Правительство Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Национальный исследовательский университет
«Высшая школа экономики»»
Московский институт электроники и математики

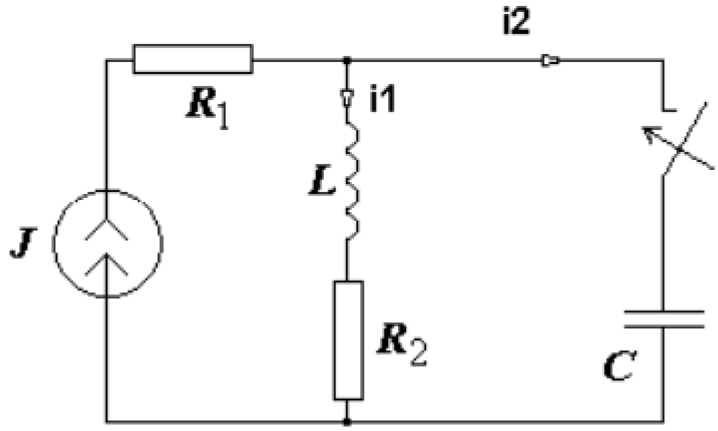
Электротехника

Домашняя работа №2

Тема: Расчёт переходных процессов в электрических схемах

Выполнил:
Студент группы БИВ205:
Пардаев Азизбек Атамжон угли
Вариант 17

Москва, 2022 год



Найти:

1. Выражения для токов i1(t) и i2(t) классическим методом.
2. Практическую длительность переходного процесса, а в случае колебательного характера этого процесса также и период свободных колебаний и логарифмический декремент колебаний
3. Построить графики переходных процессов токов i1(t) и i2(t)
4. Рассчитать переходные процессы токов i1(t) и i2(t) с помощью программы моделирования электрических и электронных схем.

Вариант 17
Дано: R1 = 40 Ом, R2 = 20 Ом, L = 20 мГн, C = 50 мкФ, J = 10 А

Решение

1. Найдем принужденные составляющие искомых токов и напряжений. Это означает расчет установившегося режима в после коммутационной схеме. В ней действует постоянная ЭДС, значит, токи и напряжения будут постоянными, а следовательно, емкость представляет собой разрыв цепи (ток равен нулю), а индуктивность – короткое замыкание (напряжение равно нулю). Расчетная схема - на рис. 1.

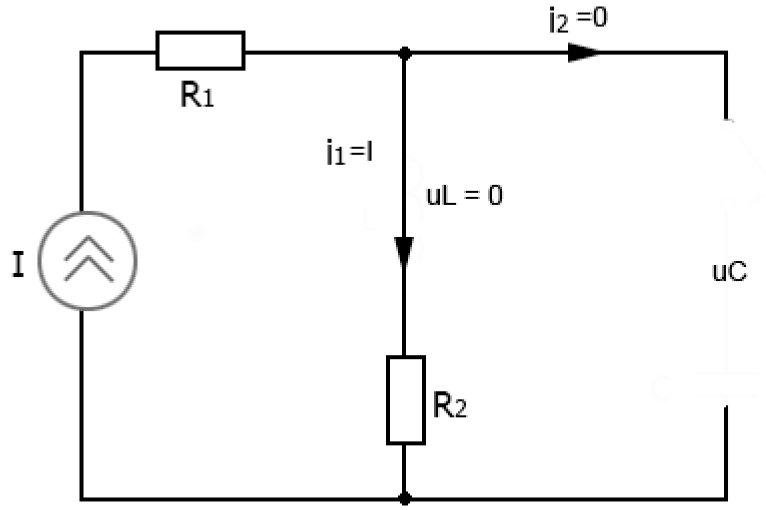


Рис.1.1 – Расчетная схема принужденной составляющей.

В этой схеме

$i_{1\ \text{пр}} = J = 10$ A;

$i_{2\ \text{пр}} = 0$ A;

Определим общий вид свободных составляющих. Для этого составим характеристическое уравнение схемы, пользуясь методом входного сопротивления. Разорвем цепь в произвольном месте и запишем выражение входного сопротивления $Z(p)$, считая индуктивность сопротивлением pL, а емкость $1/pC$ (рис.2).

