

## EXERCICE 12

## Devoir1

Ali Lazrak - 23109

quelles que soient les propositions  $P, Q, R$ ,  
 $((P \vee (Q \wedge R)) \Leftrightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R)))$

Montrons  $(P \vee (Q \wedge R)) \Leftrightarrow ((P \vee Q) \wedge (P \vee R))$  (1)

$(\Leftrightarrow I)$

Supposons que  $P \vee (Q \wedge R)$  (h1)

Montrons  $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$  (2)

$(\vee E)$

Montrons  $P \vee (Q \wedge R)$  (3)

d'après (h1)

Supposons que  $P$  (h2)

Montrons  $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$  (4)

$(\wedge I)$

Montrons  $P \vee Q$  (5)

$(\vee I_g)$

Montrons  $P$  (6)

d'après (h2)

Montrons  $P \vee R$  (7)

$(\vee I_g)$

Montrons  $P$  (8)

d'après (h2)

Supposons que  $Q \wedge R$  (h3)

Montrons  $(P \vee Q) \wedge (P \vee R)$  (9)

$(\wedge I)$

Montrons  $P \vee Q$  (10)

$(\vee Id)$

Montrons  $Q$  (11)

$(\wedge Eg)$

Montrons  $Q \wedge R$  (12)

d'après (h3)

Montrons  $P \vee R$  (13)

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{R}$  (13)

( $\vee Id$ )

Montrons  $\mathbf{R}$  (14)

( $\wedge Ed$ )

Montrons  $\mathbf{Q} \wedge \mathbf{R}$  (15)

d'après (h3)

Supposons que  $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})$  (h4)

Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \wedge \mathbf{R})$  (16)

( $\vee E$ )

Montrons  $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \vee \mathbf{P}$  (17)

( $\vee Ig$ )

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$  (18)

( $\wedge Eg$ )

Montrons  $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})$  (19)

d'après (h4)

Supposons que  $\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$  (h5)

Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \wedge \mathbf{R})$  (20)

( $\vee E$ )

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{R}$  (21)

( $\wedge Ed$ )

Montrons  $(\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}) \wedge (\mathbf{P} \vee \mathbf{R})$  (22)

d'après (h4)

Supposons que  $\mathbf{P}$  (h6)

Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \wedge \mathbf{R})$  (23)

( $\vee Ig$ )

Montrons  $\mathbf{P}$  (24)

d'après (h6)

Supposons que  $\mathbf{R}$  (h7)

Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \wedge \mathbf{R})$  (25)

( $\vee E$ )

Montrons  $\mathbf{P} \vee \mathbf{Q}$  (26)

d'après (h5)

*Supposons que  $\mathbf{P}$*  (h8)

*Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \wedge \mathbf{R})$*  (27)

( $\vee I_g$ )

*Montrons  $\mathbf{P}$*  (28)

*d'après (h8)*

*Supposons que  $\mathbf{Q}$*  (h9)

*Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \wedge \mathbf{R})$*  (29)

( $\vee Id$ )

*Montrons  $\mathbf{Q} \wedge \mathbf{R}$*  (30)

( $\wedge I$ )

*Montrons  $\mathbf{Q}$*  (31)

*d'après (h9)*

*Montrons  $\mathbf{R}$*  (32)

*d'après (h7)*

*Supposons que  $\mathbf{P}$*  (h10)

*Montrons  $\mathbf{P} \vee (\mathbf{Q} \wedge \mathbf{R})$*  (33)

( $\vee I_g$ )

*Montrons  $\mathbf{P}$*  (34)

*d'après (h10)*