

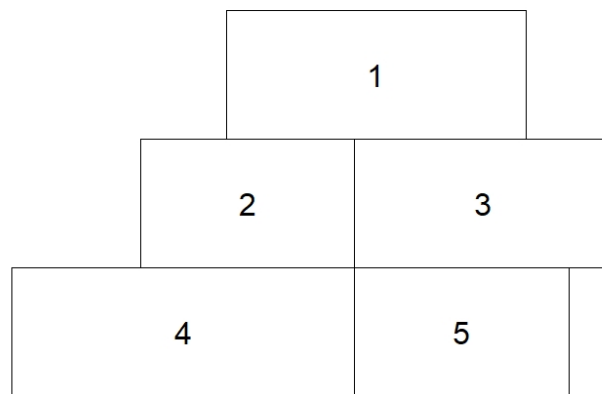
Nombres: Harold Andres Leon Vega

Codigo: 20152025093

Maria Isabel Rodriguez Laiton

20152025081

1. Información general sobre un sistema de regiones y datos. Se organizan cinco regiones de la siguiente forma:



Datos sobre variables georreferenciadas:

Región	x	y	u	v
1	4.25	5.25	6	3
2	2.75	3.75	8	3
3	5.50	3.75	8	2
4	2.00	2.25	11	1
5	5.25	2.25	12	1

Donde **x** y **y** son los centroides de las regiones y **u** y **v** son la tasa de desempleo y la tasa de vacancia respectivamente (curva Beveridge)

La siguiente es la matriz de distancias entre centros (en km):

Región	1	2	3	4	5
1	0	2.121	1.953	3.750	3.162
2	2.121	0	2.750	1.677	2.915
3	1.953	2.750	0	3.808	1.521
4	3.750	1.677	3.808	0	3.250
5	3.162	2.915	1.521	3.250	0

La disposición de cinco regiones se da junto con las distancias entre los centros regionales (ver "Información general sobre un sistema de regiones y datos").

A partir de la información anterior:

- a) Especifique la matriz de contigüidad W y la correspondiente matriz de pesos estandarizada W para la disposición irregular dada (contigüidad efecto torre)

MATRIZ W						
	1	2	3	4	5	SUMA
1	0	1	1	0	0	2
2	1	0	1	1	0	3
3	1	1	0	0	1	3
4	0	1	0	0	1	2
5	0	0	1	1	0	2

MATRIZ W NORMALIZADA						
	1	2	3	4	5	SUMA
1	0	0,5	0,5	0	0	1
2	0,33	0	0,33	0,33	0	1
3	0,33	0,33	0	0	0,33	1
4	0	0,5	0	0	0,5	1
5	0	0	0,5	0,5	0	1

- b) ¿Qué matriz de pesos espaciales \* W está implicada por el modelo de gravedad de la interacción espacial  $w_{ij}^* = d_{ij}^{-\alpha}$  con  $\alpha = 2$  ?

La distribución de pesos que se aplica cuando :

$$w_{ij}^* = d_{ij}^{-\alpha} \text{ con } \alpha = 2$$

Se define como **distancia geográfica**.

MATRIZ W NORMALIZADA						
	1	2	3	4	5	SUMA
1	0	0,22	0,26	0,07	0,1	0,65559559
2	0,22	0	0,13	0,36	0,12	0,82778341
3	0,26	0,13	0	0,07	0,43	0,89562691
4	0,07	0,36	0,07	0	0,09	0,59032425
5	0,1	0,12	0,43	0,09	0	0,74463414

c) Determine la matriz de pesos espaciales \* W sobre la base de la función exponencial

negativa con  $\beta = -\frac{\ln(1-\gamma)}{d}$ , donde  $d=2.6907$  es la distancia promedio entre las regiones y  $\gamma=0.5$ . Recuerde que la función exponencial negativa está dada por  $w_{ij}^* = e^{-\beta \cdot d_{ij}}$ .

Siendo:

$$w_{ij}^* = e^{-\beta \cdot d_{ij}}$$

$$\beta = 0,257608496138531$$

MATRIZ W NORMALIZADA						
	1	2	3	4	5	SUMA
1	1	0,58	0,6	0,38	0,44	3,00711066
2	0,58	1	0,49	0,65	0,47	3,19258897
3	0,6	0,49	1	0,37	0,68	3,14783769
4	0,38	0,65	0,37	1	0,43	2,83764862
5	0,44	0,47	0,68	0,43	1	3,02349613

d) Compare las matrices de pesos estandarizadas obtenidas de las medidas de distancia utilizadas en las partes c) y d).

