Note Curs Fizică

LazR

5 Noiembrie, 2023

Introducere

Derivată:

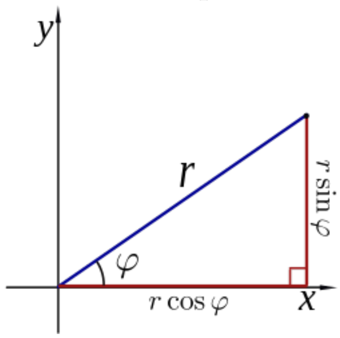
$$f^{'}(x_0) = \lim_{x \to x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \frac{df}{dx}$$

Integrală:

$$\int f(x)dx = F(x) + C$$

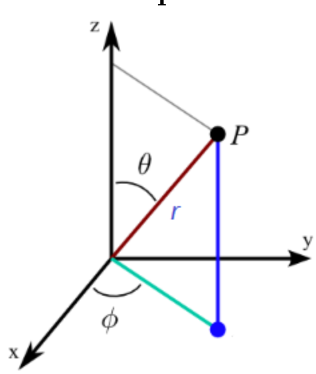
$$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$$

Coordonate polare în plan:



$$\begin{cases} x = rcos\theta \\ y = rsin\theta \end{cases}$$

Coordonate polare în spațiu:



$$\begin{cases} x = rsin\theta cos\phi \\ y = rsin\theta sin\phi \\ z = rcos\theta \end{cases}$$

Gradient:

$$grad(f) = \frac{\partial f}{\partial x}i + \frac{\partial f}{\partial y}j + \frac{\partial f}{\partial z}k = \nabla f$$

$$\nabla = \frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k$$

Divergență:

$$div(V) = \nabla \cdot V = \left(\frac{\partial}{\partial x}i + \frac{\partial}{\partial y}j + \frac{\partial}{\partial z}k\right) \cdot (V_x i + V_y j + V_z k)$$

$$div(V) = \frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z}$$

Rotor:

$$\nabla \times V = \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ V_x & V_y & V_z \end{vmatrix}$$

Mecanică Clasică

Vectorul de poziție:

$$r(t) = x(t)i + y(t)j + z(t)k$$

Vectorul deplasare:

$$\Delta r = r_2 - r_1$$

Viteza medie:

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

Viteza momentană:

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$$

Interpretare geometrică: panta tangentei la grafic în punctul studiat.
Accelerația medie:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

Accelerația momentană:

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

Principiile mecanicii clasice:
I. Orice corp își menține starea de repaus, sau de mișcare rectilinie uniformă, dacă asupra lui nu acționează o forță externă.
II. O forță care acționează asupra unui corp îi imprimă acestuia o accelerație egală cu raportul dintre forță și masa corpului.

$$a = \frac{F}{m}$$

III. Dacă un corp acționează asupra altui corp, celălalt corp va acționa de asemenea asupra primului cu o forță egală în modul și de sens opus.

$$F_{AB} = -F_{BA}$$

IV. Fiecare dintre forțele la care este supus un corp acționează independent de celelalte forțe aplicate.

$$R = \sum_{i}^{n} F_i$$

Ecuații de mișcare:

$$v = v_0 + at$$
$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$
$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

Greutatea:

$$G = mg$$

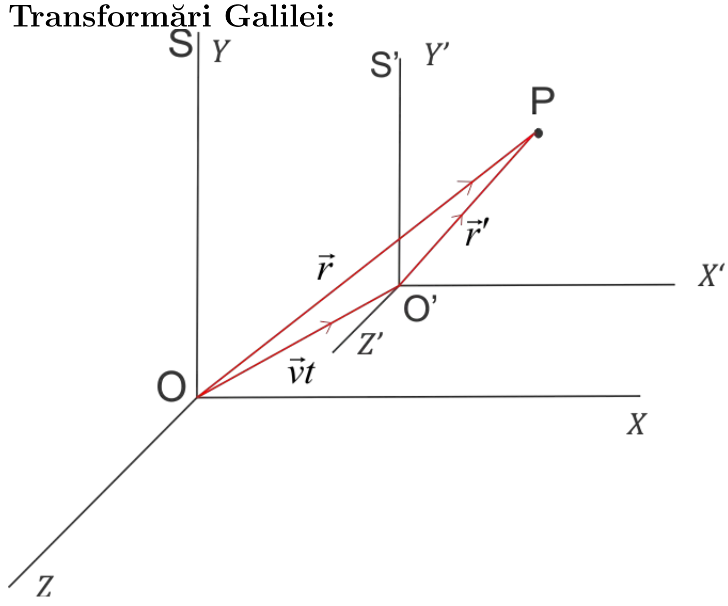
Forța de atracție gravitațională:

$$F = K\frac{m_1 m_2}{r^2}$$

Forța de frecare cinetică:

$$F_f = \mu N$$

Transformări Galilei:



$$\begin{cases} r = r^{'} + vt \\ t = t^{'} \\ u = u^{'} + v \\ a = a^{'} \end{cases}$$

Transformări Lorentz:
Pentru $\beta = \frac{v}{c}$:

$$\begin{cases} x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1-\beta^2}} \\ y' = y \\ z' = z \\ t' = \frac{t - x\frac{v}{c^2}}{\sqrt{1-\beta^2}} \end{cases}$$

Postulat I: Legile fenomenelor fizice au aceeași formă în toate sistemele de referință inerțiale.
Postulat II: Viteza luminii este aceeași, în toate sistemele de referință inerțiale.
Contracția lungimii:

$$l = l_0\sqrt{1-\beta^2}$$

Dilatarea timpului:

$$\Delta t = \frac{\Delta t_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

Impulsul:

$$p = mv$$

Teorema impulsului:

$$F = ma = m\frac{dv}{dt} = \frac{dmv}{dt} = \frac{dp}{dt}$$

Legea de conservare a impulsului: Dacă rezultanta forțelor este nulă, atunci impulsul se conservă.
Momentul cinetic:

$$J = r \times p$$

Momentul forței:

$$M = r \times F$$

Teorema momentului cinetic:

$$\frac{dJ}{dt} = \frac{d(r \times p)}{dt} = r \times \frac{dp}{dt} + p \times \frac{dr}{dt} = r \times F = M$$

Legea de conservare a momentului cinetic: Dacă momentul forței rezultante este nul, momentul cinetic se conservă.
Lucrul mecanic:

$$L_{12} = \int_1^2 F dr$$

Energia cinetică:

$$E_c = \frac{1}{2} m v^2$$

Teorema variației energiei cinetice:

$$L_{12} = \int_1^2 madr = m \int_1^2 \frac{dv}{dt} dr = m \int_1^2 v dv = \frac{mv_2^2}{2} - \frac{mv_1^2}{2} = \Delta E_c$$

Puterea:

$$P = \frac{dL}{dt} = F \frac{dr}{dt} = Fv$$

Energia potențială:

$$L_{12} = \int_1^2 F_p dr = E_p r_1 - E_p r_2$$

$$F = -\nabla E_p$$

Teorema variației energiei potențiale:

$$\Delta E_p = -L_{cons}$$

Energia mecanică:

$$E_m = E_c + E_p$$

Teorema variației energiei mecanice:

$$E_m = \Delta L_{necons}$$

Legea conservării energiei mecanice: Dacă rezultanta forțelor neconservative este nulă, energia mecanică rămâne constantă.

