

Monomi e polinomi

Si dice **monomio** qualunque espressione algebrica numerica o letterale in cui non figurano addizioni o sottrazioni. Esempio: $2ab$, $\frac{1}{2}xy^2$

Un monomio in cui le lettere non figurano viene detto **Monomio intero**.

Grado complessivo: è la somma degli esponenti

Grado relativo a una lettera: è l'esponente della lettera

Due monomi sono **simili se hanno la stessa parte letterale**. La loro somma algebrica è un monomio solo se i monomi sono simili tra loro.

La **somma algebrica** di due o più monomi è simile agli adiacenti e avente per coefficiente la somma algebrica dei coefficienti

Il **prodotto** tra due o più monomi avente per coefficiente il prodotto dei coefficienti e per parte letterale il prodotto delle parti letterali. Per **elevare alla potenza n-esima un monomio** si eleva sia il coefficiente che ciascun fattore della parte letterale

Un monomio è **divisibile** per un'altro monomio (ameno che non sia zero) se esiste un terzo monomio che moltiplicato per il secondo dà il primo. Es:

$$A / B = Q \Leftrightarrow A = B * Q$$

E' necessario che il **dividendo contenga tutte le lettere** che figurano nel divisore, ciascuna elevata a un numero maggiore o uguale a quella del divisore

Il **coefficiente del monomio quoziente** è uguale al quoziente dei coefficienti del dividendo e del divisore. La parte letterale è uguale al quoziente delle parti letterali

M.C.D. ovvero il Massimo Comune Divisore è composto dalle **lettere comuni** dei monomi dati presi una sola volta con il **minimo esponente** con cui comparare

m.c.d ovvero il Minimo Comune Multiplo è composto da **lettere comuni e non comuni** dei monomi dati con il **massimo esponente**

Polinomi: sono la somma algebrica di più monomi (non tutti simili tra loro)

Il **grado di un polinomio** è il massimo fra i gradi dei suoi termini. Es:

$2xy^2 + 3x^2 + 5y$. In questo caso il polinomio è di 3° grado

La **somma algebrica** di due o più polinomi è un polinomio avente per termini tutti quelli dei polinomi adiacenti. La **riduzione dei termini simili** è la somma algebrica degli eventuali termini simili

Il **prodotto** di un **polinomio per un monomio** è un polinomio i cui termini si ottengono moltiplicando ciascun termine del polinomio per il monomio.

Il **quoziente** è uguale al polinomio i cui termini si ottengono dividendo ciascun termine del polinomio per il monomio

Il **prodotto fra due polinomi** è uguale al polinomio i cui termini si ottengono moltiplicando ciascun termine del primo con tutti quelli del secondo. Il grado del polinomio è uguale alla somma dei gradi dei polinomi fattori

Polinomi notevoli

$$(a + b) \times (a - b) = a^2 - b^2$$

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$(a + b + c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2ac + 2bc$$

$$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

$$a^3 + b^3 = (a + b) \times (a^2 - ab + b^2)$$

$$a^3 - b^3 = (a - b) \times (a^2 + ab + b^2)$$

Un **polinomio omogeneo** dello stesso grado della potenza e ordinato secondo le potenze decrescenti di a e crescenti di b. I coefficienti si ricavano tramite il **triangolo di Tartaglia**:

potenza con esponente 0:	1						
potenza con esponente 1:	1	1					
potenza con esponente 2:	1	2	1				
potenza con esponente 3:	1	3	3	1			
potenza con esponente 4:	1	4	6	4	1		
potenza con esponente 5:	1	5	10	10	5	1	
potenza con esponente 6:	1	6	15	20	15	6	1

Es. $(a + b)^4 = a^4 + 4a^3b + 6a^2b^2 + 4ab^3 + b^4$

La **scomposizione di un polinomio in fattori** è la trasformazione di una somma algebrica di più polinomi in un prodotto

Per eseguire il **raccoglimento a fattore comune** si calcola il **M.C.D.** dei monomi del polinomio e si pone il polinomio uguale al prodotto di due fattori di cui il primo è il M.C.D. stesso e il secondo è il quoziente tra il polinomio e il M.C.D.

Es. $15x^6 - 25x^4 + 5x^3 = 5x^3 (3x^3 - 5x + 1)$

La scomposizione in fattori di un polinomio è utile per rispondere a quesiti di calcolo numerico

Il quoziente fra due espressioni algebriche A e B ($B \neq 0$) prende il nome di **frazione algebrica**. **Moltiplicando o dividendo** sia il numeratore che il denominatore per una stessa espressione (diversa da 0) si ottiene una frazione algebrica **equivalente** a quella data