Según lo analizado en el inciso a) la matriz de torre relaciona las variables cercanas a dicho objeto siguiendo el parámetro de contigüidad entre ellas(que esté uno a lado del otro), mientras en el inciso c) relacionada a la exponencial por medio de distancias relaciona como fundamento no la contigüidad sino la cercanía con respecto a cada objeto a pesar que no se conecten entre ellos asignando valores menores o mayores dependiendo de lo lejos o cerca que se encuentre.

En comparación el inciso b) y c) se puede visualizar que la distribución por distancia geográfica se visualiza que sus valores son mucho más pequeños que en la exponencial negativa, por lo tanto mediante la exponencial se tiene mayor peso, creando mayor vínculo de los datos con cada una de las regiones.

2. El siguiente mapa muestra los límites de los 27 países que eran miembros de la Unión Europea en julio de 2012.



*Mapa de los 27 Estados miembros de la UE en julio de 2012. (Cortesía de Carrie Dolan).*

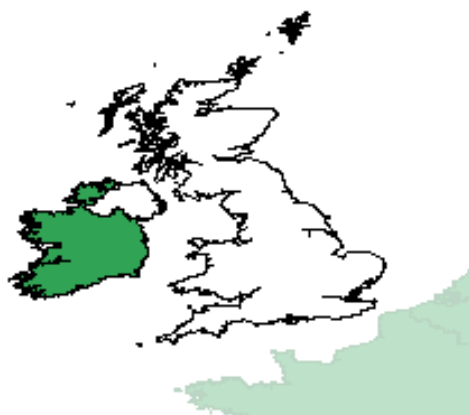
La siguiente tabla muestra los datos relacionados con el crecimiento per cápita del Producto Interno Bruto en el período 2010-2011 y el porcentaje del PIB dedicado a la educación en 2009.

COUNTRY CODE	COUNTRY	% Education Expenses 2009	Growth 2010-2011	COUNTRY CODE	COUNTRY	% Education Expenses 2009	Growth 2010-2011
BE	Belgium	42	1.046931408	AT	Austria	23.5	1.057823
BG	Bulgaria	27.9	1.058252427	PL	Poland	32.8	0.992958
CZ	Czech Republic	17.5	1.041237113	PT	Portugal	21.1	1.037234
DK	Denmark	40.7	1.072413793	RO	Romania	16.8	1.054054
DE	Germany	29.4	1.074074074	SI	Slovenia	31.6	1.118227
EE	Estonia	35.9	1.170068027	SK	Slovakia	17.6	1.05848
IE	Ireland	48.9	1.09	FI	Finland	45.9	1.107807
ES	Spain	39.4	1.070247934	SE	Sweden	43.9	1.099291
FR	France	43.2	1.04296875	UK	United Kingdom	41.5	1.084615
IT	Italy	19	1.069672131	EL	Greece	26.5	1.045249
CY	Cyprus	44.7	1.059574468	LU	Luxembourg	46.6	1.098333
LT	Lithuania	40.6	1.191176471	LV	Latvia	30.1	1.149606
HU	Hungary	23.9	1.045751634	MT	Malta	21	1.020202
NL	Netherlands	40.5	1.083870968				

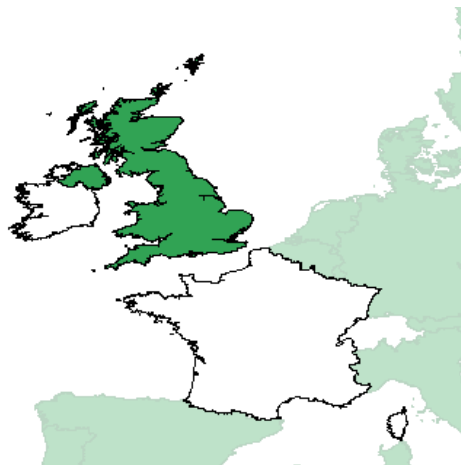
- a) sando el criterio de contigüidad orden 1 reina, prepare un archivo .GAL y construya la matriz W estandarizada por filas con el criterio de adyacencia (unir la isla al país más cercano, es decir, Irlanda al Reino Unido, Reino Unido a Francia, Malta a Italia y Chipre a Grecia. También unir Finlandia a Estonia y Dinamarca a Suecia)

