

PREDSTAVLJANJE OZNAČENIH BROJEVA

PREDSTAVLJANJE OZNAČENIH BROJEVA

Označeni brojevi su brojevi čiji zapis uključuje i cifru znaka.

Cifra na mestu najveće težine (krajnje leva cifra) označava znak broja.

Znak broja se predstavlja:

- najmanjom cifrom sistema ukoliko je broj pozitivan,
- najvećom cifrom ukoliko je negativan.

NAČINI PREDSTAVLJANJA OZNAČENIH BROJEVA

Zapisi se
međusobno
razlikuju po
načinu
predstavljanja
apsolutne
vrednosti broja

- Znak i apsolutna vrednost
- Nepotpuni komplement
- Potpuni komplement
- Zapis sa uvećanjem k (višak k)

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM ZNAKA I APSOLUTNE VREDNOSTI

- Kada je broj pozitivan, ispred zapisa broja dodajemo 0
- U slučaju kada je broj negativan, ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
- Moramo unapred znati koja je dužina zapisa broja, kako ne bismo neoznačeni broj pogrešno protumačili.
 - neoznačeno 1001_2 je 9_{10}
 - označeno 1001_2 je -1_{10}

[illegible]

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM ZNAKA I APSOLUTNE VREDNOSTI

- Kada je broj pozitivan, ispred zapisa broja dodajemo 0
- U slučaju kada je broj negativan, ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
- Moramo unapred znati koja je dužina zapisa broja, kako ne bismo neoznačeni broj pogrešno protumačili.
 - neoznačeno 1001_2 je 9_{10}
 - označeno 1001_2 je -1_{10}

[illegible]

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM ZNAKA I APSOLUTNE VREDNOSTI

- Kada je broj pozitivan, ispred zapisa broja dodajemo 0
- U slučaju kada je broj negativan, ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
- Moramo unapred znati koja je dužina zapisa broja, kako ne bismo neoznačeni broj pogrešno protumačili.
 - neoznačeno 1001_2 je 9_{10}
 - označeno 1001_2 je -1_{10}

Broj	Znak i apsolutna vrednost
$+127_{10}$	0127
-127_{10}	9127
$+64_8$	
-64_8	

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM ZNAKA I APSOLUTNE VREDNOSTI

- Kada je broj pozitivan, ispred zapisa broja dodajemo 0
- U slučaju kada je broj negativan, ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
- Moramo unapred znati koja je dužina zapisa broja, kako ne bismo neoznačeni broj pogrešno protumačili.
 - neoznačeno 1001_2 je 9_{10}
 - označeno 1001_2 je -1_{10}

Broj	Znak i apsolutna vrednost
$+127_{10}$	0127
-127_{10}	9127
$+64_8$	064
-64_8	764

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM ZNAKA I APSOLUTNE VREDNOSTI

- Kada je broj pozitivan, ispred zapisa broja dodajemo 0
- U slučaju kada je broj negativan, ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
- Moramo unapred znati koja je dužina zapisa broja, kako ne bismo neoznačeni broj pogrešno protumačili.
 - neoznačeno 1001_2 je 9_{10}
 - označeno 1001_2 je -1_{10}

Broj	Znak i apsolutna vrednost
$+127_{10}$	0127
-127_{10}	9127
$+64_8$	064
-64_8	764
$+AB_{16}$	
$-AB_{16}$	

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM ZNAKA I APSOLUTNE VREDNOSTI

- Kada je broj pozitivan, ispred zapisa broja dodajemo 0.
- Kada je broj negativan, ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
- Moramo unapred znati koja je dužina zapisa broja, kako ne bismo neoznačeni broj pogrešno protumačili.
 - neoznačeno 1001_2 je 9_{10}
 - označeno 1001_2 je -1_{10}

Broj	Znak i apsolutna vrednost
$+127_{10}$	0127
-127_{10}	9127
$+64_8$	064
-64_8	764
$+AB_{16}$	0AB
$-AB_{16}$	FAB

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM ZNAKA I APSOLUTNE VREDNOSTI

- Kada je broj pozitivan, ispred zapisa broja dodajemo 0
- U slučaju kada je broj negativan, ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
- Moramo unapred znati koja je dužina zapisa broja, kako ne bismo neoznačeni broj pogrešno protumačili.
 - neoznačeno 1001_2 je 9_{10}
 - označeno 1001_2 je -1_{10}

Broj	Znak i apsolutna vrednost
$+127_{10}$	0127
-127_{10}	9127
$+64_8$	064
-64_8	764
$+AB_{16}$	0AB
$-AB_{16}$	FAB
$+0101_2$	
-0101_2	

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM ZNAKA I APSOLUTNE VREDNOSTI

- Kada je broj pozitivan, ispred zapisa broja dodajemo 0
- U slučaju kada je broj negativan, ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
- Moramo unapred znati koja je dužina zapisa broja, kako ne bismo neoznačeni broj pogrešno protumačili.
 - neoznačeno 1001_2 je 9_{10}
 - označeno 1001_2 je -1_{10}

Broj	Znak i apsolutna vrednost
$+127_{10}$	0127
-127_{10}	9127
$+64_8$	064
-64_8	764
$+AB_{16}$	0AB
$-AB_{16}$	FAB
$+0101_2$	00101
-0101_2	10101

ZA U SISTEMU SA OSNOVOM $N \rightarrow$ DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0220)_3 =$

ZA U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0220)_3 = +(220)_3 = +(2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3) = +24$

ZA U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0220)_3 = +(220)_3 = +(2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3) = +24$
- $(521)_6 =$

ZA U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0220)_3 = +(220)_3 = +(2 \cdot 3^2 + 2 \cdot 3) = +24$
- $(521)_6 = -(21)_6 = -(2 \cdot 6 + 1) = -13$

KOLIKO BROJEVA U **ZA** ZAPISU MOŽEMO PREDSTAVITI SA 4 BITA?

- Četiri bita odvojena za predstavljanje označenog broja.
- Krajnji levi bit ćemo koristiti za zapis znaka broja, što nam ostavlja 3 bita za njegovu apsolutnu vrednost.
- $2^3 = 8$ različitih brojeva.
- 8 pozitivnih i 8 negativnih brojeva = ukupno 16 brojeva.
- Najveći broj je +7, a najmanji -7.
- Ali od -7 do +7 ima ukupno 15 brojeva. Gde se onda krije još jedan ?



KOLIKO BROJEVA U ZA ZAPISU MOŽEMO PREDSTAVITI SA N BITOVA?

