

2 | Problemi di ragionamento

I problemi di ragionamento sono volti a **misurare le capacità logico-deduttive di un individuo**. Più in particolare, essi intendono valutarne l'attitudine a comprendere relazioni di causa ed effetto, a riconoscere categorie concettuali, a seguire accuratamente una sequenza complessa di affermazioni tra loro interdipendenti, comprendendone le implicazioni, a distinguere i ragionamenti coerenti da quelli privi di fondamento.

Si tratta di capacità che un individuo generalmente utilizza nella vita di tutti i giorni, indipendentemente dal proprio campo di studi o dal proprio tipo di attività. Non è dunque richiesta alcuna conoscenza di logica formale né una preparazione su specifiche discipline.

Per prepararsi a una prova logico-attitudinale bisogna studiare le tipologie di domande solitamente utilizzate e acquisire familiarità con i procedimenti di risoluzione attraverso l'esercizio.

Sono soprattutto le facoltà di Ingegneria che utilizzano il test Cisia a fare largo uso di queste tipologie di esercizi.

2.1 | Deduzioni logiche

Si tratta di esercizi che intendono valutare le capacità deduttive e di ragionamento del candidato. È necessario analizzare attentamente il testo delle istruzioni e della domanda per poter individuare correttamente le conclusioni da esso deducibili in modo logico (cioè necessario) e identificare così le risposte. Innanzitutto, dunque, occorre individuare con rigore le relazioni logiche esistenti fra le varie parti dell'argomentazione proposta.

2.1.1 | Condizione necessaria e condizione sufficiente

Una condizione è un qualunque fatto, evento o azione al cui verificarsi è condizionato l'avverarsi di una determinata conseguenza. Per risolvere questi esercizi si deve avere chiara la distinzione tra le condizioni sufficienti e quelle necessarie.

Condizione sufficiente

Una condizione è **sufficiente** (come dice l'espressione) quando il suo verificarsi porta sempre a una determinata conseguenza. Se A è la condizione e B la conseguenza, la condizione sufficiente ha quindi una delle seguenti formulazioni:

se A allora B, ogni volta che A allora B, quando A allora B ecc.

La condizione A quando si verifica ha quindi **sempre come conseguenza** l'evento B.

Se A è sufficiente per avere B allora si può dedurre sempre con certezza che se non si è avuto B, certamente prima non si è verificato A:

se non B allora non A

Un semplice esempio chiarirà quanto appena esposto.

- 1 "Se lasciassi cadere il vaso di porcellana, questo si romperebbe".
Se l'argomentazione precedente è corretta, quale delle seguenti è certamente vera?

- A** Se il vaso di porcellana è intatto, ciò vuol dire che non l'ho lasciato cadere
- B** Se non lascerò cadere il vaso di porcellana, questo non si romperà
- C** Se il vaso di porcellana è rotto, questo indica che l'ho lasciato cadere
- D** Se il vaso di porcellana è intatto, non vuol dire che non l'ho fatto cadere
- E** Condizione necessaria, ma non sufficiente affinché il vaso di porcellana si rompa è che lo si lasci cadere

Nel caso in esame, l'atto di far cadere il vaso risulta essere una condizione *sufficiente* affinché il vaso di porcellana si rompa, ma non *necessaria*: infatti il vaso di porcellana potrebbe anche rompersi per altre cause (alternativa **E** errata).

Ciò che si può dedurre con certezza è che se non B (se il vaso non si è rotto) allora non A (allora non lo ho lasciato cadere). Infatti, poiché il vaso si rompe ogni volta che lo lascio cadere, se è intatto certamente non l'ho fatto cadere (**A** soluzione del quesito).

Quando una condizione è sufficiente vuol dire che non è però l'unica che può portare a una determinata conseguenza. Dire che se faccio cadere il vaso questo si rompe, vuol dire che il vaso può rompersi anche per altri motivi (non si rompe il vaso SOLO quando cade, ma si rompe SE cade). Non si può, quindi, dedurre che se non A (se non lo lascio cadere) allora non B (allora non si rompe) e per lo stesso motivo non si può dire che se B (se il vaso è rotto) allora certamente A (allora certamente è caduto). Come si vede le alternative **B** e **C** sono errate.

Condizione necessaria

Oltre alla condizione sufficiente esiste quella **necessaria** che indica quel fatto, azione o evento che si **DE-
VE verificare** per **poder avere** una determinata conseguenza.

Chiamando ancora A la condizione e B la conseguenza, la condizione necessaria ha quindi la seguente formulazione:

se A allora B.

Essendo A necessaria per avere B, si può dedurre con certezza che:

se non A allora non B

e anche che:

se B allora A.

Una condizione necessaria si deve quindi sempre verificare per poter avere una determinata conseguenza, ma potrebbe anche non bastare, non essere cioè sufficiente (mentre al contrario, come visto, la condizione sufficiente, verificandosi, porta sempre alla sua conseguenza). È, quindi, possibile che la condizione A accada, ma non si abbia la conseguenza B.

Si veda l'esempio seguente.

- 2 **Soltanto se la mia automobile ha benzina può funzionare.**

Se quanto affermato sopra è vero, allora quale delle seguenti affermazioni è vera?

- a)** **Se la mia automobile ha la benzina, allora funziona**
- b)** **Se la mia automobile non funziona, allora non ha benzina**
- c)** **Se la mia automobile funziona, allora ha benzina**

A a

B b

C c

D a e b

E b e c

La risposta corretta è la **C**. Infatti, questo esercizio presenta il tipico caso della *condizione necessaria ma non sufficiente*. In altre parole, il fatto di avere benzina è condizione necessaria, ma non sufficiente, per il funzionamento dell'automobile. Dunque, la a) e la b) sono entrambe errate: la a) in quanto, essendo la presenza di benzina unicamente condizione necessaria, l'automobile potrebbe non funzionare per altri motivi; la b) in quanto l'automobile potrebbe non funzionare per motivi diversi dall'assenza di benzina.

È possibile osservare che l'affermazione alla base di questo esercizio è del tipo: *soltanto se è vera X, allora è vera Y* (cioè: soltanto se l'automobile ha benzina, allora può funzionare).

Ne segue anche che è valida: *se è vera Y, allora è vera X* (cioè: se l'automobile funziona, allora ha benzina). Non è invece valida in questo caso: *se non è vera Y, allora non è vera X* (se l'automobile non funziona, allora non ha benzina), così come non è valida: *se è vera X, allora è vera Y* (se ha benzina, allora funziona).

Condizione necessaria e sufficiente

Esiste poi una terza condizione: la necessaria e sufficiente in cui, quindi, l'evento A è contemporaneamente sufficiente ma anche necessario affinché si verifichi la conseguenza B. Tale condizione ha quindi la seguente formulazione:

se e solo se A allora B,

da cui si può dedurre con certezza che:

se non B non A (infatti A è sufficiente per avere B),

ma anche

se non A allora non B e se B allora A (essendo A necessario per avere B).

Si veda l'esempio seguente.