## MATRIZ DE PESOS

IRLANDA UNIDA AL REINO UNIDO



REINO UNIDO A FRANCIA



MALTA A ITALIA



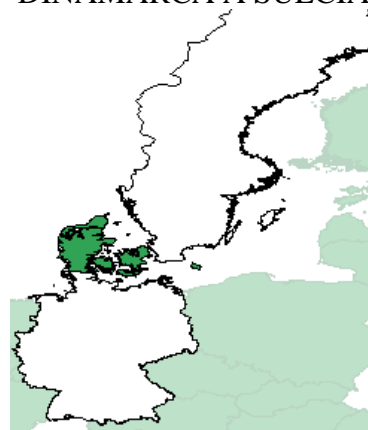
CHYPE A GRECIA



FINLANDIA A ESTONIA



DINAMARCA A SUECIA



NUTS_ID	AT	BE	BG	CY	CZ	DE	DK	EE	EL	ES	FI	FR	HU	IE	IT	LT	LU	LV	MT	NL	PL	PT	RO	SE	SI	SK	UK
AT	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	0
BE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
BG	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
CY	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
CZ	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
DE	1	1	0	0	1	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0
DK	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
EE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	9	0	0
EL	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	9	0	0
ES	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
FI	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
FR	0	1	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
HU	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	1	0
IE	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
IT	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0
LT	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	1	0	0	0	0	0	0
LU	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
LV	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
MT	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
NL	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
PL	0	0	0	0	1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	0
PT	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
RO	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SE	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SI	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
SK	1	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
UK	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

- b) Realice la prueba de ausencia de autocorrelación espacial bivariada usando el I de Moran Bivariado, a partir de las variables el crecimiento per cápita del Producto Interno Bruto en el período 2010-2011 y el porcentaje del PIB dedicado a la educación en 2009.

```

Bivariate Moran I test under randomisation

data: EU$Cr10_11
weights: a.lw

Bivariate Moran Z(I) statistic = 1.9969, p-value = 0.04583
alternative hypothesis: two.sided
sample estimates:
Bivariate Moran I statistic      Expectation      Variance
      0.25996790             -0.01452520             0.01889473

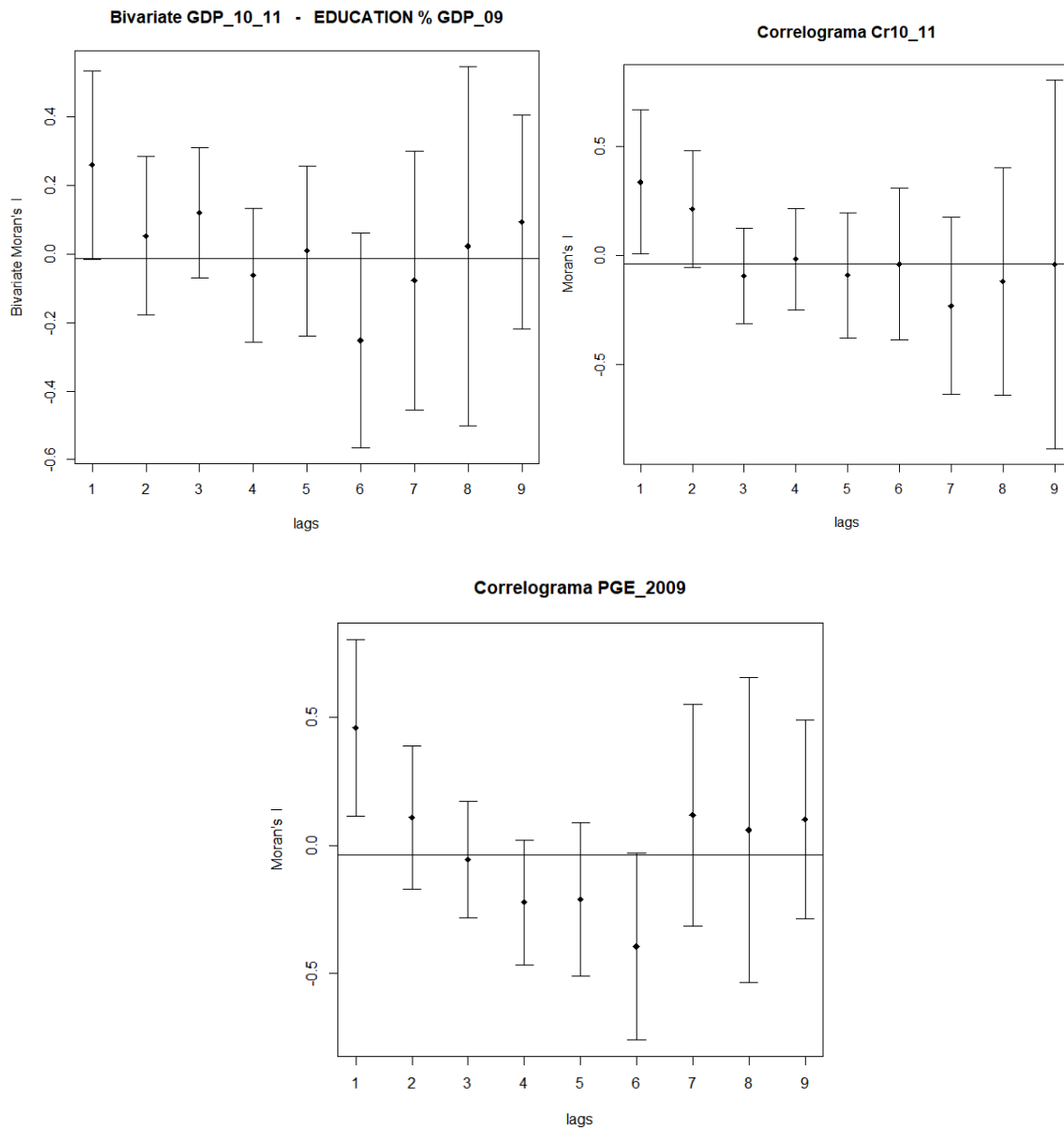
```

