C目录
ontents

一 、线路问题及问题描述

1.线路及 OD 流描述

某联运经营人企业经营的多节点集装箱海铁联运线路形式如图 4-1 所示。

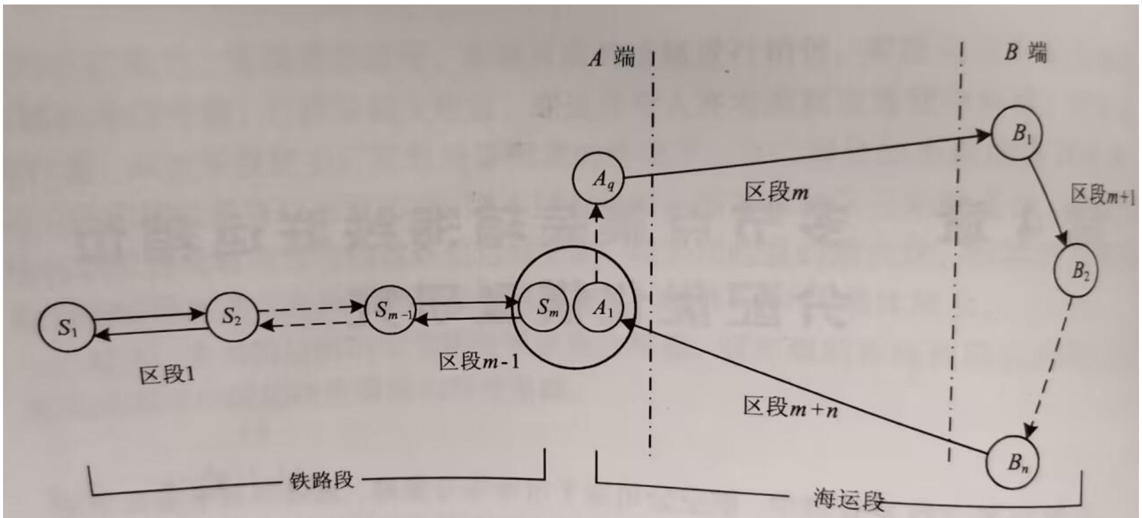

图 4－1　多节点集装箱海铁联运线路示意图

该线路由铁路段和海运段组成。

(1)铁路段以集装箱办理站S_1、S_2、……、S_m为节点，与港口A_1之间形成多点汇集式疏运线路。

(2)海运段A端以港口A_1、A_2、……、A_q为节点，B端以港口B_1、B_2、……、B_n为节点，A、B两段港之间形成顺时针海运航线。

(3)S_m和A_1是铁路和海运的换装地点，假设其可以实现无缝衔接。

在此线路形式下，集装箱海铁联运运货流组织形式为：去向的联运重箱在铁路段除了换装点S_m的某个办理站装车，运到换装点S_m/A_1换装上船，再运至海运段B端的某个港口卸船；返向的联运重箱在海运段B端的某个节点运到换装点A_1/S_m换装上车，再运至铁路段除了换装点S_m的某个节点卸车。因此，铁路段任意一个办理站（除了S_m）和海运段B端任意一个港口之间构成了重箱 OD 流。整条联运线路被各节点划成了$(m+n)$个区段，铁路段有$(m-1)$个区段，海运段有$(n+1)$个区段。由于A端各港口之间不存在联运重箱货流，所以从刚开A_1到B_1的线路可看作一个区段，为区段m。通常情况下，海运段各港口之间的空箱调运是班轮公司负责的，因此，假设联运经营人只负责铁路段各办理站之间的空箱调运，即空箱 OD 流仅发生在铁路段各办理站之间。

2.问题描述

在理想资源配置模式前提下，联运经营人首先与实际承运人（某铁路运输公司和某班轮公司）签订了一定时期的运力承包合同，以较低的承包价分别取得了S_1-S_m间铁路班列和A、B两端间海运班轮上等量的箱位经营权，箱位数量为Q，