3 Se e solo se fa fisioterapia il paziente può guarire.

Se la precedente affermazione è vera allora è certamente vero che:

- A anche se non fa fisioterapia il paziente può guarire
- B anche se fa fisioterapia il paziente potrebbe non guarire
- C è più importante fare fisioterapia che assumere medicinali
- D se il paziente è guarito ha fatto fisioterapia
- E il paziente guarito potrebbe non aver fatto fisioterapia

Dire che il paziente guarisce se e solo se fa fisioterapia, significa che fare fisioterapia è sufficiente per guarire (quindi non può accadere quanto previsto dall'alternativa B che è errata), ma è anche necessario: non si può guarire senza averla fatta (alternativa A ed E errate). È vero, invece, che se un paziente è guarito, certamente ha fatto fisioterapia, perché farla era necessario per guarire (D soluzione del quesito).

Esempi

4 Per passare l'esame è necessario ma non sufficiente avere o fortuna o una solida preparazione. Determinare quale delle seguenti situazioni è NON compatibile con questa affermazione.

- A Riccardo ha fortuna, ma non ha passato l'esame
- B Riccardo non ha fortuna, ma ha passato l'esame
- C Riccardo ha passato l'esame ma non ha una solida preparazione
- D Riccardo ha una solida preparazione e fortuna, ma non ha passato l'esame
- E Riccardo ha passato l'esame, ma non ha né fortuna né solida preparazione

Se per passare l'esame è necessario avere o una solida preparazione o fortuna significa che se non si dispone di solida preparazione o di fortuna non è possibile passare l'esame e se si ha passato l'esame certamente si ha una solida preparazione o fortuna (la condizione è infatti necessaria).

Non è pertanto possibile quanto indicato dall'alternativa E, che è dunque la risposta cercata.

Leggere le seguenti affermazioni e rispondere alle relative domande.

3 Se è vero che:

- tutti i filosofi sono saggi;
- alcuni filosofi sono anche matematici;
- Aristotele fu un importante filosofo greco;

se ne deduce necessariamente che:

- A** i saggi greci furono filosofi
- B** tutte le persone sagge sono anche matematici
- C** alcuni matematici sono saggi
- D** Aristotele fu anche un matematico
- E** esistono matematici che non sono saggi

L'affermazione "alcuni filosofi sono anche matematici" significa che tra i matematici alcuni sono anche filosofi. Poiché tutti i filosofi sono saggi se ne deduce che alcuni matematici (essendo filosofi) sono saggi (risposta corretta **C**).

Si osservi che l'affermazione "Aristotele fu un importante filosofo greco" è del tutto irrilevante per determinare la soluzione del quesito.

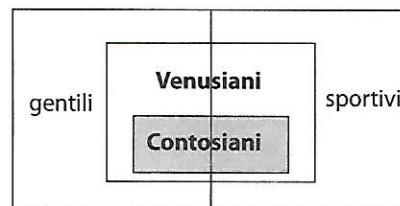
4 Un Venusiano osserva che:

- la metà di tutti i Venusiani è sportivo;
- la metà di tutti i Contosiani è sportivo;
- la metà di tutti i Venusiani è gentile.

Sapendo che non si può essere contemporaneamente gentili e sportivi, il Venusiano deduce che una sola delle seguenti deduzioni NON è possibile; quale?

- A** Tutti i Contosiani sono Venusiani
- B** Metà dei Contosiani sono gentili
- C** Non esistono Venusiani che sono anche Contosiani
- D** Contosiani e Venusiani sono lo stesso gruppo di persone
- E** Tutti i Venusiani sono Contosiani e nessun Contosiano è gentile

Poiché metà dei Contosiani è sportiva non si può escludere che l'altra metà sia gentile (la **B** è quindi possibile). È anche possibile che Venusiani e Contosiani siano lo stesso gruppo di persone, per metà sportivi e per metà gentili (**D** possibile), come è possibile che siano due gruppi completamente distinti (**C** possibile). Immaginando che l'altra metà dei Contosiani sia gentile, è infine anche possibile che tutti i Contosiani siano Venusiani (**A** possibile) come rappresentato nel seguente schema:



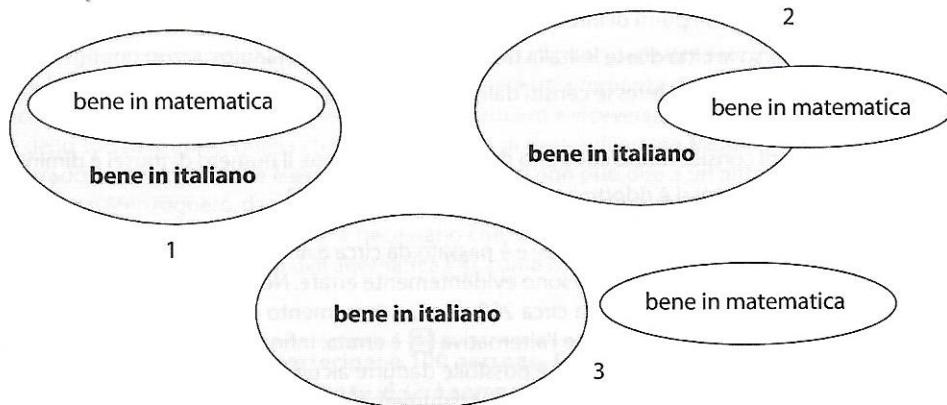
È però impossibile che tutti i Venusiani, che per metà sono gentili, siano Contosiani senza che qualcuno di questi ultimi risulti anch'esso gentile (E soluzione del quesito).

Contosiani	
Venusiani gentili	Venusiani sportivi

5 **Non tutti gli studenti che vanno bene in italiano vanno bene in matematica. Quindi si è certi che:**

- A tutti gli studenti vanno bene in italiano
- B tutti gli studenti vanno bene in matematica
- C almeno uno studente va bene in italiano e matematica
- D almeno uno studente va bene in italiano e non va bene in matematica
- E almeno uno studente va bene in matematica e non va bene in italiano

Per poter affermare che non tutti quelli che vanno bene in italiano vanno bene in matematica è necessario che ci sia almeno uno di coloro che vanno bene in italiano che non va bene in matematica come correttamente proposto dall'alternativa D. Si può rappresentare graficamente tale relazione nei seguenti modi:



In tutti e tre i casi, infatti, c'è sempre almeno uno studente che va bene in italiano che non va bene in matematica.

Si presti attenzione all'alternativa C, errata in quanto è solo un caso possibile, ma non necessariamente vero (i due insiemi – coloro che vanno bene in italiano e coloro che vanno bene in matematica – possono anche non aver alcun elemento in comune rispettando comunque l'enunciato del quesito). Errata risulta anche l'alternativa E: se infatti l'insieme di chi va bene in matematica è incluso nell'insieme più ampio di chi va bene in italiano, posso affermare che tutti coloro che vanno bene in matematica vanno anche bene in italiano, non contraddicendo comunque l'enunciato per cui non tutti quelli che vanno bene in italiano vanno anche bene in matematica.

2.1.3 | Problemi di deduzione

Sono esercizi che presentano al candidato una situazione, un problema, chiedendo la soluzione dello stesso. Molto più simili a giochi di logica che possono essere fatti anche tra amici, solitamente, più che attraverso l'utilizzo di schemi o di tabelle, questi esercizi, qualora prevedono un ragionamento complesso, possono essere risolti attraverso l'analisi delle alternative.