Masa totală a unui sistem:

$$M = \sum_{i=1}^{n} m_i$$

Centrul de masă:

$$X_{CM} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^{N} m_i x_i$$

Principiul II pentru sistemul de puncte:

$$F_i^{(e)} + \sum_j F_{ij}^{(i)} = m_i \frac{dr_i^2}{d^2 t}$$

$$F_{ij}^{(i)} = -F_{ji}^{(i)}$$

Impulsul sistemului de puncte:

$$\frac{dP}{dt} = F_{ext}$$

Teorema momentului cinetic al sistemului de puncte:

$$\frac{dJ_{total}}{dt} = M_{rez}$$

Teorema variației energiei cinetice a sistemului de puncte:

$$\Delta E_c = L_{int} + L_{ext}$$

Teorema energiei mecanice a sistemului de puncte:

$$\Delta E = L_{disipativ}$$

Compunerea vitezelor:

$$v_{abs} = v_{transp} + v_{rel}$$

Mișcarea de rotație:

$$v_{transp} = \frac{dR}{dt} + \omega \times r^{'}$$

$$v_{rel} = \frac{dr^{'}}{dt}$$

$$a_{abs} = a_{transp} + a_{rel} + a_{coriolis}, \text{ unde } a_{coriolis} = 2\omega \times v_{rel}$$

Momentul de inerţie:

$$I = \sum_{i=1}^{N} m_i r_i^2$$

Întrebări:
1. Care sunt cele 7 mărimi fizice fundamentale din S.I. și unitățile lor de măsură?

Lungimea L - metru [m]
Timpul t - secundă [s]
Masa M - kilogram [kg]
Temeratura - Kelvin [K]
Intensitatea curentului electric I - Amper [A]
Intensitatea luminoasă I_L - Candela [cd]
Cantitatea de substanță - mol

2. Ce mărimi se măsoară în radiani, respectiv steradiani și cum se definesc aceste unități?

Radianul este unitatea de măsură pentru unghiul plan și reprezintă unghiul la centrul cercului ce descrie un arc cu lungimea egală cu raza cercului.

Steradianul este unitatea de măsură pentru unghiul în spațiu și reprezintă unghiul cu vârful în centrul sferei care delimitează pe suprafața sferei o arie egală cu raza sferei.

3. Care sunt multiplii și submultiplii unităților de măsură?

atto - a - 10^{-18}
femto - f - 10^{-15}
pico - p - 10^{-12}
nano - n - 10^{-9}
micro - μ - 10^{-6}
mili - m - 10^{-3}
centi - c - 10^{-2}
deci - d - 10^{-1}
deca - da - 10
hecto - h - 10^{2}
kilo - k - 10^{3}
mega - M - 10^{6}
giga - G - 10^{9}
tera - T - 10^{12}
peta - P - 10^{15}
exa - E - 10^{18}

4. Ce reprezintă vectorul de poziție? Dar traiectoria?

Vectorul de poziție este un vector cu originea în originea sistemului de coordonate și vârful î punctul în care se află corpul. Formula sa este:

$$r(t) = x(t)i + y(t)j + z(t)k$$

Traiectoria reprezintă locul geometric al pozițiilor succesive ale punctului material în raport cu un sistem de referință ales.

5. Definiți viteza momentană și medie, respectiv accelerația momentană și medie.

Viteza medie a punctului material reprezintă raportul dintre deplasare ș intervalul de timp în care a fost efectuată aceasta. Viteza momentană reprezintă viteza punctului material la un moment dat.

$$v_m = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$

$$v = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{dr}{dt}$$

Accelerația medie a punctului material reprezintă variația vitezei punctului materical în raport cu timpul. Accelerația momentană reprezintă accelerația punctului material la un moment dat.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$a = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{dv}{dt}$$

6. Enunțați principiile mecanicii clasice.

I. Orice corp își menține starea de repaus, sau de mișcare rectilinie uniformă, dacă asupra lui nu acționează o forță externă.
II. O forță care acționează asupra unui corp îi imprimă acestuia o accelerație egală cu raportul dintre forță și masa corpului.

$$a = \frac{F}{m}$$

III. Dacă un corp acționează asupra altui corp, celălalt corp va acționa de asemenea asupra primului cu o forță egală în modul și de sens opus.

$$F_{AB} = -F_{BA}$$

IV. Fiecare dintre forțele la care este supus un corp acționează independent de celelalte forțe aplicate.

$$R = \sum_{i}^{n} F_i$$

7. Ce este un câmp de forțe conservative? Dar un câmp central?

O forță a cărei lucru mecanic depinde doar de pozițiile inițială și finală se numește forță conservativă iar regiunea din spațiu în care acționează astfel de forțe poartă numele de câmp conservativ.