从而获得了稳定的运力资源，并降低了经营成本。

在承包合同存续期间，箱位数量Q是固定不变的，联运经营人作为契约承运人组织集装箱海铁联运，向货主销售箱位并收取全程运费。

(1)集装箱海铁联运的箱位销售及分配过程主要从三个方面来体现：

联运经营人将一部分箱位提前以协议运价销售给某些大货主，表现为一系列的销售协议；

(2)为了满足联运线路上的空箱需求，又有一部分箱位要预留出来进行调运空箱；

(3)联运经营人对剩余的箱位进行自由销售，给出公开报价，并接受各类零散货主的预定。

为此，将集装箱海铁联运的箱位分配问题分为两个阶段。第一阶段是协议销售和空箱调运；第二阶段是自由销售。多节点集装箱海铁联运的箱位分配问题如图 4-2 所示。

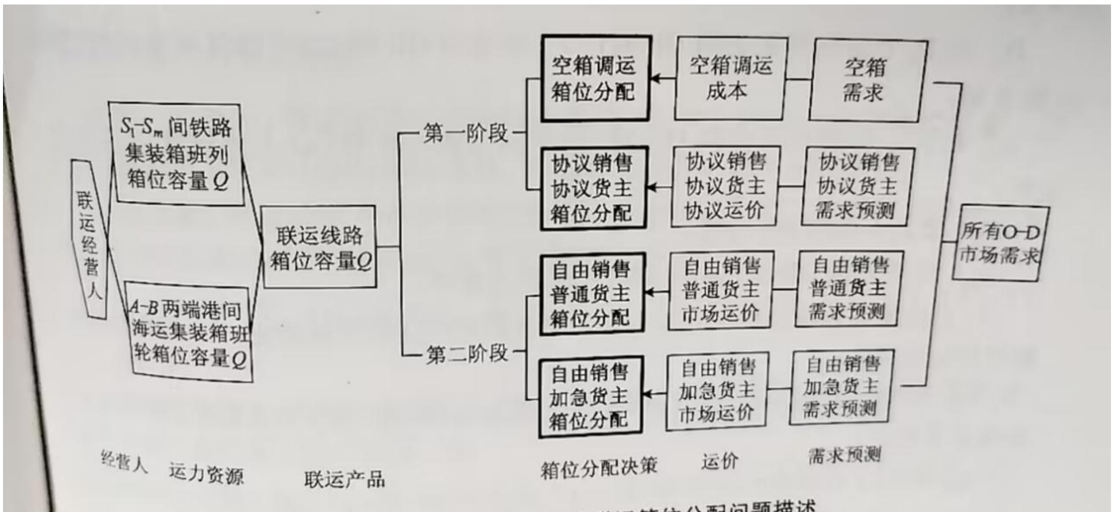

图 4－2　多节点集装箱海铁联运箱位分配问题描述

二、模型构建

1.符号说明和模型假设

(1)相关集合及参数

$\Omega_1=\{S_1,S_2,\dots,S_{m-1}\}$：铁路段前$(m-1)$个节点的集合；

$\Omega_2=\{B_1,B_2,\dots,B_n\}$：海运段$B$端所有节点的集合；

$\Omega_3=\{S_1,S_2,\dots,S_m\}$：铁路段所有节点的集合

$(ij),\forall i\in\Omega_1,\forall j\in\Omega_2$：去向的海铁联运重箱 OD 对；

$(ji),\forall i\in\Omega_1,\forall j\in\Omega_2$：返向的海铁联运重箱 OD 对；

$(g\hbar),\forall g,\hbar\in\Omega_3$：空箱调运 OD 对，当$g<\hbar$时，$(g\hbar)$表示去向，当$g>\hbar$时，$(g\hbar)$表示返向；

Q_k：联运线路上区段k的箱位容量，且$Q_k=Q$，$k=1,2,\dots,m-1,m,\dots,m+n$；

D_{ij}^{I}和D_{ji}^{I}：分别表示去向 OD 对(ij)上和返向 OD 对(ji)上协议货主的箱位随机需求量；

p_{ij}^{I}和p_{ji}^{I}：分别表示去向 OD 对(ij)上和返向 OD 对(ji)上协议货主的协议运价；

$E_{\hbar}$：节点$\hbar$的空箱需求量；

l：自由销售阶段的货主分类，$l=1$代表提前预订的普通货主，$l=2$代表晚些预订的加急货主；

D_{ij}^{II}和D_{ji}^{II}：分别表示去向 OD 对(ij)上和返向 OD 对(ji)上第l类货主箱位需求的概率累积值；

p_{ijl}^{II}和p_{jil}^{II}：分别表示去向 OD 对(ij)上和返向 OD 对(ji)上第l类货主的运价；

$$A_{ijk}=\begin{cases}1,\text{协议销售的去向 OD 对}(ij)\text{经过区段}k\\0,\text{否则}\end{cases}$$