1111	-7
1110	-6
1101	-5
1100	-4
1011	-3
1010	-2
1001	-1
1000	-0
0000	+0
0001	+1
0010	+2
0011	+3
0100	+4
0101	+5
0110	+6
0111	+7

- Postoje dve nule, pozitivna nula i negativna nula.
- Sa n bitova možemo predstaviti $2 \cdot 2^{n-1}$ različitih brojeva, od čega su dve nule.
- Minimalni broj koji možemo predstaviti je $-2^{n-1} + 1$, a maksimalni $2^{n-1} - 1$.

ZA ZAPIS – PROMENA ZNAKA

- Promena znaka se vrši tako što se komplementira* bit za znak broja.

Dekadna vrednost	Binarni zapis (u okviru 1 bajta)
+9	00001001
+5	00000101
-5	10000101
-9	10001001

*Dopunjava do vrednosti najveće cifre.

ZA ZAPIS – CELOBROJNA ARITMETIKA

- Pravila za određivanje zbira $A+B$ brojeva u ZA zapisu:
 - Ako su zadati brojevi istog znaka, tog znaka je i rezultat. Apsolutna vrednost zbira je zbir apsolutnih vrednosti sabiraka.
 - Ako su zadati brojevi različitog znaka, znak rezultata odgovara sabirku sa većom apsolutnom vrednošću. Apsolutna vrednost zbira se dobija kada se od veće apsolutne vrednosti oduzme manja apsolutna vrednost.
- Pravila oduzimanja:
 - Kako je $A-B = A + (-B)$ prvo se vrši promena znaka broja B , a zatim se postupa u skladu sa pravilima za sabiranje brojeva zapisanih u znaku i apsolutnoj vrednosti.

ZA ZAPIS – CELOBROJNA ARITMETIKA

- $+14 + 10$

$$A=+14 \quad = \quad 0 \mid 0001110$$

$$B=+10 \quad = \quad 0 \mid 0001010$$

$$C=24 \quad = \quad 0 \mid 0011000$$

ZA ZAPIS – CELOBROJNA ARITMETIKA

- $+14 + 10$

$$\begin{array}{rcl} A=+14 & = & 0 \mid 0001110 \\ B=+10 & = & 0 \mid 0001010 \\ \hline C=24 & = & 0 \mid 0011000 \end{array}$$

- $-14 - (+10) = -14 + (-10)$

$$\begin{array}{rcl} A=-14 & = & 1 \mid 0001110 \\ B=-10 & = & 1 \mid 0001010 \\ \hline C=-24 & = & 1 \mid 0011000 \end{array}$$

ZA ZAPIS – CELOBROJNA ARITMETIKA

- $+14 + 10$

A=+14	=	0		0001110
B=+10	=	0		0001010
<hr/>				
C=24	=	0		0011000

- $-14 - (+10) = -14 + (-10)$

A=-14	=	1		0001110
B=-10	=	1		0001010
<hr/>				
C=-24	=	1		0011000

- $23 - 5 = +23 + (-5)$

A=+23	=	0		0010111
B=-5	=	1		0000101
<hr/>				
C=+18	=	0		0010010

PREKORAČENJE

- Prekoračenje može da se javi pri sabiranju i pri promeni znaka najmanjeg celog broja zapisanog u potpunom komplementu.
- Pravila za otkrivanje prekoračenja:

Ako se sabiraju dva broja istog znaka, prekoračenje se javlja ako rezultat sabiranja ima suprotan znak.

Prekoračenje se javlja ako je za zapis apsolutne vrednosti zbira potreban veći broj cifara nego za zapis apsolutnih vrednosti sabiraka.

PRIMERI PREKORAČENJA PRILIKOM SABIRANJA U ZA ZAPISU

- $127 + 3$

$A=127$	$=$	0		1111111
$B=3$	$=$	0		0000011
<hr/>				
$C=-2$	$=$	1		0000010

prekoračenje

- $-127 + (-64)$

$A=-127$	$=$	1		1111111
$B=-64$	$=$	1		1000000
<hr/>				
$C=?$	$=$	11		0111111

prekoračenje

NEDOSTATAK ZA ZAPISA

- Postoje dva različita binarna zapisa koji reprezentuju nulu što otežava izvođenje računskih operacija i operacija poređenja sa nulom. Na primer u 8-bitnom zapisu:

$$+0_{10} = 00000000$$

$$-0_{10} = 10000000$$

NEPOTPUNI KOMPLEMENT

- Binarni zapis podataka u nepotpunom komplementu je razvijen u cilju efikasnije realizacije jednostavnih računskih operacija u odnosu na binarni zapis pomoću znaka i apsolutne vrednosti.
- I dalje sadrži dve nule.

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM NEPOTPUNOG KOMPLEMENTA (N-1 KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Kada je broj negativan
 - ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
 - svaku cifru u zapisu broja oduzmemo od $N-1$ (vrednosti najveće cifre sistema)

[illegible]

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM NEPOTPUNOG KOMPLEMENTA (N-1 KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Kada je broj negativan
 - ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
 - svaku cifru u zapisu broja oduzmemo od $N-1$ (vrednosti najveće cifre sistema)

[illegible]

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM NEPOTPUNOG KOMPLEMENTA (N-1 KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Kada je broj negativan
 - ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
 - svaku cifru u zapisu broja oduzmemo od N-1 (vrednosti najveće cifre sistema)

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127
-127_{10}	9127	9872
$+64_8$	064	
-64_8	764	

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM NEPOTPUNOG KOMPLEMENTA (N-1 KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Kada je broj negativan
 - ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
 - svaku cifru u zapisu broja oduzmemo od N-1 (vrednosti najveće cifre sistema)

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127
-127_{10}	9127	9872
$+64_8$	064	064
-64_8	764	713

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM NEPOTPUNOG KOMPLEMENTA (N-1 KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Kada je broj negativan
 - ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
 - svaku cifru u zapisu broja oduzmemo od N-1 (vrednosti najveće cifre sistema)

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127
-127_{10}	9127	9872
$+64_8$	064	064
-64_8	764	713
$+AB_{16}$	0AB	
$-AB_{16}$	FAB	

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM NEPOTPUNOG KOMPLEMENTA (N-1 KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Kada je broj negativan
 - ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
 - svaku cifru u zapisu broja oduzmemo od N-1 (vrednosti najveće cifre sistema)

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127
-127_{10}	9127	9872
$+64_8$	064	064
-64_8	764	713
$+AB_{16}$	0AB	0AB
$-AB_{16}$	FAB	F54

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM NEPOTPUNOG KOMPLEMENTA (N-1 KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Kada je broj negativan
 - ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
 - svaku cifru u zapisu broja oduzmemo od N-1 (vrednosti najveće cifre sistema)