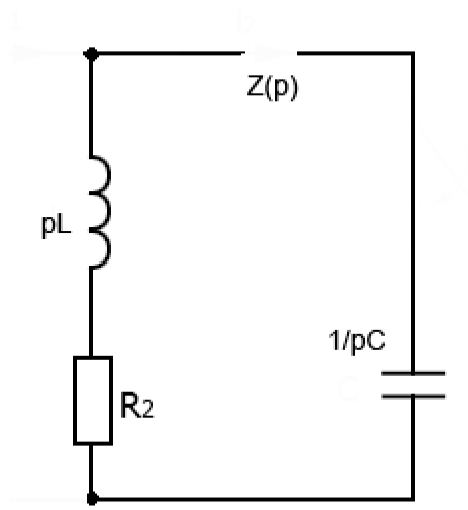


Рис. 2- Схема для расчета характеристического сопротивления.

$$Z(p) = R_2 + pL + \frac{1}{pC} = 0;$$

$$p^2 L + R_2 p + \frac{1}{C} = 0;$$

$$p^2 + p \cdot \frac{R_2}{L} + \frac{1}{LC} = 0;$$

$$p^2 + p \cdot \frac{20}{0.02} + \frac{1}{0.02 \cdot 50 \cdot 10^{-6}} = 0;$$

$$p^2 + 1000p + 1000000 = 0;$$

$$D = b^2 - 4ac = 1000^2 - 4 \cdot 1 \cdot 10^6 = -3000000;$$

$$p_{12} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a} = \frac{-1000 \pm j\sqrt{3000000}}{2} = -500 \pm j866 \text{ с}^{-1} = \delta \pm j\omega;$$

Корни оказались комплексно-сопряженными, следовательно в цепи имеет место колебательный процесс.

Общий вид свободных составляющих в таком случае определяется формулой:

$$i_{\text{св}}(t) = Ae^{-\delta t} \sin{(\omega t + \gamma)}$$

здесь А, γ - константы интегрирования, определяемые по начальным условиям. Чтобы их найти, нужно знать $i_{св}(0)$ и $i_{св}^{/}(0)$ для каждого тока.

Анализ начальных условий.

<u>Независимые начальные условия.</u> Это те величины, которые подчиняются законом коммутации, то есть начальные значения тока через индуктивность и напряжения на емкости. В нашей схеме это $i_L(0)$ и $u_C(0)$. В соответствии с законами коммутации обе эти величины не изменятся мгновенно, а значит в первый момент после коммутации (именно при $t = 0$) остаются такими же, какими были в предшествующий коммутации момент. До коммутации напряжение на конденсаторе равно нулю $u_C(0) = 0B$, а ток через индуктивность:

$i_L(0) = J = 10$ А;

$u_C(0) = 0$ В;

Зависимые начальные условия. Это все остальные необходимые для определения постоянных интегрирования величины в момент $t=0$, не попавшие в число независимых. Они определяются из уравнений Кирхгофа для схемы в момент $t=0$ после коммутации.

$i_2(0) = J - i_L(0) = 10 - 10 = 0$ A;

$u_L(0) = u_C(0) - i_L(0)R_2 = 0 - 10 \cdot 20 = -200$ B;

Теперь прейдем к определению начальных значений производных искомых величин. Производные токов $i_1^{/}(t)$ и $i_2^{/}(t)$ найдем из уравнений Кирхгофа:

$$i_L'(0) = \frac{u_L(0)}{L} = -\frac{200}{0.02} = -10000\,\frac{\text{A}}{\text{c}};$$

$$u_C'(0) = \frac{i_2(0)}{C} = \frac{0}{50 \cdot 10^{-6}} = 0\,\frac{\text{B}}{\text{c}};$$

$$i_1'(0) = -\frac{u_C'(0)}{\text{R}_1} = -\frac{0}{40} = 0\,\frac{\text{A}}{\text{c}};$$

$$i_2'(0) = J' - i_L'(0) = 0 + 10000 = 10000\,\frac{\text{A}}{\text{c}};$$

Начальные значения свободных составляющих легко найти по формулам

$$i_{св}(0) = i(0) - i_{пр},$$

а начальные значения их производных $i_{св}^{/}(0) = i^{/}(0)$, так как $i_{пр}^{/} = 0$.

Результаты анализа начальных условий и принужденные составляющих сведем в таблицу 1.

Таблица 1. – Начальные условия и принужденные составляющие.

