# RADICALI E NUMERI REALI

## NUMERI RAZIONALI, IRRAZIONALI E REALI

Dati l'insieme dei numeri razionali e ei punti di una retta orientata, si ha che a ogni numero razionale corrisponde un punto sulla retta, ma non viceversa, manca cioè la corrispondenza biunivoca.

Un numero non può mai essere espresso sotto forma di frazione.

Una radice quadrata di un numero sta a indicare che se questo viene elevato al quadrato è uguale a quel numero.

I numeri non esprimibili sotto forma di frazione sono quindi numeri decimali illimitati non periodici. Tali numeri prendono il nome di numeri irrazionali

L'insieme R dei numeri reali è in corrispondenza biunivoca con i punti di una retta orientata

Nell'insieme dei numeri reali non si può dividere per zero

## RADICALI ALGEBRICI E ARITMETICI

Il simbolo $\sqrt[n]{a}$ prende il nome di radicale, dove "a" si chiama radicando, e "n" prende il nome di indice della radice.

Il radicale algebrico $\sqrt[n]{a}$ è ogni numero reale la cui potenza n-esima è uguale al numero reale a.

Questo radicale ha 4 casi:

- a > 0 e n pari -> il radicale assume due valori reali opposti
- a > 0 e n dispari -> un valore positivo
- a < 0 e n pari -> nessun risultato
- a < 0 e n dispari -> un valore negativo

### PROPRIETA' INVARIANTIVA DEI RADICALI ARITMETICI

è importante osservare che la proprietà invariantiva vale nel caso in cui la base della potenza sia positiva: quando il segno della base non è definito si ha il rischio che il radicando può essere negativo

### OPERAZIONI CON RADICALI ARITMETICI

- Prodotto fra radicali: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$.
- Quoziente fra radicali : $\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$.

Le operazioni fra radicali possono essere eseguite solo se hanno lo stesso esponente. In caso contrario bisogna far in modo che questo si verifichi applicando la riduzione di più radicali allo stesso indice.

- Riduzione di più radicali allo stesso indice: si tratta di trasformare radicali con indice diverso in radicale aventi lo stesso indice.
- Potenza: $(\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$.
- Radice di radice: $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$.
- Trasporto di un fattore fuori dal segno di radice: se $a \geq 0$ allora $\sqrt[n]{a^n b} = a\sqrt[n]{b}$.

Per il trasporto di un fattore fuori dalla radice bisogna prestare attenzione al segno facendo in modo di inserire il valore assoluto portando fuori il numero.

SOMMA DI RADICALI ARITMETICI SIMILI

La somma di due radicali non si può esprimere sotto forma di un unico radicale.

Per calcolare la somma di due radicali siano simili

Due radicali si dicono simili quando hanno lo stesso indice, lo stessi radicando e differiscono solo per il fattore moltiplicativo

$\sqrt{3}$ e $2\sqrt{3} = (1+2)\cdot\sqrt{3} = 3\cdot\sqrt{3}$.

RADICALI DOPPI

Per radicale doppio si intende un radicale del tipo $\sqrt{a \pm \sqrt{b}}$.

Se (a^2 – b) è un quadrato perfetto e si pone $\sqrt{a^2-b} = c$. allora è possibile applicare la seguente formula:

$$\sqrt{a \pm \sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a+\sqrt{a^2-b}}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-\sqrt{a^2-b}}{2}} = \sqrt{\frac{a+c}{2}} \pm \sqrt{\frac{a-c}{2}}$$

Esiste anche una formula inversa che permette di calcolare il radicale di un radicale data la somma o la differenza di due radicali, tramite la formula:

$$\sqrt{x} \pm \sqrt{y} = \sqrt{a \pm \sqrt{b}} \qquad \text{dove} \begin{cases} a = x + y \\ b = 4xy \end{cases}$$

POTENZA CON ESPONENTE RAZIONALE

Molto importante è la relazione: $a^{m/n} = \sqrt[n]{a^m}$.

Applicando le proprietà delle potenze risulta possibile moltiplicare e dividere fra loro radici con uguale radicando: $\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[m]{a} = \sqrt[nm]{a^{m+n}}$

RAZIONALIZZAZIONE DELLE FRAZIONI

Razionalizzare una frazione significa eliminare dal denominatore eventuali espressioni irrazionali

Per fare questa operazione occorre moltiplicare numeratore e denominatore per il fattore razionalizzante in modo tale da annullare la radice.