FUNZIONI

Una funzione è una relazione che lega due grandezze variabili in modo che, assegnati valori arbitrari a una di esse (variabili indipendenti), risultino univocamente determinati i corrispondenti valori dell’altra (variabile dipendente)
La definizione di funzione coincide con quello di **corrispondenza univoca.** La definizione corretta di funtone è la seguente:
Dati due insiemi non vuoti X e Y, si chiama **funzione** da X in Y una qualsiasi legge che fa corrispondere a **ogni elemento x in X uno e un solo di Y**, quest’ultimo elementi y viene chiamato **immagine** di x
Una funzione è rappresentata da una equazione che stabilisce **il legame tra la variabile indipendente e la variabile dipendente**

Variabile indipendente: $x \in X$
Variabile dipendente: $y \in Y$

L’insieme X è detto **dominio** della funzione
L’insieme f(x) è l’insieme delle immagini di tutti gli elementi di X, viene detto **condominio**

Una funzione da X in Y si dice **suriettiva** quando **ogni elemento di Y è l’immagine di almeno un elemento di X**

Una funzione da X in Y si dice **iniettiva** se **a elementi distinti di X fa corrispondere elementi distinti di Y**

Una funzione da X a Y che sia **contemporaneamente iniettiva e e suriettiva** si dice **biettiva o biunivoca**

Il campo di esistenza di una funzione è **l'insieme dei valori della variabile indipendenti per cui la funzione risulta definita**

Funzioni razionali intere: esistono per ogni valore reale della x

$y = x + 2$: esiste per ogni $x \rightarrow$ C.E.: $\mathbb{R}$ (dove $\mathbb{R}$ indica l'insieme dei numeri reali)

Funzioni razionali frazionarie: il denominatore deve essere diverso da 0

$$y = \frac{x+3}{x+2} : \text{esiste per } x \neq -2 \rightarrow \text{C.E.: } x \neq -2$$

Funzioni irrazionali: se l'indice di radice è pari, il radicando non deve essere negativo

$$y = \sqrt{x+2} : \text{esiste per } x \geq -2 \rightarrow \text{C.E.: } x \geq -2$$

Funzioni trascendenti: si distinguono casi diversi
Esponenziali: esistono per ogni valore della x

$$y = 3^x \text{ esiste per ogni } x \rightarrow \text{C.E.: } \mathbb{R}$$

Logaritmiche: l'argomento dei logaritmi deve essere positivo

$$y = \log(x+2) \text{ esiste per } x > -2 \rightarrow \text{C.E.: } x > -2$$

Trigonometrica

Si possono presentare anche delle combinazioni di questi casi, ovvero **sistemi di disequazioni**

$$y = \frac{\log(x+3)}{x-4} \cdot \sqrt{x-7} \rightarrow \begin{cases} x+3>0 \\ x-4 \neq 0 \\ x-7 \geq 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x \neq 4 \\ x \geq 7 \end{cases} \rightarrow \text{C.E.: } x \geq 7$$

Una funzione f viene detta **crescente** se ha: $f(x_1) < f(x_2)$

Una funzione f viene detta **decrescente** se ha: $f(x_1) > f(x_2)$

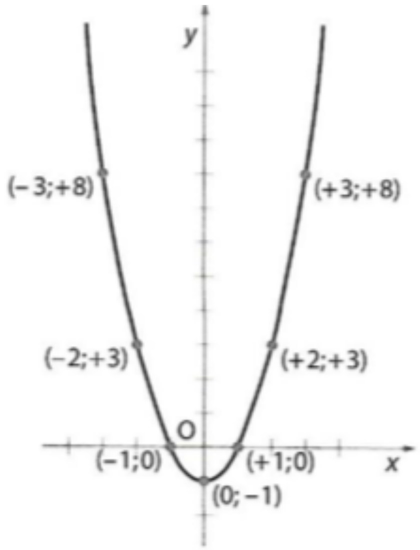
Una funzione f viene detta **pari** se ha: $f(x) = f(-x)$

Una funzione f viene detta **dispari** se ha: $f(-x) = -f(x)$

Si definisce **massimo o minimo assoluto** di una funzione f il **più grande o più piccolo** dei valori che essa assume

Rappresentando su un piano cartesiano tutti punti possibili (x, f(x)) si ottiene una **curva** che prende il nome di **diagramma** (o **grafico**) **della funzione.** Quindi **ogni funzione y = f(x) può essere rappresentata graficamente nel piano cartesiano.**

