Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»»
Московский институт электроники и математики

Электротехника

Домашняя работа №2

Тема: Расчёт переходных процессов в электрических схемах

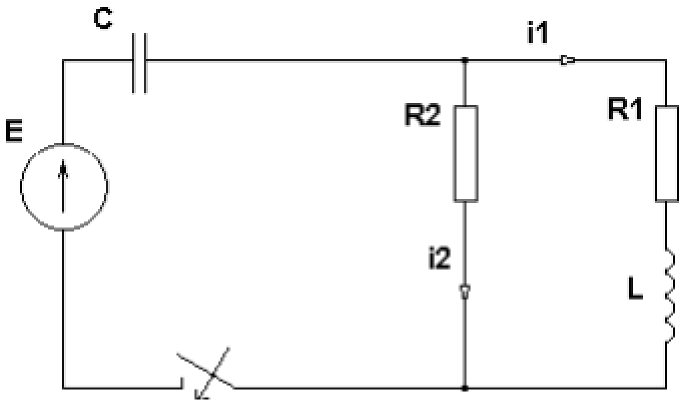
Выполнил:

Студент группы БИВ201:

Камаров Лазизбек Шухрат угли

Вариант 7

Москва, 2022 год



Найти:

1. Выражения для токов i1(t) и i2(t) классическим методом.

2. Практическую длительность переходного процесса, а в случае колебательного характера этого процесса также и период свободных колебаний и логарифмический декремент колебаний

3. Построить графики переходных процессов токов i1(t) и i2(t)

4. Рассчитать переходные процессы токов i1(t) и i2(t) с помощью программы моделирования электрических и электронных схем.

Вариант 7

Дано: R1 = 10 Ом, R2 = 100 Ом, L = 288 мГн, C = 35 мкФ, E = 100 В

Решение.

1. Найдем принужденные составляющие искомых токов. Это означает расчет установившегося режима в после коммутационной схеме. В ней действует постоянная ЭДС, значит, токи и напряжения будут постоянными, а следовательно, емкость представляет собой разрыв цепи (ток равен нулю), а индуктивность – короткое замыкание (напряжение равно нулю). Расчетная схема - на рис. 1.

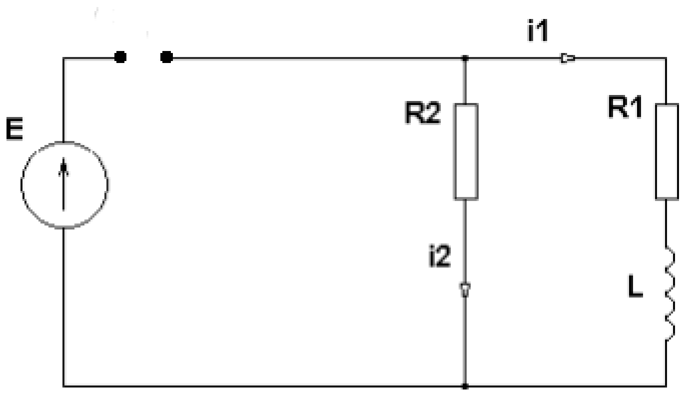


Рис.1 – Расчетная схема принужденной составляющей.

В этой схеме источник отключен от цепи:

$i_{1\text{пр}} = 0; i_{2\text{пр}} = 0$

Определим общий вид свободных составляющих. Для этого составим характеристическое уравнение схемы, пользуясь методом входного сопротивления. Разорвем цепь в произвольном месте и запишем выражение входного сопротивления $Z(p)$, считая индуктивность сопротивлением pL, а емкость $1/pC$ (рис.2).

