

# Problemas de decisión para lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK

En Acrobat, pulsa Ctrl + L para presentación

# Lenguajes de contexto libre

---

## Problemas de decisión para GCL

- **Problema de infinitud.** Dada una gramática  $G$ , resolver la pregunta ¿es  $L(G)$  infinito?

$$S \rightarrow AB$$
$$A \rightarrow BC \mid a$$
$$B \rightarrow CC \mid b$$
$$C \rightarrow a$$

El lenguaje generado por la gramática es  $\{ab, aaa, bab, baaa, aaab, aaaaa\}$  que es finito

# Lenguajes de contexto libre

---

## Problemas de decisión para GCL

- **Problema de infinitud.** Dada una gramática  $G$ , resolver la pregunta ¿es  $L(G)$  infinito?

$$S \rightarrow BA \mid BC$$
$$A \rightarrow SC$$
$$B \rightarrow a$$
$$C \rightarrow b$$

El lenguaje generado por la gramática es infinito

# Lenguajes de contexto libre

---

## Problemas de decisión para GCL

- **Problema de infinitud.** Dada una gramática  $G$ , resolver la pregunta ¿es  $L(G)$  infinito?

Si el diagrama de transición tiene un ciclo, el lenguaje es infinito

# Lenguajes de contexto libre

---

## Problemas de decisión para GCL

- **Problema de la pertenencia.** Dada una gramática  $G$  y una cadena  $w \in \Sigma^*$ , ¿ $w \in L(G)$ ?

$S \rightarrow AB$

$A \rightarrow BC \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow a$

¿La cadena **baaa** se genera por la gramática?

# Lenguajes de contexto libre

---

## Problemas de decisión para GCL

- **Problema de la pertenencia.** Dada una gramática  $G$  y una cadena  $w \in \Sigma^*$ , ¿ $w \in L(G)$ ?

Buscar en todas las derivaciones posibles de  $G$ .  
Es muy ineficiente

Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

Resuelve el problema de la pertenencia utilizando un algoritmo de programación dinámica

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

- Suponga que  $w = a_1 a_2 \dots a_n$  es la cadena a probar
- Se construye una matriz triangular inferior de  $n \times n$
- La gramática debe estar en FNC

# The CYK Algorithm

**function CYK (word  $w$ , rules  $P$ ) returns table  $X$**

**for**  $i := 1$  to  $\text{LENGTH}(w)$  **do**

$X[i, i] := \{A \mid A \rightarrow w_i \in P\}$

**for**  $k := 2$  to  $\text{LENGTH}(w)$  **do**

**for**  $i := 1$  to  $\text{LENGTH}(w)$  **do**

$j := i+k-1$

**for**  $k := i$  to  $j-1$  **do**

$X[i, j] := X[i, j] \cup \{A \mid A \rightarrow BC \in P,$

$B \in X[i, k], C \in \text{table}[k+1, j]\}$

If the start symbol  $S \in X[0, n]$  then  $w \in L(G)$



# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

...


$a_1$        $a_2$       ...       $a_n$

La matriz es del tamaño de la  
cadena sobre la cual se quiere  
probar pertenencia

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Cada  $X_{ij}$  resuelve un  
subproblema particular

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Resuelve el problema de saber si la subcadena  $a_2..a_4$  es generada por la gramática

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

baaba  
└───  
 $a_2..a_4$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$\{B\}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Partiendo de B se puede generar **aab**

$B \rightarrow \underline{C}C \rightarrow C\underline{A}B \rightarrow CAb \rightarrow a\underline{A}b \rightarrow aab$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

**w=baaba**

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Resuelve el problema de saber si la subcadena  $a_3..a_4$  es generada por la gramática

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

baaba  
└─┘  
 $a_3a_4$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$\{S, C\}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Partiendo de  $S$  o  $C$  se puede generar  $ab$

$S \rightarrow \underline{A}B \rightarrow a\underline{B} \rightarrow ab$

$C \rightarrow \underline{A}B \rightarrow a\underline{B} \rightarrow ab$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

baaba  
└─┘  
 $a_3 a_4$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Resuelve el problema de saber si la subcadena  $a_1..a_3$  es generada por la gramática

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$\underbrace{baaba}_{a_1..a_3}$



# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$\emptyset$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

No hay forma de generar la subcadena **baa**

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

**w = baaba**

**baaba**  
└───  
 $a_1..a_3$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Resuelve el problema de saber si la subcadena  $a_3a_3$ , es decir, el símbolo en la posición 3 se puede generar por la gramática

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

baaba  
└  
 $a_3a_3$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$\{A, C\}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Partiendo de  $A$  o  $C$  se puede generar  $a$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b      a      a      b      a  
¿Qué casilla tiene la solución al  
problema de saber si  $w$  es  
generada por la gramática?