O forță centrală este o forță a cărei mărime este determinată numai de distanț de la punctul material la un punct central fix iar regiunea din spațiu în care acționează astfel de forțe poartă numele de câmp central.

Oscilații Mecanice

Prin mișcare oscilatorie se înțelege fenomenul fizic în decursul căruia are loc o transformare energetică, în mod periodic, sau cvasiperiodic, reversibil sau parțial reversibil.
Forța elastică

$$F = -ky$$

Poziția de echilibru reprezintă starea în care energia potențială este minimă.
Ecuția diferențială a oscilațiilor simple:

$$F_e = ma$$
$$-ky = my^{''}$$
$$y^{''} + \frac{k}{m}y = 0$$
$$y^{''} + \left(\sqrt{\frac{k}{m}}\right)^2 y = 0$$
$$y^{''} + \omega_0^2 y = 0, \text{ unde } \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$
$$\text{Ecutația caracteristică: } \lambda^2 + \omega_0^2 = 0$$
$$y(t) = c_1 e^{i\omega_0 t} + c_2 e^{-i\omega_0 t}$$
$$y(t) = Asin(\omega_0 t + \phi)$$

Viteza de oscilație:

$$v = \omega_0 Acos(\omega_0 t + \phi)$$

Energia cinetică a oscilatorului:

$$E_c = \frac{m\omega_0^2}{2} A^2 cos(\omega_0 t + \phi)$$

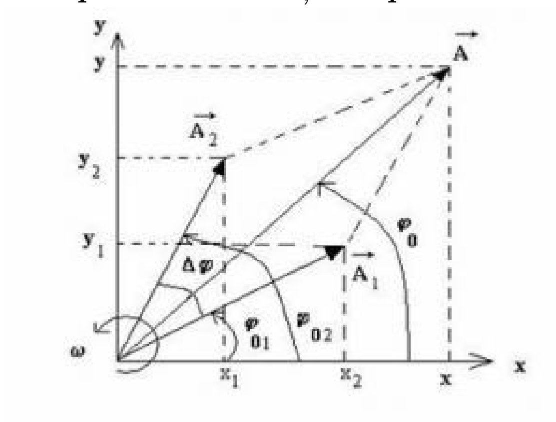
Energia potențială a oscilatorului:

$$E_c = \frac{m\omega_0^2}{2} A^2 sin(\omega_0 t + \phi)$$

Energia mecanică a oscilatorului:

$$E_m = \frac{m\omega_0^2}{2}A^2$$

Compunerea oscilațiilor paralele de aceeași pulsație:



$$y_1 = A_1 sin(\omega_0 t + \phi_1)$$
$$y_1 = A_2 sin(\omega_0 t + \phi_2)$$
$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2cos(\phi_2 - \phi_1)}$$
$$tan(\alpha) = \frac{A_1 sin\phi_1 + A_2 sin\phi_2}{A_1 cos\phi_1 + A_2 cos\phi_2}$$

$$A = 0 \iff A_1 = A_2 \wedge \phi_2 - \phi_1 = \pi$$

Compunerea oscilațiilor paralele de pulsație puțin diferită:

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2cos(\Delta\omega t + \phi_2 - \phi_1)}$$

Pentru $A_1 = A_2$:

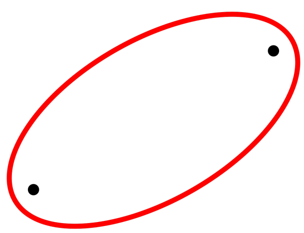
$$A = A_1\sqrt{2(cos(\Delta\omega t + \phi_2 - \phi_1) + 1)} = A_1\sqrt{4cos^2\left(\frac{\Delta\omega}{2}t + 2\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)}$$

$$A = 2A_1 cos\left(\frac{\Delta\omega}{2}t + \frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)$$