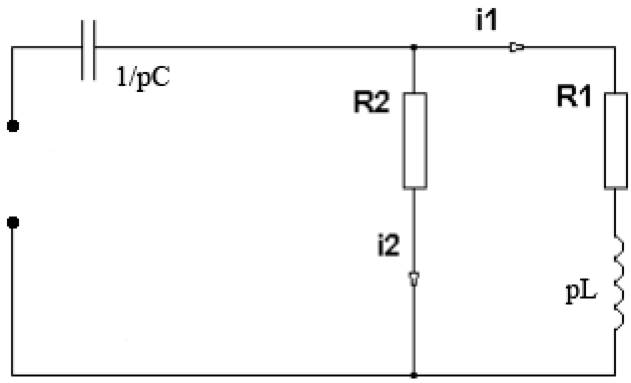


Рис. 2- Схема для расчета характеристического сопротивления.

$$Z(p) = \frac{1}{pC} + \frac{R_2(R_1 + pL)}{R_1 + R_2 + pL} = 0;$$

$$\frac{R_1 + R_2 + pL}{pC(R_1 + R_2 + pL)} + \frac{pC \cdot R_2(R_1 + pL)}{pC(R_1 + R_2 + pL)} = 0;$$

$$R_1 + R_2 + pL + pC \cdot R_2(R_1 + pL) = 0;$$

$$p^2R_2LC + p(L + R_1R_2C) + (R_1 + R_2) = 0;$$

$$p^2 + p \cdot \frac{(L + R_1R_2C)}{R_2LC} + \frac{R_1 + R_2}{R_2LC} = 0;$$

$$p^2 + p \cdot \frac{(0.288 + 10 \cdot 100 \cdot 35 \cdot 10^{-6})}{100 \cdot 0.288 \cdot 35 \cdot 10^{-6}} + \frac{10 + 100}{100 \cdot 0.288 \cdot 35 \cdot 10^{-6}} = 0;$$

$$p^2 + 320.437 \cdot p + 109127 = 0;$$

Получили обыкновенное квадратное уравнение, решим его

$$D = b^2 - 4ac = 320.437^2 - 4 \cdot 1 \cdot 109127 = -333828$$

$$p_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-320.437 \pm j\sqrt{333828}}{2} = -160.22 \pm j288.89\ c^{-1}$$

Корни оказались комплексно-сопряженными, следовательно в цепи имеет место колебательный процесс с параметрами:

$$\delta = 160.22$$

$$\omega = 288.89$$

Общий вид свободных составляющих в таком случае определяется формулой:

Анализ начальных условий.

<u>Независимые начальные условия.</u> Это те величины, которые подчиняются законом коммутации, то есть начальные значения тока через индуктивность и напряжения на емкости. В нашей схеме это $i_L(0)$ и $u_C(0)$. В соответствии с законами коммутации обе эти величины не изменятся мгновенно, а значит в первый момент после коммутации (именно при $t = 0$) остаются такими же, какими были в предшествующий коммутации момент. До коммутации напряжение на конденсаторе равно нулю $u_C(0) = 0B$, а ток через индуктивность тоже равен нулю $i_L(0) = 0A$.

Таким образом, $u_C(0) = 0B$, $i_L(0) = 0A$.

Зависимые начальные условия. Это все остальные необходимые для определения постоянных интегрирования величины в момент $t=0$, не попавшие в число независимых. Они определяются из уравнений Кирхгофа для схемы в момент $t=0$ после коммутации.

Система уравнений после коммутации:

$$\begin{cases} i_c(0) = i_1(0) + i_2(0); \\ E = i_2(0)R_2 + u_C(0) \\ 0 = -i_2(0)R_2 + i_1(0) \cdot R_1 + u_L(0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_c(0) = 0 + i_2(0); \\ 100 = i_2(0) \cdot 100 + 0 \\ 0 = -i_2(0) \cdot 100 + 0 \cdot 10 + u_L(0) \end{cases}$$

$$\begin{cases} i_c(0) = i_2(0); \\ 100 = i_2(0) \cdot 100 \\ 0 = -i_2(0) \cdot 100 + u_L(0) \end{cases}$$

$i_2(0) = i_{\text{C}}(0) = 1$ А;

$u_L(0) = 100$ В;

