

EXERCICE 3**Devoir 2 (Preuves avec Edukera - quantificateurs)**

quels que soient les prédicats $F1$ $F2$,

$$((\forall x, F1(x)) \vee (\forall x, F2(x))) \Rightarrow \forall x, (F1(x) \vee F2(x))$$

Supposons que $(\forall x, F1(x)) \vee (\forall x, F2(x))$ (h1)

Montrons $\forall x, (F1(x) \vee F2(x))$ (1)

($\forall I$)

Soit l'élément a

Montrons $F1(a) \vee F2(a)$ (2)

($\vee E$)

Montrons $(\forall x, F1(x)) \vee (\forall x, F2(x))$ (3)

d'après (h1)

Supposons que $\forall x, F1(x)$ (h2)

Montrons $F1(a) \vee F2(a)$ (4)

($\vee I_g$)

Montrons $F1(a)$ (5)

par Lois de De Morgan 3/4

Montrons $\neg(\exists x, \neg(F1(x)))$ (6)

d'après le lemme 27 de la section 'De Morgan'

Montrons $\forall x, F1(x)$ (7)

d'après (h2)

Supposons que $\forall x, F2(x)$ (h3)

Montrons $F1(a) \vee F2(a)$ (8)

($\vee Id$)

Montrons $F2(a)$ (9)

par Lois de De Morgan 3/4

Montrons $\neg(\exists x, \neg(F2(x)))$ (10)

d'après le lemme 27 de la section 'De Morgan'

Montrons $\forall x, F2(x)$ (11)

d'après (h3)