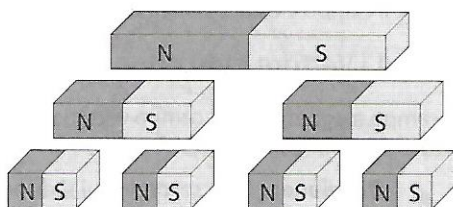


# 11 | Magnetismo

Alcuni materiali, come la magnetite, hanno la proprietà di attrarre piccoli pezzi di ferro. Questi corpi vengono chiamati *magneti* e hanno la proprietà di generare nello spazio circostante un *campo magnetico*. La Terra, per esempio, si comporta come un gigantesco magnete e genera intorno a sé un campo chiamato campo magnetico terrestre. L'esperienza mostra l'esistenza di poli magnetici di segno opposto: avvicinando due magneti si possono osservare repulsioni o attrazioni a seconda del modo in cui vengono avvicinati.

Per convenzione i due punti in cui si concentrano le due polarità di un magnete vengono detti **polo nord** e **polo sud**. Mentre è possibile isolare cariche elettriche positive e negative, non è possibile farlo per i poli magnetici: se si cerca di isolare i due poli di un magnete, per esempio spezzando una calamita, si ottengono più dipoli e non polarità isolate.



Non è possibile isolare un monopolio magnetico.

Esiste un legame strettissimo tra campo elettrico e campo magnetico: si verifica che un filo percorso da corrente genera intorno a sé un campo magnetico e che lo stesso filo è sottoposto all'azione di una forza se viene immerso in un campo magnetico esterno.



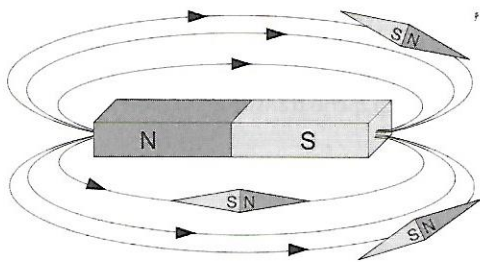
**Ogni carica elettrica stazionaria genera intorno a sé un campo elettrico; se la carica elettrica è in movimento, genera intorno a sé anche un campo magnetico.**

Se fosse possibile isolare un polo nord e un polo sud, sarebbe possibile applicare al campo magnetico una teoria analoga a quella sviluppata per il campo elettrico. L'impossibilità di avere monopoli magnetici suggerisce invece l'esistenza di differenze tra i due campi. Il legame tra i due campi consente comunque di parlare di *elettromagnetismo* per unire in un'unica terminologia i fenomeni elettrici e magnetici.

## 11.1 | Campo magnetico

Si ponga un ago magnetico (come quello contenuto in una comune bussola) in un campo generato da un magnete: esso è sottoposto a una coppia di forze che cerca di farlo ruotare secondo la direzione del campo come indicato in figura.

L'ago si orienta fino a porsi tangente alle *linee di forza del campo*, come avviene appunto in una bussola, il cui ago sente il campo magnetico terrestre: le linee di forza del campo magnetico sono linee in ogni punto tangenti all'ago e orientate dal polo Sud al polo Nord dell'ago come riportato in figura. Disponendo della limatura di ferro in una regione dove è presente un campo magnetico, i singoli pezzettini di ferro si comportano come dei piccoli aghi magnetici orientandosi secondo le linee di forza del campo.



Si nota che le linee "disegnate" dalla limatura di ferro sono sempre chiuse su sé stesse e ciò è riconducibile all'impossibilità di isolare le polarità di un magnete.

Nel campo elettrico, le linee di forza generate da una carica positiva puntiforme sono linee dirette dalla carica verso l'infinito, mentre se la carica è negativa il verso delle linee va dall'infinito alla carica. In entrambi i casi le linee di forza sono aperte.

Nel campo magnetico, dove il polo nord e il polo sud sono sempre presenti sullo stesso corpo, le linee di forza che escono da un polo si chiudono sempre nell'altro.



