

绝密 \* 启用前

## 2021 年全国硕士研究生入学统一考试 数学(二) 试卷 (模拟 1)

考生注意: 本试卷共二十二题, 满分 150 分, 考试时间为 3 小时.

一、选择题: 1~10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个符合要求, 把所选项前的字母填在题后的括号里.

1. 函数  $f(x) = \frac{x(x+1)e^{\frac{1}{x}}}{\ln x^2}$  的无穷间断点个数为 ( ).  
 (A) 0 (B) 1 (C) 2 (D) 3
2. 设  $\sin x^n (\sqrt{1+x^2} - 1) + 1$  是  $f(x)$  的一个原函数,  $g(x) = k \int_0^x (e^{t^2} - 1) dt$ , 若  $x \rightarrow 0$  时  $f(x)$  与  $g(x)$  是等价无穷小, 则 ( ).  
 (A)  $k=6, n=2$  (B)  $k=4, n=2$  (C)  $k=6, n=3$  (D)  $k=4, n=3$
3. 设  $y=y(x)$  是方程  $x^2 y^2 + y = 1$  ( $y > 0$ ) 所确定的函数, 则 ( ).  
 (A)  $y(x)$  有极小值, 但无极大值 (B)  $y(x)$  有极大值, 但无极小值  
 (C)  $y(x)$  既有极大值, 又有极小值 (D)  $y(x)$  无极值
4. 设  $f(x) = \int_0^x (e^{\cos t} \cos t - k) dt$ , 若积分  $\int_a^{a+2\pi} f(x) dx$  的值与  $a$  无关, 则  $k =$  ( ).  
 (A)  $\int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cos x dx$  (B)  $\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{\cos x} \cos x dx$   
 (C)  $\int_0^\pi e^{\cos x} \cos x dx$  (D) 0
5. 若  $x \rightarrow 0$  时  $\frac{\cos x + \ln(1+x)}{1+x} = 1 + ax + bx^2 + o(x^2)$ , 则 ( ).  
 (A)  $a=0, b=-1$  (B)  $a=-1, b=0$  (C)  $a=1, b=-1$  (D)  $a=-1, b=1$
6. 设  $f$  为二元可微函数,  $z = yf(\frac{y}{x}, xy)$ , 则  $\frac{x}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$  ( ).  
 (A)  $f + 2 \frac{x}{y} \cdot f_1'$  (B)  $f - 2 \frac{x}{y} \cdot f_1'$   
 (C)  $f + 2xyf_2'$  (D)  $f - 2xyf_2'$
7. 微分方程  $y'' + 2y' + 2y = e^{-x}(\cos x + 1)$  的特解形式为 ( ).  
 (A)  $e^{-x}(a \cos x + b \sin x + c)$  (B)  $xe^{-x}(a \cos x + b \sin x + c)$   
 (C)  $e^{-x}(ax \cos x + bx \sin x + c)$  (D)  $e^{-x}(a \cos x + b \sin x + cx)$

8. 设  $4 \times 5$  阶矩阵  $A = \begin{pmatrix} \alpha_1^T \\ \alpha_2^T \\ \alpha_3^T \\ \alpha_4^T \end{pmatrix}$ , 且  $\eta_1 = (1, 1, -2, 1)^T$ ,  $\eta_2 = (0, 1, 0, 1)^T$

是齐次线性方程组  $A^T x = 0$  的基础解系, 现有 4 个命题

①  $\alpha_1, \alpha_3$  线性无关;

②  $\alpha_1$  可由  $\alpha_2, \alpha_3$  线性表出;

③ 向量组  $\alpha_3, \alpha_4$  为向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$  的一个极大无关组;

④ 向量组  $\alpha_1, \alpha_1 + \alpha_2, \alpha_3 + 2\alpha_4$  秩为 3.

以上命题中正确的是 ( ).

(A) ①③

(B) ②④

(C) ②③

(D) ①④

9. 设  $A$  为  $n$  阶方阵, 将  $A$  的第 3 行的 2 倍加到第 1 行, 然后再将第 1 列的  $-2$  倍加到第 3 列, 得到矩阵为  $B$ , 则  $A$  和  $B$  ( ).

