# A题: 跨境ETF 套利策略设计

2023 第四届"大湾区杯"粤港澳金融数学建模竞赛

队伍编号: -----

队员: -----, ------

2023.11.26



# 目录

- 1. 问题重述
- 2. 模型假设

- 3. 模型建立与求解
- 4. 模型优缺点分析

#### 1.1 问题背景与提出

#### 1. ETF简介

交易型开放式指数基金(ETF)**允许**投资者**在二级 市场买卖**,同时提供向基金公司的**申购赎回**机制。

#### 2. ETF套利概述

ETF套利涉及二级市场与基金净值的差价,包括 当ETF价格低于净值时买入赎回(**折价套利**), 以及当价格高于净值时申购后卖出(**溢价套利**)。

#### 3. 跨境ETF特性

跨境ETF投资于**海外指数**,其申赎和套利机制因 市场差异、时差和外汇制度的不同而具有独特性。

#### 4. 套利策略设计必要性

设计跨境ETF的套利策略对于利用市场间的价格 差异和境内外交易差异,有助提升市场效率和流 动性。



买入ETF, 赎回股票, 卖出获取现金

二级市场 → 持仓 → 一级市场

#### 溢价套利

买入股票, 申购基金份额, 卖出ETF

一级市场 → 持仓 → 二级市场

### 1.2 问题要求和分析

- 任务一:为市场套利数学建模问题,根据上海交易所和深圳交易所上市的 ETF 基金,进行一二级市场间套利模型的建立,最后选出最适合进行套利的前 10 只ETF。
- 任务二:为交易制度差异下的套利问题,针对跨境ETF可以进行T+0交易的特性,修改任务一的策略,建立针对跨境ETF的套利模型,最后选出最适合进行套利的前 10 只跨境ETF。
- 任务三:为跨市场套利数学建模问题,利用跨境ETF与国际市场的联动性以及国际市场对A股的影响,建立跨境ETF与股指期货的跨市场套利模型,最后选出最适合跨市场套利的跨境ETF和股指期货组合。
- 任务四:为实测验证问题,以任务二建立的模型对恒生科技ETF进行实测,并以任务三的跨市场套利模型对跨境ETF和股指期货组合进行实测,提交实测报告。



# 目录

- 1. 问题重述
- 2. 模型假设

- 3. 模型建立与求解
- 4. 模型优缺点分析

#### 2.1 模型假设

- 1. 假设每日ETF一级市场价格由当日开盘价决定。
- 2. 假设所有境内外所有交易价格数据**均以人民币(CNY)计价**,其他货币均使用 **当日汇率换算**为人民币金额。
- 3. 跨境ETF的**定义扩展**至包括"大湾区ETF"在内的特殊类别,这些 ETF 涉及的标的资产至少有部分位于香港、澳门等非中国大陆地区,但在中国大陆交易市场有交易记录,因此被纳入跨境 ETF 的范畴进行分析。
- 4. 假设**跨市场交易**过程中,**跨境ETF仅在二级市场**买入或卖出。
- 5. 由于**不同市场数据记录时间的粒度**不同,所有数据均**按时间拉伸至最细粒度**, 并采用**线性插值填充**。