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127
-127_{10}	9127	9872
$+64_8$	064	064
-64_8	764	713
$+AB_{16}$	0AB	0AB
$-AB_{16}$	FAB	F54
$+0101_2$	00101	
-0101_2	10101	

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM NEPOTPUNOG KOMPLEMENTA (N-1 KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Kada je broj negativan
 - ispred zapisa broja dodajemo najveću cifru brojnog sistema kome taj broj pripada.
 - svaku cifru u zapisu broja oduzmemo od N-1 (vrednosti najveće cifre sistema)

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127
-127_{10}	9127	9872
$+64_8$	064	064
-64_8	764	713
$+AB_{16}$	0AB	0AB
$-AB_{16}$	FAB	F54
$+0101_2$	00101	00101
-0101_2	10101	11010

NEPOTPUNI KOMPLEMENT

	ZA	NP
-7	1111	1000
-6	1110	1001
-5	1101	1010
-4	1100	1011
-3	1011	1100
-2	1010	1101
-1	1001	1110
-0	1000	1111
+0	0000	0000
+1	0001	0001
+2	0010	0010
+3	0011	0011
+4	0100	0100
+5	0101	0101
+6	0110	0110
+7	0111	0111

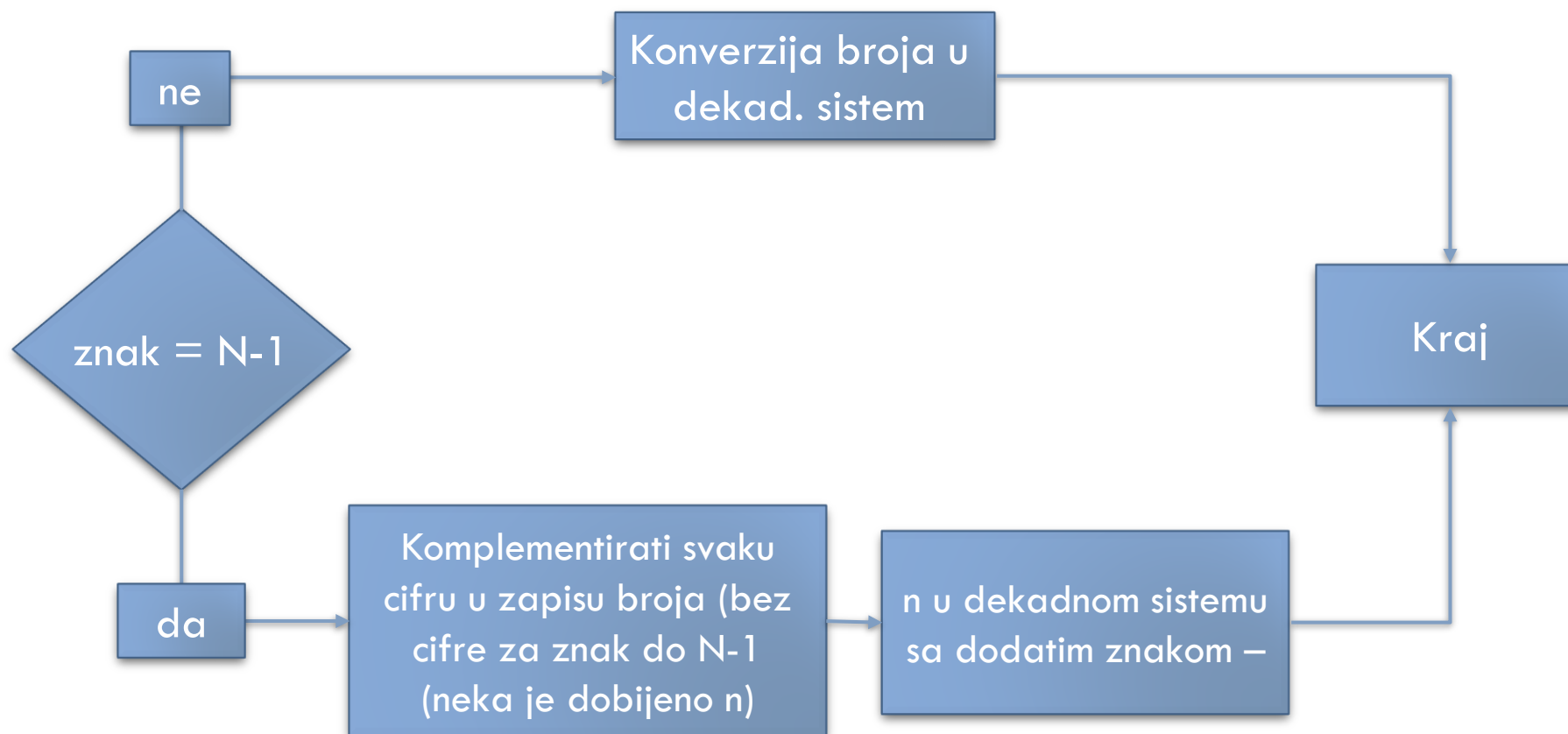
NK U SISTEMU SA OSNOVOM $N \rightarrow$ DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0301)_5 =$

NK U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0301)_5 = +(301)_5 = +(3 \cdot 5^2 + 1) = +76$

NK U SISTEMU SA OSNOVOM $N \rightarrow$ DEKADNI BROJEVNI SISTEM



NK U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0301)_5 = +(301)_5 = +(3 \cdot 5^2 + 1) = +76$
- $(21021)_3 =$

NK U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0301)_5 = +(301)_5 = +(3 \cdot 5^2 + 1) = +76$
- $(21021)_3 = -(1201)_3 = -(1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1) = -46$

NK U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0301)_5 = +(301)_5 = +(3 \cdot 5^2 + 1) = +76$
- $(21021)_3 = -(1201)_3 = -(1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1) = -46$
- $(632)_7 =$

NK U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0301)_5 = +(301)_5 = +(3 \cdot 5^2 + 1) = +76$
- $(21021)_3 = -(1201)_3 = -(1 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3^2 + 1) = -46$
- $(632)_7 = -(34)_7 = -(3 \cdot 7 + 4) = -25$

NEPOTPUNI KOMPLEMENT — PROMENA ZNAKA BROJA

- Promena znaka se vrši komplementiranjem svake cifre, uključujući i mesto za znak

Dekadna vrednost	Binarni zapis (u okviru 1 bajta)
+9	00001001
-9	
+5	00000101
-5	

NEPOTPUNI KOMPLEMENT — PROMENA ZNAKA BROJA

- Promena znaka se vrši komplementiranjem svake cifre, uključujući i mesto za znak