(A) 完全相同

(B) 相似又等价,

(C) 等价但不一定相似

(D) 合同但不相似

10. 已知 3 阶矩阵  $A$  与 3 维列向量  $\alpha$ , 若向量组  $\alpha, A\alpha, A^2\alpha$  线性无关, 且  $A^3\alpha = 3A\alpha - 2A^2\alpha$ , 则秩  $r(A) =$  ( ).

(A) 0

(B) 1

(C) 2

(D) 3

二、填空题: 1~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在题中的横线上.

11.  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\sin x} - e^x}{\sin x - \sin(\sin x)} =$  .

12. 设  $y = y(x)$  由  $\begin{cases} x = \ln(1+t^2), \\ y = \int_1^t \frac{u \sin u^2}{1+u^2} du \end{cases}$  确定, 则  $\left. \frac{d^2 y}{dx^2} \right|_{t=1} =$  .

13. 设  $f(x)$  在  $[0, +\infty)$  上单调可导,  $f(0) = -1$ ,  $f^{-1}$  为  $f$  的反函数, 若

$\int_{x^2}^{x^2+f(x)} f^{-1}(t-x^2) dt = x^2 \sin x$ , 则  $f(x) =$  .

14. 二次积分  $\int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} dy \int_{-y}^{\sqrt{1-y^2}} e^{-(x^2+y^2)} dx + \int_{\frac{\sqrt{2}}{2}}^1 dy \int_{-\sqrt{1-y^2}}^{\sqrt{1-y^2}} e^{-(x^2+y^2)} dx =$  .

15. 设三阶常系数齐次线性微分方程有一个特解为  $y = e^x(1 + \cos x)$ , 则该方程的表达式为 \_\_\_\_\_.

16. 设  $A$  是三阶可逆矩阵. 如果  $A^{-1}$  的特征值为 1, 2, 3, 则  $A$  的代数余子式之和  $A_{11} + A_{22} + A_{33} =$  \_\_\_\_\_.

绝密 \* 启用前

## 2021 年全国硕士研究生入学统一考试 数学(二) 试卷 (模拟 2)

考生注意: 本试卷共二十二题, 满分 150 分, 考试时间为 3 小时.

一、选择题: 1~10 小题, 每小题 5 分, 共 50 分. 在每小题给出的四个选项中, 只有一个符合要求, 把所选项前的字母填在题后的括号里.

1. 曲线  $y = \frac{x^2+1}{x-1} e^{\frac{1}{x+1}}$  的渐近线条数是 ( ).

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

2. 设  $f(x)$  是单调可导函数,  $f^{-1}$  是  $f$  的反函数, 且  $f(0) = f'(0) = 2$ ,  $g(x) = f^{-1}\left(\frac{3x+2}{x+1}\right)$ , 则  $g'(0) = ( )$ .

- (A) 2 (B)  $\frac{1}{2}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D) 3

3. 设函数  $f(x)$  在区间  $[0, +\infty)$  上连续, 在  $(0, +\infty)$  内二阶可导, 且  $f(0) = 0, f''(x) > 0$ ,  $0 < a < b$ , 则当  $x \in (a, b)$  内时, 有 ( ).

- (A)  $af(x) > xf(a)$  (B)  $xf(x) > af(a)$  (C)  $bf(x) > xf(b)$  (D)  $xf(x) > bf(b)$

4. 设函数  $f(x)$  在  $x=0$  的某个邻域内可导,  $\varphi(x)$  在  $x=0$  的某个邻域内连续, 且

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\varphi(x)}{x} = 1$ , 又  $f(x) = \int_0^x \varphi(x-t) dt - x^2$ , 则 ( ).

- (A)  $x=0$  是  $f(x)$  的极小值点  
(B)  $x=0$  是  $f(x)$  的极大值点  
(C) 点  $(0, f(0))$  是曲线  $y = f(x)$  的拐点  
(D)  $x=0$  不是  $f(x)$  的极值点, 点  $(0, f(0))$  也不是曲线  $y = f(x)$  的拐点

5. 若  $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + a \tan x)^{\frac{1}{\sqrt{1+4x}-1}} = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^a x e^{\frac{1}{2}x} dx$ , 则  $a = ( )$ .