Теперь прейдем к определению начальных значений производных искомых величин. Производные токов $i_1^{/}(t)$ и $i_2^{/}(t)$ найдем из уравнений Кирхгофа:

$$i_L'(0) = i_1'(0) = \frac{u_L(0)}{L} = \frac{100}{0.288} = 347.2\ \frac{\text{А}}{\text{с}};$$

$$u_C'(0) = \frac{i_{\text{c}}(0)}{C} = \frac{1}{35 \cdot 10^{-6}} = 28571.4\ \frac{\text{В}}{\text{с}};$$

$$i_2(0)' = \frac{u_{R2}(0)'}{R_2} = \frac{E' - u_C(0)'}{R_2} = \frac{0 - 28571.4}{100} = -285.71\ A/c$$

Начальные значения свободных составляющих легко найти по формулам

$i_{св}(0) = i(0) - i_{пр}$,

а начальные значения их производных $i'_{св}(0) = i'(0)$, так как $i'_{пр} = 0$.

Результаты анализа начальных условий и принужденные составляющих сведем в таблицу 1.

Таблица 1. – Начальные условия и принужденные составляющие.

$i_{1пр} = 0$	$i_1(0) = 0\ A$	$i_1(0)' = 347.2\ \text{А}/c$	$i_{1св}(0) = 0\ \text{А}$	$i_{1св}(0)' = 347.2\ \text{А}/c$
$i_{2пр} = 0$	$i_2(0) = 1\ A$	$i_2(0)' = -285.71\ \frac{\text{А}}{\text{с}}$	$i_{2св}(0) = 1\ \text{А}$	$i_{2св}(0)' = -285.71\ \frac{\text{А}}{\text{с}}$

Вычислим постоянные интегрирования.

$$i_{св}(t) = Ae^{-\delta t}\sin(\omega t + \gamma)$$

$$i'_{св}(t) = -\delta Ae^{-\delta t}\sin(\omega t + \gamma) + A\omega e^{-\delta t}\cos(\omega t + \gamma)$$

$$i_{св}(0) = A \cdot sin(\gamma)$$

$$i'_{св}(0) = -\delta A\sin(\gamma) + A\omega\cos(\gamma)$$

$$\gamma = arctg\left[\frac{\omega i_{св}(0)}{i'_{св}(0) + \delta i_{св}(0)}\right]$$

$$A = \frac{i_{св}(0)}{\sin(\gamma)}$$

Рассчитываем константы:

$$\gamma_1 = arctg\left[\frac{\omega i_{1св}(0)}{i_1(0)' + \delta i_{1св}(0)}\right] = arctg\left(\frac{288.89 \cdot 0}{347.2 + 160.22 \cdot 0}\right) = 0°$$

$$\gamma_2 = arctg\left[\frac{\omega i_{2св}(0)}{i_2'(0) + \delta i_{2св}(0)}\right] = arctg\left(\frac{288.89 \cdot 1}{-285.71 + 160.22 \cdot 1}\right) = -66.5°$$

$$A_1 = \frac{i_{1св}(0)}{\sin(\gamma_1)} = \frac{0}{\sin(0°)}$$

В этом уравнение и числитель и знаменатель дроби равны нулю, получаем неопределенность, что не позволяет вычислить А. Воспользуемся формулой производных:

$$i_{св}'(0) = -\delta A \sin(\gamma) + A\omega\cos(\gamma)$$

$$i_{св}'(0) = A\omega\cos(\gamma)$$

$$A_1 = \frac{i_{1св}'(0)}{\omega \cdot \cos(\gamma_1)} = \frac{347.2}{288.89 \cdot \cos(0°)} = 1.202\ A$$

$$A_2 = \frac{i_{2св}(0)}{\sin(\gamma_2)} = \frac{1}{\sin(-66.5°)} = -1.09$$

Запишем итоговые результаты:

$$\boldsymbol{i_1(t) = i_{1пр} + A_1 e^{-\delta t}\sin(\omega t + \gamma_1) = 1.202 e^{-160.22t}\sin(288.89t)}\ \text{А};$$

$$\boldsymbol{i_2(t) = i_{2пр} + A_2 e^{-\delta t}\sin(\omega t + \gamma_2)}$$
$$\boldsymbol{= -1.09 e^{-160.22t}\sin(288.89t - 66.5°)}\ \text{А};$$

