

EXERCICE 6

Devoir 2 (Preuves avec Edukera - quantificateurs)

Ali Lazrak - 18061

quel que soit le prédicat **F**,

$$(\neg(\exists x, F(x))) \Leftrightarrow (\forall x, \neg(F(x)))$$

$$\text{Montrons } \neg (\exists x, F (x)) \Leftrightarrow (\forall x, \neg (F (x))) \quad (1)$$

 $(\Leftrightarrow I)$

Supposons que $\neg (\exists x, F(x))$ (h1)

Montrons $\forall \mathbf{x}, \neg (\mathbf{F}(\mathbf{x}))$ (2)

$$(A)$$

Supposons que $\neg (\forall x, \neg (\mathbf{F} (x)))$ (h2)

$$\textit{Montrons} \perp \quad (3)$$
 $(\neg E)$
$$\text{Montrons } \exists \mathbf{x}, \mathbf{F}(\mathbf{x}) \quad (4)$$

par Lois de De Morgan 4/4

$$\text{Montrons } \neg (\forall x, \neg (F (x))) \quad (5)$$

d'après (h2)

$$\textit{Montrons} \neg (\exists \mathbf{x}, \mathbf{F} (\mathbf{x})) \quad (6)$$

d'après (h1)

Supposons que $\forall x, \neg (F(x))$ (h3)

$$\text{Montrons } \neg (\exists x, F(x)) \quad (7)$$
 $(\neg I)$

Supposons que $\exists x, F(x)$ (h4)

$$\textit{Montrons} \perp \quad (8)$$
 $(\neg E)$

Montrons $\forall x, \neg (F(x))$ (9)

d'après (h3)

$$\textit{Montrons } \neg (\forall \mathbf{x}, \neg (\mathbf{F} (\mathbf{x}))) \quad (10)$$

par Lois de De Morgan 4/4

$$\text{Montrons } \exists \mathbf{x}, \mathbf{F}(\mathbf{x}) \quad (11)$$

d'après (h4)