

Домашнее задание 5

Задание

В приближении посевного сезона фермер Мак-Кой имеет четыре альтернативы использования земли:

- a_1 – выращивать кукурузу,
- a_2 – выращивать пшеницу,
- a_3 – выращивать соевые бобы,
- a_4 – использовать землю под пастбища.

Платежи, связанные с указанными возможностями, зависят от количества осадков, которые условно можно разделить на четыре категории:

- s_1 – сильные осадки,
- s_2 – умеренные осадки,
- s_3 – незначительные осадки,
- s_4 – засушливый сезон.

Платежная матрица (в тыс. долл.) оценивается следующим образом:

	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	-20	60	30	-5
a_2	40	50	35	0
a_3	-50	100	45	-10
a_4	12	15	15	10

Что должен посеять Мак-Кой? Посоветуйте Мак-Кою, какой выбор он должен сделать, основываясь на каждом из критериев принятия решений в условиях неопределенности. Вычислите уровень неопределённости в задаче. При применении критерия Гурвица рассмотрите любые два подхода (пессимистический и оптимистический, оптимистический и реалистический или пессимистический и реалистический).

Решение

Критерий Лапласа

Значение критерия Лапласа — это наибольшее значение математического ожидания выигрыша в условиях неопределённости состояний природы, то есть наибольшее среднее арифметическое значение выигрыша.

	s_1	s_2	s_3	s_4
a_1	-20	60	30	-5
a_2	40	50	35	0
a_3	-50	100	45	-10
a_4	12	15	15	10

$$H_{0,25}(a_1) = 0,25 * (-20 + 60 + 30 - 5) = 16,25$$

$$H_{0,25}(a_2) = 0,25 * (40 + 50 + 35 + 0) = 31,25 \quad \text{— Наибольшая величина}$$

$$H_{0,25}(a_3) = 0,25 * (-50 + 100 + 45 - 10) = 21,25$$

$$H_{0,25}(a_4) = 0,25 * (12 + 15 + 15 + 10) = 13$$

По критерию Лапласа — лучше выращивать пшеницу

Критерий Сэвиджа

Критерий минимального риска Севиджа рекомендует выбирать в качестве оптимальной стратегии ту, при которой величина максимального риска минимизируется в наихудших условиях, т.е. обеспечивается: $a = \min(\max r_{ij})$

Критерий Сэвиджа ориентирует статистику на самые неблагоприятные состояния природы, т.е. этот критерий выражает пессимистическую оценку ситуации.

Выбираем максимальные значения в столбцах $s_1 \dots s_4$:

	s1	s2	s3	s4
a1	-20	60	30	-5
a2	40	50	35	0
a3	-50	100	45	-10
a4	12	15	15	10

Рассчитаем матрицу риска:

	s1	s2	s3	s4
a1	60	40	15	15
a2	0	50	10	10
a3	90	0	0	-20
a4	28	85	30	0

Из матрицы выбираем максимальные значения строк:

	s1	s2	s3	s4
a1	60	40	15	15
a2	0	50	10	10
a3	90	0	0	-20
a4	28	85	30	0

Минимальное значение среди максимальных — 50 в a_2 .

По критерию Сэвиджа — лучше выращивать пшеницу.

Критерий Вальда

Согласно критерию Вальда рекомендуется применять максиминную стратегию: для чего выбираем минимальные значения в строках, а затем из них выбираем максимальное значение. Выбираем минимальные значения в строках:

	s1	s2	s3	s4
a1	-20	60	30	-5

a2	40	50	35	0
a3	-50	100	45	-10
a4	12	15	15	10

Максимальное значение среди минимальных — 10 в a_4 .

По критерию Вальда — лучше использовать землю под пастбища.

Критерий Гурвица

Критерий Гурвица основан на следующих двух предположениях: «природа» может находиться в самом невыгодном состоянии с вероятностью $(1 - y)$ и в самом выгодном состоянии с вероятностью y , где y — коэффициент доверия.

Пессимистическое решение:

	s1	s2	s3	s4
a1	-20	60	30	-5
a2	40	50	35	0
a3	-50	100	45	-10
a4	12	15	15	10

$$H_{0,1}(a_1) = 0,1 \cdot 60 + 0,9 \cdot (-20) = -12$$

$$H_{0,1}(a_2) = 0,1 \cdot 50 + 0,9 \cdot 0 = 5$$

$$H_{0,1}(a_3) = 0,1 \cdot 100 + 0,9 \cdot (-50) = 5,5$$

$$H_{0,1}(a_4) = 0,1 \cdot 15 + 0,9 \cdot 10 = 10,5 \quad \text{— Наибольшая величина}$$

По критерию Гурвица (пессимистическое решение по субъективной вероятности 0,1) — лучше использовать землю под пастбища.

Оптимистическое решение:

	s1	s2	s3	s4
a1	-20	60	30	-5
a2	40	50	35	0
a3	-50	100	45	-10
a4	12	15	15	10

$$H_{0,8}(a_1) = 0,8 \cdot 60 + 0,2 \cdot (-20) = 44$$

$$H_{0,8}(a_2) = 0,8 \cdot 50 + 0,2 \cdot 0 = 40$$

$$H_{0,8}(a_3) = 0,8 \cdot 100 + 0,2 \cdot (-50) = 70 \quad \text{— Наибольшая величина}$$

$$H_{0,8}(a_4) = 0,8 \cdot 15 + 0,2 \cdot 10 = 14$$

По критерию Гурвица (оптимистическое решение по субъективной вероятности 0,8) — лучше выращивать соевые бобы.

Вывод

По критериям Лапласа и Сэвиджа надо выращивать пшеницу — это наиболее оптимальное решение, позволяющее получить большой доход в большинстве случаев

По критериям Вальда и пессимистическому решению Гурвица, надо использовать землю под

пастбища — это осторожный родход, позволяющий получить прибыль почти независимо от погоды. По оптимистичному решению критерия Гурвица надо выращивать соевые бобы — оптимистичное решение, которое позволяет получить большой доход при благоприятном стечении обстоятельств и понести убытки при неблагоприятном.