ТЕОРИЈСКЕ ОСНОВЕ ИНФОРМАТИКЕ

Други колоквијум 12.01.2022. године

Име и презиме: Број индекса:

Број бодова:

1. [4 поена] Написати програм за израчунавање вредности функције $f:\mathbb{N}^2 \to \mathbb{N}$ на идеалном рачунару, ако је функција f дата са
$$f(x,y) = \mu_z \left(\max\{x, 3y\} - |2y - z| = 0\right).$$

2. [2,5 поена] Седела су три пријатеља у кладионици и прогнозирала шта ће урадити најбољи нападач гостујуће екипе. Њихове изјаве су биле следеће:

   (1) Ако не добије црвени картон, даће гол без асистенције.

   (2) Ако да гол и асистира, добиће црвени картон.

   (3) Даје гол или асистира или добија црвени картон.

   Ако су на крају сви били у праву, да ли се може закључити да ако је асистирао, добио је и црвени картон?

3. [2,5 поена] Методом резолуције испитати да ли је формула F таутологија
$$F = ((q \vee r) \Rightarrow (p \vee r)) \Rightarrow ((q \vee p) \Rightarrow (p \vee r)).$$

4. [2 поена] Свођењем на противречност доказати да је формула
$$((p \vee q) \wedge (p \Rightarrow r) \wedge (q \Rightarrow s) \wedge \neg(r \vee s)) \Rightarrow ((r \Rightarrow p) \wedge (s \Rightarrow q))$$
таутологија.

5. [3 поена] Доказати
$$\vdash ((q \wedge r) \Rightarrow p) \Rightarrow (q \wedge \neg p \Rightarrow \neg r).$$

6. [2 поена] Направити одговарајући модел и у њему записати следеће реченице језиком предикатског рачуна.

   (а) За сваког власника аутомобила марке „Југо“ може се наћи власник аутомобила марке „Лада“ који је бржи од њега.

   (б) Постоји власник „Југа“ који је бржи од само једног власника аутомобила марке „Лада“.

   (в) Не постоји власник аутомобила марке „Југо“ који је бржи од сваког власника аутомобила марке „Лада“.

7. [2+3 поена] Нелогички део језика предикатског рачуна првог реда чине следећи скупови:

$$Rel = \{M, N\}, Fun = \{P, Q, R\}, Const = \{c, d\}$$

при чему је $ar(M) = 2$, $ar(N) = 1$, $ar(P) = 2$, $ar(Q) = 1$ и $ar(R) = 3$.

   (а) Који од следец1их низова симбола је израз, који формула, а који ни једно ни друго?

      (1) $(\exists x)(\forall y)\,(\neg(N(P(x,c)) \wedge S(d, Q(x))) \Rightarrow R(y, Q(x)))$
      (2) $(\forall y)(M(y, Q(x)) \Rightarrow (\exists x)(\neg Q(P(x,c)) \vee N(d))$
      (3) $R(P(Q(x), c), Q(d), R(d, y, c))$
      (4) $(\exists x)(\forall y)N(P(Q(y), R(c, d, P(x, d))))$

   (б) Дати језик је интерпретиран на скупу реалних бројева на следећи начин:
   $J(M) =<$
   $J(N) =$'бити прост број'
   $J(P) = f$, $f(x, y) = 1 - x - 2y$
   $J(Q) = g$, $g(x) = x + 1$
   $J(R) = h$, $h(x, y, z) = x \cdot y + z$
   $J(c) = 1$
   $J(d) = 3$.
   У дефинисаном моделу за валуацију $\mu = \begin{pmatrix} x & y & z & \cdots \\ -1 & -1 & 2 & \cdots \end{pmatrix}$:

      (1) израчунати вредност израза $P(P(x, c), Q(P(y, Q(c))))$;
      (2) испитати тачност формула $N(Q(P(d, y)))$ и $M\,(Q(c), P(Q(x), P(y, d)))$;
      (3) одредити да ли је одговарајућа реченица датог језика тачна или нетачна и написати како она гласи у датом моделу $(\forall m)(\exists n)(N(m) \wedge N(n) \Rightarrow (N(Q(m)) \wedge M(m, P(m, n))))$;

8. [2 поена] Дати пример модела у коме је реченица тачна и пример модела у коме реченица није тачна:

$$(\forall x)(\alpha(x) \Rightarrow \beta(x)) \wedge (\exists x)\alpha(x) \Rightarrow (\forall x)\beta(x).$$