Fenomenul de bătăi:
Fenomenul de bătăi apare la modificarea în timp a amplitudinii, modificare a cărei perioadă este dată de momentele de timp în care amplitudinea devine zero, adică intervalul în care argumentul se modifică cu valoarea π.

$$\frac{\Delta\omega}{2}T_b + \frac{\phi_2 - \phi_1}{2} = \pi + \frac{\phi_2 - \phi_1}{2} \Rightarrow T_b = \frac{2\pi}{\Delta\omega}$$

Compunerea oscilațiilor perpendiculare de aceeași pulsație:



$$x = A_x cos(\omega_0 t + \phi_1)$$

$$y = A_y cos(\omega_0 t + \phi_2)$$

$$\left(\frac{x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_y}\right)^2 = 4cos^2\left(\frac{2\omega_0 t + \phi_1 + \phi_2}{2}\right)cos^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right) - 2cos(\omega_0 t + \phi_1)cos(\omega_0 t + \phi_2)$$

$$\left(\frac{x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_y}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{A_x}\right)\left(\frac{y}{A_y}\right)cos(\phi_2 - \phi_1) = 4sin^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)cos^2\left(\frac{\phi_2 - \phi_1}{2}\right)$$

$$\left(\frac{x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_y}\right)^2 + 2\left(\frac{x}{A_x}\right)\left(\frac{y}{A_y}\right)cos(\phi_2 - \phi_1) = sin^2(\phi_2 - \phi_1)$$

Dacă $\phi_2 - \phi_1 = n\pi$, $\left(\frac{x}{A_x} \pm \frac{y}{A_y} = 0\right)$:

$$y = \pm\frac{xA_x}{A_y}$$

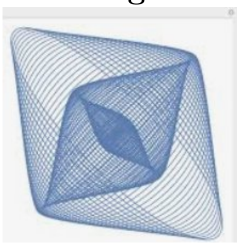
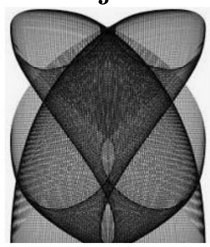
Dacă în plus, $A_1 = A_2$:

$$y = \pm x$$

Dacă $\phi_2 - \phi_1 = (2n+1)\frac{\pi}{2}$ și $A_1 = A_2 = A$:

$$x^2 + y^2 = A^2$$

Dacă pulsațiile sunt diferite și $\frac{\omega_1}{\omega_2} \in \mathbb{Q}$, atunci traiectoriile sunt curbe închise, numite **figurile lui Lissajoux**.

Forța de rezistență:

$$F_r = -ry^{'}$$

Ecuația diferențială a oscilațiilor amortizate:

$$my^{''} = -ky - ry^{'}$$

$$y^{''} + 2\beta y^{'} + \omega_0^2 y = 0, \text{ unde } \beta = \frac{r}{2m}$$

$$\text{Ecuația caracteristică: } \lambda^2 + 2\beta\lambda + \omega_0^2 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - \omega_0^2}$$

Cazul $\beta > \omega_0$: rădăcinile sunt reale și distincte; mișcarea este neperiodică, iar elongația tinde la 0; forța de frecare este prea mare.
Cazul $\beta = \omega_0$: soluție unică; mișcare aperiodică critică.
Cazul $\beta < \omega_0$:

$$y = Ae^{-\beta t} sin(\omega t + \phi)$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}$$

Amplitudinea scade exponențial în timp.
Decrementul logaritmic al amoritzării:

$$\delta = ln\frac{y(t)}{y(t+T)} = ln\frac{A(t)}{A(t+T)} = ln\frac{Ae^{-\beta t}}{Ae^{-\beta(t+T)}} = \beta T$$

Perioada oscilațiilor amortizate:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{\sqrt{\omega_0^2 - \beta^2}} = \frac{T_0}{\sqrt{1 - \left(\frac{\beta}{\omega_0}\right)^2}}$$