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$\{S, A, C\}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \text{baaba}$

Partiendo de  $S, A$  o  $C$  se puede generar **baaba**

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$\{S, A, C\}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

Cuando  $S \in X_{1n}$  se dice que  $w$  se puede generar por la gramática

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \text{baaba}$

Para calcular estas casillas se inspecciona de forma directa sobre la gramática la ocurrencia de cada símbolo



# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = \boxed{baaba}$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

b   a   a   b   a  
       └─┘ └─┘  
        $a_2a_2$   $a_3a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba} a$

b   a   a   b   a  
       └─┘ └─┘  
        $a_2a_3$   $a_4a_4$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b          a          a          b          a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

→  $a_2a_2$  y  $a_3a_4$   
 $a_2a_3$  y  $a_4a_4$

b   a   a   b   a  
       └─┘ └─┘  
 $a_2a_2$   $a_3a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba} a$

En la tabla, ¿qué casillas representan las cadenas  $a_2a_2$  y  $a_3a_4$ ?

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

$b \quad a \quad a \quad b \quad a$   
          └─┘ └─┘  
           $a_2a_2 \quad a_3a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba} a$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b          a          a          b          a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$   
 $\rightarrow a_2a_3$  y  $a_4a_4$

En la tabla, ¿qué casillas representan las cadenas  $a_2a_3$  y  $a_4a_4$ ?

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba} a$

b    a    a    b    a  
                   
       $a_2a_3$   $a_4a_4$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba} a$

$b \quad a \quad a \quad b \quad a$   
 $\underbrace{\quad\quad} \quad \underbrace{\quad\quad}$   
 $a_2a_3 \quad a_4a_4$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

b   a   a   b   a  
      └─┘ └─┘  
       $a_2a_2$   $a_3a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba} a$

b   a   a   b   a  
      └─┘ └─┘  
       $a_2a_3$   $a_4a_4$



# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

$a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

$b \quad a \quad a \quad b \quad a$   
          └─┘ └─┘  
           $a_2a_2 \quad a_3a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba} a$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

$b$        $a$        $a$        $b$        $a$   
 $a_2..a_4$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_4$

$a_2a_3$  y  $a_4a_4$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba} a$

$b$      $a$      $a$      $b$      $a$   
       └──┘    └──┘  
        $a_2a_3$      $a_4a_4$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

Liste las posibles formas de generar  $a_2..a_5$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba}$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba}$

$a_2..a_5$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_5$

$a_2a_3$  y  $a_4a_5$

$a_2a_4$  y  $a_5a_5$

b   a   a   b   a  
       $\underbrace{\quad}$   $\underbrace{\quad}$   
       $a_2a_2$     $a_3a_5$

b   a   a   b   a  
       $\underbrace{\quad}$   $\underbrace{\quad}$   
       $a_2a_3$     $a_4a_5$

b   a   a   b   a  
       $\underbrace{\quad}$   $\underbrace{\quad}$   
       $a_2a_4$     $a_5a_5$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b      a      a      b      a

$a_2..a_5$  se puede generar por medio de:

→  $a_2a_2$  y  $a_3a_5$   
 $a_2a_3$  y  $a_4a_5$   
 $a_2a_4$  y  $a_5a_5$

b	a	a	b	a	b	a	a	b	a	b	a	a	b	a
	<u>        </u>	<u>        </u>			<u>        </u>	<u>        </u>	<u>        </u>	<u>        </u>		<u>        </u>	<u>        </u>	<u>        </u>	<u>        </u>	
	$a_2a_2$	$a_3a_5$			$a_2a_3$	$a_4a_5$				$a_2a_4$	$a_5a_5$			

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba}$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

b      a      a      b      a

$a_2..a_5$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_5$   
 $\rightarrow a_2a_3$  y  $a_4a_5$   
 $a_2a_4$  y  $a_5a_5$