# 目录

- 1. 问题重述
- 2. 模型假设

- 3. 模型建立与求解
- 4. 模型优缺点分析

任务一: 问题分析与求解思路

问题分析

折价交易特性 溢价交易特性



交易量决策 参数判定



持仓补仓策略



T+1规则 交易成本

问题求解

Engle-Granger 协整检验

价格预测



BFGS优化算 法

确定参数



交易&持仓补仓

基本型策略

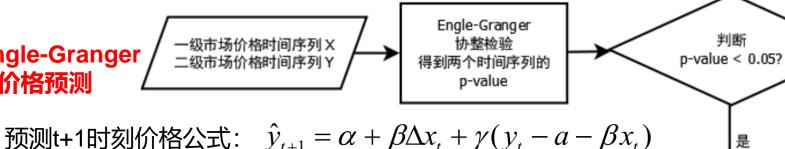


选出10只

最适合交易 ETF

任务一: 模型建立方法

1. Engle-Granger 价格预测

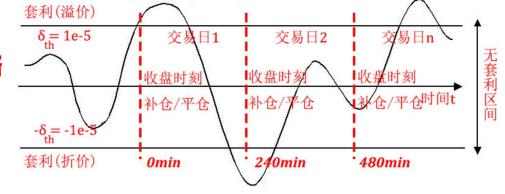


2. 交易决策参数 判定

$$\mathbf{d} = [d_1, d_2, d_3, d_4] \longrightarrow \max \Pi(\mathbf{d})$$

使用BFGS优化算法确定,确保利润Π(d)最大化 四个参数大小决定交易量随Δy的幅度大小

4. 持仓补仓策略 (基本型)



#### 3. 交易策略逻辑判断机制

判断

当  $\delta_t = y_{t+1} - x_{t+1} > \delta_{th}$  时,判断为折价交易 一级市场买入数量:  $Q_{buv,1} = d_1 \cdot \ln(|\Delta y_t| + 1)$ 

建立误差修正 模型

得到最终市场

价格预测回归模型

二级市场卖出数量:  $Q_{sell,2} = d_2 \cdot \ln(|\Delta y_t| + 1)$ 若 $\delta_{t} < -\delta_{th}$ ,则执行溢价交易