Como el p-value(0.04583) es menor que 0.05, se rechaza  $H_0$  (ausencia de autocorrelación espacial) y se concluye que la relación entre el crecimiento per cápita del Producto Interno Bruto en el período 2010-2011 y el porcentaje del PIB dedicado a la educación en 2009 **es significativa en el espacio**. Es decir, las regiones con

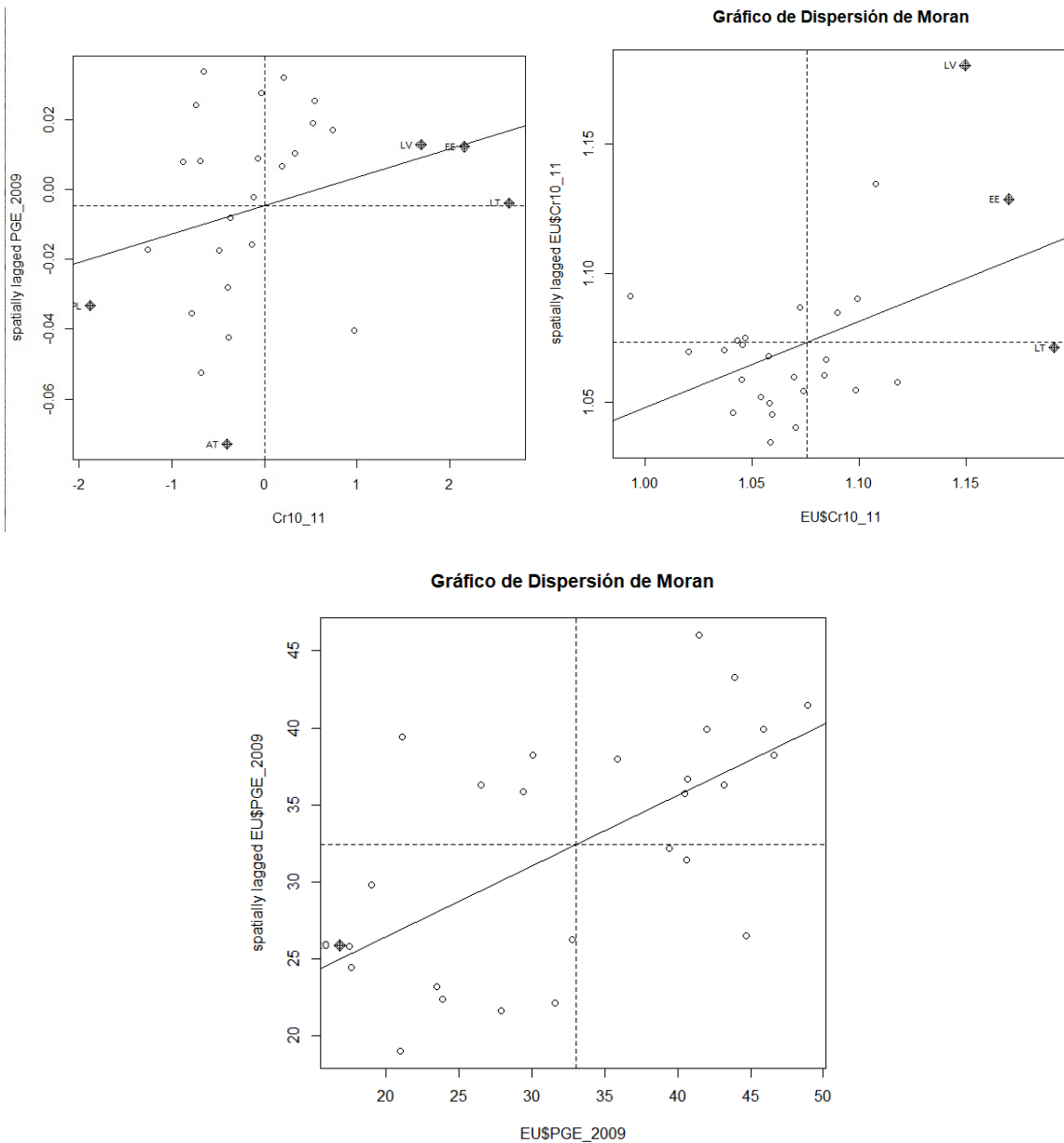
ciertos niveles de crecimiento per cápita del PIB están rodeadas con regiones con PIB dedicado a la educación en 2009.

