

SCALARI E VETTORI

GRANDEZZE SCALARI

Misurare una grandezza fisica significa fissare un'opportuna **unità di misura** e stabilire quante volte essa è contenuta nella grandezza data

Si dice **scalare** una grandezza che può essere descritta indicando un numero, eventualmente accompagnato dalla relativa unità di misura

SISTEMA INTERNAZIONALE DELLE UNITA' DI MISURA

In fisica si definiscono sette grandezze **fondamentali** fra loro indipendenti. Tutte le altre prendono il nome di grandezze **derivate** e vengono ricavate tramite operazioni matematiche tra le grandezze fondamentali.

Le grandezze fondamentali con le rispettive unità di misura sono misurate con **il sistema internazionale (SI) o MKS (metri chilogrammi secondi)** e può essere riassunto con una tabella di questo tipo:

Grandezza fondamentale	Unità di misura nel SI	Simbolo
lunghezza	metro	m
massa	chilogrammo	kg
tempo	secondo	s
intensità di corrente	ampere	A
temperatura	kelvin	K
intensità luminosa	candela	cd
quantità di materia	mole	mol

UNITA' DI MISURA: MULTIPLI E SOTTOMULTIPLI

Nei vari sistemi di misura possono essere aggiunti dai prefissi alle varie unità per rendere i numeri più maneggevoli. Possono essere racchiusi nella seguente tabella.

Multipli				Sottomultipli			
deca (da)	10^1	mega (M)	10^6	deci (d)	10^{-1}	micro (μ)	10^{-6}
etto (h)	10^2	giga (G)	10^9	centi (c)	10^{-2}	nano (n)	10^{-9}
chilo (k)	10^3	tera (T)	10^{12}	milli (m)	10^{-3}	pico (p)	10^{-12}

Questi prefissi vengono utilizzati moltiplicando la corrispondente potenza di 10 per l'unità di misura.

NOTAZIONE SCIENTIFICA O ESPONENZIALE

Ogni numero razionale può essere scritto nella forma **$a \cdot 10^b$** dove a è un numero decimale con una cifra diversa da 0 prima della virgola e b = numero intero. Questa forma è chiamata **notazione scientifica**.

Es. $5623.5 = 5.6235 \cdot 10^3$ $0.0025 = 2.5 \cdot 10^{-3}$

ORDINE DI GRANDEZZA

L'**ordine di grandezza (ODG)** di un numero indica con quale potenza di 10 lo si può sostituire in calcoli approssimati. Data un numero espresso nella notazione scientifica $a \cdot 10^b$ il suo ODG è:

- Pari all'esponente b se $|a| < 5$
- Pari all'esponente $b + 1$ se $|a| \geq 5$

Es. $\text{ODG}(-562.5) = 2 + 1 = 3$

$\text{ODG}(0.0025) = -3$

DIMENSIONI DI UNA GRANDEZZA FISICA

A ciascuna delle grandezze fondamentali si introduce un'etichetta, racchiusa fra parentesi quadre, che indica la sua **dimensione**.

Grandezza	Dimensione
lunghezza	[L]
massa	[M]
tempo	[T]
intensità di corrente elettrica	[I]
temperatura	[K]
intensità luminosa	[I]
quantità di materia	[m]

Le dimensioni delle grandezze derivate si ricavano applicando la relazione di calcolo della grandezza derivata in funzione delle fondamentali.

Due grandezze fisiche aventi la stessa dimensione vengono definite **omogenee**.

Se una grandezza fisica è priva di dimensione viene definita **adimensionale**.

La lunghezza e l'altezza di un oggetto ad esempio sono grandezze omogenee e hanno entrambe simbolo [L]. Un esempio di grandezza adimensionale sono gli angoli in quanto sono numeri puri.

REGOLE PER L'ANALISI DIMENSIONALE

1. I numeri puri e tutte le grandezze adimensionali non hanno dimensione. Nell'analisi dimensionale vengono sostituite con 1
2. Moltiplicare o dividere una grandezza per un numero non cambia la dimensione del risultato
3. Le grandezze fisiche possono essere sommate o sottratte solo se sono omogenee
4. I membri di un'equazione o disequazione devono avere le stesse dimensioni.

Es. Se p è il perimetro (con dimensione [L]) il doppio del perimetro avrà sempre dimensione [L].