Timpul de relaxare:
Timpul în care energia scade de e ori:

$$e = \frac{A^2 e^{-2\beta t}}{A^2 e^{-2\beta(t+\tau)}} = e^{2\beta\tau} \Rightarrow \tau = \frac{1}{2\beta}$$

Forța perturbatoare:

$$F_p = F_0 sin(\omega_p t)$$

Ecuația diferențială a oscilațiilor forțate:

$$-ky - ry^{'} + F_0 sin(\omega_p t) = my^{''}$$

$$y^{''} + 2\beta y^{'} + \omega_0^2 y = \frac{F_0}{m} sin(\omega_p t)$$

$$y = A_p sin(\omega_p t + \phi_p)$$

$$\frac{d^2(A_p sin(\omega_p t + \phi_p))}{dt^2} + 2\beta \frac{d(A_p sin(\omega_p t + \phi_p))}{dt} + \omega_0^2 A_p sin(\omega_p t + \phi_p) = \frac{F_0}{m} sin(\omega_p t)$$

$$\omega_p^2 A_p sin(\omega_p t + \phi_p) + 2\beta A_p \omega_p cos(\omega_p t + \phi_p) + \omega_0^2 A_p sin(\omega_p t + \phi_p) = \frac{F_0}{m} sin(\omega_p t)$$

$$\begin{cases} (\omega_0^2 - \omega_P^2) A_p sin\phi_p + 2\beta\omega_p A_p cos\phi_p = cos\left(\frac{\pi}{2}\right)\frac{F_0}{m} = 0 \\ (\omega_0^2 - \omega_P^2) A_p cos\phi_p - 2\beta\omega_p A_p sin\phi_p = sin\left(\frac{\pi}{2}\right)\frac{F_0}{m} = \frac{F_0}{m} \end{cases}$$

$$\begin{cases} A_p = \frac{F_0}{m\sqrt{(\omega_0^2 - \omega_p^2)^2 + 4\beta^2\omega_p^2}} \\ \phi_p = arctan\left(\frac{2\beta\omega_p}{\omega_p^2 - \omega_0^2}\right) \end{cases}$$

Puterea instantanee absorbită:

$$P_{abs}(t) = F_0 \omega_p A_p sin(\omega_p t) cos(\omega_p t + \phi_p)$$

Puterea absorbită medie:
Folosind $\int sin(u)cos(u)du = -\frac{cos^2 u}{2}$:

$$\langle P_{abs} \rangle = \frac{1}{T_p}\int_0^{T_p} P_{abs} dt = \beta \frac{F_0^2}{m} \frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2 - \omega_p^2) + 4\beta^2\omega_p^2}$$

Puterea instantanee disipată:

$$P_{dis}(t) = \frac{dL_{dis}}{dt} = -F_r\frac{dy_p}{dt} = 2m\beta\left(\frac{dy_p}{dt}\right)^2$$

$$F_r = -rv = 2\beta md\frac{dy_p}{dt}$$

Puterea disipată medie:

$$\langle P_{dis}\rangle = \frac{1}{T_p}\int_0^{T_p} P_{dis}(t)dt = m\beta\omega_p^2A_p^2 = \beta\frac{F_0^2}{m}\frac{\omega_p^2}{(\omega_0^2-\omega_p^2)+4\beta^2\omega_p^2}$$

Puterea maximă:

$$P_{max} = P(\omega_0) = m\beta\omega_0^2A_{p,max}^2 = \frac{1}{4}\frac{F_0^2}{m\beta}$$

Puterea efectivă:

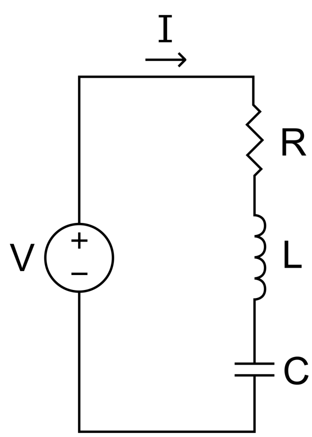
$$P_{ef} = m\beta\omega_p^2A_{p,ef}^2 = m\beta\omega_p^2\left(\frac{A_{p,max}^2}{\sqrt{2}}\right) = \frac{P_{max}}{2}$$

