EXERCICE 9

Devoir 2 (Preuves avec Edukera - quantificateurs)

Ali Lazrak - 18061

quel que soit le prédicat $\mathbf{F}$,
$((\exists x, \mathbf{F}(x)) \Leftrightarrow \neg(\forall x, \neg(\mathbf{F}(x))))$

Montrons $(\exists x, \mathbf{F}(x)) \Leftrightarrow \neg(\forall x, \neg(\mathbf{F}(x)))$ (1)

($\Leftrightarrow$I)

Supposons que $\exists x, \mathbf{F}(x)$ (h1)

Montrons $\neg(\forall x, \neg(\mathbf{F}(x)))$ (2)

($\neg$I)

Supposons que $\forall x, \neg(\mathbf{F}(x))$ (h2)

Montrons $\perp$ (3)

($\neg$E)

Montrons $\exists x, \mathbf{F}(x)$ (4)

d'après (h1)

Montrons $\neg(\exists x, \mathbf{F}(x))$ (5)

par Lois de De Morgan 1/4

Montrons $\forall x, \neg(\mathbf{F}(x))$ (6)

d'après (h2)

Supposons que $\neg(\forall x, \neg(\mathbf{F}(x)))$ (h3)

Montrons $\exists x, \mathbf{F}(x)$ (7)

(A)

Supposons que $\neg(\exists x, \mathbf{F}(x))$ (h4)

Montrons $\perp$ (8)

($\neg$E)

Montrons $\forall x, \neg(\mathbf{F}(x))$ (9)

par Lois de De Morgan 1/4

Montrons $\neg(\exists x, \mathbf{F}(x))$ (10)

d'après (h4)

Montrons $\neg(\forall x, \neg(\mathbf{F}(x)))$ (11)

d'après (h3)