

分支定价算法解 VRPTW

一、VRPTW 标准模型

1.参数解释：

K : 车辆集合;

Q : 每辆车的最大容量;

C : 客户点集合;

V : 有向图 $G = (V, A)$ 中的节点集合, $V = C \cup \{0\}$;

A : 有向图 $G = (V, A)$ 中弧集合;

q_i : 在节点 i 处的客户的需求, $q_0 = 0$;

e_i : 在节点 i 处的客户的需求时间窗起始时刻;

l_i : 在节点 i 处的客户的需求时间窗结束时刻;

s_{ik} : 车辆 k 到达 i 的时刻;

t_{ij} : 车辆在弧 (i, j) 上的行驶时间;

c_{ij} : 车辆在弧 (i, j) 上的行驶成本;

x_{ijk} : 在最优解中弧 (i, j) 是否被选中, 是的话 $x_{ijk} = 1$, 否则 $x_{ijk} = 0$ 。

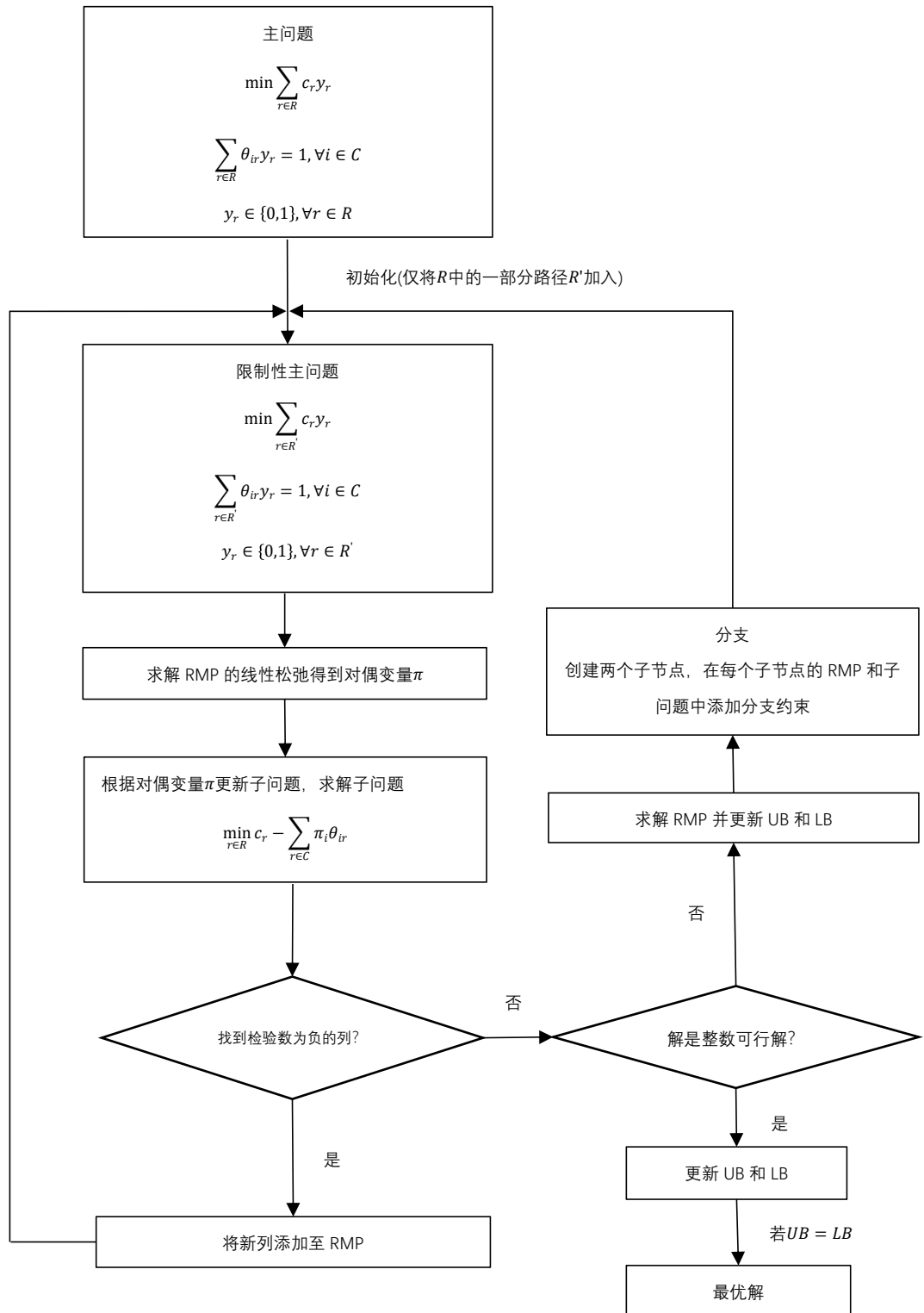
2.模型建立

$$\begin{aligned} \min & \sum_{k \in K} \sum_{i \in V} \sum_{j \in V} c_{ij} x_{ijk} \\ s. t. & \sum_{k \in K} \sum_{j \in V} x_{ijk} = 1, \forall i \in C \\ & \sum_{j \in V} x_{0jk} = 1, \forall k \in K \\ & \sum_{i \in V} x_{ihk} - \sum_{j \in V} x_{hjk} = 0, \forall h \in C, \forall k \in K \\ & \sum_{i \in V} x_{i,n+1,k} = 1, \forall k \in K \\ & \sum_{i \in C} q_i \sum_{j \in V} x_{ijk} \leq Q, \forall k \in K \\ & s_{ik} + t_{ij} - M(1 - x_{ijk}) \leq s_{jk}, \forall (i, j) \in A, \forall k \in K \\ & e_i \leq s_{ik} \leq l_i, \forall i \in V, \forall k \in K \\ & x_{ijk} \in \{0, 1\}, \forall (i, j) \in A, \forall k \in K \end{aligned}$$

3.代码与结果：

[VRPTW 问题代码](#)

二、分支定价算法程序图



三、分支定价算法伪代码

- 1.生成初始列 A , 构建 RMP_0
- 2.设置一个小的负容差 ϵ
- 3.设置 BB tree 的节点集合 $Q \leftarrow \emptyset$
4. $UB \leftarrow \infty$
5. $LB \leftarrow -\infty$ (或 0)
- 6.当前最优解 incumbent $\leftarrow Null$
- 7.对偶变量 $\pi \leftarrow$ 求解 RMP_0 的线性松弛, 即 $RLMP_0$