Factorul de calitate:

$$Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega_{rez}} = \omega_0\tau$$

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\omega_0^2+2\beta}\pm\beta$$

Analogii electromagnetice:



$$u_L = -\frac{d\phi}{dt} = -L\frac{di(t)}{dt}$$

Conform Kirchhoff II:

$$u_L(t) = u_C(t) + u_R(t),$$

unde $u_c(t) = \frac{1}{C}q(t) = \frac{1}{C}\int i(t)dt$ și $u_R(t) = Ri(t)$.

$$-L\frac{di(t)}{dt} = \frac{1}{C}\int i(t)dt + Ri(t)$$

$$L\frac{d^2i}{dt^2} + R\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}i(t) = 0$$

Observăm similaritățile cu formula:

$$m\frac{d^2y}{dt^2} + r\frac{dy}{dt} + ky(t) = 0$$

$$\begin{cases} i(t) - y(t) \\ L - m \\ R - r \\ \frac{1}{C} - k \\ \omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} - \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \\ \beta = \frac{R}{2L} - \beta = \frac{r}{2m} \\ Q = \frac{1}{R}\sqrt{\frac{L}{C}} - Q = \frac{1}{r}\sqrt{mk} \end{cases}$$

Unde Elastice

Prin undă se înțelege o perturbație care se propagă în spațiu, din aproape în apropape, prin intermediul unui câmp.

Viteza de propagare a undelor longitudinale:

i) mediu solid: $v_s = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$, unde E - modulul de elasticitate Young, ρ - densitatea mediului de propagare

ii) mediu lichid: $v_l = \sqrt{\frac{\mathcal{X}}{\rho}}$. unde $\mathcal{X}$ - coeficientul de compresibilitate al lichidului

iii) mediu gazos: $v_g = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}, \gamma = \frac{C_p}{C_v}$, unde $\gamma = \frac{C_p}{C_\nu}$ - coeficientul adiabatic

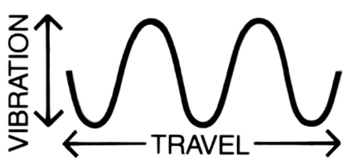
Viteza de propagare a undelor transversale:

$$v_t = \sqrt{\frac{\tau}{\mu}},$$

unde τ - tensiunea mecanică, μ - masa solară.

Funcția de undă:

$$\psi(r, t) = \psi(x, y, z, t)$$



Ecuația undei plane:

$$y(t) = Asin\omega(t - t_1)$$

$$y(t) = Asin\frac{2\pi}{T}\left(t - \frac{x}{v}\right) = Asin2\pi\left(\frac{t}{T} - \frac{x}{\lambda}\right)$$

Vectorul de undă:

$$k = kn = \frac{2\pi}{\lambda}n = \frac{\omega}{v}n$$

Ecuația undei monocromatice plane:

$$y = Asin(\omega t - kr)$$

Faza undei:

$$\alpha(r,t) = \omega t - kr$$

Ecuația diferențială a undelor:

$$\psi(r,t) = \psi\left(t \pm \frac{kr}{\omega}\right), ||k|| = \frac{2\pi}{\lambda}$$

$$\Delta\psi - \frac{1}{v^2}\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = 0$$

Energia mecanică a undei:

$$W = W_c + W_p$$

Energia cinetică a unei particule la care a ajuns unda:

$$W_{c,1} = \frac{1}{2}m_1\omega^2 A^2 cos^2\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

Energia cinetică a tuturor particulelor din volumul ΔV:

$$\Delta W_c = \frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2 A^2 cos^2\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