$$A_{jik}=\begin{cases}1,\text{协议销售的去向 OD 对}(ji)\text{经过区段}k\\0,\text{否则}\end{cases}$$

$$N_{g\hbar k}=\begin{cases}1,\text{空箱运输的 OD 对}(g\hbar)\text{经过区段}k\\0,\text{否则}\end{cases}$$

$$B_{ijlk}=\begin{cases}1,\text{自由销售}l\text{类客户的去向 OD 对}(ij)\text{经过区段}k\\0,\text{否则}\end{cases}$$

$$B_{jilk}=\begin{cases}1,\text{自由销售}l\text{类客户的去向 OD 对}(ji)\text{经过区段}k\\0,\text{否则}\end{cases}$$

(2)决策变量

x_{ij}^{I}和x_{ji}^{I}:分别表示去向 OD 对(ij)上和返向 OD 对(ji)上在第一阶段分配给协议货主的协议销售箱位数量;

x_{ij}^{II}和x_{ji}^{II}:分别表示去向 OD 对(ij)上和返向 OD 对(ji)上分配给第l类货主的自由销售箱位数量;

$y_{g\hbar}$:在第一阶段分配给 OD 对$(g\hbar)$上的空箱运输箱位量。

(3)模型建立基础

假设货主不会取消已经预订的箱位,也不考虑各 OD 对上各类货主的"No Show"问题;(航班起飞前 24 小时,航班初始化的时候,订座系统会将该航班所有订座旅客信息传送到离港系统,这个信息是根据 PNR(每位乘客的订票记录称为 PNR)来传送的。之后的 24 小时里,此航班的订座记录如果有变动,订座系统随时通知离港,所以到办理值机手续时,离港所能看到的旅客名单,就是当时在订座系统中有订座记录的旅客,即旅客的 PNR 中预定了此航班座位。而如果直到航班起飞前 30 分钟停止办理手续时,有订座的旅客仍然没有到场办理乘机手续,就称为该旅客 No show。)

假设各 OD 对上各类货主的需求都是服从正态分布的正值随机变量,并且相互独立。

2. 第一阶段模型

目标函数:联运经营人在各重箱 OD 对上销售协议给协议货主的箱位所带来的总收入减去空箱调运成本所得的收益期望最大化,即

① $maxE[\sum_{(ij),(ji)}\left(p_{ij}^{I}\min\left(x_{ij}^{I},D_{ij}^{I}\right)+p_{ji}^{I}\min\left(x_{ji}^{I},D_{ji}^{I}\right)\right)-\sum_{(g\hbar)}p_{g\hbar}\,y_{g\hbar}\,]$

约束条件:

② $\sum_{(ij)}A_{ijk}x_{ij}^{I}+\sum_{(g\hbar),g<\hbar}N_{g\hbar\,k}y_{g\hbar}\le Q_k,k=1,2,\ldots,m-1$

③ $\sum_{(ji)}A_{jik}x_{ji}^{I}+\sum_{(g\hbar),g>\hbar}N_{g\hbar\,k}y_{g\hbar}\le Q_k,k=1,2,\ldots,m-1$

④ $\sum_{(ij),(ji)}(A_{ijk}x_{ij}^{I}+A_{jik}x_{ji}^{I})\le Q_k,k=m,m+1,\ldots,m+n$

⑤ $\sum_{g,g\neq\hbar}y_{g\hbar}\ge E_{\hbar},\forall\hbar\in\Omega_3$

⑥ $y_{\hbar s}=0$, 当$E_{\hbar} > 0$时, $\forall \hbar, s \in \Omega_3$

⑦ $x_{ij}^{I}, x_{ji}^{I}, y_{g\hbar} \in N \cup \{0\}$

该模型的最优解记为${x_{ij}^{I}}^{*}$，${x_{ji}^{I}}^{*}$和$y_{g\hbar}^{*}$。

3.第二阶段模型

目标函数：联运经营人在各重箱 OD 对上销售给普通货主和加急货主的箱位所带来的总收益期望最大化，即

⑧ $maxE[\sum_{l=1}^{2}\sum_{(ij),(ji)}(p_{ijl}^{II}\min\left(x_{ijl}^{II}, D_{ijl}^{II}\right)+p_{jil}^{II}\min\left(x_{jil}^{II}, D_{jil}^{II}\right))$

