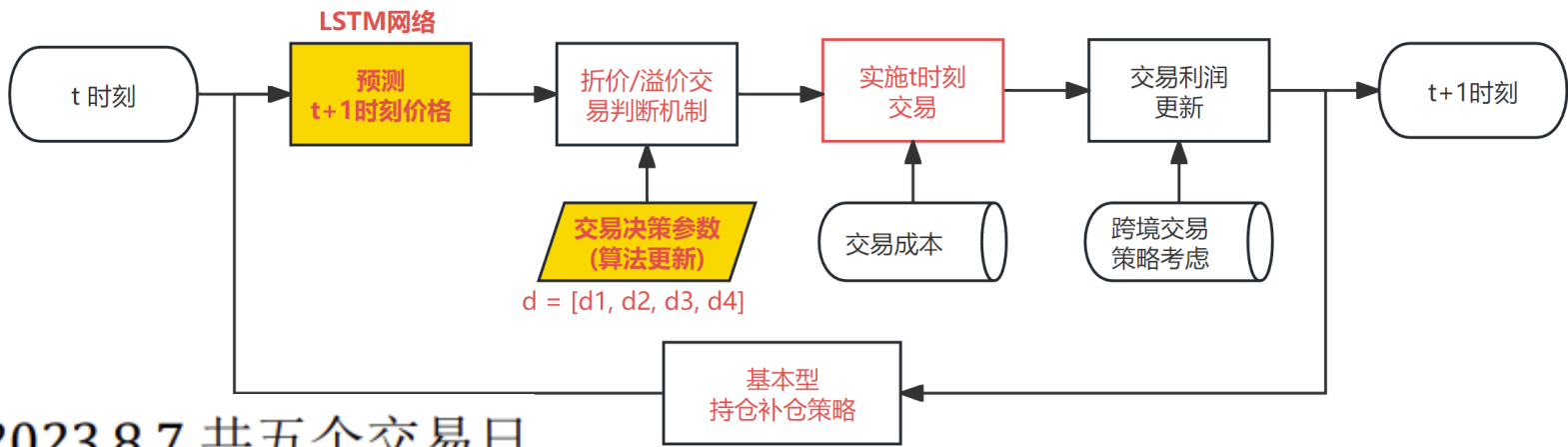
跟踪误差 $TE = \sigma \left(\frac{P_m - P_{nav}}{P_{nav}} \right)$