二级市场买入数量:  $Q_{buv.2} = d_3 \cdot \ln(|\Delta y_t| + 1)$ 

一级市场卖出数量:  $Q_{sell,1} = d_4 \cdot \ln(|\Delta y_t| + 1)$ 

#### 任务一: 模型建立方法

- 5. 交易成本 & T+1策略考虑
- 一级市场交易成本 $eff_1$
- 二级市场交易佣金eff,

印花税率  $eff_3$ 

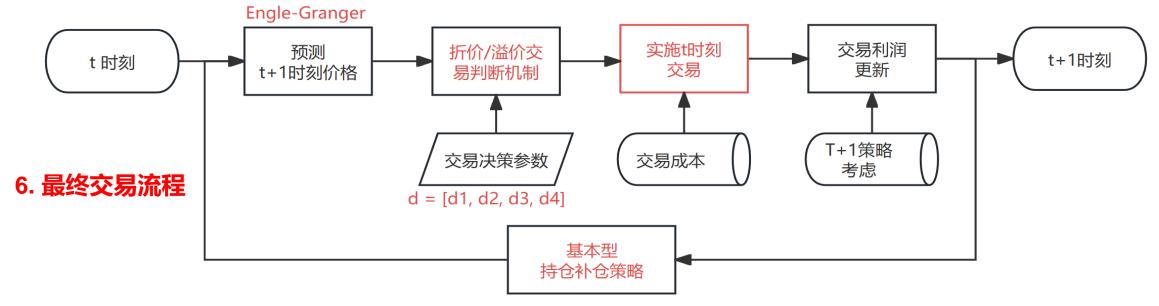
市场冲击成本eff4

二级市场交易限额 trade\_regulation

交易阈值 $\delta_{th}$ 

限制每单位限购 ETF 数量

T+1交易结算规则:  $\Theta_{t+1} = \Theta_t + Q_{t \to t+1}(P_{t+1})$ 



任务一: 模型求解结果

利润率 R

单位时间利润 $R_{r}$ 

最大回撤 MDD

考虑三个指标

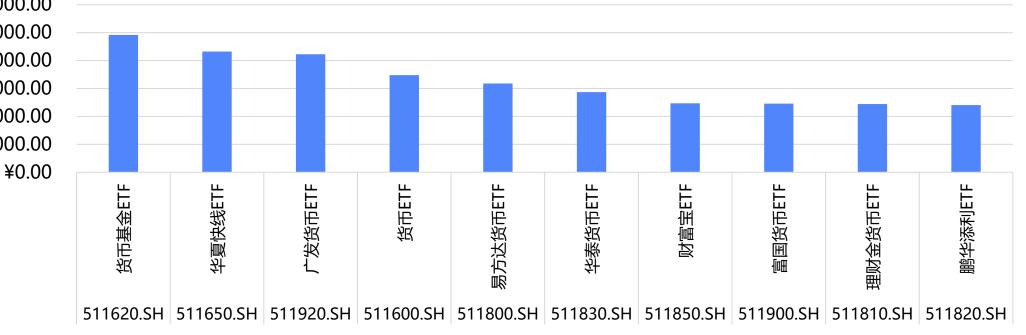
筛选结果

$$R = \frac{P_{\text{end}} - P_{\text{start}}}{P_{\text{start}}} \times 100\%$$

$$R_{t} = \frac{R}{T}$$

$$R_{t} = \frac{R}{T} \qquad MDD = \max_{t \in [0,T]} (\max_{\tau \in [0,t]} P(\tau) - P(t))$$

¥60,000,000.00 ¥50,000,000.00 ¥40,000,000.00 ¥30,000,000.00 ¥20,000,000.00 ¥10,000,000.00



每只 ETF 在 2023 年 8 月 1 日至 10 月 31 日区间内所有交易日下的累计利润

任务二:问题分析与求解思路

问题分析

折价交易特性 溢价交易特性



交易量决策 参数判定



持仓补仓策略



T+1规则 交易成本

问题求解

LSTM神经网络 价格预测



Hurst矩阵 + 折溢价率 &跟 踪误差





交易&持仓补 仓

基本型策略



选出10只

最适合交易 ETF

任务二:模型建立方法

LSTM网络 [2] 长记忆性 对立与统一融合

关于跨境ETF交易 特征的分析

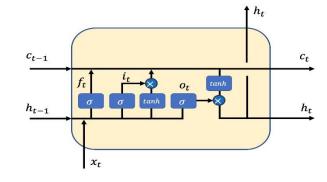
不稳定性 变化、强波动的跨 境ETF市场



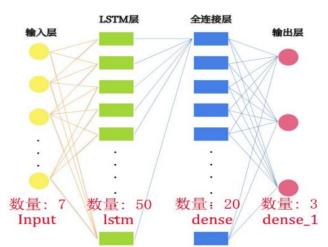
规律性[1] 多尺度分形性 [1]曾莹.基于分形理论的跨境ETF价格 波动及风险测度研究[D].湖南大学.

[2]张浩然.基于LSTM方法的国债利率 期限结构预测与投资组合策略问题研 究[D].西南财经大学,2021.

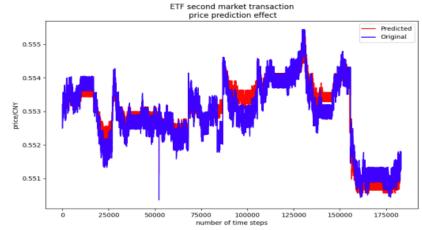
1. LSTM 神经网络 价格预测



LSTM神经元结构



预测结果加 权平均修正  $y_{t+1}' = \sum_{n=1}^{3} w_n P_{t+n} / \sum_{n=1}^{3} w_n$  数们的模型架构 整合 t+1 至 t+3 时刻  $w_n = e^{-\lambda n}$ 



测试环节预测结果

任务二:模型建立方法

2. 交易决策参数判定 二级市场时间序 列数据  $\left\{ \begin{array}{c} \psi, \pi \oplus M \\ \oplus B, \pi \oplus M \end{array} \right.$ 

每分钟总成交数  $X_2[t]$ 

每分钟ETF成交量  $X_3[t]$ 

分形性的体现:

Hurst函数 构建Hurst矩阵

> 一级市场时间序 列数据

复权单位净值  $X_4[t]$ 

> $X_{5}[t]$ 贴水

 $X_6[t]$ 贴水率

 $X_7[t]$ 增长率



$$\overline{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{N} x_i$$

$$F^{2}(s,v) = \frac{1}{s} \sum_{i=1}^{s} \left\{ y((v-1)s+i) - y_{v}(i) \right\}^{2}$$

$$F_q(s) \sim s^{H(q)}$$

#### 影响因子:

折溢价率 
$$P = \left(\frac{P_m - P_{nav}}{P_{nav}}\right) \times 100\%$$

跟踪误差 
$$TE = \sigma \left( \frac{P_m - P_{nav}}{P_{nav}} \right)$$

Hurst 矩阵调整

$$\mathbf{H}_{ij}$$
' =  $|\mathbf{H}_{ij} - 0.5|$ 

矩阵乘法运 加入折溢价 率、跟踪误 合值 差考虑

算、缩放聚

 $\mathbf{W} = \mathbf{H}' \cdot \mathbf{V}$ 

 $m_{i'} = \left| \frac{1}{n} \right| \sum_{i=1}^{in} w_{i'}$ 

得到交易量 因子

 $H_1(1)$   $H_1(2)$  ···  $H_1(7)$ 

 $\mathbf{H} = \begin{vmatrix} H_2(1) & H_2(2) & \cdots & H_2(7) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \end{vmatrix}$ 

 $f_1, f_2, f_3, f_4$ 

任务二:模型求解结果 LSTM网络 实施t时刻 交易利润 折价/溢价交 t+1时刻 t 时刻 交易 更新 t+1时刻价格 易判断机制 求解流程 (改进) 跨境交易 交易成本 策略考虑 d = [d1, d2, d3, d4]筛选结果 基本型 持仓补仓策略 ¥1,000,000.00 模拟了 2023.8.1 至 2023.8.7 共五个交易日 ¥750,000.00 ¥500,000.00 ¥250,000.00 ¥0.00 纳指ETF MSCIETF 恒生ETF 大海区ETF 纳斯达克100ETF **擎根MSCIAETF** 平安MSCI国际 **∃经225ETF** 标普500ETF基金 粤港澳大湾区 512520.SH | 512970.SH | 513650.SH | 159659.SZ | 515770.SH | 512360.SH | 159983.SZ | 513100.SH | 513880.SH | 159920.SZ

任务三: 问题分析与求解思路

问题分析

跨市场套 利股指期 货与跨境 ETF

⇒ **定性判定** 

折溢价

定量判定

折溢价

决策

交易量

决策判定

持仓补仓 策略

问题求解 结果

定量差异

资产间比 例系数

标的资产 量保持一

定义与 预测 LSTM 神经网 络

指数预测

交易量

因子影响计算

方法

改进型

交易&

持仓补 仓策略 组合系 数计算

确定适 交易组

合

问题求解



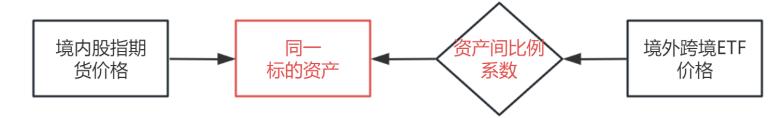
任务三: 模型建立方法

#### 跨市场交易中, 折溢价决策的判定:

1. 资产间比例系数

定量联系标的资产价值

$$\beta = \frac{P_{futures}(t=0)}{P_{FTF}(t=0)}$$

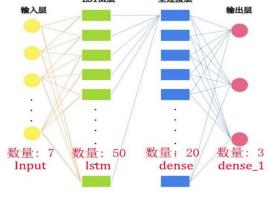


2. 市场波动指数定义

$$\delta_{mkt}[t+1] = P_x[t] - \left(\frac{P_y[t]}{\beta}\right)$$

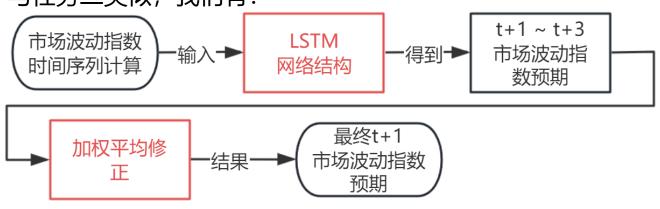
以跨境ETF在时刻t的价格为基准, 衡量境外市场和境内市场价格差异 为识别不同方向套利机会提供依据