- c) Construya correlogramas bivariados y dispersogramas bivariados de Moran.

## CORRELOGRAMA



## DISPERSOGRAMA



- d) Obtenga para cada una de las variables mencionadas los estadísticos LISA con sus probabilidades asociadas. Interprete los resultados obtenidos, usando la matriz de pesos espaciales de criterio K=3 vecinos más cercanos.



```
> lisa_obs1<-localmoran(EU$Cr10_11, a.lw, zero.policy=T)
> lisa_obs1
```

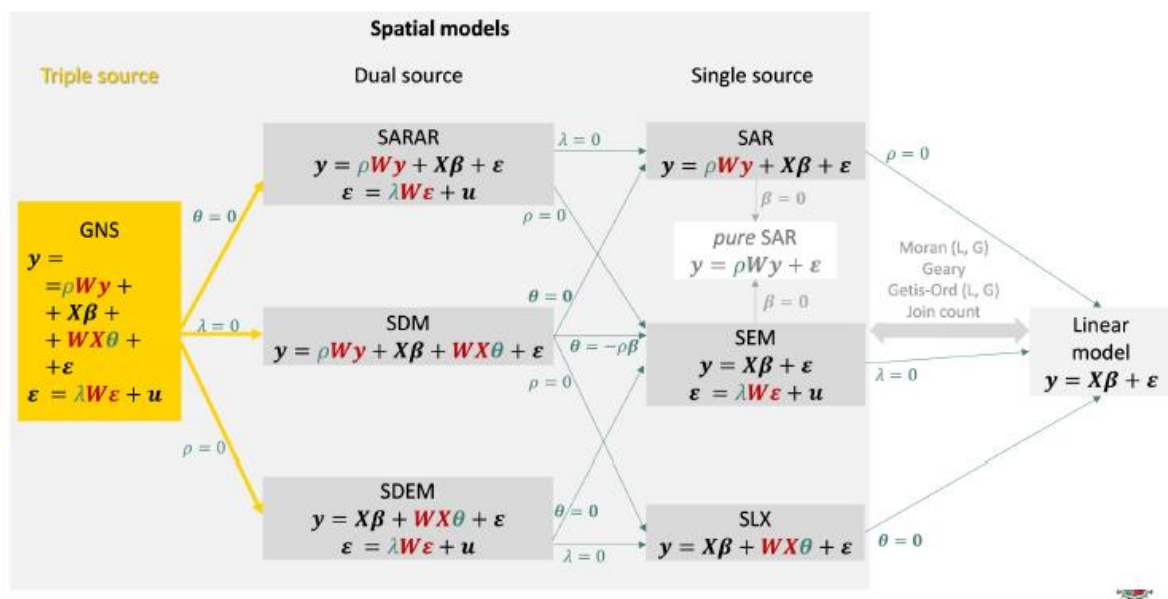
	Ii	E.Ii	Var.Ii	Z.Ii	Pr(z > 0)
AT	0.07329068	-0.03846154	0.1221551	0.319742535	3.745818e-01
BE	0.01156589	-0.03846154	0.1988106	0.112198844	4.553329e-01
BG	0.24211267	-0.03846154	0.4287772	0.428481304	3.341504e-01
CY	0.26161729	-0.03846154	0.8887105	0.318313610	3.751235e-01
CZ	0.55088850	-0.03846154	0.1988106	1.321762824	9.312357e-02
DE	0.01684196	-0.03846154	0.0838273	0.191011645	4.242582e-01
DK	-0.01889411	-0.03846154	0.4287772	0.029882569	4.880804e-01
ES	0.10170000	-0.03846154	0.4287772	0.214048892	4.152545e-01
EL	0.27243552	-0.03846154	0.4287772	0.474789114	3.174686e-01
EE	2.71197748	-0.03846154	0.4287772	4.200356552	1.332475e-05
FR	0.02782123	-0.03846154	0.1221551	0.189646512	4.247931e-01
FI	1.02935083	-0.03846154	0.4287772	1.630718824	5.147483e-02
IT	0.05008486	-0.03846154	0.1988106	0.198587141	4.212929e-01
HU	0.05494575	-0.03846154	0.1988106	0.209488877	4.170333e-01
IE	0.07059968	-0.03846154	0.8887105	0.115688498	4.539497e-01
MT	0.17598471	-0.03846154	0.8887105	0.227477426	4.100263e-01
NL	-0.06756798	-0.03846154	0.4287772	-0.044450156	5.177272e-01
LU	-0.25700894	-0.03846154	0.2754662	-0.416400767	6.614416e-01
LT	-0.26705199	-0.03846154	0.4287772	-0.349093876	6.364906e-01
LV	4.20040168	-0.03846154	0.4287772	6.473416355	4.790573e-11
PL	-0.69941188	-0.03846154	0.1988106	-1.482344153	9.308756e-01
SE	0.18643865	-0.03846154	0.4287772	0.343458248	3.656269e-01
RO	0.27355004	-0.03846154	0.4287772	0.476491157	3.168623e-01
PT	0.10992402	-0.03846154	0.8887105	0.157402449	4.374638e-01