$i_{1пр} = 10\ A$	$i_1(0) = 10\ A$	$i_1'(0) = -10000\ \frac{\text{A}}{\text{c}}$	$i_{1св}(0) = 0A$	$i_{1св}'(0) = -10000\ \frac{\text{A}}{\text{c}}$
$i_{2пр} = 0\ A$	$i_2(0) = 0\ A$	$i_2'(0) = 10000\ \frac{\text{A}}{\text{c}}$	$i_{2св}(0) = 0\ A$	$i_{2св}'(0) = 10000\ \frac{\text{A}}{\text{c}}$

Вычислим постоянные интегрирования.

$$i_{св}(t) = Ae^{-\delta t}\sin(\omega t + \gamma)$$

$$i'_{св}(t) = -\delta Ae^{-\delta t}\sin(\omega t + \gamma) + A\omega e^{-\delta t}\cos(\omega t + \gamma)$$

$$i_{св}(0) = A \cdot sin(\gamma)$$

$$i'_{св}(0) = -\delta A\sin(\gamma) + A\omega\cos(\gamma)$$

$$\gamma = arctg\left[\frac{\omega i_{св}(0)}{i'_{св}(0) + \delta i_{св}(0)}\right]$$

$$A = \frac{i_{св}(0)}{\sin(\gamma)}$$

Рассчитываем константы:

$$\gamma_{I1} = arctg\left[\frac{\omega i_{1св}(0)}{i_{1св}(0)' + \delta i_{1св}(0)}\right] = arctg\left(\frac{8663 \cdot 0}{-10000 + 500 \cdot 0}\right) = 0°$$

$$A_{I1} = \frac{i_{1св}(0)}{\sin(\gamma_{I1})} = \frac{0}{\sin(0°)}$$

В этом уравнение и числитель и знаменатель дроби равны нулю, получаем неопределенность, что не позволяет вычислить A. Воспользуемся формулой производных:

$$i'_{св}(0) = -\delta A\sin(\gamma) + A\omega\cos(\gamma)$$

$$i'_{св}(0) = A\omega\cos(\gamma)$$

$$A_{I1} = \frac{i'_{1св}(0)}{\omega \cdot \cos(\gamma_{I1})} = \frac{-10000}{866 \cdot \cos(0°)} = -11.55\,A$$

$$\gamma_{I2} = arctg\left[\frac{\omega i_{2св}(0)}{i_{2св}(0)' + \delta i_{2св}(0)}\right] = arctg\left(\frac{866 \cdot 0}{10000 + 500 \cdot 0}\right) = 0°$$

$$A_{I2} = \frac{i_{2св}(0)}{\sin(\gamma_{I2})} = \frac{0}{\sin(0°)}$$

$$A_{I2} = \frac{i'_{2св}(0)}{\omega \cdot \cos(\gamma_{I2})} = \frac{10000}{866 \cdot \cos(0°)} = 11.55\,A$$

Запишем итоговые результаты:

$$\boldsymbol{i_1(t) = i_{1\text{пр}} + A_{I1}e^{-\delta t}\sin(\omega t + \gamma_{I1}) = 10 - 11.55e^{-500t}\sin(866t)}\ \text{А};$$

$$\boldsymbol{i_2(t) = i_{2\text{пр}} + A_{I2}e^{-\delta t}\sin(\omega t + \gamma_{I2}) = 11.55e^{-500t}\sin(866t)}\ \text{А};$$

2. Определим временную постоянную переходного процесса:

$$\tau = \frac{1}{|\delta|} = \frac{1}{500} = 0.002\ \text{с}$$

Длительность переходного процесса примерно составляет 5τ:

$$T_{\text{пер}} = 5\tau = 5 \cdot 0.002 = 0.01\ \text{с};$$

Период затухающих колебаний составит:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi}{866} = 0.00726\ c$$

Логарифмический декремент затухания равен:

$$\chi = \delta T = 500 \cdot 0.00726 = 3.63$$

3. Графики переходного процесса приведем на рис. 3.