**Le linee di forza del campo elettrico sono generalmente aperte, quelle del campo magnetico sono sempre chiuse.**

Una diretta conseguenza della chiusura delle linee del campo magnetico è la sua non conservatività. Questo implica che per il campo magnetico non è possibile definire l'energia potenziale.



**Il campo elettrico è in generale conservativo, mentre il campo magnetico non lo è mai.**

Un campo elettrico può essere generato da una variazione di un campo magnetico (§ 11.2). In tale caso anche il campo elettrico risulta non conservativo.

### 11.1.1 | Vettore induzione magnetica

Il campo magnetico è un campo vettoriale: a ogni punto del campo si associa il *vettore induzione magnetica* **B** definito come segue.



**Direzione:** quella secondo cui si dispone un aghetto magnetico inserito nel campo.

**Verso:** dal polo sud al polo nord dell'aghetto.

**Intensità:** quella che si ricava dalla relazione:

$$|F| = q \cdot |\mathbf{v} \wedge \mathbf{B}|$$

dove  $|F|$  è il modulo della forza di natura magnetica, detta **forza di Lorentz**, che agisce su una carica  $q$  che transita con velocità  $\mathbf{v}$  nel campo magnetico.

Dalla definizione è possibile risalire all'unità di misura del vettore **B**:

$$[B] = \frac{[F]}{[q][v]} \Rightarrow \frac{N}{C \cdot m/s} = \frac{N \cdot s}{C \cdot m} = \frac{N}{A \cdot m} = \frac{J \cdot s}{C \cdot m^2} = \frac{V \cdot s}{m^2}$$



Si definisce il **weber** (Wb) come:  $1 \text{ Wb} = 1 \text{ V} \cdot \text{s}$

Si definisce il **tesla** (T) come:  $1 \text{ T} = 1 \text{ Wb} / \text{m}^2$

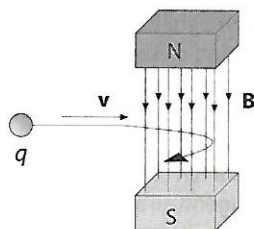
Nel SI il campo magnetico **B** si misura in **tesla** (T).

### 11.1.2 | Forza di Lorentz

Si consideri una carica  $q$  in moto con velocità  $\mathbf{v}$  all'interno di un campo magnetico. L'esperienza mostra che tale carica viene deviata per la presenza del magnete, come indicato in figura. Si osserva che la deviazione del moto e, quindi, la forza di natura magnetica che agisce sulla carica, crescono al crescere della velocità della carica e del valore della carica stessa.

Come si è visto, la **forza di Lorentz** è la forza di natura magnetica che agisce sulla carica  $q$  che transita con velocità  $\mathbf{v}$  nel campo magnetico. Tale forza è data da:

$$\mathbf{F} = q \cdot \mathbf{v} \wedge \mathbf{B}$$



Si tratta di un prodotto vettoriale (§ 1.3.4), per cui la forza di Lorentz **F** che agisce su una carica in movimento con velocità  $\mathbf{v}$  è perpendicolare sia al campo magnetico **B** in cui tale carica si muove sia alla velocità della carica.



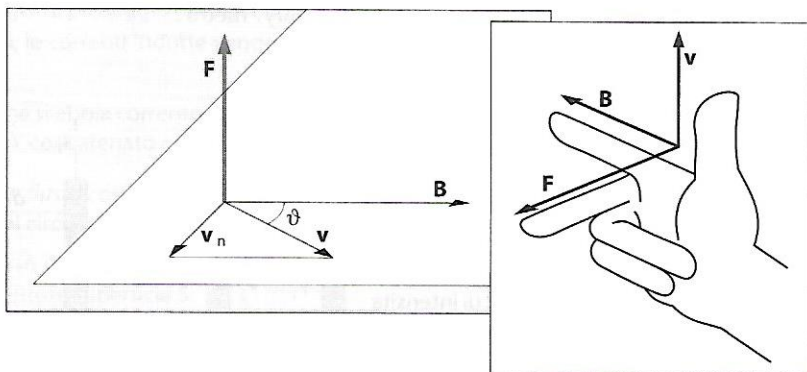
Se la carica si muove parallelamente al campo **B**, la sua deviazione è nulla!