- 8.求解子问题 SP_0
- 9.创建 BB tree 的根节点 $N_0 \leftarrow \{RMP_0, SP_0\}$
- 10.将根节点加入 BB tree 的节点集合中 $Q \leftarrow Q \cup \{N_0\}$
- 11.**while** Q 非空或 $UB - LB > |\epsilon|$ **do**
12. $P \leftarrow Q.pop()$
13. $RMP \leftarrow P.RMP$
14. $SP \leftarrow P.SP$
15. $\sigma \leftarrow$ 求解 SP 并得到目标值
16. **while** $\sigma < \epsilon$ **do**
17. 得到新列并加入 RMP 中
18. 对偶变量 $\pi \leftarrow$ 求解 RMP
19. 用对偶变量 π 更新 SP
20. $\sigma \leftarrow$ 求解 $SP(\pi)$ 并得到目标值
21. **end while**
22. $y^* \leftarrow$ 求解最终 RMP 的线性松弛并得到解
23. **if** y^* 是整数可行解 **then**
24. **if** $UB > y^*$ 对应的目标函数 **then**
25. $UB \leftarrow y^*$ 对应的目标函数
26. incumbent $\leftarrow y^*$
27. **end if**
28. 点 P 被剪枝(根据最优性剪枝)

```

29.  else if  $y^*$  为空 then
30.      点 $P$ 被剪枝(根据非可行性剪枝)
31.  else if  $y^*$  是非整数解 then
32.      if  $UB < y^*$  对应的目标函数 then
33.          点 $P$ 被剪枝(根据界限剪枝)
34.      else
35.          根据分支策略创建子节点, 其集合为 $N$ 
36.          for 每个子节点 $i \in N$  do
37.              更新 $RMP_i$ (加入分支约束)
38.              更新 $SP_i$ (加入分支约束导致的相关约束)
39.               $N_i \leftarrow \{RMP_i, SP_i\}$ 
40.          end for
41.      end if
42.       $Q \leftarrow Q \cup N$ 
43.       $LB_{temp} \leftarrow$  所有叶子节点的最小局部下界  $\min \{(z_{RLMP}^* + \sum_{k=1}^K \bar{\sigma}_k^*)_i\}$ 
44.      if  $LB_{temp} > LB$  then
45.          更新 $LB \leftarrow LB_{temp}$ 
46.      end if
47.  end if
48. end while
49. return incumbent

```