

# 6 | Meccanica dei fluidi

Come si è visto, per *fluido* si intende un liquido o un aeriforme.

## 6.1 | Legge di Pascal



In un fluido la pressione si trasmette in tutti i punti e in tutte le direzioni, e le forze di pressione agiscono perpendicolarmente alle superfici dei corpi indipendentemente da come queste sono orientate.

La legge di Pascal afferma che in ogni punto di un fluido in quiete si ha la stessa pressione, sotto l'ipotesi che il fluido **non sia soggetto alla forza di gravità**, o che, almeno, le forze di pressione siano considerevolmente superiori alle forze di gravità coinvolte.

Se cade questa ipotesi, in un fluido si distinguono due tipi di forze.

1. **Forze superficiali:** agiscono solo sulla superficie delimitante il fluido. Si consideri, per esempio, un liquido in un cilindro compresso da un pistone. La pressione dovuta alle forze superficiali (forza esercitata dal pistone) è uniforme in tutto il liquido.
2. **Forze di volume:** agiscono su tutti i punti del fluido e dipendono quindi dal suo volume. La forza peso è un esempio di forza di volume.

I casi in cui si possono trascurare le forze di volume vengono affrontati tramite la legge di Pascal. Diversamente, la pressione derivante dalle forze di volume è regolata dalla legge di Stevino.

## 6.2 | Legge di Stevino



**La pressione idrostatica o aerostatica** (pressione dovuta al solo peso del fluido) **cresce con la profondità**. Nel caso di un liquido le due grandezze sono direttamente proporzionali.

Se  $h$  indica la profondità all'interno di un liquido, allora la pressione vale  $P = \rho \cdot g \cdot h$  dove  $\rho$  è la densità del liquido e  $g$  è l'accelerazione di gravità.



**Si calcoli a quale pressione idrostatica si trova sottoposto un sub che nuota a 10 metri sotto il livello dell'acqua.**

Nell'acqua di mare, la pressione idrostatica aumenta di una atmosfera ( $\sim 10^5$  Pa) ogni 10 m di profondità. Infatti, la pressione esercitata da una colonna d'acqua alta 10 m è:

$$P = \rho \cdot g \cdot h = 1 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m} = 10^5 \text{ Pa} \cong 1 \text{ atm}$$

Tale pressione si somma alla pressione atmosferica a livello del mare: il sub si trova quindi sottoposto a una pressione totale di 2 atm.

$P_0$  = pressione atmosferica a livello del mare = 1 atm;  $P_{10}$  = 2 atm;  $P_{20}$  = 3 atm; ecc.



**Si calcoli l'aumento di pressione su un sottomarino che aumenta la propria profondità di immersione di 20 m.**

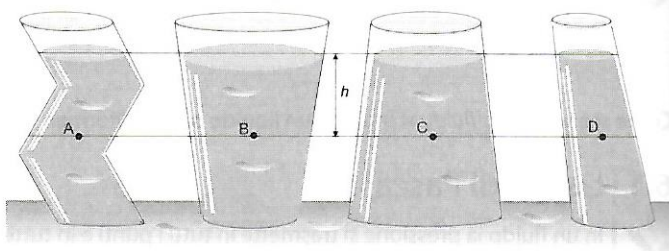
Diversamente dal caso precedente, qui interessa soltanto la variazione di pressione che si sperimenta durante un'immersione: come si è visto, ogni 10 m di profondità la pressione aumenta di 1 atm: si deve rispondere che la pressione sul sottomarino aumenta di 2 atm.

## 6.2.1 | Principio dei vasi comunicanti



Dati alcuni contenitori aventi forme diverse e tra loro comunicanti, se si versa del liquido nel primo, questo si distribuisce in tutti i contenitori in modo da raggiungere la stessa altezza in ciascuno di essi.

A parità di profondità si deve infatti avere la stessa pressione in tutti i contenitori. Per lo stesso motivo, la pressione idrostatica non dipende dalla forma del recipiente che contiene il liquido, ma solo dalla profondità  $h$ : nei punti A, B, C e D dei recipienti in figura, vi è la stessa pressione.



## 6.3 | Principio di Archimede



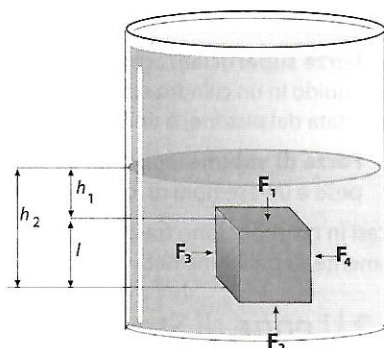
**Un corpo immerso in un fluido riceve una spinta dal basso verso l'alto di intensità pari al peso del fluido spostato.**

È facile dunque concludere che un corpo parzialmente immerso in acqua galleggia solo se il suo peso è inferiore a quello del volume d'acqua che occupa la sua parte immersa; questo si verifica se la densità del corpo è inferiore a quella dell'acqua. Quanto detto è valido anche per un corpo immerso in un gas (si pensi alla mongolfiera).