Si consideri la funzione: $y = x^2 - 1$



Il grafico di una **funzione pari** risulta **simmetrico rispetto all'asse y**
Il grafico di una **funzione dispari** risulta **simmetrico rispetto all'asse x**
Una funzione è una relazione univoca da X a Y, **un qualsiasi diagramma rappresenta il grafico di una funzione se e solo se il diagramma è unisecato** (ossia intersecato una sola volta) **delle rette verticali**

Le coordinate del punto di intersezione di due cure sono la **soluzione del sistema formato dalle equazioni delle due curve**

$$\begin{cases} y = f(x) \\ y = g(x) \end{cases}$$

Date le due funzioni: $y = x - 1$ e $y = x^2 - 3x + 2$

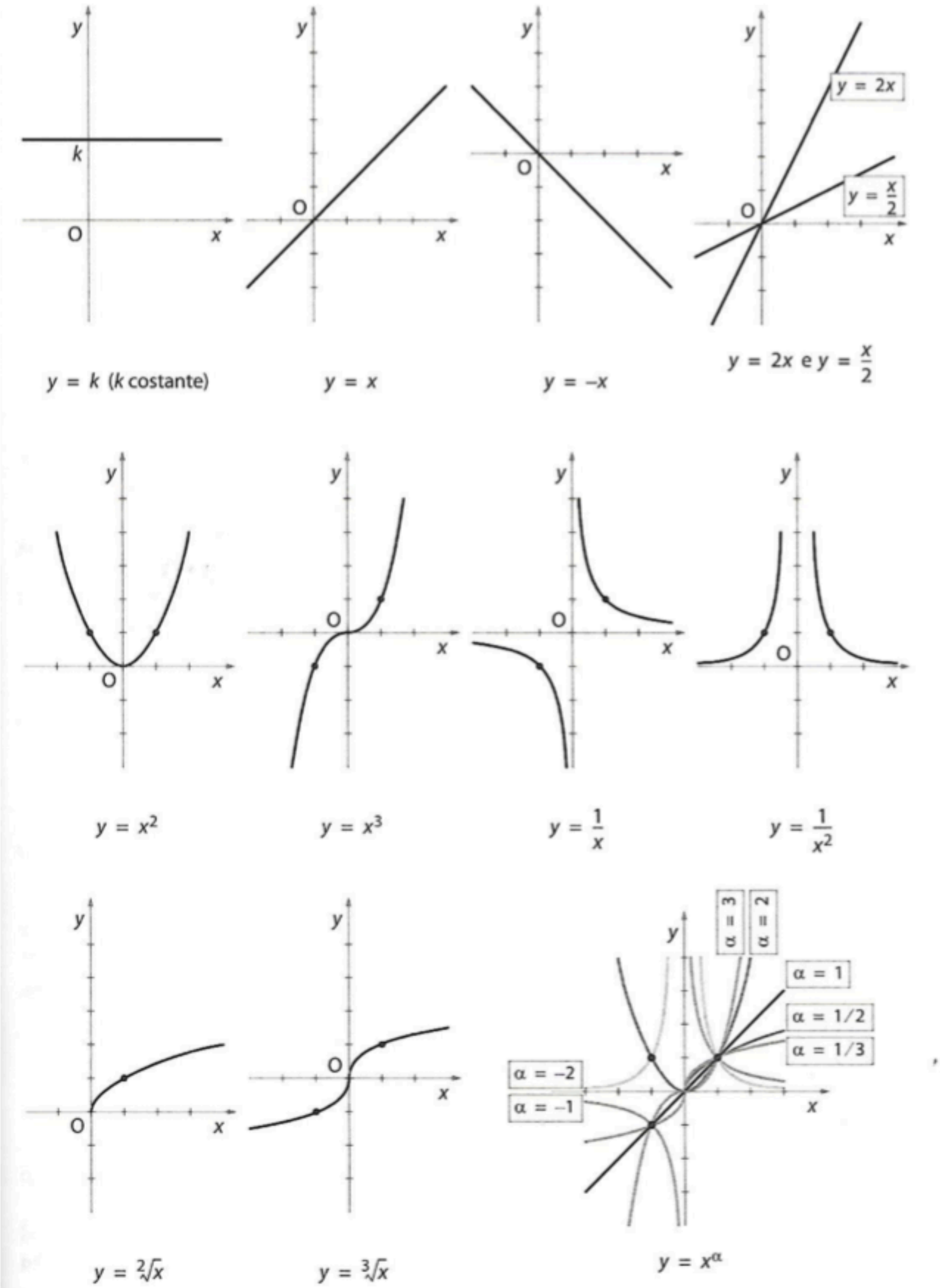
I punti di intersezione si trovano in questo modo

$$\begin{cases} y = x - 1 \\ y = x^2 - 3x + 2 \end{cases}$$

Per trovare le intersezioni con gli assi di una funzione equivalente a risolvere il sistema fra l'equazione della funzione stessa a l'equazione si ciascuno degli assi.
L'asse x ha equazione y = 0. L'asse y ha equazione x = 0.