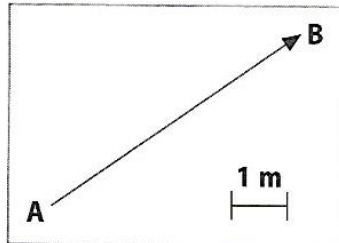
$$[2p] = [2] \cdot [p] = 1 \cdot [L] = [L]$$

Operazioni tra dimensioni diverse in fisica non hanno senso.

GRANDEZZE VETTORIALI

Queste grandezze vengono identificate oltre che da un numero anche da una **direzione** e da un **verso**.

Ad esempio per indicare uno spostamento non basta solo indicare di quanto si è spostato il soggetto, bensì anche la direzione e il verso cui si è spostato. Lo spostamento di conseguenza non è una grandezza scalare bensì **vettoriale**.



Dalla figura precedente possiamo capire che:

- A è il punto di partenza o di applicazione
- Il **modulo o l'intensità** del vettore è pari alla lunghezza della freccia
- La **direzione** del vettore è la retta a cui appartiene la freccia
- Il **verso** del vettore è quello indicato dalla freccia.

Per indicare un vettore vengono usate due simbologie: il grassetto (utilizzato dal testo) o la barra sopra la lettera.

Il modulo di un vettore viene indicato o tra $||$ o in corsivo.

Due vettori vengono definiti:

- **Paralleli** quando hanno la stessa direzione
- **Concordi** quando sono paralleli e con lo stesso verso
- **Antiparalleli o discordi** quando sono paralleli ma con verso opposto
- **Ortogonalni o perpendicolari** quando le loro direzioni formano un angolo retto.

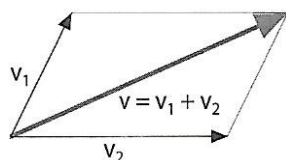
MULTIPLI DI UN VETTORE

Un vettore v può essere inoltre moltiplicato per uno scalare ovvero per un numero. Si otterrà un **vettore multiplo** di v avente la stessa direzione ma con modulo diverso. Il verso sarà concorde o discorde a seconda del segno dello scalare.

Un vettore viene definito **opposto** di un altro vettore quando questo ha lo stesso modulo ma verso opposto.

SOMMA E DIFFERENZA DI VETTORI

I vettori si sommano con la **regola del parallelogramma**. La somma dei due vettori equivarrà alla lunghezza della diagonale del parallelogramma avente per lati i due vettori da sommare.



Tuttavia non vale la relazione $|v| = |v_1| + |v_2|$. Il vettore **risultante**, ovvero il vettore somma, può essere calcolato applicando la seguente formula:

$$|v| = \sqrt{|v_1|^2 + |v_2|^2 + 2 \cdot |v_1| \cdot |v_2| \cdot \cos \alpha} \quad \text{dove } \alpha \text{ equivale all'angolo tra i due vettori.}$$

Nel caso i due vettori sono ortogonali ($\alpha = 90^\circ$) la formula potrà essere modificata in questo modo:

$$|v| = \sqrt{|v_1|^2 + |v_2|^2}$$

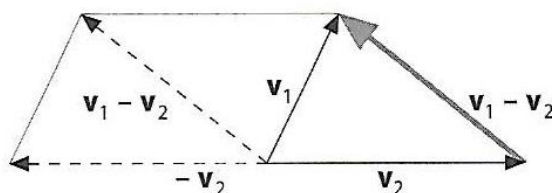
Nel caso i due vettori sono paralleli e concordi ($\alpha = 0^\circ$) la formula potrà essere modificata in questo modo:

$$|v| = |v_1| + |v_2|$$

Nel caso i due vettori sono antiparalleli ($\alpha = 180^\circ$) la formula potrà essere modificata in questo modo:

$$|v| = |v_2| - |v_1| \text{ se } |v_2| > |v_1|; \quad |v| = |v_1| - |v_2| \text{ altrimenti}$$

La differenza tra due vettori si ottiene sommando al primo l'opposto del secondo: $v_1 - v_2 = v_1 + (-v_2)$



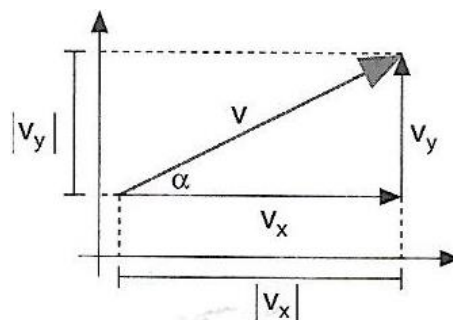
SCOMPOSIZIONE DI UN VETTORE

Data un riferimento cartesiano in cui giace un vettore, le componenti del vettore sono le sue **proiezioni sugli assi** (prendono il nome di v_x e v_y).