**Se la velocità è perpendicolare al campo la sua deviazione è massima: in questo caso la carica immersa nel campo **B** compie un moto circolare uniforme** in cui la forza centripeta è proprio la forza di Lorentz.

Il raggio della traiettoria circolare è una costante legata alle altre grandezze che descrivono la carica dalla relazione:

$$r = \frac{m \cdot v}{q \cdot B}$$

Il verso della forza di Lorentz può essere determinato con la regola della mano destra, come mostrato in figura.



**La forza di Lorentz non compie lavoro**, perché è sempre perpendicolare alla velocità e quindi allo spostamento.



**Due particelle A e B, aventi la stessa carica elettrica, si muovono di moto circolare uniforme in uno stesso campo magnetico su circonferenze di ugual raggio.**

**Sapendo che  $m_A = 2 m_B$ , qual è la relazione tra i moduli delle velocità  $v_A$  e  $v_B$ ?**

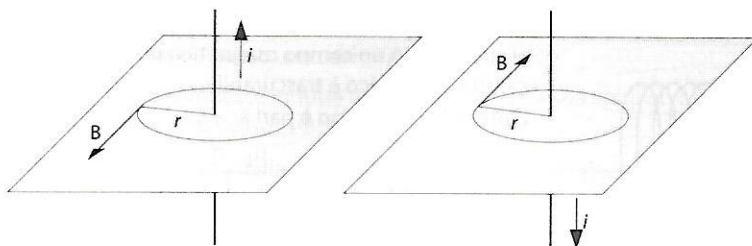
Le particelle A e B hanno la stessa carica  $q$ , si muovono nello stesso campo magnetico **B** descrivendo traiettorie circolari di ugual raggio  $r$ : data la formula precedente per il raggio, è dunque necessario che valga la relazione  $m_A \cdot v_A = m_B \cdot v_B$ .

Essendo  $m_A = 2 m_B$ , la velocità di A deve essere la metà della velocità di B.

### 11.13 | Campo magnetico generato dalla corrente elettrica

Il campo magnetico prodotto dal passaggio della corrente in un filo rettilineo è in ogni punto perpendicolare sia alla distanza  $r$  dal filo che alla direzione del filo.

Per trovare il verso di **B**, si dispone il pollice della mano destra nella direzione e nel verso della corrente; in questa posizione le altre dita della mano indicano il verso di **B**.



Un filo rettilineo percorso da corrente genera intorno a sé un campo magnetico le cui linee di forza sono *circonferenze concentriche* e la cui intensità è data dalla legge di Biot e Savart.





### Legge di Biot e Savart

Il campo generato da un filo percorso da corrente è direttamente proporzionale all'intensità della corrente e inversamente proporzionale alla distanza dal filo:

$$|B| = \frac{\mu_0 \cdot \mu_r}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$$

La costante di proporzionalità  $\mu_0$  viene detta **permeabilità magnetica del vuoto**, mentre  $\mu_r$  è detta **permeabilità magnetica relativa** del mezzo. Il prodotto  $\mu_0 \cdot \mu_r$  viene indicato con la lettera  $\mu$  e prende il nome di **permeabilità magnetica del mezzo**.



La permeabilità magnetica  $\mu$  è un indice della facilità con la quale il mezzo si lascia attraversare dalle linee di forza del campo magnetico nel quale è immerso.

Nel SI ha dimensioni  $[L][M][T]^{-2}[i]^{-2}$  e si misura in henry/metro.