- (A) 2 (B) 3 (C)  $\frac{3}{2}$  (D)  $\frac{5}{2}$

6. 设  $y = y(x)$  是常系数微分方程  $y'' + py' + qy = 0$  的通解, 且  $y(x)e^{2x}$  是以  $\pi$  为周期的周期函数, 则常数  $p, q$  的取值为 ( ).

- (A)  $p = -4, q = -8$  (B)  $p = -4, q = 8$  (C)  $p = 4, q = -8$  (D)  $p = 4, q = 8$

7. 设  $a > 0$ , 则积分  $\int_{-\frac{\pi}{2}}^0 d\theta \int_0^{a \cos \theta} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr + \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^a f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr = ( )$ .

- (A)  $\int_0^a dx \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x, y) dy$  (B)  $\int_0^a dx \int_{\sqrt{ax-x^2}}^{\sqrt{a^2-x^2}} f(x, y) dy$

微信公众号: djky66  
 (顶尖考研祝您上岸)

$$(C) \int_0^a dx \int_{-\sqrt{a-x^2}}^{\sqrt{a-x^2}} f(x,y) dy$$

$$(D) \int_0^a dx \int_{-\sqrt{a^2-x^2}}^{-\sqrt{ax-x^2}} f(x,y) dy$$

8. 设  $A, B$  为  $n$  阶矩阵, 下列结论正确的是 ( ).

$$(A) r(A, AB) = r(A)$$

$$(B) r \begin{pmatrix} A \\ AB \end{pmatrix} = r(A)$$

$$(C) r(A, B) = r(A) + r(B)$$

$$(D) r \begin{pmatrix} A & E \\ 0 & B \end{pmatrix} > r(A) + r(B)$$

9. 设  $A, B$  是  $n$  阶方阵, 则下列命题不正确的是 ( ).

$$(A) \text{若 } Ax=0 \text{ 的解均是 } Bx=0 \text{ 的解, 则 } r(A) \geq r(B)$$

$$(B) \text{若 } r(AB) = r(B), \text{ 则 } Ax=0 \text{ 的解均是 } Bx=0 \text{ 的解}$$

$$(C) \text{方程组 } A^T Ax = A^T b \text{ (其中 } b \text{ 为任意 } n \text{ 维列向量) 恒有解}$$

$$(D) \text{若 } r(AB) = r(B), \text{ 则 } ABx=0 \text{ 与 } Bx=0 \text{ 同解}$$

10. 设  $A$  是三阶对称矩阵, 设  $\alpha_1, \alpha_2$  线性无关, 且  $A\alpha_1=2\alpha_1, A\alpha_2=2\alpha_2, A\alpha_3=0 (\alpha_3 \neq 0)$ , 且  $Q=(\alpha_1+\alpha_2, 2\alpha_3, \alpha_1-\alpha_2)$ , 则二次型  $f(x_1, x_2, x_3) = x^T A^2 x$  在可逆变换  $x = Qy$  下的标准形是 ( ).

$$(A) 2y_1^2 + 4y_2^2 + y_3^2$$

$$(B) 4y_1^2 + 4y_2^2 + y_3^2$$

$$(C) 4y_1^2 + 4y_2^2$$

$$(D) 4y_1^2 + 4y_3^2$$

二、填空题: 1~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在题中的横线上.

$$11. \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left[ \sqrt{1 - \frac{1}{n^2}} + 2\sqrt{1 - \frac{2^2}{n^2}} + \cdots + (n-1)\sqrt{1 - \frac{(n-1)^2}{n^2}} \right] = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$12. \text{设 } y=y(x) \text{ 由方程 } \sqrt{2} \sin(x^2+y) - e^x + xy^2 = 0 \text{ 确定, 且 } y \in (-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), \text{ 则 } dy|_{x=0} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$13. \text{设 } f(x) = \lim_{t \rightarrow \infty} \left( 1 + \frac{x}{2t} - \frac{x^2}{2t^2} \right)^t, \text{ 则曲线 } y = f(x) \text{ 与直线 } x=0, x=2 \text{ 以及 } x \text{ 轴围成的图形绕 } y \text{ 轴旋转一周所形成的立体体积是 } \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$14. \text{设 } (x_0, y_0) \text{ 为曲线 } y = \ln x \text{ 上曲率半径最小的点, 则 } (x_0, y_0) = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$15. \text{设 } z = \int_x^y e^{-(x^2+y^2+u^2)} du, \text{ 则 } \left. \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} \right|_{(0,1)} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

$$16. \text{设 } x_i \neq 0, i=1, 2, 3, 4, \text{ 则行列式 } D = \begin{vmatrix} a+x_1 & a & a & a \\ a & a+x_2 & a & a \\ a & a & a+x_3 & a \\ a & a & a & a+x_4 \end{vmatrix} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

绝密 \* 启用前

## 2021 年全国硕士研究生入学统一考试

## 数学(二) 试卷 (模拟 3)

考生注意:本试卷共二十二题,满分 150 分,考试时间为 3 小时.