Per studiare **il segno della funzione** è sufficiente ricercare i valori della x in corrispondenza della quali la funzione risulta **positiva o nulla**, in tutti ligi altri punti del C.E. la funzione sarà **negativa.**

Grafici di alcune funzioni notevoli



$y = k$ (k costante) | $y = x$ | $y = -x$ | $y = 2x$ e $y = \frac{x}{2}$

$y = x^2$ | $y = x^3$ | $y = \frac{1}{x}$ | $y = \frac{1}{x^2}$

$y = \sqrt[2]{x}$ | $y = \sqrt[3]{x}$ | $y = x^\alpha$

Si consideri una funzione y = f(x) **biunivoca** da X in Y, perciò a ogni elemento di X esiste un valore di Y e viceversa a ogni elemento di Y esiste un elemento di Y
La funzione g prende il nome di **inversa** della funzione f e viene indicata con f^{-1}
La funzione f viene invece detta **invertibile**

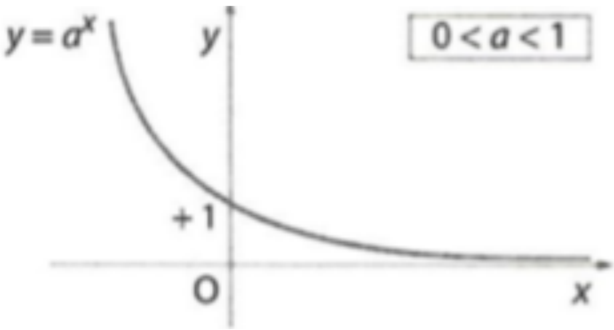
Condizione **necessaria e sufficiente** affinché una funzione sia invertibile è che sia **biunivoca.**

Condizione **necessaria e sufficiente** affinché una funzione sia invertibile è che **il suo grafico sia unificato dalle rette orizzontali**.

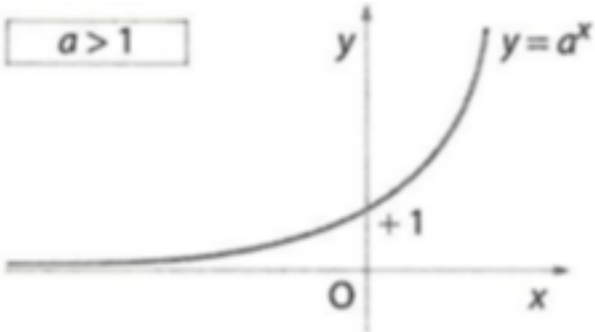
Condizione **sufficiente e non necessaria** per l'inevitabilità è che la funzione sia **monomia,** ossia sempre presente oppure sempre decrescente

La **curva esponenziale** è il digramma della funzione $y = a^x$ (con $a > 0$ e $a \neq 1$).

La **funzione esponenziale** è definita per ogni valore di x ed è **sempre positiva**
Curva esponenziale decresce se 0 < a < 1



Curva esponenziale cresce se a > 1

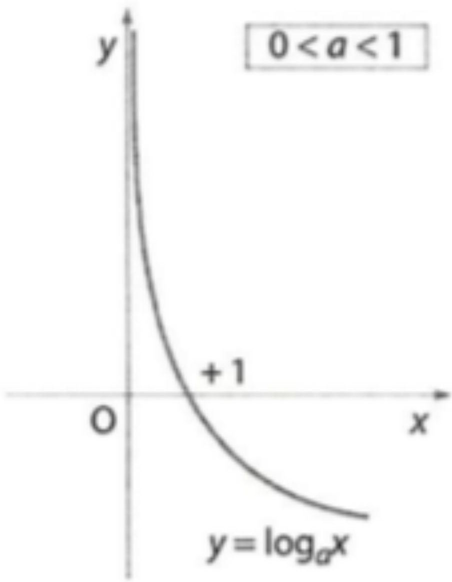


La **curva logaritmica** è il diagramma della funzione $y = \log_a x$ (con $a > 0, a \neq 1$ e $x > 0$).

La **funzione logaritmica** è definita **solo per i valori valori positivi della x**

Il dominio della funzione logaritmica è x > 0. **Il logaritmo dell'unità è sempre nullo**, qualsiasi sia la base, e che **il logaritmo della base è sempre uguale all'unità**

Curva logaritmica decresce se 0 < a < 1



Curva logaritmica cresce se a > 1