- 1 **Il venusiano Vrxff afferma: "Su Venere nessuno può avere più di una mgl" Il suo amico marziano Mrkzz lo informa che su Marte questa norma non è in vigore. Dunque, necessariamente:**

- A** i Marziani possono avere più di una mgl
- B** ogni Marziano ha più di una mgl
- C** almeno un Marziano ha più di una mgl
- D** tutti i Venusiani hanno una e una sola mgl
- E** se un Venusiano abita su Marte allora ha più di una mgl

Affermare che "su Venere nessuno può avere più di una mgl", significa che ogni venusiano non possiede alcuna mgl o al massimo ne ha una; l'alternativa **D** è pertanto errata. Poiché tale regola non è valida per Marte, si deve concludere che per gli abitanti di Marte non esistono vincoli; dunque anche le alternative **B**, **C** ed **E** sono errate. L'unica alternativa corretta è pertanto la **A**, ossia i marziani possono avere più di una mgl.

- 2 **Per quanto riguarda i luoghi artistici in Italia, l'Associazione Amici dell'Arte (AAA) ha censito nel 2003 circa 8.400 punti di interesse e poco meno di 400 musei, e nel 2013 circa 8.600 punti di interesse e poco più di 200 musei. Quale delle seguenti affermazioni è possibile dedurre da questa frase?**

- A** Tra il 2003 e il 2013 i punti di interesse sono diminuiti
- B** Il turismo verso le città d'arte in Italia tra il 2003 e il 2013 è diminuito
- C** Il numero di punti di interesse censiti dall'AAA ha registrato una contrazione tra il 2003 e il 2013
- D** Nei dieci anni considerati, al contrario dei punti di interesse, il numero di musei è diminuito
- E** Il numero dei musei si è ridotto a un terzo tra il 2003 e il 2013

Tra il 2003 e il 2013 il numero di punti di interesse è passato da circa 8.400 a 8.600, con un incremento di circa 200 unità; quindi le alternative **A** e **C** sono evidentemente errate. Nello stesso intervallo di tempo il numero di musei è passato da circa 400 a circa 200, con un decremento di circa 200 unità, ossia circa della metà e non di un terzo; pertanto anche l'alternativa **E** è errata. Infine anche l'alternativa **B** non è corretta in quanto dal testo dell'esercizio non è possibile dedurre alcunché riguardo al turismo verso le città d'arte. La risposta esatta è dunque la **D**: nel 2003 il numero di musei, come visto, è diminuito, mentre quello dei punti di interesse è aumentato.

- 3 **C'è una scatola contenente gettoni da gioco. La metà di essi è quadrata e l'altra metà è rotonda. I gettoni per metà sono verdi e per metà sono blu. Si può dedurre necessariamente che:**

- A** il numero di gettoni deve essere un multiplo di quattro
- B** il numero di gettoni rotondi verdi è uguale al numero di gettoni quadrati blu
- C** i quattro tipi di gettoni (quadrati blu, quadrati verdi, rotondi blu, rotondi verdi) sono in numero uguale
- D** il numero dei gettoni quadrati blu è uguale al numero dei gettoni rotondi blu
- E** il numero dei gettoni quadrati blu è uguale al numero dei gettoni quadrati verdi

Per semplificare il ragionamento si supponga che la scatola contenga 10 gettoni. In base al testo si può facilmente dedurre che 5 sono quadrati e 5 rotondi; quanto al colore, 5 sono verdi e 5 blu. Tra i 5 gettoni quadrati X saranno di colore verde e i rimanenti $5-X$ di colore blu.

Se si esaminano i 5 gettoni rotondi, quelli verdi devono essere $5-X$: infatti il numero totale di gettoni verdi è 5, di forma quadrata ve ne sono X e dunque ne rimangono $5-X$ che devono dunque avere forma rotonda.

Analogamente, i gettoni blu in totale sono 5; quelli di forma quadrata sono $5-X$ e dunque i rimanenti (ossia $5-5+X = X$) sono quelli di forma rotonda.

In conclusione, si è trovato che:

- gettoni quadrati verdi = X
- gettoni quadrati blu = $5 - X$
- gettoni rotondi verdi = $5 - X$
- gettoni rotondi blu = X

Pertanto, qualunque sia il valore di X, il numero di gettoni rotondi verdi è uguale al numero di gettoni quadrati blu; la risposta corretta è quindi la **B**.

4 Ci sono N persone (con $N > 1$) disposte in circolo, che sono o Menzogneri (dicono sempre il falso) o Veritieri (dicono sempre il vero). Ciascuno accusa la persona alla sua destra di essere un Menzognero. Ciò è possibile SOLO SE:

- A** N è un numero pari
- B** N è un numero primo
- C** N = 3
- D** N è un numero dispari
- E** N = 2

Affinché ognuno possa accusare il vicino di essere Menzognero, senza cadere in contraddizione con ciò che è lui stesso (Veritiero o Menzognero), ci deve essere un'alternanza perfetta tra i due gruppi di persone, accanto a ogni Menzognero ci deve essere un Veritiero e viceversa. Se infatti capitano vicine due persone dello stesso gruppo, quella che accusa il vicino di destra di essere Menzognero cadrà sicuramente in contraddizione con ciò che è essa stessa (un Veritiero non può dire a un altro Veritiero di essere Menzognero e un Menzognero, dando del Menzognero a uno del suo gruppo, dice la verità e non il falso come dovrebbe). Affinché ciò sia possibile è necessario che N sia un numero pari (non per forza solo uguale a 2 come erroneamente riportato dall'alternativa **E**), come correttamente espresso dall'alternativa **A**, soluzione del quesito.

5 A una gara podistica partecipano 100 persone. Fra di esse almeno una è donna. Se prendo a caso due persone, tra di esse vi sarà sempre almeno un uomo. Quanti sono gli uomini?

- A** 50
- B** 77
- C** 90
- D** 88
- E** 99

Per risolvere il quesito è necessario prestare attenzione all'affermazione "se prendo due persone, tra di esse vi sarà sempre almeno uomo". Questo significa, infatti, che qualunque coppia io prenda non avrò mai due donne e che quindi alla gara podistica è presente una sola donna (se fossero anche solo due, almeno una volta prendendo due persone a caso dovrei avere due donne, fatto escluso dal testo del quesito). Gli uomini presenti alla gara saranno, allora, 99 e la soluzione quella fornita dall'alternativa **E**.

6 Quale delle seguenti affermazioni equivale a dire: "Non tutti i laureati in Ingegneria fanno l'ingegnere"?

- A Nessun laureato in Ingegneria fa l'ingegnere
- B Tutti i laureati in Ingegneria fanno l'ingegnere
- C Non esiste un laureato in Ingegneria che non faccia l'ingegnere
- D Vi è almeno un laureato in Ingegneria che non fa l'ingegnere
- E Tutti i laureati in Ingegneria fanno un lavoro diverso dall'ingegnere

L'affermazione equivalente a quella del testo dell'esercizio è: "Vi è almeno un laureato in Ingegneria che non fa l'ingegnere", che è quella riportata correttamente dall'alternativa **D**.