### 11.1.4 | Interazione tra due fili percorsi da corrente

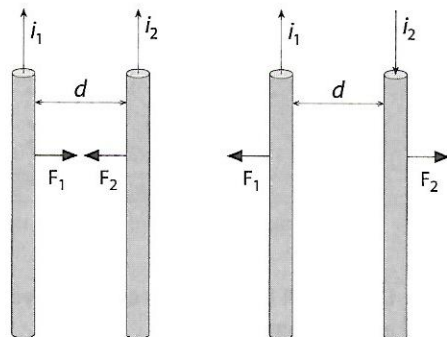
Si considerino due conduttori rettilinei di lunghezza  $l$  percorsi dalle correnti  $i_1$  e  $i_2$ . Ciascuno dei due genera nel vuoto un campo magnetico  $B$  di intensità:

$$|B| = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i}{r}$$

D'altra parte ciascuno dei due fili è soggetto alla forza dovuta al campo magnetico dell'altro filo, la cui intensità si dimostra essere:

$$|F| = |i \cdot l \wedge B| \Rightarrow F = i \cdot l \cdot B$$

dove  $l$  è un vettore di intensità pari alla lunghezza  $l$  del filo, direzione uguale a quella del filo e verso uguale a quello della corrente.



La forza che agisce su ciascuno dei due fili è dunque  $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \cdot \frac{i_1 \cdot i_2 \cdot l}{d}$ , dove  $d$  è la distanza tra i fili.

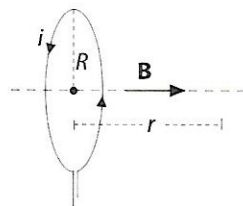


**Se le correnti sono concordi, si ha attrazione; se sono discordi si ha repulsione.**

### 11.1.5 | Spira e solenoide

Una spira circolare di raggio  $R$  percorsa da una corrente continua  $i$  genera un campo magnetico intorno a sé. In particolare sull'asse della spira il campo è ortogonale alla spira, con verso uguale a quello di avanzamento di una vite destrorsa che ruota nel verso della corrente, e di intensità nel centro della spira pari a:

$$B = \frac{\mu_0 \cdot i}{2R}$$

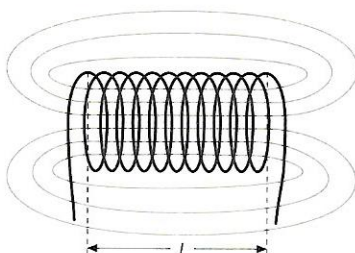


Un **solenoide** (insieme di spire) percorso da una corrente  $i$  genera al suo interno un campo magnetico **uniforme**, mentre all'esterno il campo magnetico è trascurabile.

L'intensità del campo è pari a:

$$B_{\text{interno}} = \frac{\mu_0 \cdot n \cdot i}{l} \quad B_{\text{esterno}} \approx 0$$

dove  $n$  è il numero di spire totali,  $l$  è la lunghezza del solenoide,  $i$  è l'intensità di corrente.



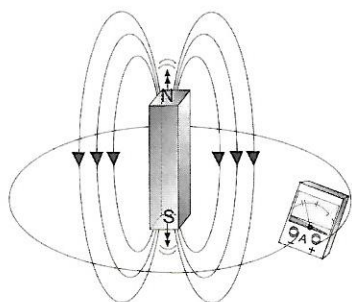
**Le linee di forza del campo magnetico sono sempre linee chiuse.**

## 11.2 | Induzione elettromagnetica

Il movimento relativo di un magnete (e quindi del campo magnetico da esso generato) rispetto a un circuito chiuso che si trova nelle vicinanze genera in tale circuito una corrente misurabile con un amperometro. Il fenomeno si chiama *induzione elettromagnetica* e la corrente che si osserva è detta *corrente indotta*. Il verso della corrente cambia a seconda che il magnete si avvicini al circuito o si allontani.