3. LSTM网络 预测t+1时刻 市场波动指数



网络结构与任务 二的结构相同

#### 与任务二类似, 我们有:

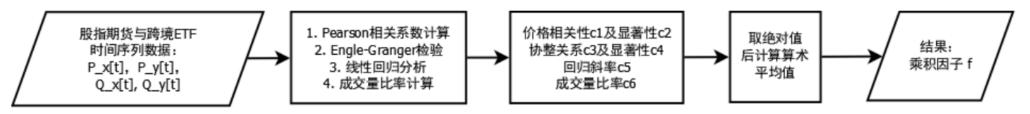


任务三: 模型建立方法

4. 交易决策参数 计算方法

5. 改进型

交易策略



- 1. 价格相关性 $c_1$ 及其显著性 $c_2$ Pearson 相关系数
- $c_{1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} (x_{i} \overline{x})(y_{i} \overline{y})}{\sqrt{\sum_{i=1}^{n} (x_{i} \overline{x})^{2}} \sqrt{\sum_{i=1}^{n} (y_{i} \overline{y})^{2}}}$   $c_{2}$  是相关性的概率值
- 3. 回归斜率  $c_5 = \frac{\sum (x_i \overline{x})(y_i \overline{y})}{\sum (x_i \overline{x})^2}$

2. 协整关系  $c_3$  及其显著性  $c_4$ 

Engle-Granger 检验方法 问题一中相同 **4.** 成交量比率  $c_6 = \frac{\sum Q_{y[t]}}{\sum Q_{x[t]}}$ 

#### 超参数更新:

#### 国内市场(股指期货)

eff 1\_dom: 固定成本

eff 2 \_dom: 印花税率

eff 3 \_dom: 交易佣金

eff 4 \_dom: 市场冲击成本

trade\_regulation\_dom:

流动性限制指标

#### 境外市场 (跨境ETF)

eff1\_abr: 固定成本

eff2 abr: ETF 管理费用

eff3\_abr: 交易佣金

eff4\_abr 价差成本

trade\_regulation\_abr :