7 È stato confermato che a tutti e soli i candidati ammessi alla prova selettiva è stata inviata una comunicazione via email. Poiché risulta che ad alcuni candidati, pur avendo fatto domanda, non è arrivata la comunicazione via email, si può dedurre con certezza che:

- A non tutti quelli che sono stati ammessi alla prova selettiva hanno fatto domanda
- B non tutti quelli che sono stati ammessi alla prova selettiva hanno ricevuto l'email
- C tutti quelli che hanno fatto domanda sono stati ammessi alla prova selettiva
- D non tutti quelli che hanno fatto domanda sono stati ammessi alla prova selettiva
- E c'è qualcuno tra coloro che è stato ammesso al concorso che non aveva fatto domanda

L'insieme di coloro che sono stati ammessi alla prova selettiva coincide con l'insieme di coloro che hanno ricevuto l'email.

Ammessi prova	
email	no email

Se un candidato non ha ricevuto l'email allora non è stato ammesso alla prova. Se esistono candidati che, pur avendo fatto domanda non hanno ricevuto l'email, vuol dire che qualcuno, pur avendo fatto domanda, non è stato ammesso alla prova selettiva (**D** soluzione del quesito).

8 Si consideri l'affermazione "In ogni momento c'è almeno un carabiniere in caserma". Questa implica che:

- A di notte non ci sono carabinieri in caserma
- B non ci sono mai due carabinieri in caserma
- C c'è sempre lo stesso carabiniere in caserma
- D a Natale non ci sono carabinieri in caserma
- E nessuna delle precedenti alternative è corretta

Affermare che "in ogni momento" si trova un carabiniere in caserma, vuol dire che non esistono momenti in cui non se ne trova neanche uno (alternativa **A** e **D** errate). Questa affermazione, però non vuol dire che ci sia sempre lo stesso carabiniere (**C** errata) in caserma e non preclude che ce ne sia più di uno (ce ne è sempre almeno uno, ma potrebbero anche essere in numero maggiore: perciò anche l'alternativa **B** è errata). La soluzione al quesito è quindi fornita dall'alternativa **E**.

Suggerimenti

- Per rispondere alle domande occorre basarsi **unicamente sulle informazioni** fornite dagli esercizi e non sulle proprie eventuali conoscenze relative all'argomento trattato.
- Occorre prestare particolare attenzione al **tipo di relazione** esistente tra due eventi, senza confondere una semplice **affinità di significato** con una **consequenzialità logica**. Così, per esempio, se si afferma che *una percentuale elevata di persone che contraggono tumori ai polmoni sono fumatori*, ciò non implica necessariamente che tutti i fumatori contraggano tumori ai polmoni, né che i tumori ai polmoni vengano solo ai fumatori.
- Allo stesso modo occorre non confondere la **necessità** di una condizione con la sua **sufficienza**. Se si afferma che *solo i fumatori contraggono tumori ai polmoni*, ciò non implica che tutti i fumatori contraggono tumori ai polmoni. Il fatto di essere fumatore sarebbe cioè condizione necessaria ma non sufficiente per contrarre un tumore ai polmoni.
- Per rispondere alle domande è importante analizzare l'argomentazione di base, facendo attenzione non solo alle **conseguenze** che da essa si possono **dedurre rigorosamente**, ma anche alle **ipotesi implicite** sulle quali essa si basa. Spesso infatti, a un esame attento, l'argomentazione manca di un anello che viene volutamente tacito o dato per scontato. Le domande possono chiedere di identificare proprio questo anello mancante (*qual è l'ipotesi alla base dell'argomentazione?*). Per esempio, se si afferma che *Giorgio dovrebbe nuotare più spesso perché la sua forma fisica è piuttosto scadente*, è implicitamente assunto che il nuoto contribuisce a migliorare la forma fisica.
- È utile, una volta individuata la risposta esatta, controllarla tornando al testo dell'esercizio e verificando che l'alternativa scelta rispetti tutte le condizioni poste dal quesito.

2.2 | Esercizi di ragionamento logico

In questa tipologia di esercizi vengono presentati alcuni enunciati tra loro strettamente interdipendenti. Tali relazioni sono, però, prive di contenuto informativo, o quantomeno incomplete, se considerate isolatamente. Per rispondere alle relative domande è necessario quindi collegare tra loro le informazioni presentate, valutarne le relazioni e dedurre i dati non esplicitati.

Il problema è, dunque, quello di comprendere la struttura delle relazioni presentate e di dedurre da esse nuove informazioni, ossia le relazioni mancanti. Le tipologie di relazioni più frequenti sono:

- vero/falso** (esempio: solo una persona dice il vero, tutte le altre dicono il falso);
- causa ed effetto** (esempio: l'avvenimento X causa sempre l'avvenimento Y);
- successione temporale** (esempio: X arriva prima di Y ma dopo di Z);
- collocazione spaziale** (esempio: X è a ovest di Y e a est di Z);
- posizione gerarchica** (esempio: X è superiore a Y ma subordinato a Z).

Esempi

Leggere il testo del seguente problema e rispondere alle domande successive.

I membri degli equipaggi di due aerei sperimentali devono essere scelti tra gli unici sei piloti esperti che vi sono a disposizione: Giugni, Holborn, Iannarone, Johnson, Katey e Lawrence. Ogni equipaggio deve avere esattamente tre membri. Si sa inoltre che:

- se Katey viene selezionato per un equipaggio, anche Lawrence deve essere selezionato per lo stesso equipaggio;
- per motivi di comunicazione, i due equipaggi devono avere almeno un membro in comune;
- Katey e Giugni si rifiutano di lavorare nel medesimo equipaggio.

È subito evidente che, sulla base delle informazioni fornite, non è possibile individuare i membri dei due equipaggi. Esse possono comunque essere riprodotte schematicamente per essere successivamente utilizzate in modo più veloce nel corso dell'analisi dei diversi quesiti. Per semplificare lo schema, si ricorre alle iniziali dei nomi dei possibili membri degli equipaggi.

$$K \rightarrow L; \text{Membro comune} \geq 1; K \neq G$$

1 Quali dei seguenti possono essere i membri degli equipaggi?

- A** Giugni, Johnson e Katey in un equipaggio, Iannarone, Giugni e Holborn nell'altro
- B** Lawrence, Giugni e Johnson in un equipaggio, Holborn, Iannarone e Katey nell'altro
- C** Giugni, Lawrence e Katey in un equipaggio, Johnson, Iannarone e Lawrence nell'altro
- D** Iannarone, Katey e Lawrence in un equipaggio, Lawrence, Giugni e Johnson nell'altro
- E** Giugni, Holborn e Iannarone in un equipaggio, Lawrence, Johnson e Katey nell'altro

Per rispondere a questa domanda occorre controllare una a una le diverse alternative e vedere se effettivamente rispettano le tre condizioni schematicamente riprodotte sopra. Le alternative **A** e **B** possono essere scartate in quanto non rispettano la prima condizione: in entrambe le alternative vi è infatti un equipaggio con Katey ma senza Lawrence (inoltre l'alternativa **A** non rispetta neppure la terza condizione). L'alternativa **E** è errata, in quanto non rispetta la seconda condizione: i due equipaggi proposti non hanno infatti alcun membro in comune. Infine, l'alternativa **C** può essere scartata, in quanto non rispetta la terza condizione, essendovi insieme nel medesimo equipaggio sia Giugni che Katey. La risposta esatta è dunque la **D**.