3.2 任务二模型建立与求解

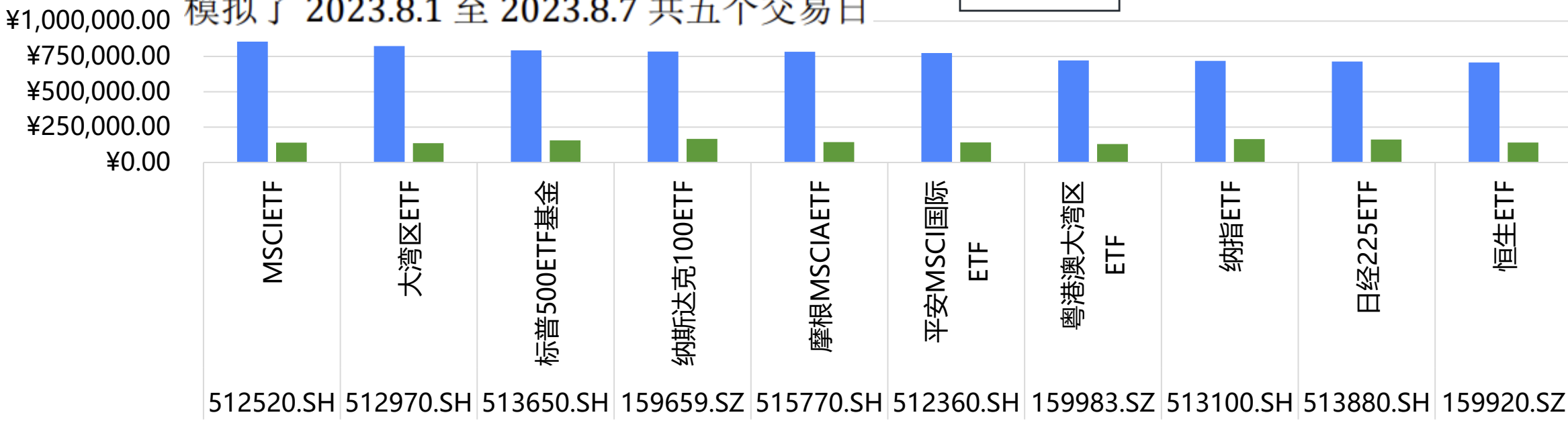
任务二：模型求解结果

求解流程（改进）



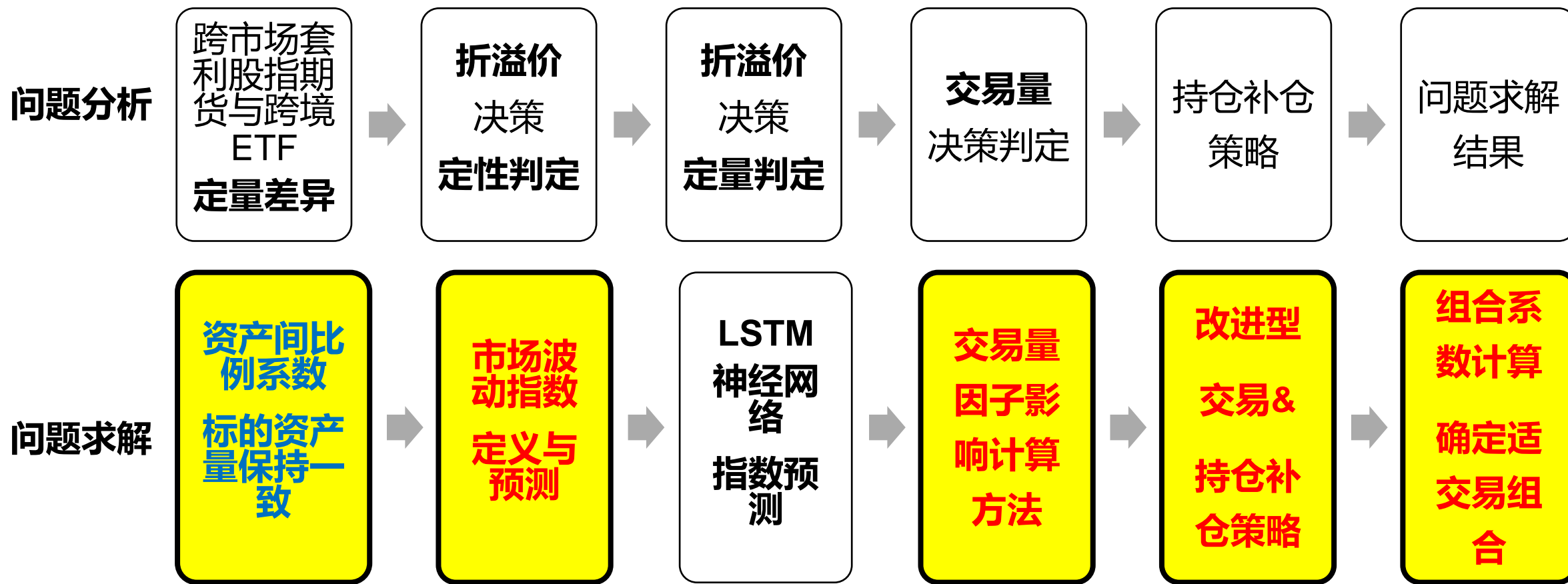
筛选结果

模拟了 2023.8.1 至 2023.8.7 共五个交易日



3.3 任务三模型与求解

任务三：问题分析与求解思路



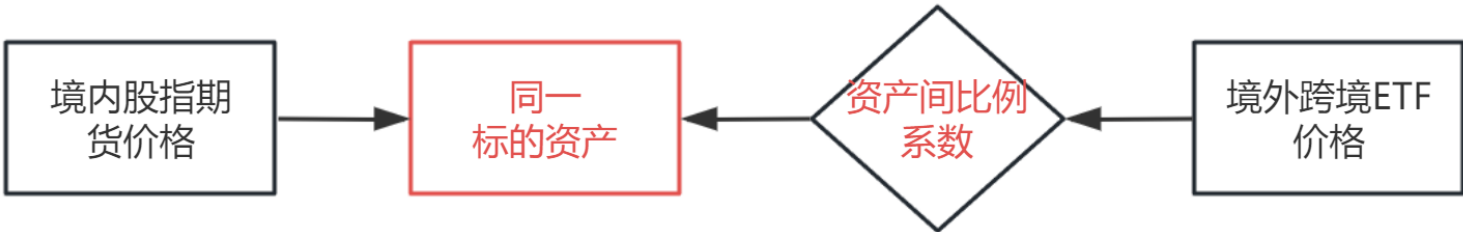
3.3 任务三模型与求解

任务三：模型建立方法

跨市场交易中，折溢价决策的判定：

1. 资产间比例系数