SK	0.37918810	-0.03846154	0.1988106	0.936682315	1.744610e-01
SI	-0.41032052	-0.03846154	0.2754662	-0.708507004	7.606848e-01
UK	-0.04437178	-0.03846154	0.4287772	-0.009025878	5.036008e-01

```
> lisa_obs3<-localmoran(EU$PGE_2009, a.lw, zero.policy=T)
> lisa_obs3
```

	Ii	E.Ii	Var.Ii	Z.Ii	Pr(z > 0)
AT	0.90283708	-0.03846154	0.13082102	2.60248749	0.004627510
BE	0.58705790	-0.03846154	0.21527592	1.34816510	0.088802643
BG	0.56182087	-0.03846154	0.46864062	0.87687089	0.190278385
CY	-0.72934704	-0.03846154	0.97537000	-0.69955422	0.757897130
CZ	1.07464035	-0.03846154	0.21527592	2.39903835	0.008219096
DE	-0.09760112	-0.03846154	0.08859358	-0.19869053	0.578747583
DK	0.26253285	-0.03846154	0.46864062	0.43968175	0.330083812
ES	-0.05489271	-0.03846154	0.46864062	-0.02400206	0.509574517
EL	-0.20321502	-0.03846154	0.46864062	-0.24066594	0.595092979
EE	0.13437575	-0.03846154	0.46864062	0.25247448	0.400337169
FR	0.31608204	-0.03846154	0.13082102	0.98023645	0.163484708
FI	0.83996169	-0.03846154	0.46864062	1.28316897	0.099716443
IT	0.43384159	-0.03846154	0.21527592	1.01794213	0.154352728
HU	0.93429601	-0.03846154	0.21527592	2.09655800	0.018016360
IE	1.27836258	-0.03846154	0.97537000	1.33334665	0.091209036
MT	1.61897892	-0.03846154	0.97537000	1.67823680	0.046650440
NL	0.18809303	-0.03846154	0.46864062	0.33094274	0.370343870
LU	0.66574150	-0.03846154	0.29973082	1.28627015	0.099174398
LT	-0.11573336	-0.03846154	0.46864062	-0.11287589	0.544935523
LV	-0.14668449	-0.03846154	0.46864062	-0.15808818	0.562806342
PL	0.01655604	-0.03846154	0.21527592	0.11857790	0.452804886
SE	1.06145520	-0.03846154	0.46864062	1.60671871	0.054058044
RO	1.11135069	-0.03846154	0.46864062	1.67960424	0.046517171
PT	-0.72471844	-0.03846154	0.97537000	-0.69486754	0.756430843
SK	1.27446914	-0.03846154	0.21527592	2.82972393	0.002329409
SI	0.15189579	-0.03846154	0.29973082	0.34769937	0.364032984
UK	1.04841868	-0.03846154	0.46864062	1.58767542	0.056179877