I sommergibili si spostano in verticale sfruttando la spinta di Archimede.

Poiché il volume di un sommergibile è sempre lo stesso, il volume di liquido spostato è costante e la spinta non varia; di conseguenza per spostare verticalmente il sommergibile si fa in modo che sia il peso del sommergibile stesso a cambiare, il che viene realizzato imbarcando o spingendo fuori acqua tramite potenti pompe idrauliche.



Mentre  $F_3$  è uguale a  $F_4$ ,  $F_2$  è maggiore di  $F_1$ ; la superficie su cui agisce  $F_2$  si trova infatti a una profondità  $h_2$  maggiore di  $h_1$ .



La forza di Archimede va applicata al **baricentro della massa di liquido spostata**: non al baricentro del corpo né a quello della parte del corpo immersa nel fluido.

I due punti possono non coincidere quando il corpo immerso nel fluido non è omogeneo.

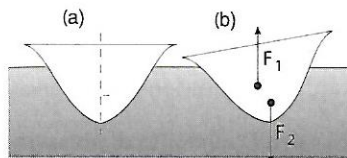


Si pensi a un martello con il manico di legno immerso in acqua. Il suo baricentro è nettamente spostato verso la parte di ferro, rispetto al baricentro della massa di liquido che il martello sposta quando viene immerso. Mentre la forza peso si applica al baricentro del martello, la forza di Archimede si deve applicare al baricentro dell'acqua spostata.

Il baricentro della massa di fluido spostato è detto anche **centro di spinta**.

Se il centro di spinta e il baricentro del corpo non si trovano sulla stessa verticale, la spinta di Archimede e il peso del corpo formano una coppia di forze che tende a far ruotare il corpo.

Se i due punti sono disposti lungo la verticale si ha equilibrio e affinché l'equilibrio sia stabile, il baricentro deve essere al di sotto del centro di spinta.



Nella posizione (a) la barca è in equilibrio. Se la barca si inclina (b), la forza di Archimede  $F_1$  e la forza peso  $F_2$  formano una coppia che riporta la barca nella posizione di equilibrio.



✓ **Condizione di equilibrio idrostatico per un corpo immerso in un fluido:**

$$F_A = P \Rightarrow \rho_f \cdot V_f \cdot g = \rho_c \cdot V_c \cdot g \Rightarrow \rho_f \cdot V_f = \rho_c \cdot V_c$$

dove:  $P$  è il peso del corpo,  $\rho_f$  e  $\rho_c$  sono la densità del fluido e del corpo rispettivamente,  $V_f$  è il volume del fluido spostato (uguale al volume della parte immersa del corpo),  $V_c$  è il volume del corpo e  $g$  è l'accelerazione di gravità.

Questa condizione si utilizza per la risoluzione dei quesiti sul principio di Archimede.

⚙ **Un cubo di materiale sconosciuto sta immerso in acqua per una parte  $V_f$  del suo volume  $V_c$ . Quanto vale  $V_f$  se la densità relativa del cubo rispetto all'acqua vale  $2/3$ ?**

Si inverte la condizione di equilibrio  $\rho_f \cdot V_f = \rho_c \cdot V_c$ , dove in questo caso  $\frac{\rho_c}{\rho_f} = \frac{2}{3}$ :

$$V_f = V_c \cdot \frac{\rho_c}{\rho_f} = V_c \cdot \frac{2}{3}$$

⚙ **Un corpo con un volume di  $0,3 \text{ m}^3$ , galleggia sull'acqua (densità  $1 \text{ kg/dm}^3$ ). Sporgono dall'acqua  $60 \text{ dm}^3$  del corpo. Quanto vale la densità del corpo?**

Il volume del corpo che galleggia vale  $300 \text{ dm}^3$ ; il corpo è immerso in acqua per otto decimi del suo volume (il volume che emerge è  $2/10$  del volume totale del corpo). Si deduce che la densità del corpo è  $8/10$  della densità dell'acqua. Infatti:

$$\rho_c = \rho_f \cdot \frac{V_f}{V_c} = \frac{8}{10} \rho_f = 0,8 \frac{\text{kg}}{\text{dm}^3}$$

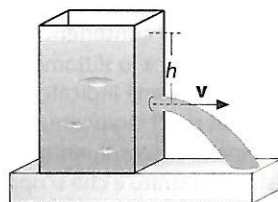
## 6.4 | Cenni di fluidodinamica

### 6.4.1 | Teorema di Torricelli

Con riferimento alla figura che illustra un recipiente contenente un liquido (non viscoso) al quale è stato praticato un foro a una profondità  $h$ , si ha che la velocità di efflusso del liquido dal foro è data dalla relazione:

$$v = \sqrt{2gh}$$

Si noti che il risultato trovato è uguale alla velocità che acquista un corpo soggetto alla sola forza di gravità cadendo da una altezza  $h$ .