2. Определим временную постоянную переходного процесса:

$$\tau = \frac{1}{|\delta|} = \frac{1}{160.22} = 0.00624\ c$$

Длительность переходного процесса примерно составляет 5τ:

$$T_{\text{пр}} = 5 \cdot \tau = 5 \cdot 0.00624 = 0.0312\ c$$

Период затухающих колебаний составит:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{288.89} = 0.0217\ c$$

Логарифмический декремент затухания равен:

$$\chi = \delta T = 160.22 \cdot 0.0217 = 3.477$$

3. Графики переходного процесса приведем на рис. 3.

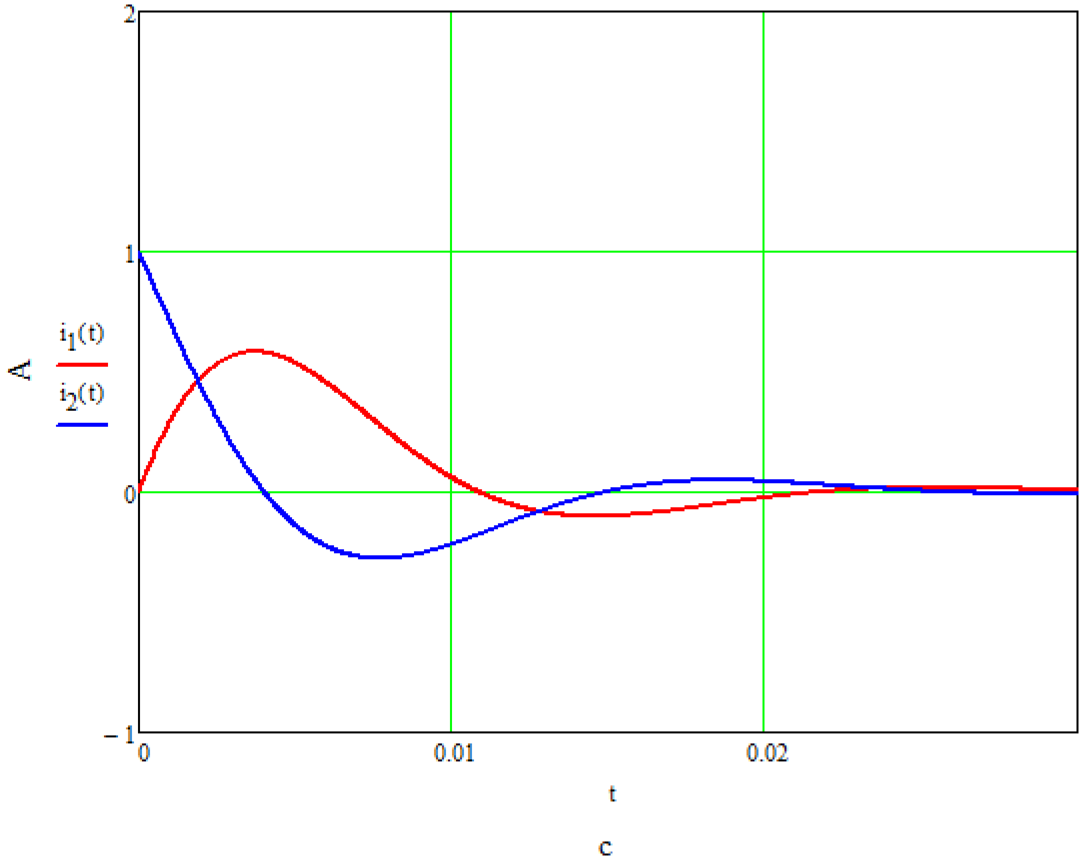
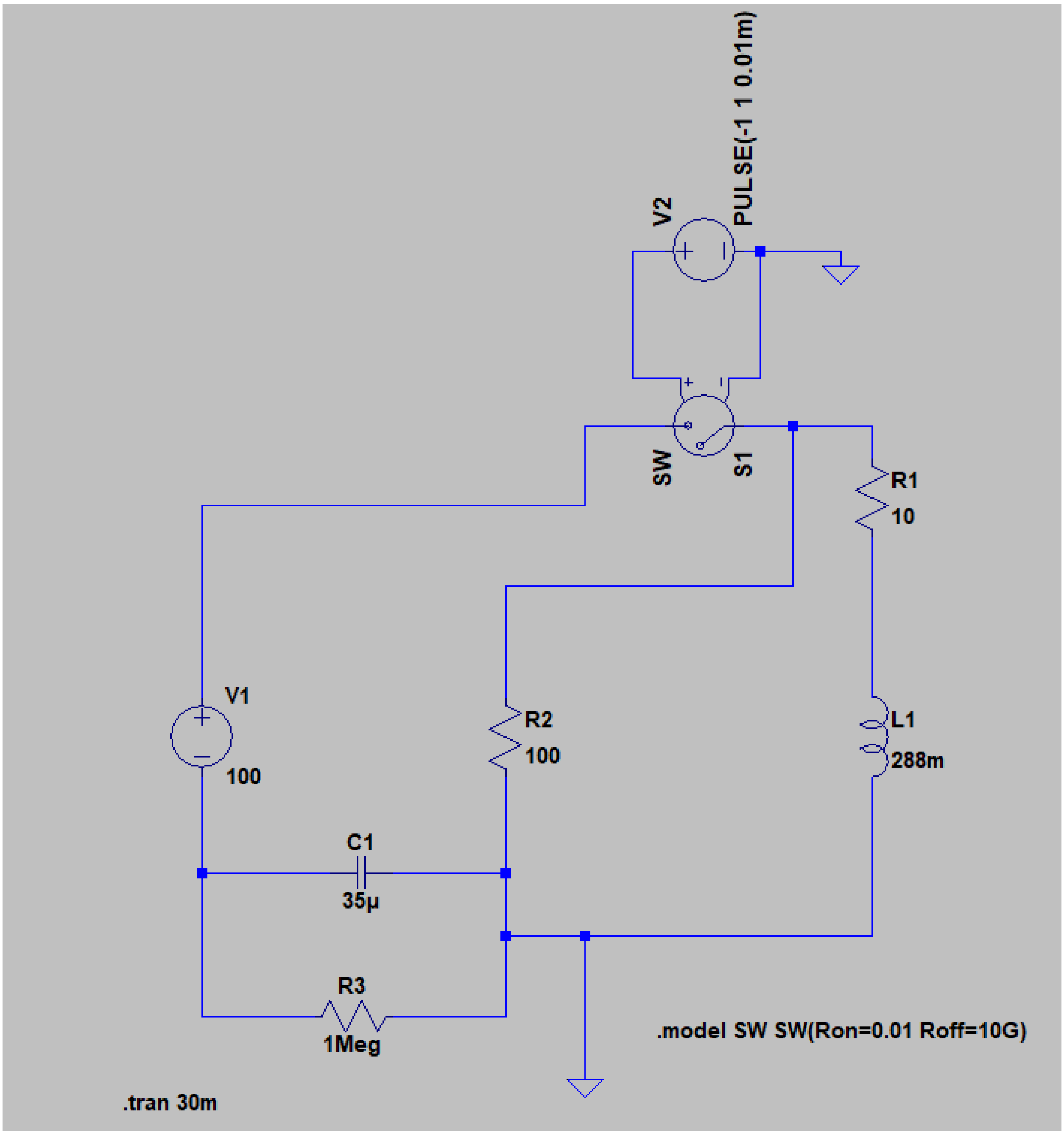
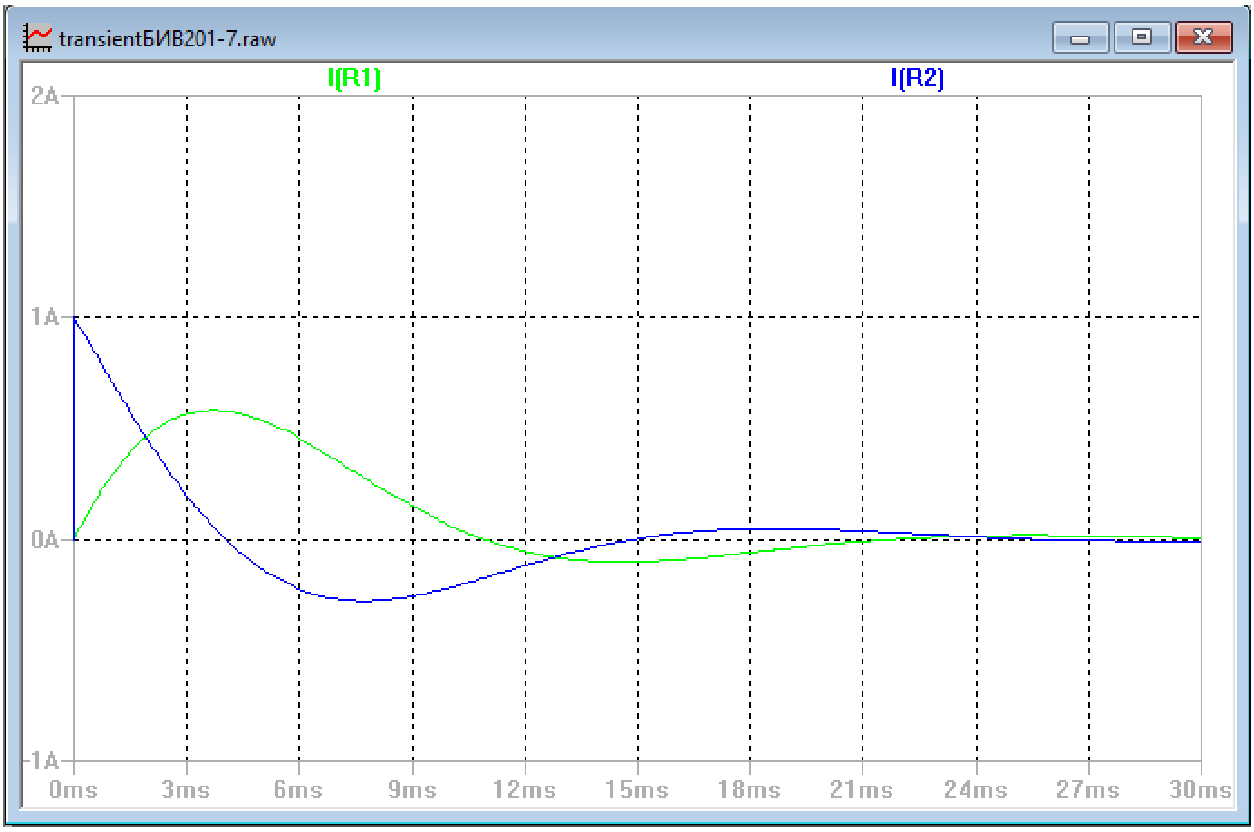


Рис. 3 – График зависимости токов от времени в переходном процессе.

4. Результаты моделирования в LTSpice



V2
PULSE(-1 1 0.01m)
SW
S1
R1
10
V1
100
R2
100
L1
288m
C1
35µ
R3
1Meg
.model SW SW(Ron=0.01 Roff=10G)
.tran 30m



Полученный график сходится с графиком из Mathcad, следовательно, вычисления проведены верно.

Литература:

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи.- М.: Высшая школа, 2006.

2. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1978.

3. Электротехника и электроника. Кн. 3. Электрические измерения и основы электроники. - под ред. В.Г. Герасимова.–М.:Энергоатомиздат,1998.

4. Атабеков Г.И. Основы теории цепей: Учебник, 2-е изд., испр. — СПб.: Изда- тельство «Лань», 2006.