一、选择题: 1~10 小题,每小题 5 分,共 50 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一个符合要求,把所选项前的字母填在题后的括号里.

1. 设  $f(x)$  在  $x=0$  处连续,  $g(x) = \begin{cases} \frac{f(x)(e^{x^2}-1)}{\ln(1+|x^3|)}, & x \neq 0, \\ 3, & x=0. \end{cases}$  若  $g(x)$  在  $x=0$  处连续, 则 ( ).

- (A)  $f(0)=0, f'(0)$  不存在 (B)  $f(0)=0, f'(0)=3$   
(C)  $f(0)=3, f'(0)$  不存在 (D)  $f(0)=3, f'(0)=1$

2. 设  $f(x)$  为  $[0,1]$  上的可导函数, 且满足  $f(0)=0$ . 又设  $f'(x)$  单调增加. 那么  $x \in (0,1)$  时必有 ( ).

- (A)  $f(1)x < f(x) < f'(0)x$  (B)  $f'(0)x < f(x) < f(1)x$   
(C)  $f(x) < f(1)x < f'(0)x$  (D)  $f(x) < f'(0)x < f(1)x$

3. 设函数  $f(x) = e^x$ , 若  $f(x) = 1 + x + \frac{x^2}{2} f''(\xi)$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\xi^3}{x^3} = ( )$

- (A) 1 (B)  $\frac{1}{8}$  (C)  $\frac{1}{27}$  (D)  $\frac{1}{54}$

4. 若方程  $\ln x = a\sqrt{x}$  无实根, 则 ( ).

- (A)  $a \leq 0$  (B)  $0 < a < \frac{2}{e}$  (C)  $a = \frac{2}{e}$  (D)  $a > \frac{2}{e}$

5. 设  $I_1 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan x}{x} dx$ ,  $I_2 = \frac{4^2}{\pi^2} \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{x}{\tan x} dx$ . 则 ( ).

- (A)  $I_1 < 1 < I_2$  (B)  $1 < I_2 < I_1$  (C)  $I_2 < I_1 < 1$  (D)  $I_2 < 1 < I_1$

6. 设  $F(x, y)$  具有二阶连续偏导数, 且  $F(x_0, y_0) = 0, F'_x(x_0, y_0) = 0, F'_y(x_0, y_0) < 0$ . 若  $y = y(x)$  是由方程式  $F(x, y) = 0$  确定的在点  $(x_0, y_0)$  的某个邻域内的隐函数, 则  $x_0$  是函数  $y = y(x)$  的极大值点的一个充分条件是 ( ).

- (A)  $F''_{xx}(x_0, y_0) > 0$  (B)  $F''_{xx}(x_0, y_0) < 0$   
(C)  $F''_{yy}(x_0, y_0) > 0$  (D)  $F''_{yy}(x_0, y_0) < 0$

7. 已知  $y = C_1 + C_2 \sin x + \cos x$  (其中  $C_1, C_2$  为任意常数) 是某二阶线性微分方程的通解, 则该方程是 ( ).

- (A)  $y'' + \tan x \cdot y' = \sec x$  (B)  $y'' + \tan x \cdot y' = -\sec x$   
 (C)  $y'' - \tan x \cdot y' = \sec x \cos 2x$  (D)  $y'' - \tan x \cdot y' = \csc x \sin 2x$

8. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 1 \\ 2 & -3 & -2 \\ 5 & -8 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ a & -2 \\ 3 & b \end{pmatrix}$ , 已知  $AX = B$  有解. 则 ( ).