E' possibile utilizzare le funzioni di seno e coseno per scomporre il vettore lungo gli assi.

$$|v_x| = |v| \cdot \cos(\alpha)$$

$$|v_y| = |v| \cdot \sin(\alpha)$$



PRODOTTO TRA VETTORI

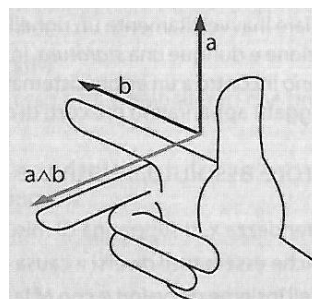
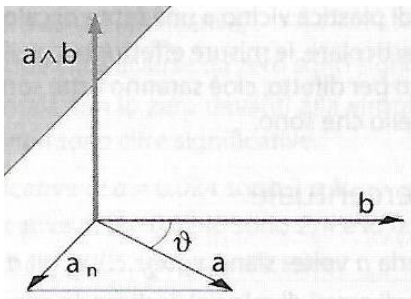
I vettori possono essere moltiplicati fra loro in due maniere: con il prodotto scalare o con il prodotto vettoriale.

Il **prodotto scalare** tra due vettori a e b è uno scalare (un numero puro) definito come:

- $a \cdot b = |a| \cdot |b| \cdot \cos(\alpha)$, dove α è l'angolo tra a e b.
- $a \cdot b = |a| \cdot |b_p|$, dove b_p è la componente di b parallela ad a, ovvero $|b| \cdot \cos(\alpha)$.

Il **prodotto vettoriale** $a \wedge b$ è un vettore definito:

- **Intensità:** $|a| \cdot |b| \cdot \sin(\alpha) = |a_n| \cdot |b|$ dove a_n è la proiezione di a perpendicolare a b
- **Direzione:** perpendicolare al piano individuato da a e b
- **Verso:** determinato dalla regola della mano destra. Se il pollice si dispone come a e l'indice come b , allora il medio indicherà la direzione.



ERRORI DI MISURA

Una grandezza assoluta non può essere misurata con precisione assoluta. Essa infatti è affetta da errori che possono essere:

- **Errori sistematici:** sono errori derivati da difetti strumentali o dall'applicazione errata delle leggi. Sono sempre nello stesso verso, ovvero sempre per eccesso o difetto rispetto alla misura.
- **Errori accidentali:** sono errori casuali ovvero che possono avvenire sia in difetto che in eccesso rispetto alla misura.

Quando uno strumento di misura subisce delle variazioni viene definito **starato**. Questo ne comporta la lettura errata producendo in questo modo a un errore sistematico.

ERRORE ASSOLUTO, RELATIVO E PERCENTUALE

Data una grandezza x si eseguono n misurazioni. Verranno poi indicati con x_{\max} e x_{\min} il valore massimo e il valore minimo e con M la media delle misurazioni. Dato questo avremo le seguenti definizioni.

L'errore assoluto vale $\varepsilon = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{2}$ ovvero la semidifferenza fra minimo e massimo

L'errore relativo vale $\varepsilon_r = \varepsilon / M$ e rappresenta una normalizzazione dell'errore assoluto

L'errore percentuale vale $\varepsilon_{\%} = (100 \cdot \varepsilon_r)\%$.

Gli ultimi due errori rappresentano l'accuratezza delle misure. Minore è il valore maggiore è l'accuratezza. L'unità di misura dell'errore si esprime nelle unità.

CIFRE SIGNIFICATIVE

Le **cifre significative** sono le cifre che portano significato a un numero.

Le regole per la determinazione delle cifre significative

- Le cifre diverse da 0 sono sempre significative
- Gli zeri compresi tra due cifre diverse da 0 sono significativi

- Per un numero decimale con lo zero davanti alla virgola, esso e gli altri eventuali zeri che precedono cifre diverse da 0 non sono significative

Es.

0,01205 -> Le cifre significati in questo caso saranno 1, 2, 5 e lo zero tra il 2 e il 5. I primi due zeri non sono significativi.

PROPAGANDA DEGLI ERRORI

Se si vuole conoscere l'errore associato a una grandezza calcolata a partire da altre due misure, si vuole valutare come si **propagano gli errori**.

Regole base per la propagazione dell'errore

- L'errore assoluto su una somma o su una differenza equivale alla somma degli errori assoluti delle singole misure.
- L'errore assoluto su un prodotto o su un quoziente equivale alla somma degli errori percentuali delle singole misure.