Dekadna vrednost	Binarni zapis (u okviru 1 bajta)
+9	00001001
-9	11110110
+5	00000101
-5	11111010

NEPOTPUNI KOMPLEMENT — CELOBROJNA ARITMETIKA

Izračunavanje zbira $A+B$ vrši se u dva koraka:

$$\begin{array}{r} \text{I korak:} \quad A = \quad a_{n-1} \ a_{n-2} \ \dots \ a_1 a_0 \\ \quad \quad B = \quad b_{n-1} \ a_{n-2} \ \dots \ b_1 b_0 \\ \hline \quad \quad C' = \quad c'_n \ c'_{n-1} \ c'_{n-2} \ \dots \ c'_1 c'_0 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{II korak:} \quad C'' = \quad c'_{n-1} \ c'_{n-2} \ \dots \ c'_1 c'_0 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \quad \quad c'_n \\ \hline \quad \quad C = \quad c_{n-1} \ c_{n-2} \ \dots \ c_1 \ c_0 \end{array}$$

- Sabiranje se vrši kao sabiranje neoznačenih brojeva bez kontrole prekoračenja.
- c'_n predstavlja prenos pri sabiranju sa pozicije za znak.
- Sa C'' je označen broj koji se dobija uklanjanjem c'_n iz međurezultata C' .
- Konačan rezultat se dobija tako što se prenos c'_n sabere sa C'' .

SABIRANJE I ODUZIMANJE BROJEVA U NEPOTPUNOM KOMPLEMENTU

- $+14 + 10$

I korak:

A=+14	=	0		0001110
B=+10	=	0		0001010
<hr/>				
C'	=	00		0011000

II korak:

C''	=	0		0011000
prenos				0
<hr/>				
C=24	=	0		0011000

- $-14 + 10 =$

I korak:

A=-14	=	1		1110001
B=+10	=	0		0001010
<hr/>				
C'	=	01		1111011

II korak:

C''	=	1		1111011
prenos				0
<hr/>				
C (NK)	=	1		1111011
C=-4		1		0000100

-14 = 10001110
NK(10001110)

SABIRANJE I ODUZIMANJE BROJEVA U NEPOTPUNOM KOMPLEMENTU

- $+3 - (+1)$

I korak:

A=+3	=	0		0000011
B=-1	=	1		1111110
<hr/>				
C'	=	10		0000001

II korak:

C''	=	0		0000001
prenos				1
<hr/>				
C=2	=	0		0000010

- $-127 + 10$

I korak:

A=-127	=	1		0000000
B=10	=	0		0001010
<hr/>				
C'	=	01		0001010

II korak:

C''	=	1		0001010
prenos				0
<hr/>				
C (NK)	=	1		0001010
C=-117		1		1110101

PRIMERI PREKORAČENJA

- $+100 + 65$

I korak:

$$\begin{array}{rcl}
 A=+100 & = & 0 \mid 1100100 \\
 B=+65 & = & 0 \mid 1000001 \\
 \hline
 C' & = & 01 \mid 0100101
 \end{array}$$

II korak:

$$\begin{array}{rcl}
 C'' & = & 1 \mid 0100101 \\
 \text{prenos} & & 0 \\
 \hline
 C & = & 1 \mid 0100101
 \end{array}$$

- $-100 - (+65) = -100 + (-65)$

I korak:

$$\begin{array}{rcl}
 A=-100 & = & 1 \mid 0011011 \\
 B=-65 & = & 1 \mid 0111110 \\
 \hline
 C' & = & 10 \mid 1011001
 \end{array}$$

II korak:

$$\begin{array}{rcl}
 C'' & = & 0 \mid 1011001 \\
 \text{prenos} & & 1 \\
 \hline
 C & = & 0 \mid 1011010
 \end{array}$$

NK ZAPIS

- Izvršavanje osnovnih računskih operacija sa brojevima zapisanim u zapisu nepotpunog komplementa je znatno jednostavnije i efikasnije u odnosu na zapise pomoću znaka i apsolutne vrednosti.
- Međutim, neki nedostaci prethodnog načina zapisivanja su nasleđeni i u ovoj vrsti zapisa. Tako na primer, nula se i u ovom zapisu može zapisati na dva načina:

$$+0_{10} = 00000000$$

$$-0_{10} = 11111111$$

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM POTPUNOG KOMPLEMENTA (N KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Potpuni komplement negativnog broja dobija se tako što se na zapis broja u nepotpunom komplementu doda 1 na poziciju najmanje težine. Ako pri tom sabiranju dođe do prenosa sa pozicije najveće težine, isti se zanemaruje.
- Kod brojeva sa razlomljenim delom, 1 se dodaje na krajnju desnu cifru, NE na ceo deo broja.

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127	
-127_{10}	9127	9872	
$+64_8$	064	064	
-64_8	764	713	
$+AB_{16}$	0AB	0AB	
$-AB_{16}$	FAB	F54	
$+0101_2$	00101	00101	
-0101_2	10101	11010	

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM POTPUNOG KOMPLEMENTA (N KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Potpuni komplement negativnog broja dobija se tako što se na zapis broja u nepotpunom komplementu doda 1 na poziciju najmanje težine. Ako pri tom sabiranju dođe do prenosa sa pozicije najveće težine, isti se zanemaruje.
- Kod brojeva sa razlomljenim delom, 1 se dodaje na krajnju desnu cifru, NE na ceo deo broja.

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127	0127
-127_{10}	9127	9872	9873
$+64_8$	064	064	
-64_8	764	713	
$+AB_{16}$	0AB	0AB	
$-AB_{16}$	FAB	F54	
$+0101_2$	00101	00101	
-0101_2	10101	11010	

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM POTPUNOG KOMPLEMENTA (N KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Potpuni komplement negativnog broja dobija se tako što se na zapis broja u nepotpunom komplementu doda 1 na poziciju najmanje težine. Ako pri tom sabiranju dođe do prenosa sa pozicije najveće težine, isti se zanemaruje.
- Kod brojeva sa razlomljenim delom, 1 se dodaje na krajnju desnu cifru, NE na ceo deo broja.

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127	0127
-127_{10}	9127	9872	9873
$+64_8$	064	064	064
-64_8	764	713	714
$+AB_{16}$	0AB	0AB	
$-AB_{16}$	FAB	F54	
$+0101_2$	00101	00101	
-0101_2	10101	11010	

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM POTPUNOG KOMPLEMENTA (N KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Potpuni komplement negativnog broja dobija se tako što se na zapis broja u nepotpunom komplementu doda 1 na poziciju najmanje težine. Ako pri tom sabiranju dođe do prenosa sa pozicije najveće težine, isti se zanemaruje.
- Kod brojeva sa razlomljenim delom, 1 se dodaje na krajnju desnu cifru, NE na ceo deo broja.