Se si girasse il magnete rivolgendo il polo sud verso l'alto e il nord verso il basso e si ripetesse lo stesso esperimento, il verso della corrente risulterebbe opposto. In entrambi i casi, se si ferma il magnete, non si registra passaggio di corrente.

In tutti i casi, le correnti indotte vengono generate solo se si ha una variazione del flusso di campo magnetico.



Perché si abbia corrente indotta in un circuito è necessario che vari il flusso del campo magnetico  $\Phi(\mathbf{B})$  concatenato con il circuito stesso.

L'espressione *flusso concatenato* al circuito indica il flusso del campo magnetico attraverso la superficie racchiusa dal circuito. Il flusso di un vettore è stato definito nel § 9.4.



Il flusso  $\Phi(\mathbf{B})$  di un vettore  $\mathbf{B}$  attraverso la superficie  $S$  è dato dal prodotto scalare tra il vettore  $\mathbf{B}$  e il vettore superficie  $\mathbf{S}$ :

$$\Phi_S(\mathbf{B}) = \mathbf{B} \cdot \mathbf{S} = B \cdot S \cdot \cos\theta = B_n \cdot S$$

dove  $\theta$  è l'angolo tra il vettore  $\mathbf{B}$  e la normale alla superficie,  $B_n$  è la componente del vettore  $\mathbf{B}$  lungo la normale e  $\mathbf{S}$  è il vettore superficie (con intensità pari all'area della superficie, direzione perpendicolare alla superficie e verso uscente dalla superficie se questa è chiusa).



Nel SI l'unità di misura di  $\Phi(\mathbf{B})$  è il weber e si ha:

$$\text{weber} = \text{tesla} \cdot \text{m}^2 = \text{T} \cdot \text{m}^2$$

### 11.2.1 | Leggi dell'induzione elettromagnetica

Si consideri un magnete posto ortogonalmente rispetto a un circuito chiuso e lo si avvicini al circuito: le linee di campo magnetico concatenate con il circuito aumentano. Varia quindi il flusso del campo e nel circuito si genera una corrente indotta. Se si allontana il magnete il numero di linee di campo concatenate diminuisce e la corrente indotta è contraria alla precedente. All'aumentare della velocità di spostamento del magnete, l'intensità della corrente indotta aumenta. Per quantificare la corrente indotta, risulta comodo misurare la *forza elettromotrice indotta* responsabile della corrente. Si perviene così alla **legge di Faraday-Neumann**.



La forza elettromotrice indotta è direttamente proporzionale alla variazione del flusso magnetico e inversamente proporzionale all'intervallo di tempo in cui avviene tale variazione.

La corrente indotta genera a sua volta un campo magnetico. La **legge di Lenz** permette di dedurre il verso della corrente indotta in base a questo secondo campo magnetico.



Il verso della forza elettromotrice indotta è tale da generare a sua volta un campo magnetico che si oppone alla variazione di flusso  $\Delta\Phi(\mathbf{B})$  che l'ha generata.

Quindi il campo magnetico generato dalla corrente indotta tende a compensare la variazione del campo magnetico inducente. È possibile sintetizzare le due leggi viste attraverso la seguente.



**Legge di Faraday-Neumann-Lenz**

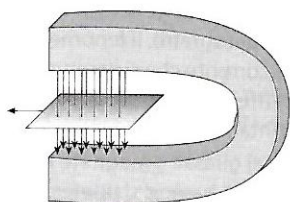
$$f.e.m. = - \frac{\Delta\Phi(\mathbf{B})}{\Delta t}$$

## 11.2.2 | Correnti di Foucault

Sono correnti indotte che si manifestano all'interno di lamine conduttrici (tipicamente di metallo) quando varia il flusso del campo magnetico che le attraversa.



