

ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ИНФОРМАТИКЕ

Други колоквијум 13.01.2021.године

Време израде 150 минута

Име и презиме:

Број индекса:

Број бодова:

1.[4 поена] Написати програм за израчунавање вредности функције $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ на идеалном рачунару, ако је функција f дата са

$$f(x) = \mu_k \left(4x - \left\lfloor \frac{k+2}{3} \right\rfloor = 0 \right).$$

2.[3 поена] Ана, Боки и Воја су програмери који своје кодове пишу искључиво у једном програмском језику, и то или у програмском језику C или у програмском језику Python (да не би „помешали” синтаксе). Познати су следећи искази:

- (1) Ако Воја пише у програмском језику C, онда Ана и Воја за рад користе исти програмски језик.
- (2) Ако Ана пише у програмском језику Python, онда Боки и Воја пишу у истом програмском језику.
- (3) Ако Боки користи програмски језик Python, онда Воја и Ана не користе исти програмски језик.

Да ли су ове изјаве непротивречне? За кога од њих троје се са сигурношћу може тврдити који програмски језик користи?

3. [2.5 поена] Методом резолуције испитати да ли је формула F таутологија

$$F = (p \vee q \Rightarrow r) \Rightarrow ((p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow r)).$$

4. [2 поена] Свођењем на противречност доказати да је формула

$$(p \Rightarrow q \wedge r) \Rightarrow (p \Rightarrow q) \wedge (p \Rightarrow r)$$

таутологија.

5. [2.5 поена] Доказати

$$\vdash (p \wedge \neg r \Rightarrow \neg q) \Rightarrow (p \wedge q \Rightarrow r).$$

6.[3 поена] У кутији се налази 400 црвених, 600 плавих и 1021 зелена куглица.

- (а) На колико начина се дате куглице могу поређати у низ?
- (б) На колико начина се из кутије може извући 500 куглица тако да међу извученим куглицама буде тачно 300 црвених куглица?

7. [2 поена] Следеће реченице записати језиком предикатског рачуна и проверити њихову тачност на скупу природних бројева:

- (а) За све бројеве важи: ако је број дељив са 2, онда је тај број дељив и са 10.
- (б) Сви парни бројеви су дељиви са 2.
- (в) Неки парни бројеви су дељиви са 10.
- (г) Ниједан број дељив са 10 није паран.

8. [4 поена] Нелогички део језика предикатског рачуна чине следећи скупови

$$Rel = \{R, S\}, Fun = \{F, G, H\}, Const = \{a\}$$

при чему је $ar(R) = ar(S) = 2$, $ar(F) = ar(G) = 2$ и $ar(H) = 1$.

Дати језик је интерпретиран на партитивном скупу скупа $A = \{2, 5, \emptyset\}$ на следећи начин:

$J(R) = \subseteq$ „бити подскуп”,

$J(S) =$ „скуповна једнакост” ($=$),

$J(F) = \cap$, $F(X, Y) = X \cap Y$,

$J(G) = \setminus$, $G(X, Y) = X \setminus Y$,

$J(H) = {}^c$, $H(X) = X^c$ (комплемент),

$J(a) = \emptyset$.

У дефинисаном моделу за валуацију $\mu = \begin{pmatrix} X & Y & Z & \cdots \\ \{2, \emptyset\} & \{2, 5, \emptyset\} & \{5\} & \cdots \end{pmatrix}$:

- (1) израчунати вредност израза $H(F(G(X, Y), a))$;
- (2) испитати тачност формуле $R(X, F(G(H(X), Y), a))$;
- (3) одредити да ли су одговарајуће реченице датог језика тачне или нетачне, у датом моделу: $(\forall M)R(a, M)$ и $(\exists M)(\forall N)(R(M, N) \wedge \neg S(M, N))$.