

MODUL ATURAN PENCACAHAN

2. Notasi Faktorial

Hasil perkalian semua bilangan bulat positif dari 1 sampai dengan n disebut n factorial, dan diberi notasi $n!$

Contoh 4

Tentukan nilai dari:

a. $5!$

b. $\frac{5!}{4!}$

Jawab:

a. $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

b. $\frac{5!}{4!} = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5$

3. Permutasi

Permutasi adalah pola pengambilan yang **memperhatikan urutan** ($AB \neq BA$). Permutasi biasa digunakan untuk menyelesaikan permasalahan yang berkaitan dengan jabatan, kedudukan/tingkatan.

Permutasi ada 3 jenis, yaitu:

a. Permutasi k unsur dari n unsur

$$P(n, k) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

b. Permutasi dari beberapa unsur yang sama

Banyaknya permutasi dari n unsur yang memuat n_1 unsur yang sama, n_2 unsur yang sama, $\dots n_k$ unsur yang sama.

$$P(n: n_1, n_2, n_3, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! n_3! \dots n_k!}$$

c. Permutasi siklis

$$P(n \text{ siklis}) = (n - 1)!$$

4. Kombinasi

Kombinasi adalah pola pengambilan yang **tidak memperhatikan urutan** ($AB = BA$).

$$C(n, k) = \frac{n!}{(n - k)! k!}$$

Perhatikan contoh soal berikut.

Contoh 5

Dalam suatu organisasi akan dipilih pengurus sebagai ketua, sekretaris, dan bendahara dari 8 calon yang memenuhi kriteria. Berapa banyak susunan pengurus yang mungkin dari calon tersebut?

Jawab:

Karena permasalahan membahas tentang pemilihan susunan jabatan pengurus yang maka permasalahan adalah kasus **permutasi**

$$\text{Banyak susunan pengurus} = P(8, 3) = \frac{8!}{(8-3)!} = \frac{8!}{5!} = 8 \times 7 \times 6 = 336$$

Jadi, susunan pengurus yang mungkin dari calon tersebut sebanyak 336 susunan.

Contoh 6

Terdapat 3 kelereng merah, 2 kelereng biru, dan 1 kelereng putih yang sama jenis dan ukurannya. Berapakah cara kelereng-kelereng tersebut dapat disusun berdampingan?

Jawab:

Karena kelereng tersebut memiliki jenis dan ukuran yang sama, maka permasalahan ini termasuk **permutasi dari unsur yang sejenis**.

Banyaknya susunan kelereng-kelereng tersebut

$$P(6: M, B, P) = \frac{6!}{3! 2! 1!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{3 \times 2 \times 1 \times 2!} = 60$$

Jadi, kelereng-kelereng tersebut dapat disusun berdampingan sebanyak 60 cara.

Contoh 7

Berapa banyak susunan kata yang dapat dibentuk dari kata “MATEMATIKA”?

Jawab:

Karena dari kata “MATEMATIKA” ada beberapa huruf yang sama, maka permasalahan ini menggunakan **permutasi berulang unsur yang sama**

Huruf yang sama ada M sebanyak 2, A sebanyak 3, T sebanyak 2, sehingga

Banyak susunan kata yang mungkin

$$P(10: M, A, T) = \frac{10!}{2! 3! 2!} = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 151.200$$

Jadi, susunan kata yang dapat dibentuk dari kata MATEMATIKA sebanyak 151.200 buah

Contoh 8

Berapa banyak cara 6 orang duduk mengelilingi sebuah meja bundar?

Jawab:

Karena mencari banyak susunan mengelilingi meja bundar, maka permasalahan ini menggunakan **permutasi siklis**.

$$P(6 \text{ siklis}) = (6 - 1)! = 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

Jadi, 6 orang dapat duduk mengelilingi sebuah meja bundar sebanyak 120 cara.

Contoh 9

Seorang siswa hanya bisa menjawab 7 buah pertanyaan dari 10 pertanyaan yang diberikan pada suatu ujian. Berapa banyaknya cara ia dapat memilih pertanyaan yang bisa dijawab?

Jawab:

Karena tidak ada aturan soal yang tidak boleh dijawab, maka permasalahan ini menggunakan konsep **kombinasi**.

$$C(10, 7) = \frac{10!}{(10-7)!7!} = \frac{10!}{3!7!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7!}{7! \times 3 \times 2 \times 1} = 120$$

Jadi, ia dapat memilih pertanyaan yang bisa dijawab sebanyak 120 cara.

Contoh 10

Pada suatu rapat terdapat 10 orang yang saling berjabat tangan. Tentukan banyak jabatan tangan yang terjadi.

Jawab:

Saat berjabat tangan terjadi kontak antara dua orang. Jabat tangan antara A dan B adalah sama dengan B dan A, sehingga kejadian jabat tangan merupakan kasus kombinasi.

Banyak jabat tangan adalah kombinasi 2 dari 10.

$$C(10, 2) = \frac{10!}{(10-2)!2!} = \frac{10!}{8!2!} = \frac{10 \times 9 \times 8!}{8! \times 2 \times 1} = 45$$

Jadi, jabatan tangan yang terjadi pada rapat tersebut sebanyak 45 jabat tangan.

Contoh 11

Sebuah kotak berisi 4 bola putih dan 5 bola biru. Dari dalam kotak diambil 3 bola sekaligus, berapa banyak cara pengambilan sedemikian hingga sedikitnya terdapat 2 bola biru?

Jawab:

Mengambil bola adalah kasus yang tidak memperhatikan urutan, maka permasalahan tersebut bisa diselesaikan dengan konsep **kombinasi**.

Mengambil 3 bola dan paling sedikit 2 bola biru, maka kemungkinannya adalah

$$\begin{aligned} \bullet \quad & 2 \text{ biru dan } 1 \text{ putih} = C(5, 2) \times C(4, 1) = \frac{5!}{3!2!} \times 4 = 10 \times 4 = 40 \\ \bullet \quad & 3 \text{ biru} = C(5, 3) = \frac{5!}{3!2!} = 10 \end{aligned}$$

$$= 40 + 10 = 50$$

Jadi, pengambilan bola sedemikian hingga sedikitnya terdapat 2 bola biru sebanyak 50 cara.