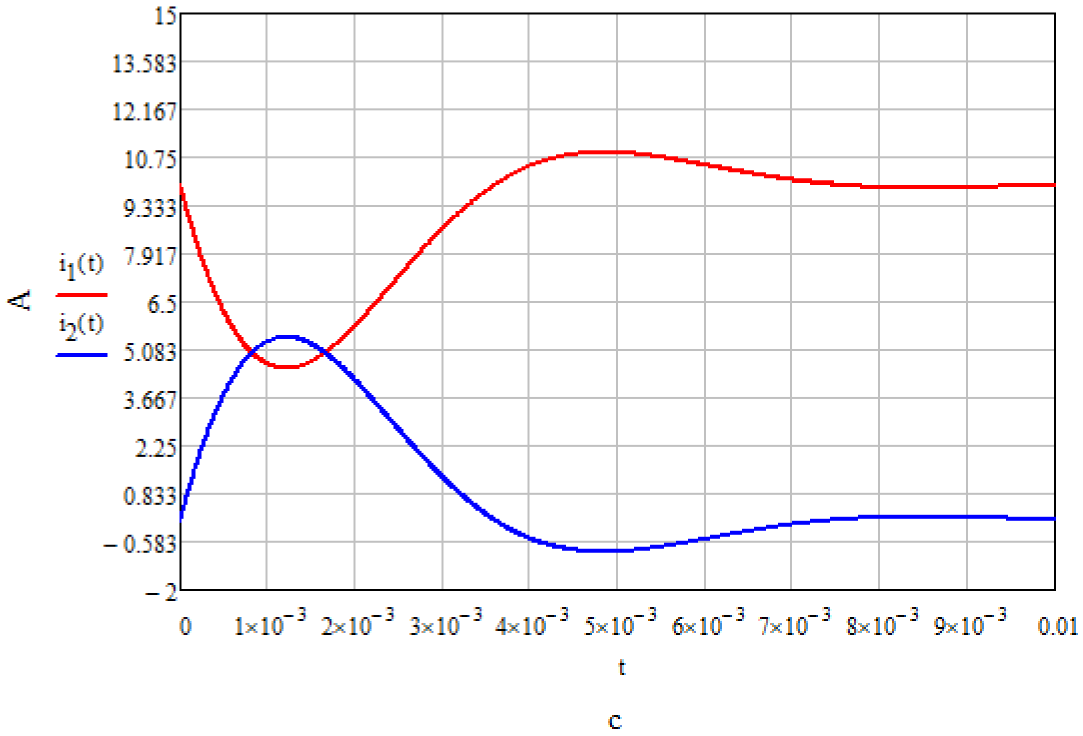
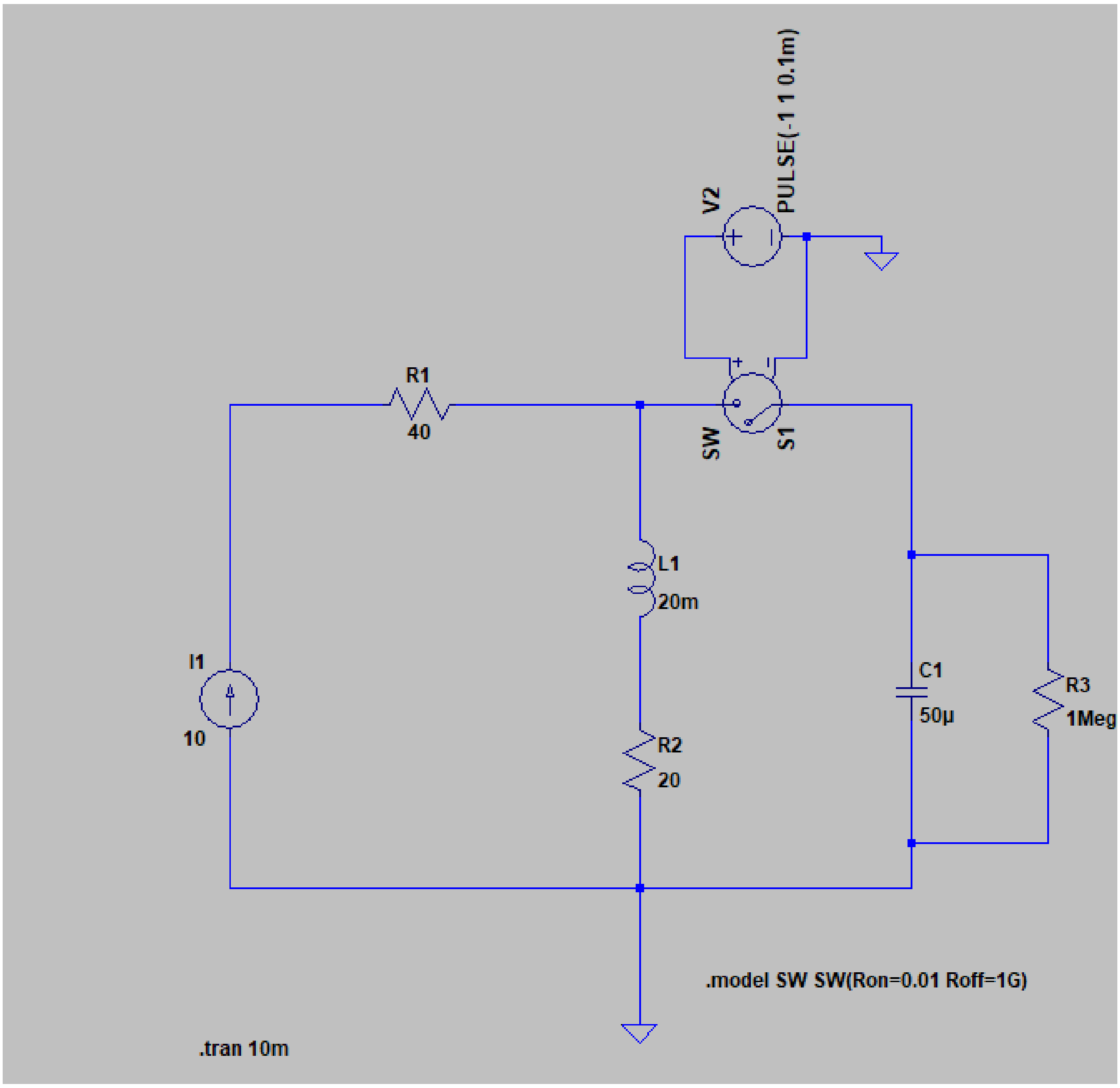
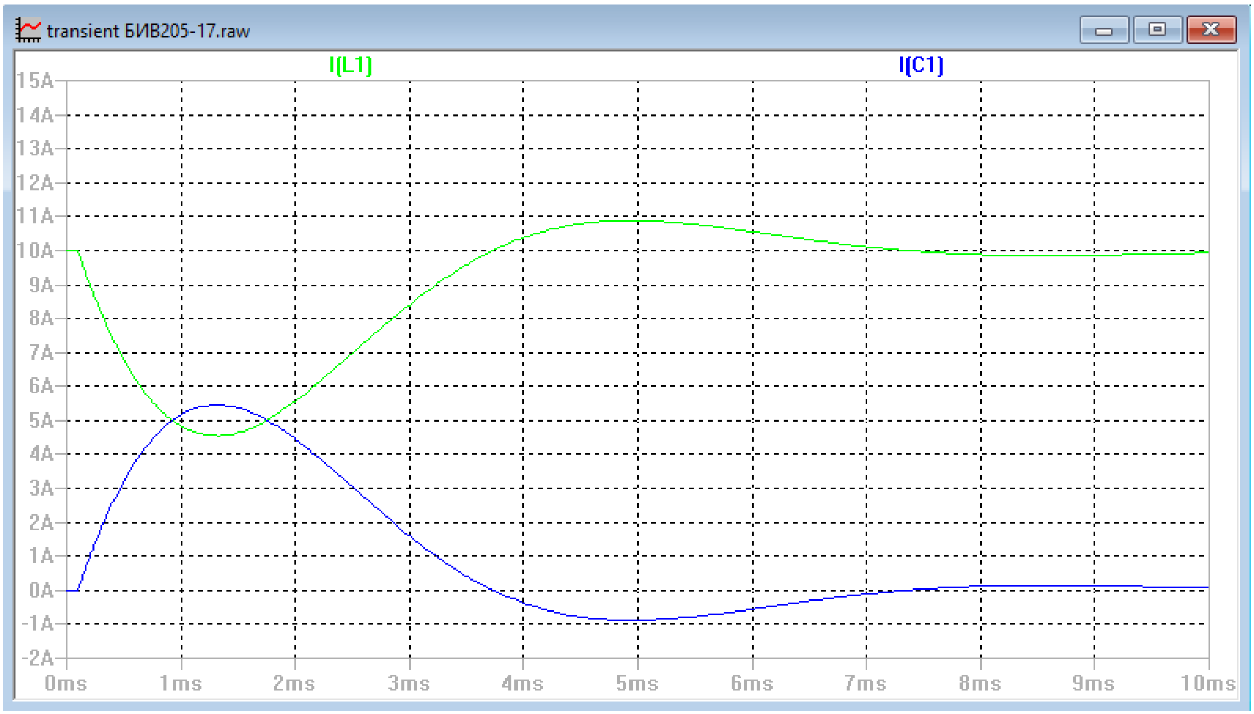


Рисунок 3. Графики искомых токов цепи во время переходного процесса

4. Результаты моделирования в LTSpice





Полученный график сходится с графиком из Mathcad, следовательно, вычисления проведены верно.

Литература:

1. Бессонов Л.А. Теоретические основы электротехники. Электрические цепи.- М.: Высшая школа, 2006.

2. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1978.

3. Электротехника и электроника. Кн. 3. Электрические измерения и основы электроники. - под ред. В.Г. Герасимова.–М.:Энергоатомиздат,1998.

4. Атабеков Г.И. Основы теории цепей: Учебник, 2-е изд., испр. — СПб.: Изда- тельство «Лань», 2006.