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127	0127
-127_{10}	9127	9872	9873
$+64_8$	064	064	064
-64_8	764	713	714
$+AB_{16}$	0AB	0AB	0AB
$-AB_{16}$	FAB	F54	F55
$+0101_2$	00101	00101	
-0101_2	10101	11010	

ZAPIS OZNAČENOG BROJA KORIŠĆENJEM POTPUNOG KOMPLEMENTA (N KOMPLEMENT)

- Pozitivni i negativni brojevi se zapisuju na različite načine.
- Za pozitivne brojeve važi isti postupak kao u zapisu znak i apsolutna vrednost.
- Potpuni komplement negativnog broja dobija se tako što se na zapis broja u nepotpunom komplementu doda 1 na poziciju najmanje težine. Ako pri tom sabiranju dođe do prenosa sa pozicije najveće težine, isti se zanemaruje.
- Kod brojeva sa razlomljenim delom, 1 se dodaje na krajnju desnu cifru, NE na ceo deo broja.

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement
$+127_{10}$	0127	0127	0127
-127_{10}	9127	9872	9873
$+64_8$	064	064	064
-64_8	764	713	714
$+AB_{16}$	0AB	0AB	0AB
$-AB_{16}$	FAB	F54	F55
$+0101_2$	00101	00101	00101
-0101_2	10101	11010	11011

PK U SISTEMU SA OSNOVOM $N \rightarrow$ DEKADNI BROJEVNI SISTEM

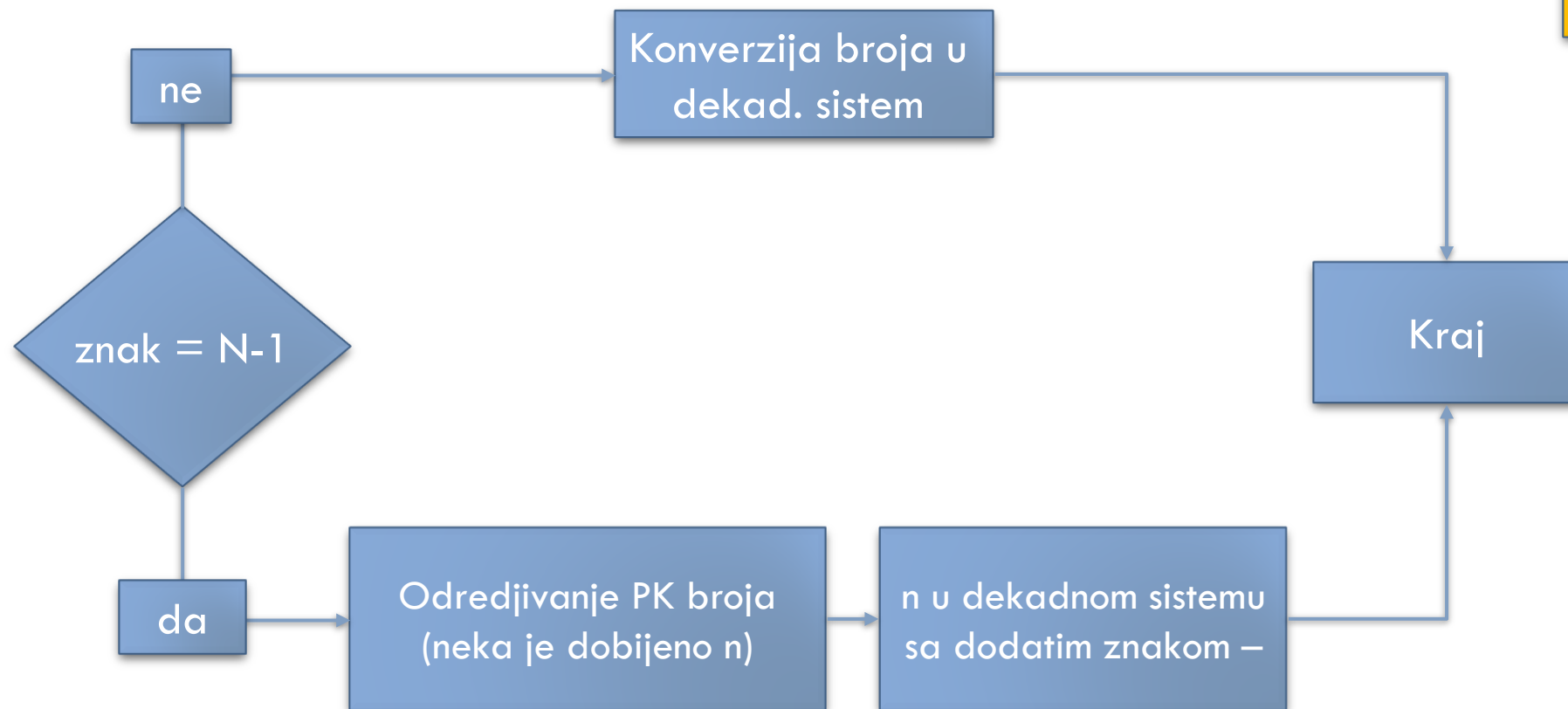
- $(04321)_5 =$

PK U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(04321)_5 = +(4321)_5 = +(4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 1) = +736$
- $(42432)_5 =$

PK U SISTEMU SA OSNOVOM N → DEKADNI BROJEVNI SISTEM

$$PK(PK(x))=x$$



PK U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(04321)_5 = +(4321)_5 = +(4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 1) = +736$
- $(42432)_5 =$

PK U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(04321)_5 = +(4321)_5 = +(4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 1) = +736$
- $(42432)_5 = -PK(2432)_5 = -(2012 + 1)_5 = -(2013)_5 = -(2 \cdot 5^3 + 5^1 + 3) = -258$

PK U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(04321)_5 = +(4321)_5 = +(4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 1) = +736$
- $(42432)_5 = -PK(2432)_5 = -(2012 + 1)_5 = -(2013)_5 = -(2 \cdot 5^3 + 5^1 + 3) = -258$
- $(3001)_4 =$

PK U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(04321)_5 = +(4321)_5 = +(4 \cdot 5^3 + 3 \cdot 5^2 + 2 \cdot 5 + 1) = +736$
- $(42432)_5 = -PK(2432)_5 = -(2012 + 1)_5 = -(2013)_5 = -(2 \cdot 5^3 + 5^1 + 3) = -258$
- $(3001)_4 = -PK(001)_4 = -(332 + 1)_4 = -(333)_4 = -(3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 3) = -63$

POTPUNI KOMPLEMENT

	ZA	NP	PK
-8	-----	-----	1000
-7	1111	1000	1001
-6	1110	1001	1010
-5	1101	1010	1011
-4	1100	1011	1100
-3	1011	1100	1101
-2	1010	1101	1110
-1	1001	1110	1111
-0	1000	1111	-----
+0	0000	0000	0000
+1	0001	0001	0001
+2	0010	0010	0010
+3	0011	0011	0011
+4	0100	0100	0100
+5	0101	0101	0101
+6	0110	0110	0110
+7	0111	0111	0111

- Binarni zapis u potpunom komplementu ima samo jednu reprezentaciju nule. Zbog toga u savremenim računarima se označeni celi brojevi zapisuju u potpunom komplementu.

