ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ИНФОРМАТИКЕ

Други колоквијум 15.01.2020. године

Време израде 150 минута

ДРУГА ГРУПА

Име и презиме: Број индекса:

Број бодова:

1. [2,5 поена] Четворо пријатеља Милан, Петар, Ивана и Јована су осумњичени за убиство. Могуће је да је више особа истовремено криво за убиство. Пред истражним судијом они су изјавили следеће:

Јована: Ја нисам крива.

Милан: Ако је Петар крив, крива је и Јована.

Ивана: Ја нисам крива, али је Милан крив или је Јована крива.

Петар: Ако Милан није крив, онда је крива и Ивана.

Да ли су ове четири изјаве непротивречне? Ако свако говори истину ко је крив? (Уколико има више могућих решења навести их све!)

2. [2,5 поена] Методом резолуције испитати да ли је формула F таутологија

$$F = (p \land \neg r \Rightarrow \neg q) \Leftrightarrow ((p \land q) \Rightarrow r)$$

3. [2 поена] Свођењем на противречност доказати да је формула

$$(q \lor p \Rightarrow r) \Leftrightarrow (q \Rightarrow r) \land (p \Rightarrow r)$$

таутологија.

4. [3 поена] Доказати

$$\vdash (p \Rightarrow q \land r) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \land (p \Rightarrow r).$$

5. [4 поена] Од цифара $3, 4, 5, 6, 7, 8, 9$ треба саставити све седмоцифрене бројеве са различитим цифрама код којих се цифре $3, 4$ и 5 налазе једна уз другу:

(а) поређане по величини;

(б) у произвољном распореду.

Колико има таквих бројева? Колико је међу њима таквих бројева, код којих се цифре 6 и 7 налазе испред осталих (за оба дела задатка)? Одговор детаљно образложити!

6. [2 поена] Записати следеће реченице језиком предикатског рачуна:

(а) Постоји момак кога воли свака девојка.

(б) За сваку девојку се може пронаћи момак кога она воли.

(в) Постоји девојка која воли два различита момка.

(г) Постоји момак за кога постоји само једна девојка коју он воли.

7. [2+3 поена] Нелогички део језика предикатског рачуна чине следећи скупови

$$Rel = \{R, S\}, Fun = \{F, G\}, Const = \{a, b\}$$

при чему је $ar(R) = 2$, $ar(S) = 1$, $ar(F) = 2$ и $ar(G) = 1$.

(а) Који од следећих низова симбола је израз, који формула, а који ни једно ни друго?

(1) $F(S(x), G(y))$

(2) $R(y, G(x)) \wedge S(F(b, b))$

(3) $F(F(G(x), F(a, y)), F(a, G(b)))$

(4) $(\forall x)(\exists y)R(x, y) \Leftrightarrow (\forall x)S(x)$

(б) Дати језик је интерпретиран на скупу природних бројева на следећи начин:

$J(R) = |$ дељивост природних бројева
$J(S) =$ бити прост број
$J(F) = f,\ f(x, y) = x + y$
$J(G) = g,\ g : \mathbb{N} \to \mathbb{N},\ g(x) = x^2 + 1$
$J(a) = 2$
$J(b) = 1.$
У дефинисаном моделу $\mathbb{N}$ за валуацију $\mu = \begin{pmatrix} x & y & z & \cdots \\ 1 & 2 & 1 & \cdots \end{pmatrix}$:

(1) израчунати вредност израза: $F(G(x), F(y, G(b)))$ и $G(F(F(a, x), G(y)))$

(2) испитати тачност следећих формула: $R(F(G(x), G(y)), G(F(x, y)))$ и $S(F(a, x)) \vee R(F(a, b), G(y))$

(3) одредити да ли су одговарајуће реченице датог језика тачне или нетачне, у датом моделу: $(\forall m)(\exists n)R(m, n)$ и $(\forall m)(S(m) \Rightarrow \neg((\exists n)R(n, m)))$.

8. [2 поена] Уколико је могуће дати пример модела у коме је реченица тачна и пример модела у коме реченица није тачна:

(1) $(\forall y)(\exists x)\alpha(x, y) \Rightarrow (\exists x)(\forall y)\alpha(x, y)$

(2) $(\exists x)(A(x) \wedge B(x)) \Rightarrow (\exists x)A(x) \wedge (\exists x)B(x)$.