$\underbrace{b \quad a \quad a \quad b \quad a}_{a_2a_2 \quad a_3a_5} \quad \bigg| \quad \underbrace{b \quad a \quad a \quad b \quad a}_{a_2a_3 \quad a_4a_5} \quad \bigg| \quad \underbrace{b \quad a \quad a \quad b \quad a}_{a_2a_4 \quad a_5a_5}$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba}$

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$

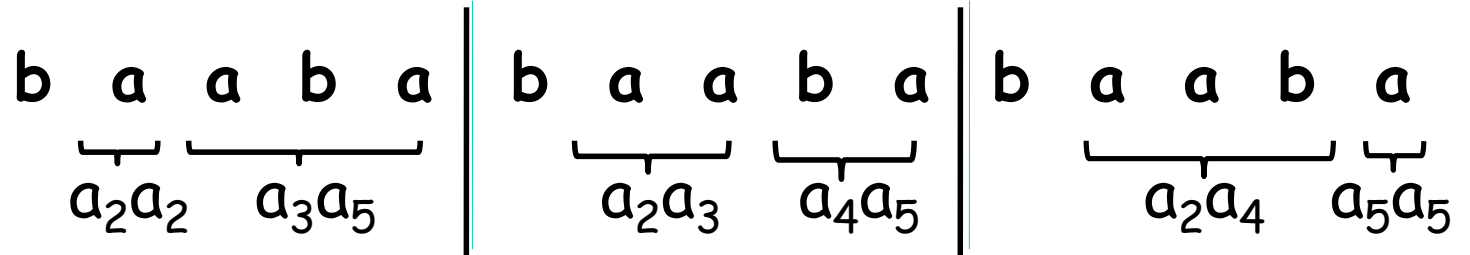
b                      a                      a                      b                      a

$a_2..a_5$  se puede generar por medio de:

$a_2a_2$  y  $a_3a_5$

$a_2a_3$  y  $a_4a_5$

→  $a_2a_4$  y  $a_5a_5$



$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = b \boxed{aaba}$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
<b>b</b>	<b>a</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>a</b>



# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$a_1$	$a_2$	$\dots$	$a_n$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$	$X_{55}$
b	a	a	b	a

$X_{ij} = \{A \mid A \rightarrow a_i \text{ está en } G\}$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$X_{ij} = \{A \mid A \rightarrow a_i \text{ está en } G\}$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

Para calcular un valor  $X_{ij}$  se recorre sobre la columna hacia arriba al tiempo que baja en diagonal. Por ejemplo, para calcular  $X_{25}$ , se calcula:  $X_{22}, X_{35}, X_{23}, X_{45}, X_{24}, X_{55}$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

El recorrido de la matriz se debe hacer por  
filas, de abajo a arriba

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$a_1a_2$  se puede generar solo por medio de:  
 $a_1a_1$  y  $a_2a_2$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$X_{12} = X_{11}X_{22} = \{B\}\{A,C\} = \{BA, BC\}$ . Se busca en  $G$  una producción que genera  $BA$  o  $BC$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S, A\}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$\{S, A\}$ , esto indica que la cadena ba se puede generar a través de:

$S \rightarrow AB \rightarrow ba$  y  
 $A \rightarrow BA \rightarrow ba$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

**$w = baaba$**



# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S, A\}$	$X_{23}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S, A\}$	$\{B\}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$X_{23} = X_{22}X_{33} = \{A, C\}\{A, C\} = \{AA, AC, CA, CC\}$ . Se busca en  $G$  una producción que genere  $AA, AC, CA$  o  $CC$ .  $\{B\}$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S, A\}$	$\{B\}$	$X_{34}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$X_{45}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$X_{34} = X_{33} X_{44} = \{A,C\} \{B\} = \{AB, CB\}$ . Se busca en  $G$  una producción que genere  $AB$  o  $CB$ .  $\{S,C\}$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$X_{45} = X_{44} X_{55} = \{B\} \{A,C\} = \{BA, BC\}$ . Se busca en  $G$  una producción que genere  $BA$  o  $BC$ .  $\{S,A\}$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$$X_{13} = X_{11}X_{23} \text{ ó } X_{12}X_{33}$$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

**w=baaba**

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$X_{13}$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$$X_{13} = X_{11}X_{23} \cup X_{12}X_{33} = \{B\}\{B\} \cup \{S,A\}\{A,C\} = \{BB, SA, SC, AA, AC\}$$

