

EXERCICE 12**Devoir 2 (Preuves avec Edukera - quantificateurs)**

Ali Lazrak - 18061

quelle que soit la constante a ,*quels que soient* les prédicats P Q ,

$$(\exists x, (P(x) \vee Q(x))) \Rightarrow ((\forall x, \neg(Q(x))) \Rightarrow (\exists x, P(x)))$$

Soit la constante a

Supposons que $\exists x, (P(x) \vee Q(x))$ (h1)

Montrons $(\forall x, \neg(Q(x))) \Rightarrow (\exists x, P(x))$ (1)

($\Rightarrow I$)

Supposons que $\forall x, \neg(Q(x))$ (h2)

Montrons $\exists x, P(x)$ (2)

($\exists E$)

Montrons $\exists x, (P(x) \vee Q(x))$ (3)

d'après (h1)

Soit l'élément x

Supposons que $P(x) \vee Q(x)$ (h3)

Montrons $\exists x, P(x)$ (4)

par Lois de De Morgan 4/4

Montrons $\neg(\forall x, \neg(P(x)))$ (5)

($\neg I$)

Supposons que $\forall x, \neg(P(x))$ (h4)

Montrons \perp (6)

($\forall E$)

Montrons $P(x) \vee Q(x)$ (7)

d'après (h3)

Supposons que $P(x)$ (h5)

Montrons \perp (8)

($\neg E$)

Montrons $P(x)$ (9)

d'après (h5)

Montrons $\neg(P(x))$ (10)

($\forall E$)

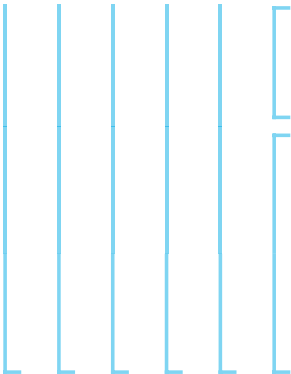
Montrons $\forall x, \neg(P(x))$ (11)

d'après (h4)

Supposons que $Q(x)$ (h6)

Montrons \perp (12)

($\neg E$)



Montrons $Q(x)$ (13)

d'après (h6)

Montrons $\neg(Q(x))$ (14)

($\forall E$)

Montrons $\forall x, \neg(Q(x))$ (15)

d'après (h2)