

Тема 2.2. Булевы функции. Нормальные формы

План: Булевы функции. Дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы. Совершенные формы.

Задания с решением

Построив соответствующую таблицу значений, выясните, равны ли следующие булевы функции

$$f(x, y, z) = (x + y)' \vee (x + z)', \quad g(x, y, z) = xyz + x'y'z'.$$

Решение:

Построим таблицы значений для функций f и g :

$$f(x, y, z) = (x + y)' \vee (x + z)'$$

x	y	z	$x + y$	$(x + y)'$	$x + z$	$(x + z)'$	$f(x, y, z)$
0	0	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	1	1	0	1	0	0
1	0	0	1	0	1	0	0
1	0	1	1	0	0	1	1
1	1	0	0	1	1	0	1
1	1	1	0	1	0	1	1

$$g(x, y, z) = xyz + x'y'z'$$

x	y	z	xy	xyz	x'	y'	z'	$x'y'$	$x'y'z'$	$g(x, y, z)$
0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	0	1	0	0
0	1	0	0	0	1	0	1	0	0	0
0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	0
1	0	0	0	0	0	1	1	0	0	0
1	0	1	1	0	0	0	1	0	0	0
1	1	0	1	1	0	0	0	0	0	1
1	1	1								

Получили:

$$f(0,0,1) \neq g(0,0,1), \quad f(0,1,0) \neq g(0,1,0), \quad f(1,0,1) \neq g(1,0,1), \quad f(1,1,0) \neq g(1,1,0).$$

Следовательно, $f(x, y, z) \neq g(x, y, z)$.

Задания для самостоятельного решения

1. Построить таблицы значений для следующих функций:

1.1. $f(x, y, z) = ((x \rightarrow z) \wedge \bar{y}) \rightarrow \bar{x}$;

1.2. $f(x, y, z) = ((x \vee \bar{y}) \rightarrow z) \wedge (x | y) \leftrightarrow \bar{z}$;

1.3. $f(x, y, z) = (xyz) | \overline{(xyz)}$.

2. Для заданной булевой функции трех переменных:

- а) построить таблицу истинности, найти двоичную форму булевой функции и привести функцию к СДНФ и СКНФ;
- б) с помощью эквивалентных преобразований привести функцию к ДНФ, КНФ, СДНФ, СКНФ.

2.1. $(x \vee \bar{y}) \rightarrow (\bar{z} \oplus \bar{x})$

2.2. $\overline{(x | \bar{y}) \oplus (z \rightarrow \bar{x})}$

2.3. $\overline{(z \rightarrow x) \leftrightarrow (y | x)}$

2.4. $(z \rightarrow x) \oplus (x | \bar{y})$

2.5. $(z \rightarrow x) \left(\overline{(x \vee y) \rightarrow (z \downarrow x)} \right)$;

2.6. $\left((x | \bar{y}) \vee z \right) \leftrightarrow (z + x)$;

2.7. $\bar{x}z \rightarrow \left((y \downarrow x) \vee (z \downarrow x) \right)$;

2.8. $\left((x + yz) \rightarrow \bar{y} \cdot \bar{x} \right) \rightarrow (x | y)$;

2.9. $(y | z) \leftrightarrow \left(x \rightarrow \overline{(y \vee z)} \right)$;

2.10. $\left(\bar{z} \vee (x \rightarrow y) \right) \leftrightarrow (y \rightarrow zx)$.

3. Преобразовать булеву функцию а) в конъюнктивную нормальную форму; б) в дизъюнктивную нормальную форму.

3.1. $f(x, y, z) = (xz + y\bar{z}) \rightarrow (yz \vee x\bar{z})$;

3.2. $f(x, y, z) = \overline{\left((x \downarrow y) \rightarrow z \right)} \rightarrow (y \vee \bar{x})z$;

3.3. $f(x, y, z) = \left(x \rightarrow \left(\bar{z} | (y \vee x) \right) \right) \bar{z}$;

$$3.4. f(x, y, z) = \overline{(xyz \rightarrow z)} \rightarrow (z + y);$$

$$3.5. f(x, y, z) = ((x \rightarrow z)(y \rightarrow z)) \rightarrow (x | (y \vee z));$$

$$3.6. f(x, y, z) = (y \vee xz) \downarrow (x \rightarrow \overline{(y \vee z)});$$

$$3.7. f(x, y, z) = ((zy \rightarrow \bar{x}) \downarrow (x \vee z)) \vee y;$$

$$3.8. f(x, y, z) = (\bar{x} \vee \bar{y})(z \rightarrow \bar{y}) \rightarrow (z | y);$$

$$3.9. f(x, y, z) = (y \leftrightarrow (xz \vee y)) \rightarrow (y | (xz));$$

$$3.10. f(x, y, z) = (yz \rightarrow x(y \vee \bar{z})) + xz.$$