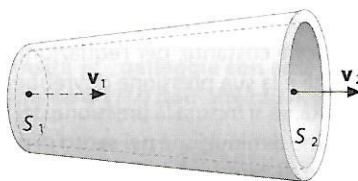
### 6.4.2 | Portata di un condotto

La portata ( $Q$ ) di un condotto è la quantità di fluido che attraversa una sua sezione in un secondo (si misura in  $\text{m}^3/\text{s}$ ). Ipotizzando il fluido incompressibile, si ottiene l'**equazione di continuità**:

$$Q = S \cdot v = \text{costante}$$

Indicando con  $v_1$  e  $v_2$  le velocità del liquido nelle due sezioni  $S_1$  e  $S_2$  del condotto si ha:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{v_2}{v_1} \Rightarrow S \text{ e } v \text{ sono inversamente proporzionali}$$



💡 **Maggiore è la sezione del condotto, minore è la velocità del liquido che scorre.**

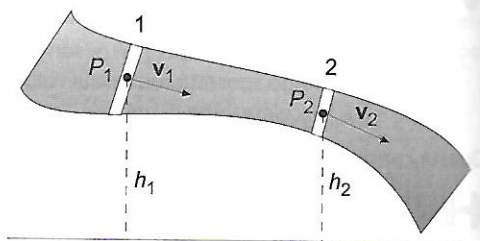
⚙ L'acqua di un fiume è più tumultuosa dove il fiume si restringe, mentre appare più calma dove le rive sono più lontane: per il principio di continuità, infatti, il prodotto della sezione per la velocità deve essere costante e quindi dove il fiume si restringe, l'acqua è più veloce.

### 6.4.3 | Teorema di Bernoulli

Si consideri un condotto in cui scorre un fluido ideale di densità  $\rho$  e si fissi l'attenzione su due punti 1 e 2. Si indichino con  $v_1$  e  $v_2$  i moduli delle velocità del fluido, con  $P_1$  e  $P_2$  le pressioni del fluido e con  $h_1$  e  $h_2$  le altezze dei due punti rispetto a un riferimento orizzontale.

Bernoulli dimostrò che vale la seguente relazione:

$$\frac{P}{\rho g} + h + \frac{v^2}{2g} = \text{costante}$$



I tre termini a primo membro hanno le dimensioni di una lunghezza e sono rispettivamente detti *altezza piezometrica*, *altezza geometrica* e *altezza cinetica*.

✓ Il **teorema di Bernoulli** afferma che, in ogni condotto, la somma delle altezze piezometriche, geometriche e cinetiche è costante.

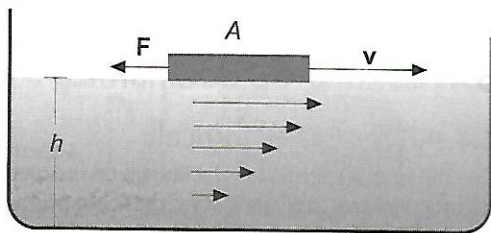
Come conseguenza vale il **principio di Venturi**.

✓ A parità di altezza geometrica, se in un condotto la sezione diminuisce, la velocità del fluido che la attraversa aumenta (equazione di continuità) e quindi la sua pressione diminuisce (teorema di Bernoulli).

### 6.5 | Fluidi reali

Nei fluidi reali, a differenza dei fluidi ideali, è presente un attrito interno dovuto alle forze di coesione tra le particelle del fluido e di adesione tra fluido e pareti del recipiente. Il termine con il quale la fisica descrive l'attrito interno di un fluido è **viscosità**.

Se si trascina con velocità  $v$  un galleggiante posto in una bacinella contenente un liquido di altezza  $h$ , questo provoca lo slittamento degli strati di liquido sottostanti, come indicato nella figura (per la viscosità di un gas il ragionamento è analogo: è sufficiente considerare il corpo totalmente immerso nel gas). La velocità di scorrimento degli strati *decresce linearmente* con la profondità. La forza  $F$  che si trasmette di strato in strato e che si oppone al moto del galleggiante è detta **forza di viscosità**.



💡 La **viscosità** è un indice della resistenza che un fluido oppone agli scorrimenti relativi tra i suoi strati interni.

Inoltre, dato un liquido reale in moto lungo un condotto di sezione costante, per l'equazione di continuità, la sua velocità e la sua pressione dovrebbero rimanere costanti. In realtà, se si misura la pressione del fluido in vari punti, si nota una diminuzione nel senso di percorrenza, a cui si dà il nome di **perdita di carico**, dovuta alla viscosità del liquido. Nel disegno è evidenziata dall'abbassamento del livello del liquido nelle parti di condotto verticali.