Se si cerca di estrarre rapidamente una lastra di rame (sostanza diamagnetica) dall'interno di una potente calamita, essa oppone resistenza al moto. Ciò è dovuto al fatto che le correnti di Foucault che si originano con il movimento della lastra si oppongono a tale movimento (legge di Lenz). Le correnti di Foucault sono correnti dissipative (nel senso che sono causa di dissipazione energetica per effetto Joule) e per questo si cerca di ridurle nella costruzione delle macchine elettriche.



## 11.2.3 | Induttanza e autoinduzione

La variazione di campo magnetico genera in un circuito concatenato una corrente indotta. Questa a sua volta genera un campo magnetico **B**, detto *autoindotto*, del quale è possibile calcolare il flusso concatenato con il circuito stesso: si parla di *flusso autoconcatenato*. Valgono le seguenti relazioni di proporzionalità:

$$\Phi \propto B; \quad B \propto i \Rightarrow \Phi \propto i$$

dove  $\Phi$  è il flusso del campo **B** associato alla corrente indotta  $i$ . Il flusso autoconcatenato è dunque proporzionale alla corrente indotta; indicando la costante di proporzionalità con  $L$ , si ha:

$$\Phi = L \cdot i$$



$L$  prende il nome di **coefficiente di autoinduzione** o **induttanza**. Dipende solo dalla forma e dalle dimensioni del circuito. La sua unità di misura nel SI è:

$$\text{henry (H)} = \frac{\text{weber}}{\text{ampere}} = \frac{\text{V} \cdot \text{s}}{\text{A}} = \Omega \cdot \text{s}$$



Si chiama *induttore* ogni elemento caratterizzato da un alto valore del coefficiente di autoinduzione  $L$ .



Nei solenoidi l'induttanza è particolarmente elevata ed è pari a  $L = \mu_0 \cdot n^2 \cdot S / l$  dove  $n$  è il numero di spire,  $l$  è la lunghezza del solenoide e  $S$  è la superficie della singola spira.

Per questo motivo, per indicare la presenza di un'induttanza in un circuito, si usa il simbolo del solenoide.

Si supponga ora di far variare la corrente  $i$  in un circuito: varia anche il flusso del campo autoconcatenato e, per la legge di Faraday-Neumann-Lenz, si genera una *f.e.m. autoindotta*  $F_i$  che si aggiunge alla *f.e.m.* già presente nel circuito. Vale la relazione:

$$F_i = -L \cdot \frac{\Delta i}{\Delta t}$$



$L$  è un indice dell'inerzia delle cariche elettriche del circuito: **se  $L$  è grande è difficile variare l'intensità di corrente nel circuito**: il circuito stesso si oppone alle variazioni della corrente che lo attraversa.



Le correnti autoindotte che si generano all'apertura o alla chiusura di un circuito, a causa dell'improvvisa variazione di corrente, sono dette *extracorrenti*. Quando spegnendo un interruttore si intravede una scintilla, a causarla è un'elevata extracorrente di apertura.

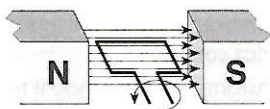
Quando si chiude un circuito, parte dell'energia erogata dal generatore serve per creare il campo magnetico autoindotto. Tale energia si chiama **energia magnetica della corrente** e vale:

$$E = \frac{1}{2} L \cdot i^2$$




## 11.3 | Correnti alternate

Facendo ruotare una spira priva di generatore in un campo magnetico, si varia il flusso del campo magnetico stesso attraverso la superficie della spira, e vi si induce quindi una corrente. Il verso della corrente indotta cambia ogni volta che la spira compie mezzo giro.



Si osserva che la forza elettromotrice indotta varia con il tempo in maniera sinusoidale: la corrente che si crea oscilla tra valori positivi e negativi, cambiando periodicamente il verso.

 La corrente indotta in una spira che ruota in un campo magnetico costante è alternata.