- (A)  $a=1, b=2$  (B)  $a=2, b=1$  (C)  $a=1, b=-3$  (D)  $a=-1, b=3$

9. 设  $A, B$  均为  $n$  阶实对称矩阵, 且都可逆, 则下列命题不正确的是 ( ).

- (A) 存在可逆阵  $P$ , 使得  $P^{-1}(A+B)P = A$   
 (B) 存在可逆阵  $P$ , 使得  $P^{-1}(AB)P = A$   
 (C) 存在正交矩阵  $Q$ , 使得  $Q^T(A^* + B^*)Q = A$   
 (D) 存在正交矩阵  $Q$ , 使得  $Q^T(A^{-1} + B^{-1})Q = A$

10. 设  $A$  是 3 阶正定矩阵,  $x$  是 3 维列向量,  $E$  是 3 阶单位矩阵, 记

$$P = \begin{pmatrix} E & 0 \\ x^T A^{-1} & 1 \end{pmatrix}, W = \begin{pmatrix} -A & x \\ x^T & 0 \end{pmatrix};$$

则二次型  $f = |PW|$  的正惯性指数  $p$  与负惯性指数  $q$  分别是 ( ).

- (A)  $p=2, q=1$  (B)  $p=3, q=0$   
 (C)  $p=1, q=1$  (D)  $p=0, q=3$

二、填空题: 1~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在题中的横线上.

11. 设  $f(x), g(x)$  在  $x=0$  的某个邻域内可求任意阶导数,  $f(0)=2, g(0)=g'(0)=1$ , 且

$f(x), g(x)$  满足  $f'(x) + xg(x) = e^x - 1$ , 则  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2}{\ln(1+x^3)} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

12. 设  $f(x) = (x^2 - 1) \ln(1 - x^2)$ , 则  $f^{(10)}(0) = \underline{\hspace{2cm}}$ .

13.  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{\sqrt{1+e^x}} dx = \underline{\hspace{2cm}}$ .

14. 由曲线  $y = \frac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}, y = \frac{7}{6} - \frac{1}{2}x^2$  及  $y$  轴围成的平面图形边界曲线周长是  $\underline{\hspace{2cm}}$ .

15. 设函数  $z = z(x, y)$  由方程  $e^z = (x^2 - 1)z + x(e + y)$  确定, 则  $dz|_{\substack{x=1 \\ y=0}} = \underline{\hspace{2cm}}$ .

16. 设  $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \\ 2 & 4 & 3 & -3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & -3 \end{pmatrix}$ , 且存在矩阵  $P$  使得  $PA = B$ , 则矩阵

$P = \underline{\hspace{2cm}}$ .

绝密 \* 启用前

## 2022 年全国硕士研究生入学统一考试

## 数学(二) 试卷 (模拟 4)

考生注意:本试卷共二十二题,满分 150 分,考试时间为 3 小时.

一、选择题:1~10 小题,每小题 5 分,共 50 分.在每小题给出的四个选项中,只有一个符合要求,把所选项前的字母填在题后的括号里.

1. 设反常积分  $\int_0^{+\infty} \frac{1}{(1+x^2)(1+x^\alpha)} dx$ , 则下列结论正确的为 ( ).

- (A) 对任意的  $\alpha$ , 此反常积分收敛 (B) 对任意的  $\alpha$ , 反常积分发散  
(C) 当且仅当  $\alpha=0$ , 该反常积分收敛 (D) 当且仅当  $\alpha \neq 0$ , 该反常积分收敛

2. 函数  $f(x) = \frac{x^3+1}{(x+1)|x|}$  渐近线的条数 ( ).

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4

3. 设  $f(x)$  在  $[a, b]$  上二阶可导,  $x \in [a, b]$  时  $f(x) < 0$ ,  $f''(x) < 0$ , 记  $s_1 = \int_a^b f(x) dx$ ,

$s_2 = \frac{1}{2} f\left(\frac{a+b}{2}\right)(b-a)$ ,  $s_3 = \frac{1}{2} [f(a)+f(b)](b-a)$ , 则 ( ).

- (A)  $s_3 < s_1 < s_2$  (B)  $s_2 < s_1 < s_3$  (C)  $s_3 < s_2 < s_1$  (D)  $s_1 < s_2 < s_3$

4. 下列命题中不正确的是 ( ).

