

Esercizi per il corso di Data Science - Laurea in Scienza dei Materiali

PROF. D. DI SANTE, DR. A. CONSIGLIO
SEMESTRE INVERNALE 2024/2025

2° Foglio, Ottimizzazione
09/10/2024

Esercizio 1 - Ottimizzazione non vincolata

(a) Si consideri il problema di ottimizzazione

$$\min_{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^2} f(\mathbf{x})$$

ove la funzione $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ è data da:

$$f(x, y) = x^2 - 2x + x^2y^2 - 2xy$$

Si calcolino i punti stazionari critici del problema e si trovino tutti i suoi minimi locali e globali.

Successivamente, si consideri il punto $\mathbf{x}_0 = (0, 0)$ e si ottimizzi la funzione con i metodi della discesa del gradiente e di Newton.

Esercizio 2 - Metodi di discesa del gradiente

(a) Si creino 200 punti-dati (x_i, y_i) , dove ogni x_i è generato in modo casuale dall'intervallo $[0, 1]$ e $y_i = \sin(2\pi x_i) + \epsilon$. ϵ è un rumore casuale i cui valori appartengono all'intervallo $[-0.2, 0.2]$.

Si implementi in Python un codice basato sulla discesa stocastica del gradiente per risolvere il problema di regressione, ove verranno utilizzati i 200 punti-dati generati in precedenza. Per iniziare, si può considerare un tasso di apprendimento costante (per esempio $\alpha = 0.001$) e un modello di regressione polinomiale di ordine D . I coefficienti del polinomio possono essere generati in modo casuale all'interno di un intervallo $[-0.5, 0.5]$.

(b) Sia data la funzione:

$$f(x) = x^4 - 3x^3 + 2$$

Si utilizzino i tre metodi visti in aula per minimizzare la funzione di costo, ovvero: metodo del gradiente, discesa del gradiente con momento e discesa del gradiente accelerata di Nesterov.

Si faccia un confronto critico tra i risultati, studiando anche il numero di iterazioni necessarie per raggiungere la convergenza al valore di minimo. Quale algoritmo oscilla di meno, e perché?

Si può fare riferimento anche al materiale didattico del Prof. Di Sante presente su Virtuale.