定量联系标的资产价值

$$\beta = \frac{P_{futures}(t=0)}{P_{ETF}(t=0)}$$

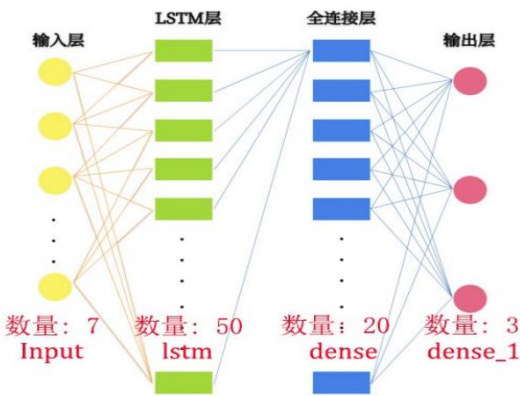


2. 市场波动指数定义

$$\delta_{mkt}[t+1] = P_x[t] - \left(\frac{P_y[t]}{\beta} \right)$$

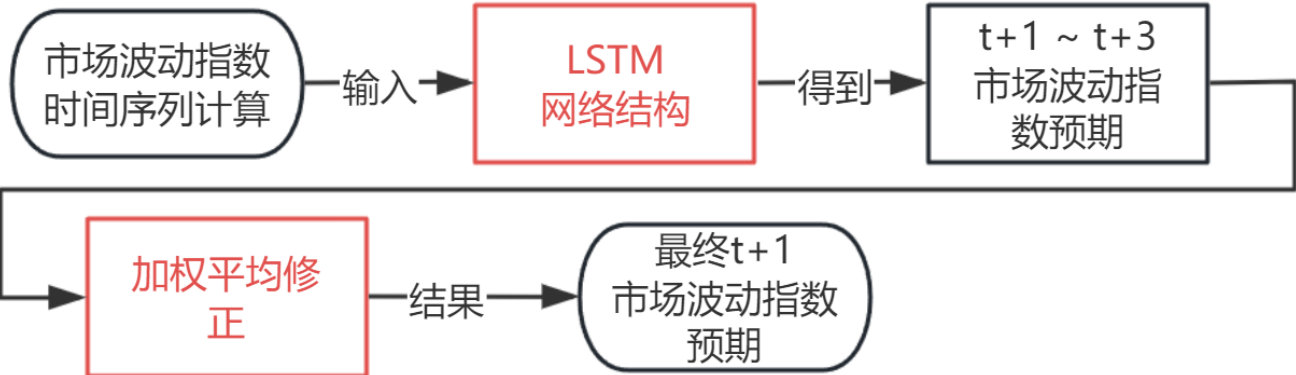
以跨境ETF在时刻t的价格为基准，
衡量境外市场和境内市场价格差异
为识别不同方向套利机会提供依据