Lucrul mecanic al forței elastice:

$$L = \int_0^{\Delta l} F_{el}dx = -E\frac{\Delta S}{l_0}\int_0^{\Delta l} xdx = -\frac{E}{2}\left(\frac{\Delta l}{l_0}\right)^2 (l_0\Delta S) = -\frac{E}{2}\epsilon^2\Delta V$$

$$\epsilon = -\frac{\omega}{v}Acos\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

Energia potențială a tuturor particulelor din volumul ΔV:

$$\Delta W_p = -L = \frac{1}{2}\rho\Delta V\omega^2 A^2 cos^2\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

Densitățile de energie ($\Delta V \to 0$):

$$w = \lim_{\Delta V \to 0}\frac{\Delta W}{\Delta V} = \rho\omega^2 A^2 cos^2\omega\left(t - \frac{x}{v}\right)$$

Valoarea medie a densității totale de energie:

$$\langle w \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T w(t)dt = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2$$

Fluxul de energie:

$$\phi = \frac{dW}{dt}$$

Denistatea fluxului de energie:

$$j = \frac{d\phi}{dS} = \frac{d}{dS}\left(\frac{dW}{dt}\right) = \frac{d^2W}{dV^2}\frac{dr}{dt} = w \cdot u$$

Intensitatea energetică a undei:

$$\langle I \rangle = \frac{1}{2}\rho\omega^2 A^2 v$$

Absorbția undelor

$$A(x) = A_0 e^{-\gamma x}$$

Legea de absorbție a lui Beer:

$$I(d) = I_0 e^{-\mathcal{K}d}, \mathcal{K} = 2\gamma$$

Interferența a două unde de aceeași frecvență și de sensuri opuse:

$$\psi_1(x,t) = Acos(\omega t - kx + \alpha_1)$$
$$\psi_2(x,t) = Acos(\omega t + kx + \alpha_2)$$
$$\psi(x,t) = \psi_1(x,t) + \psi_2(x,t) = 2Acos\left(kx + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right)cos\left(\omega t + \frac{\alpha_2 + \alpha_1}{2}\right)$$

Amplitudinea constantă a unei unde staționare:

$$A(x) = 2Acos\left(kx + \frac{\alpha_2 - \alpha_1}{2}\right)$$

Pentru $\alpha_1 = 0, \alpha_2 = \pi$:

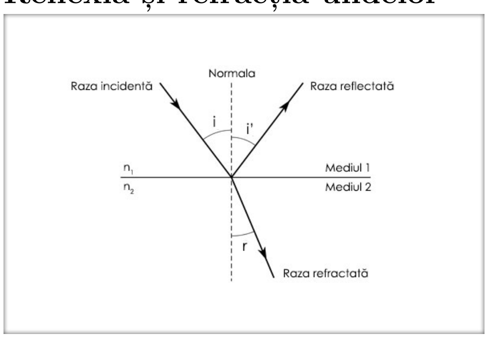
$$A(x) = 2Asin(kx)$$

Noduri și ventre:

$$A(x) = 0 \Rightarrow x = 2n\frac{\lambda}{4}$$

$$A(x) = 2A \Rightarrow x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$$

Reflexia și refracția undelor



Reflexia reprezintă schimbarea direcției de propagare a undei atunci când, propagându-se printr-un mediu, întâlnește alt mediu de propagare, fenomen în urma căruia unde se întoarce în mediul inițial.
Refracția(transmisia) reprezintă schimbarea direcției de propagare, cu pătrundere în celălalt mediu.

Versori:

$$n_i = sin\theta_i j - cos\theta_i k$$

$$n_r = sin\theta_r j + cos\theta_r k$$

$$n_t = sin\theta_t j - cos\theta_t k$$

Prima lege a reflexiei și a refracției:

Direcțiile de propagare ale celor trei unde sunt coplanare.

Legea a doua a reflexiei:

$$\theta_i = \theta_r$$

Legea a doua a refracției:

$$n_1 sin\theta_i = n_2 sin\theta_t$$

Unghi limită:

$$\theta_t = \frac{\pi}{2}$$