TRIGONOMETRIA

Il sistema **sessagesimale** è il sistema che ha come unità di misura il **grado.**
Il sistema **circolare** è il sistema che si basa **sulla misura in radicali** (l'unità di misura è il **radiante**).
Per trasformare un angolo in radianti si usa la seguente proporzione:

$$180° : \pi = x° : x_{rad}$$

Le formule derivate sono:

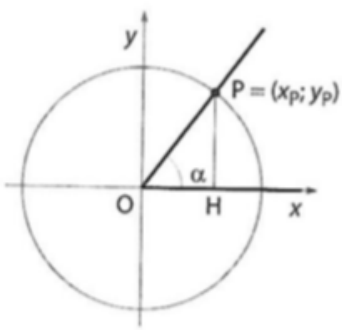
$$x° = x_{rad} \cdot \frac{180°}{\pi} \qquad x_{rad} = x° \cdot \frac{\pi}{180°}$$

La seguite tabella raffigura le principali conversioni

$360° = 2\pi$	$270° = \frac{3}{2}\pi$	$180° = \pi$
$90° = \frac{\pi}{2}$	$60° = \frac{\pi}{3}$	$45° = \frac{\pi}{4}$
$36° = \frac{\pi}{5}$	$30° = \frac{\pi}{6}$	$18° = \frac{\pi}{10}$
$15° = \frac{\pi}{12}$	$10° = \frac{\pi}{18}$	$5° = \frac{\pi}{36}$

Una **circonferenza** è detta **orientata** quando si fissa su essa **il verso antiorario come positivo**
Viene detta **circonferenza geometrica** una qualsiasi circonferenza orientata. La circonferenza geometrica ha **un raggio unitario e centro nell'origine del sistema di riferimento.**

Si consideri la seguente circonferenza geometria



Il **seno** dell’angolo orientato a **l’ordinata del punto P**

$$\text{sen}\alpha \overset{\text{def}}{=} y_P = \frac{PH}{OP}$$

Il **coseno** dell’angolo orientato a **l’ascissa del punto P**

$$\cos\alpha \overset{\text{def}}{=} x_P = \frac{OH}{OP}$$

La **tangente** dell’angolo orientato a **il rapporto (se esiste) fra l’ordinata (seno) e l’ascissa (coseno) del punto P.**

$$\text{tg}\alpha \overset{\text{def}}{=} \frac{y_P}{x_P} = \frac{\text{sen}\alpha}{\cos\alpha} = \frac{PH}{OH}$$

Il seno, coseno e la tangente di un’angolo orientato sono:
- **adimensionali**
- **Numeri reali relativi**
- **Funzioni dell’angolo**

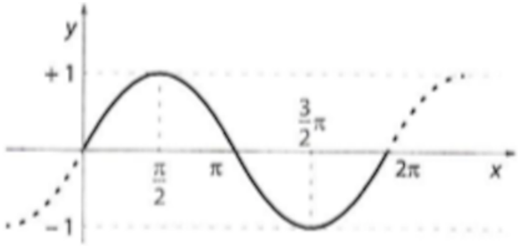
Valore delle funzioni geometriche per angoli particolari

Angolo (in gradi)	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°	270°	360°
Angolo (in radianti)	0_{rad}	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2}{3}\pi$	$\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{6}\pi$	π	$\frac{3}{2}\pi$	2π
sen	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0
cos	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	0	1
tg	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	non esiste	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	non esiste	0

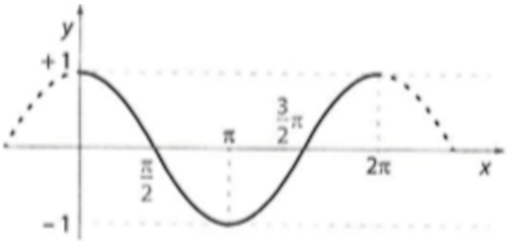
Formule per ricavare i valori delle funzioni geometriche in corrispondenza degli angoli qui sopra riportati
- **Angoli complementari a; (90° - a)**
- **Angoli supplementari a; (180° - a)**
- **a; (180° + a)**
- **Angoli opposti a; (- a)**

Una funzione si dice **periodica** quando il suo grafico si ripete periodicamente

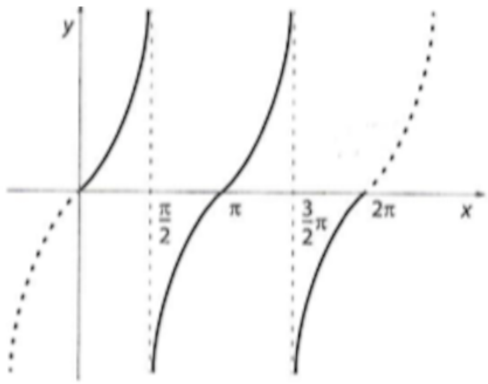
Sinusoidale (sen x)
Proprietà: funzione dispari, limitata tra -1 e 1 e periodica con periodo T = 2π



Cosinusoide (cos x)
Proprietà: funzione pari, limitata tra -1 e 1 e periodica con periodo T = 2π



Tangentoide (tg x)
Proprietà: funzione dispari, non limitata e periodica con periodo T = π. Hanno infiniti asintoti verticali.



Per la **somme e sottrazione di archi** si utilizzano le seguenti formule

$$\text{sen}(\alpha \pm \beta) = \text{sen}\alpha\cos\beta \pm \cos\alpha\,\text{sen}\beta$$

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha\cos\beta \mp \text{sen}\alpha\,\text{sen}\beta$$

$$\text{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\text{tg}\alpha \pm \text{tg}\beta}{1 \mp \text{tg}\alpha \cdot \text{tg}\beta}$$

Dale precedenti, deriviamo le formule per la **duplicazione di archi**

$$\text{sen}2\alpha = 2\text{sen}\alpha\cos\alpha$$

$$\cos 2\alpha = \cos^2\alpha - \text{sen}^2\alpha$$

$$\text{tg}2\alpha = \frac{2\text{tg}\alpha}{1 - \text{tg}^2\alpha}$$

Un’equazione geometrica è un’equazione in cui l’incognita compare nell’argomento di una frazione algebrica

Le equazioni elementari **ammettano infinite soluzioni** a causa della periodicità delle funzioni geometriche

Una **disequazione geometrica** è una disequazione in cui l’incognita compare nell’argomento di una funzione goniometrica

Funzione / Quadrante	I	II	III	IV
seno	+	+	−	−
coseno	+	−	−	+
tangente	+	−	+	−