Se busca en  $G$  la producción

# Lenguajes de contexto libre

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$\emptyset$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$$X_{13} = X_{11}X_{23} \cup X_{12}X_{33} = \{B\}\{B\} \cup \{S,A\}\{A,C\} = \{BB, SA, SC, AA, AC\}$$

Se busca en  $G$  la producción.  $\emptyset$



# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$\emptyset$	$X_{24}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$\emptyset$	$\{B\}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

$$X_{24} = X_{22}X_{34} \cup X_{23}X_{44} = \{A,C\}\{S,C\} \cup \{B\}\{B\} = \{AS, AC, CS, CC, BB\}$$

Se busca en  $G$  la producción.  $\{B\}$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$X_{15}$				
$X_{14}$	$X_{25}$			
$\emptyset$	$\{B\}$	$X_{35}$		
$\{S,A\}$	$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
b	a	a	b	a

Complete la matriz

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$\{S, A, C\}$				
$\emptyset$	$\{S, A, C\}$			
$\emptyset$	$\{B\}$	$\{B\}$		
$\{S, A\}$	$\{B\}$	$\{S, C\}$	$\{S, A\}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

## Algoritmo CYK (Cocke, Younger, Kasami)

$\{S, A, C\}$				
$\emptyset$	$\{S, A, C\}$			
$\emptyset$	$\{B\}$	$\{B\}$		
$\{S, A\}$	$\{B\}$	$\{S, C\}$	$\{S, A\}$	
$\{B\}$	$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
b	a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baaba$

Como  $S \in X_{15}$  se dice que  $w \in L$

# Lenguajes de contexto libre

---

Comprobar si  $w=abb \in L$

$X_{13}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$
a	b	b

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w=abb$

# Lenguajes de contexto libre

---

Comprobar si  $w=abb \in L$

$\emptyset$		
$\{S,C\}$	$\emptyset$	
$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{B\}$
a	b	b

Como  $S \notin X_{13}$  se dice que  $w \notin L$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w=abb$

# Lenguajes de contexto libre

---

Comprobar si  $w = aaba \in L$

$X_{14}$			
$X_{13}$	$X_{24}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$
<b>a</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>a</b>

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

**$w = aaba$**



# Lenguajes de contexto libre

---

Comprobar si  $w=aaba \in L$

$\{S,C,A\}$			
$\{B\}$	$\{B\}$		
$\{B\}$	$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	
$\{A,C\}$	$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$
a	a	b	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w=aaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

Comprobar si  $w = aaba \in L$

$\{S, C, A\}$			
$\{B\}$	$\{B\}$		
$\{B\}$	$\{S, C\}$	$\{S, A\}$	
$\{A, C\}$	$\{A, C\}$	$\{B\}$	$\{A, C\}$
a	a	b	a

Como  $S \in X_{14}$  se dice que  $w \in L$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = aaba$

# Lenguajes de contexto libre

---

Comprobar si  $w=baba \in L$

$X_{14}$			
$X_{13}$	$X_{24}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$
<b>b</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>a</b>

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w=baba$

# Lenguajes de contexto libre

---

Comprobar si  $w = baba \in L$

{B}			
{S,C}	{B}		
{S,A}	{S,C}	{S,A}	
{B}	{A,C}	{B}	{A,C}
b	a	b	a

Como  $S \notin X_{14}$  se dice que  $w \notin L$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w = baba$

# Lenguajes de contexto libre

---

Comprobar si  $w=abaa \in L$

$X_{14}$			
$X_{13}$	$X_{24}$		
$X_{12}$	$X_{23}$	$X_{34}$	
$X_{11}$	$X_{22}$	$X_{33}$	$X_{44}$
a	b	a	a

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w=abaa$

# Lenguajes de contexto libre

---

Comprobar si  $w=abaa \in L$

$\{S,A\}$			
$\{B\}$	$\emptyset$		
$\{S,C\}$	$\{S,A\}$	$\{B\}$	
$\{A,C\}$	$\{B\}$	$\{A,C\}$	$\{A,C\}$
a	b	a	a

Como  $S \in X_{14}$  se dice que  $w \in L$

$S \rightarrow AB \mid BC$

$A \rightarrow BA \mid a$

$B \rightarrow CC \mid b$

$C \rightarrow AB \mid a$

$w=abaa$