POTPUNI KOMPLEMENT – PROMENA ZNAKA BROJA

Promena znaka u PK zapisu se vrši u dva koraka:

- U prvom koraku se izvrši komplementiranje svake cifre do najveće cifre brojanog sistema, uključujući mesto za znak.
- U drugom koraku se dobijeni broj sabere sa jedinicom, pri čemu se sabiranje obavlja po pravilima za sabiranje neoznačenih brojeva

+9	=	00001001	PK	-5	=	11111011	PK
		11110110	1. korak			00000100	1. korak
		+00000001	2. korak			+00000001	2. korak
-9	=	11110111	rezultat	+5	=	00000101	rezultat

POTPUNI KOMPLEMENT — CELOBROJNA ARITMETIKA

- Interval mogućih vrednosti brojeva zapisanih u potpunom komplementu je asimetričan, pa postoji broj nad kojim se ne može korektno izvršiti operacija promene znaka. Taj broj ima vrednost -2^{n-1} (n je dužina binarne reči u kojoj se brojevi zapisuju):

$$1 \underbrace{0000 \dots 0}_{n-1}$$

$n = 8:$	-128	$=$	10000000	PK
			01111111	1. korak
			+00000001	2. korak
	-128	$=$	10000000	rezultat

SABIRANJE I ODUZIMANJE U POTPUNOM KOMPLEMENTU

Sabiranje n -cifarskih binarnih brojeva A i B u zapisu potpunog komplementa se sastoji u sledećem:

- Binarni brojevi u potpunom komplementu se sabiraju sabiranjem cifara iste težine. Pri tome se sabiraju i cifre najveće težine (cifre na pozicijama $n-1$) koje označavaju znak broja. Eventualni prenos sa pozicije za znak (pozicije $n-1$) se eliminiše i ne učestvuje u formiranju rezultata.
- Prekoračenje je moguće samo u slučaju kada su sabirci istog znaka i registruje se ukoliko dobijeni zbir ima različit znak u odnosu na sabirke.
- Oduzimanje $A-B$ se svodi na sabiranje uz prethodnu promenu znaka umanjioocu u skladu sa pravilima za promenu znaka binarnim brojevima u potpunom komplementu.

SABIRANJE I ODUZIMANJE BROJEVA U POTPUNOM KOMPLEMENTU

- $+14 + 10$

$A=+14$	$=$	0		0001110
$B=+10$	$=$	0		0001010
<hr/>				
C'	$=$	00		0011000
$C=24$	$=$	0		0011000

SABIRANJE I ODUZIMANJE BROJEVA U POTPUNOM KOMPLEMENTU

- $-14 + 10 =$

$A = -14$	$=$	1		1110010
$B = +10$	$=$	0		0001010
<hr/>				
C'	$=$	01		1111100
$C(PK)$	$=$	1		1111100
$C = -4$	$=$	1		0000100

Potpuni komplement rezultata sabiranja je: $PK(\text{rezultat}) = 11111100$

Kako važi $PK(PK(x)) = x$, to da bismo dobili rezultat treba da nađemo potpuni komplement od potpunog komplementa od rezultata:

$$\text{rezultat} = PK(PK(\text{rezultat})) = PK(11111100) = 10000100$$

SABIRANJE I ODUZIMANJE BROJEVA U POTPUNOM KOMPLEMENTU

- $127 - 10 =$

$A=127$	$=$	0		1111111
$B=-10$	$=$	1		1110110
<hr/>				
C'	$=$	10		1110101
$C=117$		0		1110101

PRIMERI PREKORAČENJA

- $+100 + 65$

$$\begin{array}{rcl} A=+100 & = & 0 \mid 1100100 \\ B=+65 & = & 0 \mid 1000001 \\ \hline C' & = & 01 \mid 0100101 \\ C & = & 1 \mid 0100101 \end{array}$$

- $-100 - (+65) = -100 + (-65)$

$$\begin{array}{rcl} A=-100 & = & 1 \mid 0011100 \\ B=-65 & = & 1 \mid 0111111 \\ \hline C' & = & 10 \mid 1011011 \\ C & = & 0 \mid 1011011 \end{array}$$

KONVERZIJA IZMEĐU ZAPISA RAZLIČITIH DUŽINA

- Ako je ceo broj zapisan u binarnoj reči dužine n , a treba ga prepisati u binarnu reč dužine m
- Ako je $m < n$ upisivanje nije moguće izvršiti korektno
- Ako je $m = n$ nikakva posebna konverzija ne postoji.
- Ako je $m > n$ tada postupak zavisi od vrste zapisa broja.

KONVERZIJA IZMEĐU ZAPISA RAZLIČITIH DUŽINA (ZA ZAPIS)

- Bit za znak se pomera na krajnju levu poziciju.
- Ostala mesta se popune nulama

Dekadna vrednost	8-bitna reč	16-bitna reč
+127	01111111	0000000011111111
+5	0000101	000000000000101
+0	00000000	0000000000000000
-0	10000000	1000000000000000
-5	1000101	100000000000101
-127	11111111	1000000011111111

KONVERZIJA IZMEĐU ZAPISA RAZLIČITIH DUŽINA (NK I PK ZAPIS)

- Ako se prethodno pravilo primeni na NK i PK zapis za slučaj negativnih brojeva će se dobiti netačni rezultati.

Dekadna vrednost	8-bitna reč	16-bitna reč	zapis
+5	00000101	00000000000000101	NK
-5	11111010	1000000001111010	NK
+9	00001001	00000000000001001	PK
-9	11110111	1000000001110111	PK

KONVERZIJA IZMEĐU ZAPISA RAZLIČITIH DUŽINA (NK I PK ZAPIS)

- Ako se prethodno pravilo primeni na NK i PK zapis za slučaj negativnih brojeva će se dobiti netačni rezultati.