3. LSTM网络
预测t+1时刻
市场波动指数



网络结构与任务二的结构相同

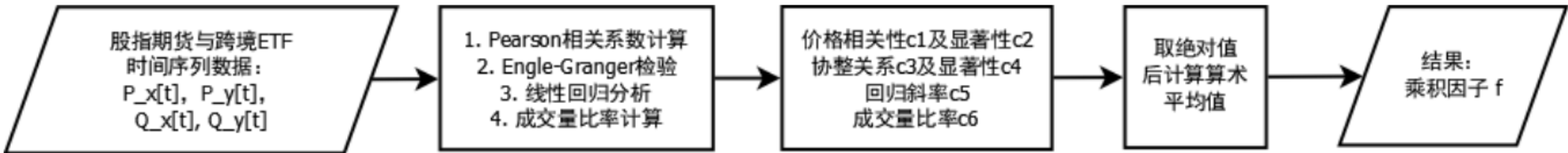
与任务二类似，我们有：



3.3 任务三模型与求解

任务三：模型建立方法

4. 交易决策参数计算方法



1. 价格相关性 c_1 及其显著性 c_2
Pearson 相关系数

$$c_1 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2}}$$

c_2 是相关性的概率值

3. 回归斜率 c_5

$$c_5 = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2}$$

2. 协整关系 c_3 及其显著性 c_4

Engle-Granger 检验方法
问题一中相同

4. 成交量比率 c_6

$$c_6 = \frac{\sum Q_{y[t]}}{\sum Q_{x[t]}}$$

超参数更新:

国内市场（股指期货）

eff 1_dom : 固定成本
eff 2_dom : 印花税率
eff 3_dom : 交易佣金
eff 4_dom : 市场冲击成本
trade_regulation_dom :
流动性限制指标

境外市场（跨境ETF）

eff1_abr: 固定成本
eff2_abr: ETF 管理费用
eff3_abr: 交易佣金
eff4_abr 价差成本
trade_regulation_abr :
流动性限制指标
市场波动指数阈值 δ_{mkt-th}

交易判断策略更新:

跨境 ETF 相对折价交易判定条件为 $\delta_{mkt}[t] > |\delta_{mkt-th}|$

$$Q_{buy,1} = f \cdot d_1 \cdot \ln(|\delta_{mkt}[t]| + 1)$$

$$Q_{sell,2} = f \cdot d_2 \cdot \ln(|\delta_{mkt}[t]| + 1)$$

相对溢价交易判定条件为 $\delta_{mkt}[t] < -|\delta_{mkt-th}|$

$$Q_{buy,2} = f \cdot d_3 \cdot \ln(|\delta_{mkt}[t]| + 1)$$

$$Q_{sell,1} = f \cdot d_4 \cdot \ln(|\delta_{mkt}[t]| + 1)$$

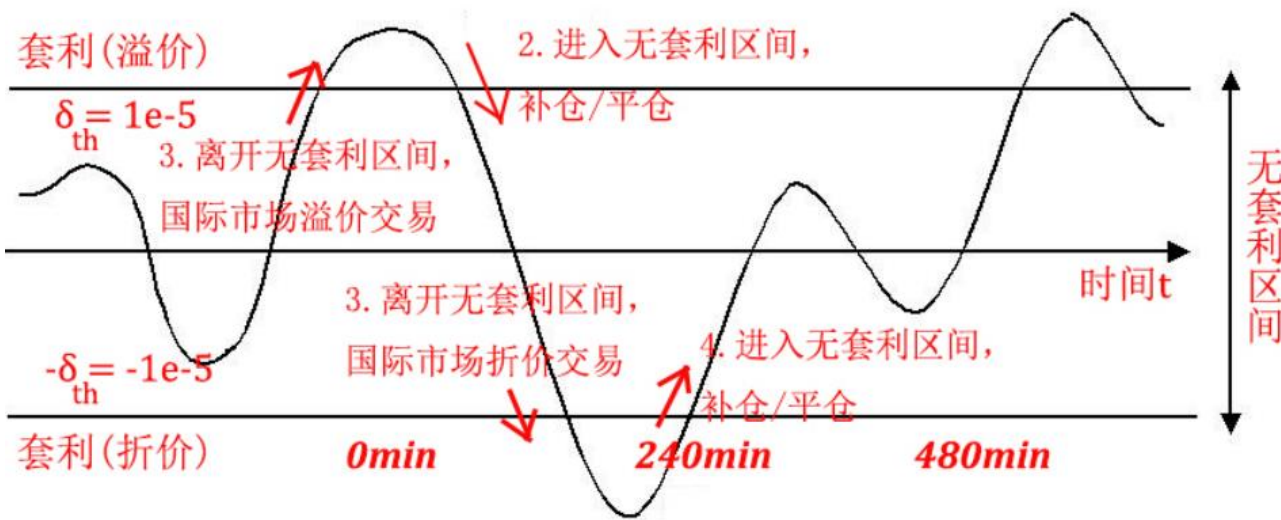
5. 改进型交易策略

3.3 任务三模型与求解