3. A partir de los datos del ejercicio anterior:

Pruebe la hipótesis de que la educación fomenta el crecimiento. Como podemos conjeturar que los gastos en educación presentan algún patrón espacial, en principio también podemos incluir los valores rezagados de la variable educación entre los regresores. Usando una estrategia de máxima verosimilitud, comience a estimar los modelos: retardo espacial, error espacial, SARAR, Durbin Espacial y GNS, luego, con base a los resultados obtenidos, elija el mejor modelo. Interprete los resultados obtenidos y justifique su elección (En todos los casos considere las coordenadas espaciales como regresores).



```

> mod.GNS1 <- saccarlm(EU$Cr10_11 ~ EU$PGE_2009, listw = a.lw, data = EU@data, type = "sacmixed")
> summary(mod.GNS1, Nagelkerke=T)

Call: saccarlm(formula = EU$Cr10_11 ~ EU$PGE_2009, data = EU@data, listw = a.lw, type = "sacmixed")

Residuals:
    Min       1Q   Median       3Q      Max
-0.07817387 -0.01293010 -0.00051619  0.00852316  0.08388806

Type: sacmixed
Coefficients: (asymptotic standard errors)
              Estimate Std. Error z value Pr(>|z|)
(Intercept)   1.50295766 0.29857283   5.0338 4.808e-07
EU$PGE_2009    0.00140592 0.00079377   1.7712  0.07653
lag.EU$PGE_2009 0.00175379 0.00120640   1.4537  0.14602

Rho: -0.48962
Asymptotic standard error: 0.28338
z-value: -1.7278, p-value: 0.084022
Lambda: 0.70101
Asymptotic standard error: 0.1904
z-value: 3.6818, p-value: 0.00023163

LR test value: 4.3832, p-value: 0.22295

Log likelihood: 50.89218 for sacmixed model
ML residual variance (sigma squared): 0.00096319, (sigma: 0.031035)
Nagelkerke pseudo-R-squared: 0.2711
Number of observations: 27
Number of parameters estimated: 6
AIC: -89.784, (AIC for lm: -91.401)

```

Para el primer caso vemos que el lag.EU\$PGE\_2009 es decir el rezago del incremento del gasto en educación no es significativo al 0.5 es decir el WX de la ecuación. Los otros parámetros EU\$pge\_2009 E (Intercept) son significativos estadísticamente

Luego viendo el parámetro RHO=-0.48962 expresa un p-value de 0.084022 lo cual al 5% es significativo estadísticamente por lo que debe ir en el modelo, es decir Wy, pero causa curiosidad que dicho rho sea negativo

Posteriormente para el caso de LAMBDA=0.00023163 por lo que también es significativo estadísticamente al 5%

Finalmente la prueba para el modelo arroja un valor p-value de 0.22295 lo cual indica que el modelo no es significativo estadísticamente

Se tiene un valor de pseudo r cuadrado de 0.2711 muy bajo el modelo que se obtuvo es un modelo SARAR

$$y = \rho W y + X \beta + \lambda W \varepsilon + u$$

#### 4. Muestre que un modelo de retardo espacial

$$y_i = \rho \cdot \frac{\sum_{j=1}^n w_{ij} y_j}{\sum_{j=1}^n w_{ij}} + \beta X_i + u_i; \quad |\rho| < 1; \quad u_i | X \approx iid \ N(0, \sigma_u^2 \mathbf{I}_n)$$

puede ser expresado como una autorregresión pura de la variable independiente y con un término de error (media distinta de cero) que incorpora la variable independiente (no estocástica).