Dekadna vrednost	8-bitna reč	16-bitna reč	zapis
+5	00000101	00000000000000101	NK
-5	11111010	1000000001111010	NK
+9	00001001	00000000000001001	PK
-9	11110111	1000000001110111	PK

KONVERZIJA IZMEĐU ZAPISA RAZLIČITIH DUŽINA (NK I PK ZAPIS)

- Cifra za znak broja se upisuje na svih m-n pozicija.

Dekadna vrednost	8-bitna reč	16-bitna reč	zapis
+5	00000101	0000000000000101	NK
-5	11111010	1111111111111010	NK
+9	00001001	0000000000001001	PK
-9	11110111	1111111111110111	PK

ZAPISIVANJE PODATAKA U RAČUNARSKIM SISTEMIMA

- Uslovljeno organizacijom memorije.
- Standardima u računarskoj industriji je utvrđeno koliko memorije je namenjeno za čuvanje svakog tipa podatka.
- Ograničenost veličine memorije uslovljava veličinu numeričkih podataka.

broj bitova	Binarni sistem					
	Neoznačen		ZA &NK		PK	
	Min	Max	Min	Max	Min	Max
1	0	1				
2	0	3	-1	1	-2	1
3	0	7	-3	3	-4	3
4	0	15	-7	7	-8	7
5	0	31	-15	15	-16	15
6	0	63	-31	31	-32	31
n	0	$2^n - 1$	$-2^{n-1} + 1$	$2^{n-1} - 1$	-2^{n-1}	$2^{n-1} - 1$

ZAPIS SA UVEĆANJEM K (kod višak k)

- Broj x se u kodu višak k zapisuje tako što se vrednost $x+k$ zapiše u potpunom komplementu.
- Ista vrednost se dobija i kada se brojevi x i k pojedinačno zapišu u potpunom komplementu pa se zatim tako dobijene vrednosti sabere.
- Konstanta k se po pravilu zadaje u dekadnom brojevnom sistemu, pa ju je neophodno prevesti u sistem sa osnovom N .

Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement	Kod višak k
$+127_{10}$	0127	0127	0127	
-127_{10}	9127	9872	9873	
$+64_8$	064	064	064	
-64_8	764	713	714	
$+AB_{16}$	0AB	0AB	0AB	
$-AB_{16}$	FAB	F54	F55	
$+0101_2$	00101	00101	00101	
-0101_2	10101	11010	11011	

Kod mešovitih brojeva, uvećanje se dodaje na ceo deo broja, NE na razlomljeni deo broja.

ZAPIS SA UVEĆANJEM K (kod višak k)

- Broj x se u kodu višak k zapisuje tako što se vrednost $x+k$ zapiše u potpunom komplementu.
- Ista vrednost se dobija i kada se brojevi x i k pojedinačno zapišu u potpunom komplementu pa se zatim tako dobijene vrednosti saberu.
- Konstanta k se po pravilu zadaje u dekadnom brojevnom sistemu, pa ju je neophodno prevesti u sistem sa osnovom N .

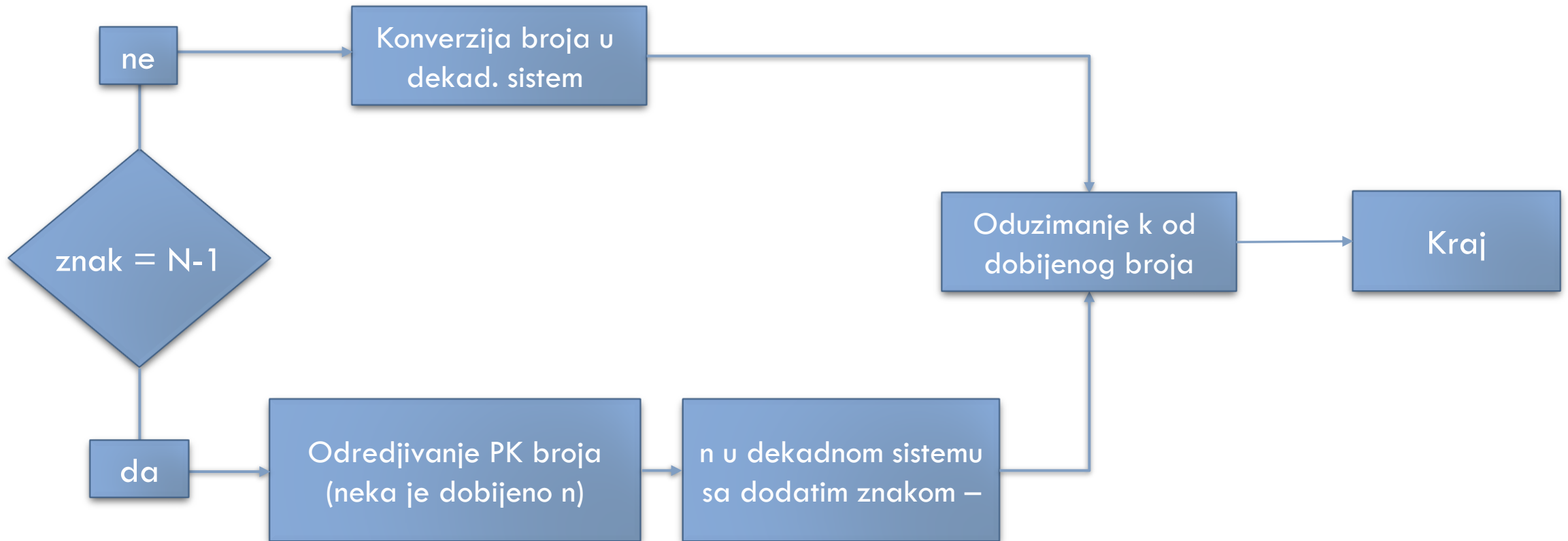
Broj	Znak i apsolutna vrednost	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement	Kod višak 4
$+127_{10}$	0127	0127	0127	0131
-127_{10}	9127	9872	9873	9877
$+64_8$	064	064	064	070
-64_8	764	713	714	720
$+AB_{16}$	0AB	0AB	0AB	0AF
$-AB_{16}$	FAB	F54	F55	F59
$+0101_2$	00101	00101	00101	01001
-0101_2	10101	11010	11011	11111

Kod mešovitih brojeva, uvećanje se dodaje na ceo deo broja, NE na razlomljeni deo broja.