2 Se Giugni, Holborn e Iannarone formano un equipaggio e Johnson, Lawrence e Holborn formano l'altro, quale membro di uno dei due equipaggi potrebbe essere sostituito da Katey senza violare le regole?

- A** Johnson **B** Lawrence **C** Holborn **D** Iannarone **E** Giugni

Anche in questo caso, per rispondere occorre "andare per tentativi", provando cioè a sostituire Katey a ognuno dei membri delle risposte alternative e controllando se vengono violate le condizioni riportate nello schema. La risposta corretta è la **A**. Infatti, sostituendo Katey a Johnson, non viene violata alcuna regola. Viceversa, se Katey viene sostituito a Lawrence, viene violata la prima regola, essendo presente Katey ma non Lawrence nel medesimo equipaggio (il che esclude la **B**). Sostituendo Katey a Holborn viene violata la seconda regola, venendo di fatto a mancare il membro comune ai due equipaggi (il che esclude la **C**). Sostituendo Katey a Iannarone vengono violate la prima e la seconda regola, essendo presente Katey ma non Lawrence nel medesimo equipaggio ed essendo presenti Katey e Giugni nel medesimo equipaggio (il che esclude la **D**).

Infine, sostituendo Katey a Giugni (alternativa **E**) viene ancora una volta violata la prima regola, essendo presente Katey ma non Lawrence nel medesimo equipaggio.

3 Se Katey e Iannarone sono due dei membri di un equipaggio e Holborn è un membro dell'altro equipaggio, quali dei seguenti potrebbero essere i restanti due membri dell'equipaggio di Holborn?

- A** Giugni e Johnson
- B** Katey e Iannarone
- C** Katey e Giugni
- D** Lawrence e Giugni
- E** Katey e Johnson

Le risposte **B**, **C** ed **E** possono essere scartate, in quanto esse violano la prima e la terza condizione: tutte e tre le alternative prevedono infatti un equipaggio con Katey ma senza Lawrence; la **C** prevede inoltre un equipaggio con Katey e Giugni insieme. L'alternativa **A** deve invece essere scartata in quanto, per rispettare la prima condizione, il terzo membro del primo equipaggio dovrebbe necessariamente essere Lawrence, perché c'è già Katey. Verrebbe così violata la seconda condizione, in quanto non vi sarebbe alcun membro comune nei due equipaggi. L'unica alternativa possibile è dunque la **D**.

Leggere il testo del seguente problema e rispondere alle domande successive.

Al torneo di tennis femminile del circolo F&C si sono iscritte cinque ragazze: Alessandra, Anna, Lara, Manuela e Raffaella. Il regolamento del torneo prevede che tutte le giocatrici si incontrino tra di loro due volte. Per ogni vittoria viene assegnato un punteggio pari a 2, mentre in caso di sconfitta il punteggio è pari a 0 (nel tennis non è prevista la possibilità di pareggio dell'incontro). Quando ogni giocatrice si è incontrata una volta con tutte le altre si ha che:

- Manuela è a punteggio pieno;
- la seconda in classifica ha sei punti;
- Alessandra è quarta in classifica da sola;
- tutte le partecipanti al torneo hanno vinto almeno una partita tranne Lara;
- Raffaella ha battuto Anna.

4 A quanti punti è Raffaella?

A 4

B 2

C 6

D 8

E 0

Per rispondere al quesito è necessario costruire una tabella a due colonne in cui riassumere le informazioni fornite dall'esercizio:

Atleta	Punteggio

Se Manuela è a punteggio pieno e ha disputato quattro partite (ha infatti incontrato una volta sola ognuna delle quattro avversarie) ha un punteggio di 8 punti. Lara, non avendo mai vinto una partita, ha un punteggio pari a 0. È inoltre noto che la seconda in classifica ha 6 punti e che Alessandra occupa da sola il 4° posto (quindi Lara è quinta da sola con i suoi 0 punti).

Atleta	Punteggio
Manuela	8
	6
Alessandra	
Lara	0

Per completare la tabella è necessario fare ora un altro ragionamento. Manuela è la prima in classifica avendo vinto tutte le partite; la seconda classificata ha 6 punti, quindi ha vinto tutte le partite tranne quella contro Manuela.

Poiché si è indecisi se la seconda in classifica sia Raffaella o Anna, basta considerare l'ultima affermazione secondo la quale Raffaella ha battuto Anna. Raffaella è quindi la seconda in classifica e Anna la terza.

Atleta	Punteggio
Manuela	8
Raffaella	6
Anna	
Alessandra	
Lara	0

A questo punto resta solo da ricavare il punteggio conseguito da Anna e da Alessandra. Anna ha perso con Manuela e con Raffaella, ma ha vinto con Lara e, dal momento che la precede in classifica, ha vinto anche con Alessandra e ha quindi accumulato 4 punti. Ne segue che Alessandra ha vinto solo contro Lara e ha dunque un punteggio pari a 2 punti. La tabella può quindi essere così completata:

Atleta	Punteggio
Manuela	8
Raffaella	6
Anna	4
Alessandra	2
Lara	0

La soluzione al quesito posto è quindi la **C**.

5 Chi è la terza in classifica?

- A** Anna **B** Lara **C** Raffaella **D** Manuela **E** Alessandra

Sulla base della tabella sopra riportata appare evidente che Anna è la terza in classifica, quindi la risposta corretta è la **A**.

6 Quante partite ha vinto Anna?

- A** 0 **B** 2 **C** 3 **D** 1 **E** 4

Dalla tabella risulta che Anna occupa il terzo posto in classifica e ha un punteggio pari a 4. Ciò significa che Anna ha vinto due partite e dunque la soluzione al quesito è fornita dall'alternativa **B**.

