

LOGARITMI ED ESPONENZIALI

Un'**equazione esponenziale** è un'equazione in cui l'incognita compare all'**esponente**.

L'equazione esponenziale elementare è $a^x = b$.

La risoluzione può essere trovata trasformando (se possibile) "b" in una potenza di "a". In seguito si potrà perciò procedere con l'uguaglianza fra gli esponenti.

Es. $4^x = 8 \rightarrow 2^{2x} = 2^3 \rightarrow 2x = 3 \rightarrow x = 3/2$

La soluzione di un'equazione esponenziale è unica se si rispettano le seguenti **condizioni**: $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$.

Nel caso un'equazione non sia risolvibile è necessario ricorrere al concetto di logaritmo.

DEFINIZIONE DI LOGARITMO

Dati due numeri positivi a e b, si chiama **logaritmo** in base a del numero b l'esponente da attribuire alla base a per ottenere il numero b.

$$x = \log_a b \text{ se e solo se } a^x = b$$

Il logaritmo in base a dell'argomento b esiste se e solo se sono verificate le tre **condizioni**: $a > 0$, $a \neq 1$, $b > 0$. Il logaritmo di un numero **negativo** non esiste.

Il logaritmo di 1 è sempre pari a 0, qualsiasi sia la base.

Il logaritmo della base è sempre uguale all'unità: $\log_a a = 1 \leftrightarrow a^1 = a$

SEGNO DEL LOGARITMO

Se $a > 0$, il logaritmo di un numero positivo inferiore a 1 sarà negativo, sarà positivo nel caso il numero sia superiore a 1

Se $0 < a < 1$ il logaritmo di un numero positivo inferiore a 1 sarà positivo, sarà negativo nel caso il numero sia superiore a 1

TEOREMI SUI LOGARITMO

- Il logaritmo del prodotto di due numeri positivi è uguale alla somma dei logaritmi dei singoli fattori:

$$\log_a bc = \log_a b + \log_a c$$

- Il logaritmo del quoziente di due numeri positivi è uguale alla differenza dei logaritmi dei singoli fattori:

$$\log_a \frac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$$

- Il logaritmo della potenza di un numero positivo è uguale al prodotto dell'esponente per il logaritmo della base della potenza

$$\log_a b^m = m \cdot \log_a b$$

- Il logaritmo della radice di un numero positivo è uguale al prodotto del reciproco dell'indice per il logaritmo della base della potenza

$$\log_a \sqrt[n]{b} = \frac{1}{n} \cdot \log_a b$$

SISTEMI DI LOGARITMI MAGGIORMENTE UTILIZZATI

L'insieme dei logaritmi di tutti i numeri reali positivi, rispetto alla stessa base a, prende il nome di **sistema dei logaritmi in base a**.

LOGARITMI DECIMALI E LOGARITMI NATURALI

I due sistemi di logaritmi maggiormente utilizzati sono: **decimali e naturali**.

I **logaritmi decimali** hanno come base il numero 10 e viene scritto nella forma $\text{Log } x$

I **logaritmi naturali** hanno come base il numero di Eulero il quale è indicato con la lettera "e" e vale 2.718...

PASSAGGIO DA UN SISTEMA DI LOGARITMI A UN ALTRO

Per passare da un logaritmo in base a di un numero positivo b a un logaritmo, dello stesso numero b, di un'altra base c si usa la formula:

$$\log_c b = \frac{\log_a b}{\log_a c}$$