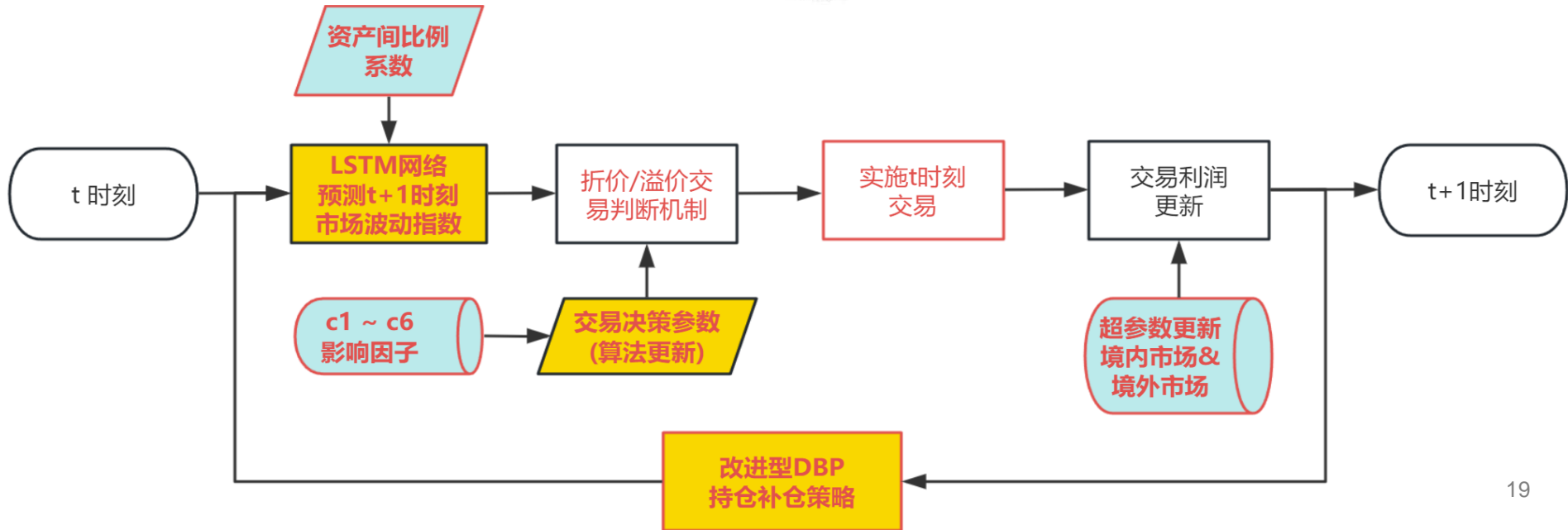
任务三：模型建立方法

6. 改进型持仓补仓策略

DBP = Dynamic Barrier
Positioning 持仓补仓策略



7. 最终交易流程

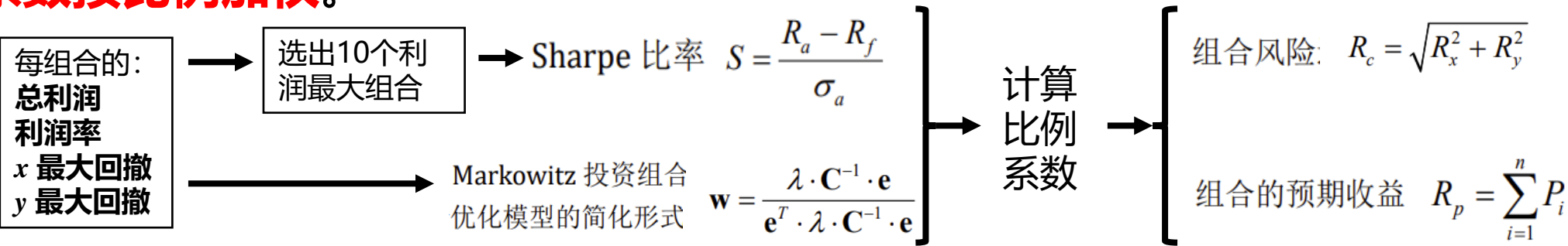


3.3 任务三模型与求解

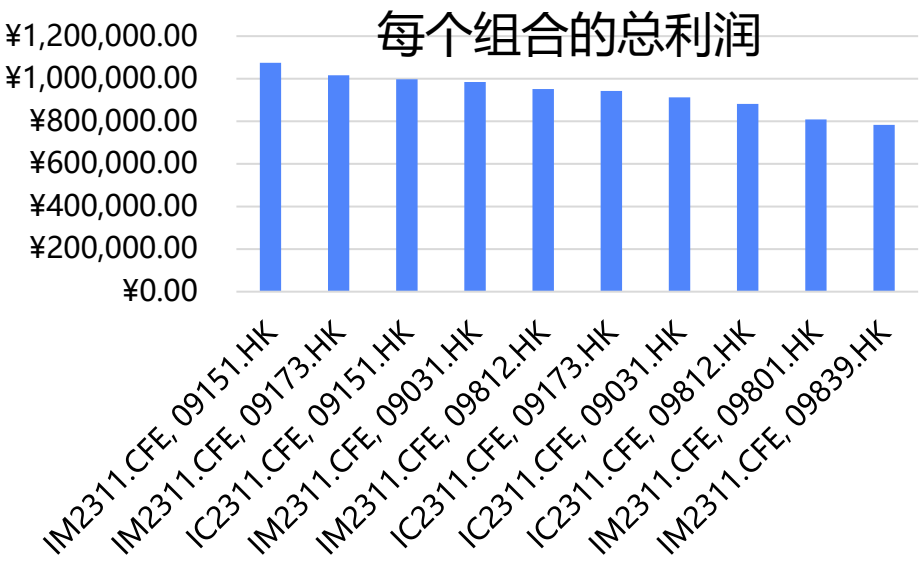
任务三：模型求解结果

在所有4只股指期货和所有境外交易ETF组合中，选出**10个利润最大的组合**，并根据**组合系数按比例加权**。

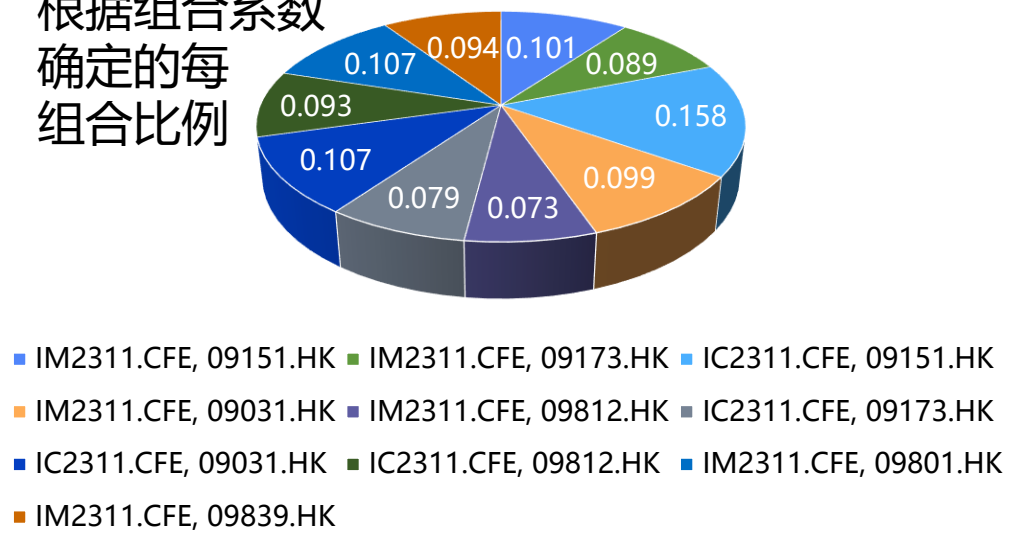
8. 组合系数确定



9. 组合结果



根据组合系数确定的每组合比例



目录

1. 问题重述

2. 模型假设

3. 模型建立与求解

4. 模型优缺点分析

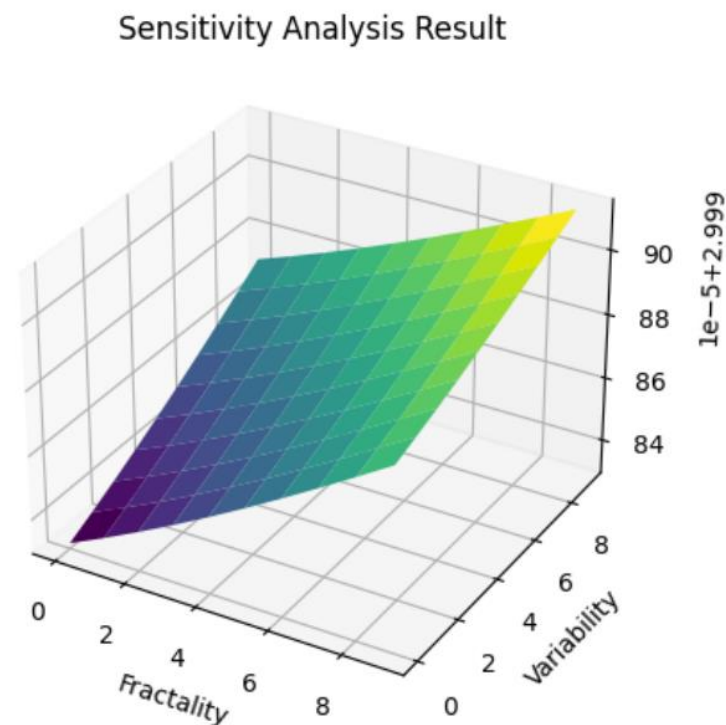


4.1 模型优点分析

优点：

任务二模型将市场**规律性**与**不稳定性**这两个看似矛盾的特征，以量化的方式有机地结合起来；

这种**独特的方法论**提供了一种新颖的视角，以更加动态和细致的方式捕捉市场行为，增强了模型对**交易置信度**的判断。



4.2 模型缺点分析

缺点：

1. **交易决策参数的确定较依赖于 BFGS 优化算法**
2. 模型在处理高频与低频数据时存在一定程度的**混用**，导致预测精度可能受影响。
3. **市场波动指数预测结果的滞后性与非灵敏性**可能会降低决策的时效性。
4. 模型在**一级市场数据处理方面过于依赖于估计结果**，**缺乏对原生 ETF 基金 NAV 数据的支持**，在一定程度上限制了模型在实际应用中的可靠性和准确性。

感谢各位专家 和评委的建议与指正

队伍编号：202305500159

2023.11.26

2023 第四届 “大湾区杯” 粤港澳金融数学
建模竞赛