Suggerimenti

- Leggendo le relazioni, è importante **non fare ulteriori infondate supposizioni**. Se, per esempio, è stabilita una relazione di peso e di altezza tra i componenti di una squadra, non bisogna supporre che chi è più pesante di un altro debba, per questo, essere più alto. Analogamente, non bisogna basarsi sulle proprie conoscenze per rispondere alle domande, ma attenersi unicamente al testo dell'esercizio.
- Le domande di una serie sono indipendenti tra loro.** La risposta a una domanda non è condizione per rispondere a un'altra domanda della stessa serie.
- È fondamentale tracciare uno **schema che riproduca graficamente le informazioni fornite** dalle relazioni date e che consenta di dedurre le relazioni mancanti. Il tipo di schema dipende naturalmente dal tipo di relazioni presentate. Il ricorso a un *diagramma* (schema, tabella ecc.) è tuttavia il metodo più efficace per la risoluzione di questi esercizi. Tale schema, una volta compilato, consente infatti di rispondere a tutte le domande senza dover tornare a esaminare le relazioni.
- È spesso conveniente **limitarsi a trascrivere unicamente le iniziali** e non interamente i nomi di persone, animali, luoghi ecc., risparmiando così del tempo utile per la risoluzione. Per questo scopo, molto spesso gli esercizi riportano nomi con iniziali differenti.
- Gli enunciati che definiscono le relazioni **non devono essere necessariamente analizzati nell'ordine presentato**. A volte può essere utile saltare da uno all'altro, a seconda delle informazioni che si riescono progressivamente a raccogliere.
- Occorre prestare **molta attenzione alla fase di lettura** degli enunciati che definiscono le relazioni. La maggior parte del tempo, infatti, deve essere dedicata a un'analisi delle relazioni presentate, finalizzata a tracciare lo schema o il diagramma che consente poi di rispondere in modo sufficientemente rapido ai quesiti. Per questo motivo, il tempo concesso per rispondere alle domande risulta generalmente appena sufficiente.
- Occorre prestare attenzione alle **espressioni che descrivono o limitano le relazioni**, come *soltanto, esattamente, mai, sempre, deve essere* e così via.

2.3 | Ragionamento logico matematico

Gli esercizi di ragionamento matematico mirano a valutare le **capacità di ragionamento** e la **velocità dei candidati** nel risolvere gli esercizi, più che a misurare le conoscenze specifiche acquisite nel corso degli studi.

Lo svolgimento di questa parte della prova presuppone la conoscenza di poche nozioni di *matematica*, che dovrebbero essere alla portata di tutti.

Quanto detto sembra sminuire l'importanza della fase di preparazione per la risoluzione dei quesiti relativi alla parte di matematica. Esistono, al contrario, alcuni validi motivi che rendono estremamente importante il lavoro di preparazione:

- le poche nozioni necessarie di matematica, che tutti dovrebbero conoscere, non sono sempre note;
- la capacità di ragionamento è certamente aiutata da un lavoro di sintesi e di schematizzazione delle nozioni e dei più frequenti passaggi logici necessari per la risoluzione dei quesiti;
- la migliore preparazione alla prova di selezione si ottiene **esercitandosi** sulle operazioni e i passaggi logici richiesti;
- il tempo a disposizione è poco: una preparazione adeguata mette il candidato nelle condizioni di rispondere più velocemente alle domande.

Esempi

1 **Ho 40 conigli bianchi e 31 conigli neri suddivisi in 10 gabbie. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?**

- A** Esiste almeno una gabbia in cui ci sono almeno 5 conigli bianchi
- B** Esiste almeno una gabbia in cui ci sono almeno 8 conigli
- C** Esiste almeno una gabbia in cui ci sono esattamente 4 conigli neri
- D** In ogni gabbia ci sono almeno 7 conigli
- E** In tutte le gabbie, il numero dei conigli bianchi è maggiore o uguale a quello dei conigli neri

Il testo non fornisce alcuna regola di distribuzione dei conigli nelle gabbie: si potrebbero mettere 71 conigli nella prima gabbia e lasciare vuote le altre, così come si potrebbero distribuire in modo uniforme. Ciò che certamente è vero è che almeno una gabbia contiene almeno 8 conigli (risposta esatta **B**). Le alternative **A**, **C**, **D** ed **E** propongono configurazioni possibili ma non certamente vere.

2 **L'età della nonna supera di 16 anni il triplo dell'età della nipote. Se la nonna ha 73 anni, quanti ha la nipote?**

- A** 20
- B** 19
- C** 21
- D** 22
- E** 27

Per risolvere il quesito basta togliere 16 anni ai 73 della nonna ottenendo 57 anni, che rappresenta il triplo dell'età della nipote: 19 anni (**B** soluzione del quesito).

3 **Luca colleziona fumetti. Della serie dei "Zagor" gli mancano molti numeri divisibili per 11. Ha invece tanti numeri che sono però divisibili per 6, ma nessuno di quelli divisibili per 7. Quale tra i seguenti numeri manca certamente a Luca?**

- A** 66
- B** 34
- C** 154
- D** 64
- E** 88

Per essere certi di individuare il numero che manca a Luca è necessario trovare, tra quelli proposti, quello divisibile per 7 (a Luca infatti mancano tutti i numeri divisibili per 7). La soluzione al quesito è quindi fornita dall'alternativa **C** (154 è infatti un multiplo di 7). Non è detto, invece, che gli manchino i numeri 66 o 88: infatti a Luca mancano molti numeri divisibili per 11 ma non tutti e quindi non si sa con certezza quali.

4 Si considerino le due frazioni $2/3$ e $1/6$. Qual è la loro differenza?

- A $5/12$
 B $3/6$
 C $1/3$
 D $1/4$
 E Nessuna delle precedenti alternative è corretta

La frazione $2/3$ equivale alla frazione $4/6$, per cui la differenza tra questa e $1/6$ è pari a $3/6$ (B soluzione del quesito).

5 Cinque fratelli sono nati a distanza di un anno l'uno dall'altro. La somma della loro età è uguale alla somma dell'età dei genitori. La madre che è più giovane di cinque anni rispetto al padre, aveva 30 anni quando è nato il primo figlio. Qual è l'età attuale della madre?

- A 60 anni
 B 50 anni
 C 45 anni
 D 55 anni
 E 40 anni

Per risolvere il quesito si può partire dalle alternative. Si provi per esempio la B, si supponga cioè che la madre abbia attualmente 50 anni. Questo vuol dire che sono passati 20 anni dalla nascita del primo figlio. Il marito avrebbe attualmente 55 anni e i figli rispettivamente 20, 19, 18, 17 e 16 anni. La somma delle età dei genitori sarebbe 105 anni, mentre quella dei figli 90 anni. Affinché la somma delle età dei figli sia uguale a quella dei genitori devono quindi essere passati più anni dal concepimento del primogenito e quindi l'età della madre più avanzata. Se la madre avesse 55 anni, il padre ne avrebbe 60 e i figli rispettivamente 25, 24, 23, 22 e 21 anni. Sia la somma delle età dei genitori, sia quella delle età dei figli ha come risultato 115 e dunque è proprio di 55 anni: l'età attuale della madre, e la D la soluzione del quesito.

Per risolvere il quesito si può anche ragionare nel seguente modo. Quando il quinto figlio ha compiuto un anno la madre ha 35 anni e il padre 40. I figli hanno rispettivamente 5, 4, 3, 2 e 1 anno. La somma delle età dei genitori è pari a 75 anni, quella dei figli pari a 15 e la differenza da colmare pari a 60. Ogni anno che passa la somma delle età dei genitori aumenta di un valore pari a 2 (un anno in più il padre e uno in più la madre), mentre quella dei figli aumenta di un valore pari a 5. Ogni anno che passa, quindi, la differenza tra la somma delle età dei genitori e dei figli diminuisce di un valore pari a 3 ($5 - 2$). Per colmare la differenza iniziale di 60 anni devono allora passare altri 20 anni. Ma dopo altri 20 anni la madre ha 55 anni (D soluzione).

6 Il 01/01/2018 il signor Franco compra 100 azioni della ditta XYZ. A fine gennaio 2018 il titolo XYZ ha perso il 20%. Di quanto deve crescere il titolo XYZ a febbraio per recuperare alla fine del mese il suo valore iniziale?