- (A) 若  $f(x)$  在  $x=x_0$  处左、右导数均存在但不相等, 则  $f(x)$  在  $x=x_0$  连续.  
(B) 若  $\lim_{n \rightarrow +\infty} f(n) = A$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0$ , 则  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = A$ .  
(C)  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = A$ ,  $A$  为有限值,  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  不存在, 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)g(x)$  不存在  
(D)  $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x)+g(x)]$  不存在, 但  $\lim_{x \rightarrow x_0} g(x)$  存在, 则  $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)$  不存在

5. 设  $u = y^2 F(3x+2y)$ , 若  $u(x, \frac{1}{2}) = x^2$ , 则  $\frac{\partial u}{\partial x} = ( )$ ;

- (A)  $y^2 F'(3x+2y)$  (B)  $\frac{4}{3} F'(3x+1)$   
(C)  $\frac{4}{3} y^2 (3x+2y-1)$  (D)  $\frac{8}{3} y^2 (3x+2y-1)$

6. 设  $F(x) = \int_0^{x^2} dv \int_{e^{-v^2}}^1 f(v) dv$ , 则  $xF''(x) - F'(x) = ( )$ .

- (A)  $f(e^{-x^2})$  (B)  $4x^3 e^{-x^2} f(e^{-x^2})$   
(C)  $4x^3 f(e^{-x^2})$  (D)  $-2x^2 e^{-x^2} f(e^{-x^2})$

7. 设函数  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^2 y}{x^2 + (x-y)^2}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ , 在点  $(0, 0)$  处 ( )

- (A) 不连续, 但  $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$  存在  
 (B) 连续但  $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$  至少有一个不存在  
 (C) 连续且  $f'_x(0, 0), f'_y(0, 0)$  存在, 但不可微  
 (D) 可微

8. 设  $Ax = b$  为三元非齐次线性方程组,  $A$  至少有两行不成比例,  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  为  $Ax = b$  的

三个线性无关解,  $\alpha_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}, \alpha_2 + \alpha_3 = \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$ , 则方程组  $Ax = b$  的通解为 ( ).

- (A)  $k \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix}$  (B)  $k \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -15 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$  (C)  $k \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 3 \\ 6 \\ -15 \end{pmatrix}$  (D)  $k \begin{pmatrix} 6 \\ 3 \\ -3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 4 \end{pmatrix}$

9. 设  $A$  为  $n$  阶矩阵,  $n$  维列向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t$  是方程组  $Ax = 0$  的基础解系, 若存在  $\beta_i$ , 使得  $A\beta_i = \alpha_i (i=1, 2, \dots, t)$ , 则下列选项正确的是 ( ).

- (A) 向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t$  可由向量组  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$  线性表示  
 (B) 向量组  $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$  可由向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t$  线性表示  
 (C) 向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$  的秩为  $t$   
 (D) 向量组  $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_t, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_t$  的秩为  $2t$

10. 设  $A$  是  $m \times n$  矩阵,  $r(A) = n$ , 则下列结论不正确的是 ( ).

- (A) 若  $AB = O$ , 则  $B = O$  (B) 对任意矩阵  $B$ , 有  $r(AB) = r(B)$   
 (C) 存在  $B$ , 使得  $BA = E$  (D) 对任意矩阵  $B$ , 有  $r(BA) = r(B)$

二、填空题: 1~16 小题, 每小题 5 分, 共 30 分. 把答案填在题中的横线上.

11. 设函数  $f(x)$  可导, 且  $f(0) = e^{-1}$ , 若极限  $\lim_{h \rightarrow 0} \left[ \frac{f(x + \sinh h)}{f(x)} \right]^{\frac{1}{\arctan h}} = e^{(x+1)\sin x}$ , 则  $f(x) =$  \_\_\_\_\_.

12. 设函数  $y = y(x)$  是由参数方程  $\begin{cases} x = 3t^2 + 2t + 3 \\ y = te^y + 1 \end{cases}$  决定, 则函数在  $t = 0$  处的曲率为 \_\_\_\_\_.

13. 设  $z = \int_0^{x^2 y} xf(t, e^t) dt + \varphi(z)$ , 其中  $f$  有连续的一阶偏导,  $\varphi$  可导且  $1 - \varphi' \neq 0$ , 则  $dz =$  \_\_\_\_\_.