约束条件：

⑨ $\sum_{(ij)}A_{ijk}{x_{ij}^{I}}^{*}+\sum_{(g\hbar):g<\hbar}N_{g\hbar k}y_{g\hbar}^{*}+\sum_{l=1}^{2}\sum_{(ij)}B_{ijlk}x_{ijl}^{II}\le Q_k, k=1,2,\ldots,m-1$

⑩ $\sum_{(ji)}A_{jik}{x_{ji}^{I}}^{*}+\sum_{(g\hbar):g>\hbar}N_{g\hbar k}y_{g\hbar}^{*}+\sum_{l=1}^{2}\sum_{(ji)}B_{jilk}x_{jil}^{II}\le Q_k, k=1,2,\ldots,m-1$

⑪ $\sum_{(ij),(ji)}\left(A_{ijk}{x_{ij}^{I}}^{*}+A_{jik}{x_{ji}^{I}}^{*}\right)+\sum_{l=1}^{2}\sum_{(ij),(ji)}\left(B_{ijlk}x_{ijl}^{II}+B_{jilk}x_{jil}^{II}\right)\le Q_k,$

$$k=m, m+1, \ldots, m+n$$

⑫ $x_{ijl}^{II}, x_{jil}^{II} \in N \cup \{0\}$

三、模型求解

1.第一阶段模型求解

从①式可以看出第一阶段模型是一个非线性规划模型，被成为 RMP(Probabilistic Mathematical Programming)。**在数学规划方法中，RMP 问题的一种近似求解方法是将模型中的需求 D 简单地用其期望值 ED 代替**，进而转化成确定性数学规划(Deterministic Mathematical Programming, DMP)模型，再进行线性松弛，转化成确定性线性规划(Deterministic Linear Programming, DLP)问题进行求解。**由于确定性规划无需考虑需求的分布情况，直接用需求的期望值来代替第一阶段模型中的随机需求。**

由于联运经营人需要提前与大货主签订长期的销售协议，则协议货主的箱位需求量基本确定，因此第一阶段模型可以转化为下面这个 DLP 模型。

$$max \sum_{(ij),(ji)} (p_{ij}^{l} x_{ij}^{l} + p_{ji}^{l} x_{ji}^{l}) - \sum_{(g\hbar)} y_{g\hbar}\, p_{g\hbar}$$

约束条件：

$$\sum_{(ij)} A_{ijk} x_{ij}^{l} + \sum_{(g\hbar),g<\hbar} N_{g\hbar\ k} y_{g\hbar} \le Q_k, k = 1,2,\ldots,m-1$$

$$\sum_{(ji)} A_{jik} x_{ji}^{l} + \sum_{(g\hbar),g>\hbar} N_{g\hbar\ k} y_{g\hbar} \le Q_k, k = 1,2,\ldots,m-1$$

$$\sum_{(ij),(ji)} (A_{ijk} x_{ij}^{l} + A_{jik} x_{ji}^{l}) \le Q_k, k = m, m+1, \ldots, m+n$$

$$\sum_{g,g\ne\hbar} y_{g\hbar} \ge E_{\hbar}, \forall \hbar \in \Omega_3$$

$$y_{\hbar s} = 0, \text{当} E_{\hbar} > 0 \text{时}, \forall \hbar, s \in \Omega_3$$

$$x_{ij}^{l} \le ED_{ij}^{l}$$

$$x_{ji}^{l} \le ED_{ji}^{l}$$

$$x_{ij}^{l}, x_{ji}^{l}, y_{g\hbar} \in N \cup \{0\}$$

其中，ED_{ij}^{l}和ED_{ji}^{l}分别表示去向 OD 对(ij)上和返向 OD 对(ji)上协议货主的箱位需求期望值。求解得到的最优箱位分配结果记为$x_{ij}^{l\,*}$，$x_{ji}^{l\,*}$和$y_{g\hbar}^{*}$。

2.第二阶段模型求解

第二阶段模型也是一个 RMP 模型，但由于自由销售阶段零散货主的需求具有很强的随机性，必须要考虑其需求随机分布情况，不适合用第一阶段的 DLP 方法求解(DLP 模型应用的是需求的期望值而没有考虑需求的随机分布特征，这使得 DLP 模型得到的边际期望价值是不精确的，往往倾向于过高的估计期望收益)。如果按照第一阶段的方法将第二阶段模型转化成 DLP 模型，则高价值的加急货主不会被分配到比期望需求多的箱位。