- A 20%
 B 22,5%
 C 25%
 D 30%
 E Nessuna delle precedenti possibilità è corretta

Si supponga che le 100 azioni della ditta XYZ vengano acquistate dal signor Franco a 100 euro. Perdendo il 20%, alla fine del mese di gennaio avranno un valore pari a 80 euro. Per poter recuperare devono quindi crescere di 20 euro; ma questo ammontare corrisponde a $1/4$ del loro valore attuale (80). La crescita a febbraio deve quindi essere pari al 25% (C soluzione del quesito).

- 7 **Venti maccheroni pesano 24 grammi. Quanti maccheroni circa ci sono in un pacco da un chilogrammo?**

- A Fra 830 e 840
- B Fra 840 e 850
- C Fra 800 e 810
- D Fra 820 e 830
- E Fra 810 e 820

Per risolvere l'esercizio è possibile ragionare nel modo seguente: se 20 maccheroni pesano 24 grammi, allora 200 maccheroni pesano 240 grammi (10 volte tanto). Ma allora 800 maccheroni (4 volte i 200) pesano 960 grammi. A questo punto mancano ancora 40 grammi per arrivare ai 1000 grammi (un chilo) richiesto. Ma se 20 maccheroni pesano 24 grammi, allora 36 maccheroni pesano 30 grammi e 40 maccheroni pesano 48 grammi. Il numero di maccheroni mancante deve quindi essere un valore tra 30 e 40 e quindi la soluzione è la **A**. È possibile risolvere il quesito anche usando le frazioni: un maccherone pesa $\frac{24}{20}$ di un grammo, cioè $\frac{6}{5}$. Servono quindi $\frac{5}{6}$ di 1.000 maccheroni (cioè $\frac{5}{3}$ di 500) per fare 1.000 grammi: 833,33 maccheroni.

- 8 **Uno studente supera l'esame se la media dei voti dei suoi tre compiti è maggiore o uguale a 18. Se la media dei primi due compiti è 14, quanto dovrà prendere al terzo compito per avere una media di 18?**

- A Almeno 18
- B Almeno 20
- C Almeno 22
- D Almeno 24
- E Almeno 26

Se i tre compiti devono avere una media pari a 18, vuol dire che la somma dei tre voti deve essere pari ad almeno 54 (infatti dividendo 54 per 3 si otterebbe 18, la media). Avendo preso due voti con una media pari a 14 nei primi due compiti, e quindi un totale di 28, si deve prendere almeno 26 col terzo compito per arrivare ai 54 richiesti (**E** soluzione del quesito).

- 9 **Per fare il 30% di un certo lavoro ho impiegato un'ora e mezza. Per completarlo, lavorando alla stessa velocità, mi mancano**

- A 300 minuti
- B 250 minuti
- C 180 minuti
- D 210 minuti
- E 230 minuti

Se in 90 minuti (un'ora e trenta) ho fatto il 30% del lavoro (cioè $\frac{3}{10}$ del lavoro, allora si può scrivere che:

$$90 = \frac{3}{10} X$$

dove X è il tempo totale che mi serve per fare il lavoro.

Ma allora X = 300.

Avendo fatto già 90 minuti di lavoro me ne mancheranno 210 (**D** soluzione del quesito).

10 **Paolo arriva a casa a mezzanotte, dopo aver passato la serata da Francesca, ma si accorge di aver lasciato le chiavi dall'amica che abita a 12 km di distanza. La avverte telefonicamente e si incammina verso casa di lei alla velocità di 6 km/h. Francesca gli va incontro immediatamente, camminando assonnata a 2 km/h. Paolo la incontra per strada, prende le chiavi e si incammina nuovamente verso casa sua sempre a 6 km/h. A che ora potrà finalmente entrarvi?**

- A** Alle 4.00
B Alle 3.00
C Alle 2.30
D Alle 2.00
E Alle 5.00

Poiché i due amici si muovono uno verso l'altro lungo la stessa strada, la velocità con cui si avvicinano è data dalla somma delle due velocità: 8 km/h. Dovendo percorrere 12 km, avvicinandosi a 8 km/h impiegheranno un'ora e mezza. I due amici si incontrano quindi all'1.30 e in quel lasso di tempo Paolo (camminando a 6 km/h) ha percorso 9 km e Francesca 3 km. Una volta che si incontrano a Paolo servirà esattamente lo stesso tempo per tornare indietro (quindi un'altra ora e mezzo) e potrà quindi entrare in casa alle 3.00 (**B** soluzione del quesito).

11 **Giocando con due dadi qual è la probabilità di ottenere 4 come somma dei punteggi dei due dadi?**

- A** 1/36
B 1/18
C 1/9
D 1/6
E 1/12

La probabilità è la frazione (il cui valore varia tra 0 e 1) al cui numeratore si trova il numero dei casi favorevoli, mentre al denominatore il numero dei casi possibili. Lanciando 2 dadi si hanno in tutto 36 combinazioni possibili (si immagini che uscendo 1 col primo dado si hanno sei combinazioni possibili col secondo, uscendo 2 altre sei ecc.). I casi favorevoli sono dati dalle combinazioni che hanno come risultato 4 e cioè se esce 1 col primo dado e 3 col secondo, se esce 3 col primo e 1 col secondo e se esce 2 con entrambi i dadi (questa combinazione va presa, logicamente, solo una volta). I casi favorevoli sono quindi 3 e la probabilità è pari a 3/36 cioè 1/12 (**E** soluzione del quesito).

12 **Sei artigiani, lavorando allo stesso ritmo, impiegano 24 giorni per realizzare un mosaico. Quanto impiegherebbe un solo artigiano a compiere lo stesso lavoro?**

- A** 36 giorni **B** 6 giorni **C** 124 giorni **D** 144 giorni **E** 48 giorni

Il quesito proposto è un tipico problema di lavoro. Si tratta di quesiti caratterizzati dal fatto di coinvolgere per la loro risoluzione capacità sia logiche sia matematiche (non richiedono conoscenze matematiche di tipo nozionistico, ma una certa attitudine al ragionamento con quantità e numeri). Più precisamente, con l'espressione "problemi di lavoro" si intende una categoria di esercizi nei quali vengono descritte le modalità e i tempi di svolgimento di un generico lavoro da parte di più soggetti. Nel termine "lavoro" rientrano vari tipi di attività, fisica e non: mangiare qualcosa, costruire una casa, fumare sigarette ecc.

Le variabili in gioco in questo tipo di problemi sono essenzialmente tre: i ritmi di lavoro dei singoli soggetti, la quantità di lavoro da svolgere e il tempo impiegato. Alcuni di questi elementi sono noti, altri sono da ricavare. Tali quesiti possono essere distinti in due grandi categorie, a seconda del ritmo con cui il lavoro viene svolto dai differenti soggetti:

- problemi in cui i soggetti lavorano allo stesso ritmo;
- problemi in cui i soggetti lavorano a ritmi diversi.