ZAPIS VIŠAK K U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0331)_4$ u kodu višak 22

VIŠAK K U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM



ZAPIS VIŠAK K U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0331)_4$ u kodu višak 22

ZAPIS VIŠAK K U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0331)_4 = +(331)_4 = +(3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 1) = +61 \quad 61 - 22 = 39$

ZAPIS VIŠAK K U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0331)_4 = +(331)_4 = +(3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 1) = +61 \quad 61 - 22 = 39$
- $(5251)_6$ u kodu višak 14

ZAPIS VIŠAK K U SISTEMU SA OSNOVOM N \rightarrow DEKADNI BROJEVNI SISTEM

- $(0331)_4 = +(331)_4 = +(3 \cdot 4^2 + 3 \cdot 4 + 1) = +61 \quad 61 - 22 = 39$
- $(5251)_6 = -(251)_6 = -(304 + 1)_6 = -(305)_6 = -113 \quad -113 - 14 = -127$

SABIRANJE I ODUZIMANJE BROJEVA U KODU VIŠAK K

- Za brojeve zapisane u kodu višak k zbir i razlika se računaju prema pravilima koja važe za brojeve zapisane u potpunom komplementu, a potom se dobijena vrednost ažurira oduzimanjem tj. dodavanjem konstante k:
- Ako je reč o zbiru konstanta k je uračunata dva puta pa je potrebno oduzeti je jednom $(x+k)+(y+k) = x+y+2k$.
- Ako je reč o razlici konstanta k se anulira pa je potrebno dodati je jednom $(x + k) - (y + k) = x - y$.

PRIMER 1

- $(0351)_6 + (5211)_6$ u kodu višak 13

PRIMER 1

- $(0351)_6 + (5211)_6$ u kodu višak 13

$$(13)_{10} = (\quad)_6$$

PRIMER 1

- $(0351)_6 + (5211)_6$ u kodu višak 13

$$(13)_{10} = (21)_6$$

PRIMER 1

$$(0351)_6 = (\quad)_{10}$$

$$(5211)_6 = (\quad)_{10}$$

- $(0351)_6 + (5211)_6$ u kodu višak 13

PRIMER 1

$$(0351)_6 = (0152)_{10}$$

$$(5211)_6 = (9150)_{10}$$

- $(0351)_6 + (5211)_6$ u kodu višak 13

PRIMER 1

Ako koristimo prethodno uvedena pravila za prevođenje broja iz zapisa višak k u sistemu sa osnovom N u dekadni brojevni system:

$$(0351)_6 = (0152)_{10}$$

$$(5211)_6 = (9150)_{10}$$

- $(0351)_6 + (5211)_6$ u kodu višak 13

$$\begin{array}{r} 0 \ 3 \ 5 \ 1 \\ + \ 5 \ 2 \ 1 \ 1 \\ \hline \end{array}$$

PRIMER 1

Ako koristimo prethodno uvedena pravila za prevođenje broja iz zapisa višak k u sistemu sa osnovom N u dekadni brojevni system:

$$(0351)_6 = (0152)_{10}$$

$$(5211)_6 = (9150)_{10}$$

- $(0351)_6 + (5211)_6$ u kodu višak 13

$$\begin{array}{r} 0 3 5 1 \\ + 5 2 1 1 \\ \hline 1 0 0 0 2 \end{array}$$

PRIMER 1

Ako koristimo prethodno uvedena pravila za prevođenje broja iz zapisa višak k u sistemu sa osnovom N u dekadni brojevni system:

$$(0351)_6 = (0152)_{10}$$

$$(5211)_6 = (9150)_{10}$$

- $(0351)_6 + (5211)_6$ u kodu višak 13

$$\begin{array}{r} 0 \ 3 \ 5 \ 1 \\ + \ 5 \ 2 \ 1 \ 1 \\ \hline 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \end{array}$$

Prenos sa pozicije za znak se zanemaruje
kao i kod sabiranja u potpunom komplementu

- $(0002)_6 - (21)_6 = (0002)_6 + (-021)_6 = (0002)_6 + (5535)_6 = (5541)_6$

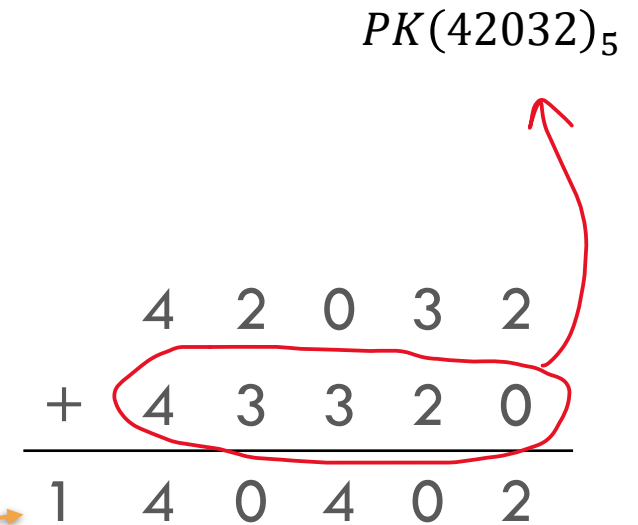
Pravimo PK ovog broja

PRIMER 2

- $(42032)_5 - (01130)_5$ u kodu višak 7 = $(12)_5$

$PK(42032)_5$

	4	2	0	3	2
+	4	3	3	2	0
<hr/>					
	1	4	0	4	0
				2	



Prenos sa pozicije za znak se zanemaruje
kao i kod sabiranja u potpunom komplementu

- $(40402)_5 + (12)_5 = (40402)_5 + (00012)_5 = (40414)_5$

PRIMER

Broj	ZA	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement	Kod višak 12 (15) ₇
$+(324.31)_7$				
$-(324.31)_7$				

PRIMER

Broj	ZA	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement	Kod višak 12 (15) ₇
$+(324.31)_7$	0324.31			
$-(324.31)_7$	6324.31			

PRIMER

Broj	ZA	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement	Kod višak 12 $(15)_7$
$+(324.31)_7$	0324.31	0324.31		
$-(324.31)_7$	6324.31	6342.35		

PRIMER

Broj	ZA	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement	Kod višak 12 (15) ₇
$+(324.31)_7$	0324.31	0324.31	0324.31	
$-(324.31)_7$	6324.31	6342.35	6342.36	

PRIMER

Broj	ZA	Nepotpuni komplement	Potpuni komplement	Kod višak 12 (15) ₇
$+(324.31)_7$	0324.31	0324.31	0324.31	0342.31
$-(324.31)_7$	6324.31	6342.35	6342.36	6360.36