通常，联运经营人会预留多于期望需求的箱位给高价值的加急货主。所以，考虑到需求的随机性，第二阶段模型采用随机线性规划(Stochastic Linear Programming)方法求解，从而为运价更高的 OD 对和货主组合提供更多的箱位。

用需求概率来表达第二阶段模型中需求的随机性。假设每个 OD 对和货主组合的需求是离散型的随机变量，即D_{ijl}^{II}和D_{jil}^{II}分别在$\{d_{ijl(1)} < d_{ijl(2)} < \dots < d_{ijl(F_{ijl})}\}$和$\{d_{jil(1)} < d_{jil(2)} < \dots < d_{jil(F_{jil})}\}$中取有限个离散值，其中，离散值的个数$F_{ijl}$和$F_{jil}$可以结合实际情况确定。

随机需求D_{ijl}^{II}和D_{jil}^{II}分别大于某个离散值$d_{ijl(f)}$和$d_{jil(f)}$的概率可以分别表示为 $\Pr\left(D_{ijl}^{II} \ge d_{ijl(f)}\right)$和 $\Pr\left(D_{jil}^{II} \ge d_{jil(f)}\right)$。与此同时，将决策变量$x_{ijl}^{II}$和$x_{jil}^{II}$也分别细分为$F_{ijl}$和$F_{jil}$个部分，即$x_{ijl(f)}^{II}, f = 1,2,\dots,F_{ijl}$和$x_{jil(f)}^{II}, f = 1,2,\dots,F_{jil}$，用于表示区间$(d_{ijl(f-1)}, d_{ijl(f)}]$和$(d_{jil(f-1)}, d_{jil(f)}]$内为需求$D_{ijl}^{II}$和$D_{jil}^{II}$预留的箱位数。这样，第二阶段模型转变为下面这个样子。

$$max \sum_{l=1}^{2} \sum_{(ij),(ji)} \left(p_{ijl}^{II} \sum_{f} \Pr\left(D_{ijl}^{II} \ge d_{ijl(f)}\right) x_{ijl(f)}^{II} + p_{jil}^{II} \sum_{f} \Pr\left(D_{jil}^{II} \ge d_{jil(f)}\right) x_{jil(f)}^{II} \right)$$

约束条件：

$$\sum_{(ij)} A_{ijk} x_{ij}^{I\,*} + \sum_{(g\hbar),g<\hbar} N_{g\hbar\,k} y_{g\hbar}^{*} + \sum_{l=1}^{2} \sum_{(ij)} B_{ijlk} x_{ijl}^{II} \le Q_k, k = 1,2,\dots,m-1$$

$$\sum_{(ji)} A_{jik} x_{ji}^{I\,*} + \sum_{(g\hbar),g>\hbar} N_{g\hbar\,k} y_{g\hbar}^{*} + \sum_{l=1}^{2} \sum_{(ji)} B_{jilk} x_{jil}^{II} \le Q_k, k = 1,2,\dots,m-1$$

$$\sum_{(ij),(ji)} \left(A_{ijk} x_{ij}^{I\,*} + A_{jik} x_{ji}^{I\,*}\right) + \sum_{l=1}^{2} \sum_{(ij),(ji)} \left(B_{ijlk} x_{ijl}^{II} + B_{jilk} x_{jil}^{II}\right) \le Q_k, k = m, m+1, \dots, m+n$$

$$\sum_{f} x_{ijl(f)}^{II} = x_{ijl}^{II}, \forall ijl$$

$$x_{ijl(1)}^{II} \le d_{ijl(1)}, \forall ijl$$

$$x^{II}_{ijl(f)} \leq d_{ijl(f)} - d_{ijl(f-1)}, \forall ijl, f = 2,3, \dots, F_{ijl}$$

$$\sum_{f} x^{II}_{jil(f)} = x^{II}_{jil}, \forall jil$$

$$x^{II}_{jil(1)} \leq d_{jil(1)}, \forall jil$$

$$x^{II}_{jil(f)} \leq d_{jil(f)} - d_{jil(f-1)}, \forall ijl, f = 2,3, \dots, F_{jil}$$

$$x^{II}_{ijl(f)}, x^{II}_{jil(f)} \in N \cup \{0\}$$