Dal momento che i sei artigiani lavorano allo stesso ritmo, un operaio in un giorno svolge un lavoro pari a:

$$\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{24} = \frac{1}{144}$$

del lavoro totale. Quindi per compiere l'intero lavoro un solo operaio impiega 144 giorni. Alternativamente si può calcolare che un solo operaio impiega sei volte il tempo impiegato dal gruppo per realizzare il mosaico (perché la forza lavoro è composta da 1 anziché da 6 operai): $24 \text{ giorni} \cdot 6 = 144 \text{ giorni}$ (risposta **D**). Si osservi che l'alternativa **B** è facilmente scartabile poiché propone un valore inferiore a 24 (se 6 persone impiegano 24 giorni è impossibile che una persona sola impieghi un tempo minore).

È utile precisare che *l'applicazione delle proporzioni può facilmente condurre a una soluzione errata* di tali esercizi. Infatti, si potrebbe intuitivamente esprimere il testo dell'esempio considerato attraverso la proporzione $6 : 24 = 1 : x$. Così facendo si avrebbe: $x = 26/6 = 4,3$. La soluzione è evidentemente errata dal momento che il valore di x (tempo impiegato da un solo artigiano per fare il mosaico) non può essere inferiore a 24 (tempo impiegato da sei artigiani per realizzare il mosaico).

- 13** Il direttore di un progetto informatico sa che, per realizzare il lavoro di cui è responsabile, sono necessari 8 giorni utilizzando tutti i programmatori che ha attualmente a disposizione. Se potesse avere altri due programmatori, il lavoro verrebbe compiuto in 7 giorni. Tuttavia, la sua software house, anziché fornire altri due programmatori, sottrae tutte le risorse dal progetto, lasciando un solo programmatore. Quanti giorni impiegherà il programmatore rimasto a realizzare il progetto, nell'ipotesi che tutti abbiano lo stesso ritmo di lavoro?

A 72

B 112

C 56

D 87

E 135

Sia x il numero di programmatori inizialmente a disposizione del responsabile del progetto; se x persone impiegano 8 giorni per completare il lavoro, nell'unità di tempo (ossia in un giorno) le x persone realizzano $1/8$ del lavoro totale. Allo stesso modo, se $(x+2)$ persone impiegano 7 giorni a completare il lavoro, in un giorno le $(x+2)$ persone realizzano $1/7$ del lavoro totale. A questo punto si può ricavare la differenza, tra il lavoro effettuato da $(x+2)$ persone e quello realizzato da x persone nell'unità di tempo: $(1/7 - 1/8) = 1/56$. Tale valore corrisponde alla quantità di lavoro che può essere portata a termine da due programmatori nell'unità di tempo; pertanto un solo programmatore può svolgere, in un giorno, $1/112$ del lavoro complessivo e quindi impiegherà 112 giorni a realizzare l'intero progetto (risposta **B**).

- 14** Stefania, Piera e Maria lavorano in una biblioteca in cui, periodicamente, occorre spostare tutti i libri da una scaffalatura a un'altra. Per compiere questo lavoro Stefania da sola impiega 8 ore, Piera da sola impiega 24 ore e Maria da sola impiega 12 ore. Quanto tempo impiegherebbero le tre bibliotecarie a spostare i libri se lavorassero insieme?

A 4 ore

B 2 ore

C 3 ore

D 6 ore

E 8 ore

Il quesito proposto è un esempio di problema in cui i soggetti lavorano a ritmi differenti. In questo tipo di problemi, quindi, i soggetti realizzano quantità di lavoro diverse nell'unità di tempo. Per risolvere questi esercizi, bisogna innanzitutto ricavare la quantità di lavoro svolta dai singoli soggetti nell'unità di tempo. In questo caso, come è facile intuire, la quantità di lavoro svolto dai singoli nello stesso tempo sarà diversa a seconda del soggetto.

Se, dunque, Stefania impiega 8 ore per effettuare il lavoro, in 1 ora (unità di tempo) compie $1/8$ del lavoro. Lo stesso ragionamento vale per Piera che in 1 ora compie $1/24$ del lavoro e per Maria che in 1 ora compie $1/12$ del lavoro.

Conoscendo il lavoro svolto dai singoli soggetti nell'unità di tempo, è possibile individuare (sommando le tre frazioni) la parte di lavoro svolta dalle tre bibliotecarie insieme, sempre nell'unità di tempo:

$$1/8 + 1/24 + 1/12 = 1/4 = \text{lavoro svolto in 1 ora dalle tre insieme.}$$

Dato che le tre insieme in 1 ora svolgono un quarto del lavoro, per compiere l'intero lavoro hanno bisogno di 4 ore (risposta **A**).

Nell'esempio considerato sono noti i tempi impiegati dai singoli soggetti per compiere il lavoro e viene richiesto il tempo impiegato dai tre insieme. È possibile invece che quest'ultimo dato sia noto e che l'incognita del problema sia il tempo impiegato da una singola persona per terminare il lavoro. Come si nota nell'esempio seguente, il ragionamento di fondo per giungere alla soluzione non cambia.

- 15 **Lavorando insieme, Aldo, Giovanni e Giacomo fabbricano 10 tubi in 2 ore; Aldo da solo impiegherebbe 5 ore e Giovanni da solo ne impiegherebbe 10. Quanto impiegherebbe Giacomo da solo a fabbricare i 10 tubi?**

A 10 ore

B 5 ore

C 30 minuti

D 3 ore

E 15 ore

Inizialmente si procede come nell'esempio precedente: si individua la quantità di lavoro svolta, nell'unità di tempo (1 ora), dai diversi soggetti:

- Aldo fabbrica $10/5 = 2$ tubi in 1 ora;
- Giovanni fabbrica $10/10 = 1$ tubo in 1 ora;
- i tre insieme fabbricano $10/2 = 5$ tubi in 1 ora.

Per ottenere il numero di tubi che Giacomo è in grado di fabbricare da solo nell'unità di tempo, bisogna sottrarre il numero di tubi che Aldo e Giovanni fabbricano insieme ($2 + 1 = 3$), al numero di tubi che tutti e tre insieme fabbricano in un'ora (5):

$$5 - 3 = 2 = \text{numero di tubi fabbricati da Giacomo nell'unità di tempo}$$

Ancora una volta, il ragionamento conclusivo è il seguente: se Giacomo in 1 ora fabbrica 2 tubi, per fabbricarne 10 impiegherebbe 5 ore (risposta **B**).

Suggerimenti

- Cercare di riscrivere quanto proposto dal testo in forma di **equazione** o sistema di equazioni.
- Utilizzare le alternative e procedere quindi provandole quando non si riesce a impostare il problema.
- Rivedere concetti base come frazioni, percentuali e variazioni percentuali.
- **Nei problemi di lavoro evitare l'utilizzo di proporzioni:** non sono lo strumento matematico per risolvere questo tipo di problemi, **ricavare la quantità di lavoro** svolta dai diversi soggetti **nell'unità di tempo** e se i ritmi di lavoro dei diversi soggetti vengono forniti sotto forma di relazioni tra loro, **individuare il soggetto che lavora al ritmo più lento** e rappresentare schematicamente, rispetto a questo, il ritmo di lavoro degli altri soggetti.