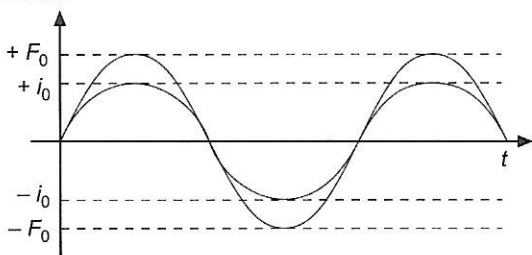
L'espressione dell'intensità di corrente alternata  $i$  può essere scritta come:

$$i = i_0 \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

dove  $i_0$  indica il valore massimo dell'intensità di corrente.


Nel grafico a lato sono raffigurati gli andamenti dell'intensità di corrente e della *f.e.m.* in funzione del tempo. Si noti che le due funzioni sono in fase: questo è vero nell'ipotesi che nel circuito valga la legge di Ohm e che quindi le due funzioni siano legate dall'espressione  $f.e.m. = R \cdot i$ .

In generale, però, bisogna tenere conto anche delle induttanze e delle capacità; quindi tra *f.e.m.* e corrente si ha uno sfasamento.



### 11.3.1 | Valori efficaci

Facendo passare una corrente alternata in un resistore, l'effetto Joule di dissipazione ha luogo anche se il verso della corrente continua a cambiare.

 Si definisce **intensità efficace**  $i_{eff}$  di una corrente alternata l'intensità della corrente continua che provocherebbe la stessa dissipazione energetica per effetto Joule.

Il calore dissipato per effetto Joule in caso di corrente alternata è dato allora da:

$$Q(J) = R \cdot i_{eff}^2 \cdot \Delta t \quad \text{oppure} \quad Q(\text{calorie}) = \frac{1}{4,186} R \cdot i_{eff}^2 \cdot \Delta t$$

Vale la relazione:


$$i_{eff} = i_0 / \sqrt{2}$$

### 11.3.2 | Circuiti in corrente alternata

Se la corrente è alternata lo è anche la *f.e.m.* e, tra i loro valori massimi  $F_0$  e  $i_0$ , vale la relazione:

$$F_0 = Z \cdot i_0$$

Il coefficiente di proporzionalità  $Z$  è chiamato **impedenza o resistenza apparente o reattanza** e si misura in  $\Omega$ . L'impedenza di un circuito dipende dai condensatori, resistori e induttori ( $C, R, L$ ) inseriti nel circuito e dalla pulsazione  $\omega$  della corrente.

 L'impedenza  $Z$  rappresenta, per le correnti alternate, quello che la resistenza  $R$  rappresenta per le correnti continue.

## 11.4 | Macchine elettriche e trasformatori

- **Pila elettrica:** dispositivo in grado di trasformare energia chimica in energia elettrica ma non viceversa.
- **Accumulatore:** dispositivo in grado di trasformare energia chimica in energia elettrica e viceversa (è una pila elettrica reversibile).
- **Dinamo:** macchina capace di trasformare, sfruttando il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, energia meccanica in corrente elettrica continua.
- **Alternatore:** macchina capace di trasformare, sfruttando il fenomeno dell'induzione elettromagnetica, energia meccanica in corrente elettrica alternata (solitamente sinusoidale).
- **Motore elettrico:** macchina capace di trasformare l'energia elettrica in energia meccanica.

Per trasportare la corrente elettrica alternata dai centri produttivi ai centri utilizzatori, è opportuno abbassarne l'ampereaggio ed elevarne la tensione: la dissipazione energetica per effetto Joule è infatti proporzionale al quadrato dell'intensità di corrente.

Il **trasformatore** serve per cambiare il voltaggio di una corrente. È formato da due circuiti, uno principale e uno secondario, avvolti intorno a un materiale ferromagnetico in modo che sia massimo il concatenamento dei rispettivi campi magnetici generati.

Vale la relazione:

$$\frac{V_{2eff}}{V_{1eff}} = \frac{n_2}{n_1}$$

dove  $n_1$  e  $n_2$  sono i numeri di spire dei due circuiti avvolti intorno al materiale ferromagnetico.