流动性限制指标

市场波动指数阈值 $\delta_{mkt-th}$ 

#### 交易判断策略更新:

跨境 ETF 相对折价交易判定条件为 $\delta_{mkt}[t] > \left| \delta_{mkt-th} \right|$ 

$$Q_{buy,1} = f \cdot d_1 \cdot \ln(|\delta_{mkt}[t]| + 1)$$

$$Q_{sell,2} = f \cdot d_2 \cdot \ln(|\delta_{mkt}[t]| + 1)$$

相对溢价交易判定条件为 $\delta_{mkt}[t] < - \left| \delta_{mkt-th} \right|$ 

$$Q_{buv,2} = f \cdot d_3 \cdot \ln(|\delta_{mkt}[t]| + 1)$$

$$Q_{sell,1} = f \cdot d_4 \cdot \ln(|\delta_{mkt}[t]| + 1)$$

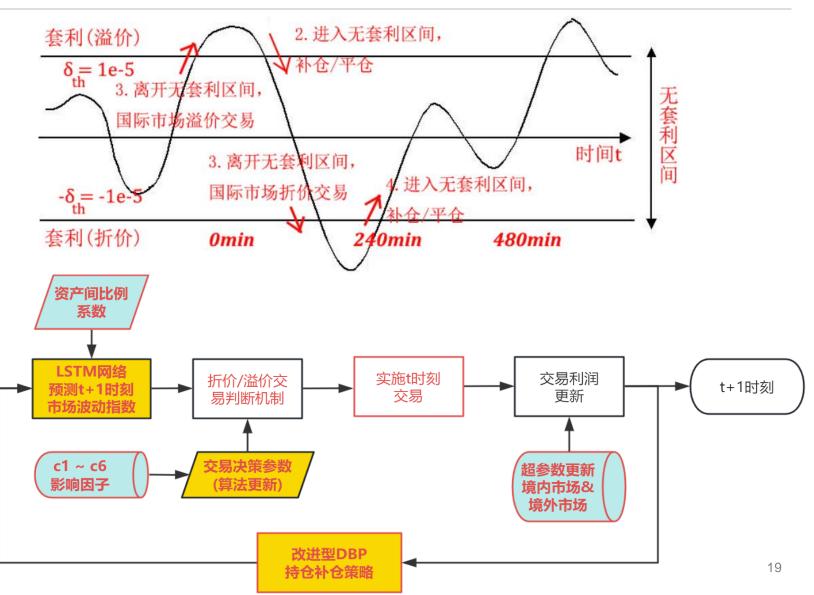
18

t 时刻

任务三:模型建立方法

#### 6. 改进型持仓补仓策略

DBP = Dynamic Barrier Positioning 持仓补仓策略

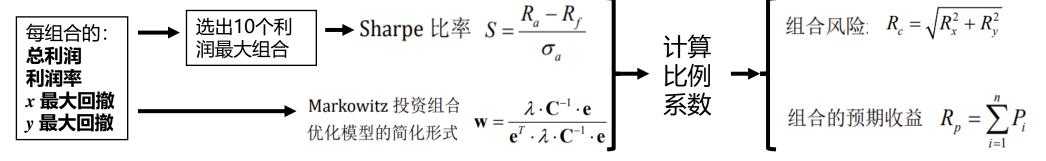


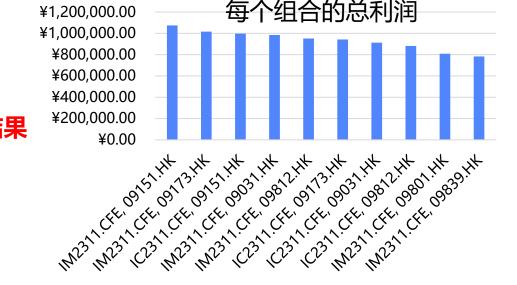
7. 最终交易流程

任务三: 模型求解结果

在所有4只股指期货和所有境外交易ETF组合中,选出**10个利润最大的组合**,并根据**组合系数按比例加权**。

#### 8. 组合系数确定







- IM2311.CFE, 09151.HK IM2311.CFE, 09173.HK IC2311.CFE, 09151.HK
- IM2311.CFE, 09031.HK IM2311.CFE, 09812.HK IC2311.CFE, 09173.HK
- IC2311.CFE, 09031.HK IC2311.CFE, 09812.HK IM2311.CFE, 09801.HK
- IM2311.CFE, 09839.HK

# 目录

- 1. 问题重述
- 2. 模型假设

- 3. 模型建立与求解
- 4. 模型优缺点分析

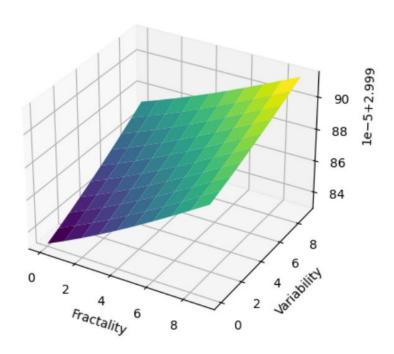
### 4.1 模型优点分析

#### 优点:

**任务二模型**将市场**规律性**与**不稳定性**这两个看似 矛盾的特征,以量化的方式有机地结合起来;

这种**独特的方法论**提供了一种新颖的视角,以更加动态和细致的方式捕捉市场行为,增强了模型对**交易置信度**的判断。

#### Sensitivity Analysis Result



#### 4.2 模型缺点分析

#### 缺点:

- 1. 交易决策参数的确定较依赖于 BFGS 优化算法
- 2. 模型在处理高频与低频数据时存在一定程度的**混用**,导致预测精度可能受影响。
- 3. 市场波动指数预测结果的滞后性与非灵敏性可能会降低决策的时效性。
- 4. 模型在**一级市场数据处理方面过于依赖于估计结果,缺乏对原生 ETF 基金 NAV 数据的支持**,在一定程度上限制了模型在实际应用中的可靠性和准确性。

# 感谢各位专家 和评委的建议与指正

队伍编号: 202305500159

2023.11.26

2023 第四届"大湾区杯"粤港澳金融数学建模竞赛