Experiment Results of
Towards A Faster Branching Algorithm for the Maximum k-Defective Clique Problem

1 Statistical Results of Experiments

1.1 Socfb

1.1.1 $k = 1$

Table 1: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
socfb-A-anon	3097165	23667394	26	48.71	0.07	53.65	0.07	43.37	0.07	64.11	2.08	68.15	0.36	9.62	384.38
socfb-American75	6386	217662	40	0.30	0.00	0.32	0.01	0.33	0.01	0.40	0.04	0.63	0.01	0.07	1.04
socfb-Amherst41	2235	90954	22	0.82	0.66	0.81	0.67	0.96	0.55	1.13	4.20	1.69	1.26	3.99	2.82
socfb-Auburn71	18448	973918	58	3.33	0.06	3.21	0.06	3.92	0.06	4.57	3.13	6.58	0.16	2.94	10.58
socfb-B-anon	2937612	20959854	25	52.57	0.07	49.20	0.07	45.43	0.07	55.28	2.78	76.87	0.63	17.67	302.20
socfb-Baylor93	12803	679817	55	2.05	0.00	2.11	0.00	2.14	0.00	2.73	0.31	4.15	0.00	0.55	6.05
socfb-BC17	11509	486967	36	1.56	0.00	1.64	0.00	1.79	0.00	1.80	0.00	3.22	0.00	0.47	2.97
socfb-Berkeley13	22900	852419	43	1.82	0.00	1.79	0.00	1.76	0.00	2.25	0.06	3.31	0.01	0.39	4.90
socfb-Bingham82	10004	362894	43	0.63	0.00	0.66	0.00	0.65	0.00	0.78	0.02	1.42	0.00	0.30	1.70
socfb-Bowdoin47	2252	84387	24	0.14	0.00	0.14	0.00	0.15	0.00	0.15	0.02	0.26	0.00	0.16	0.53
socfb-Brandeis99	3898	137567	24	0.28	0.00	0.27	0.00	0.29	0.00	0.33	0.09	0.48	0.01	0.15	0.88
socfb-Brown11	8600	384526	35	0.80	0.00	0.84	0.01	0.82	0.01	0.96	0.01	1.52	0.01	0.16	2.33
socfb-BU10	19700	637528	39	0.98	0.00	0.88	0.00	1.07	0.00	1.21	0.34	1.98	0.01	0.20	2.48
socfb-Bucknell39	3826	158864	31	0.30	0.00	0.32	0.00	0.32	0.00	0.38	0.18	0.58	0.00	0.34	0.92
socfb-Cal65	11247	351358	51	0.25	0.01	0.26	0.01	0.31	0.01	0.38	0.45	0.53	0.04	0.05	1.13
socfb-Caltech36	769	16656	21	0.03	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00	0.02	0.00	0.04	0.00	0.03	0.09
socfb-Carnegie49	6637	249967	46	0.43	0.00	0.46	0.00	0.52	0.00	0.56	0.01	0.84	0.00	0.21	1.51
socfb-CMU	6621	249959	46	0.44	0.00	0.45	0.00	0.49	0.00	0.53	0.01	0.85	0.00	0.21	1.51
socfb-Colgate88	3482	155043	34	0.31	0.01	0.32	0.01	0.31	0.01	0.38	0.05	0.75	0.03	0.33	0.97
socfb-Columbia2	11770	444333	32	0.94	0.00	0.99	0.00	0.96	0.00	1.07	0.04	1.77	0.00	0.51	2.86
socfb-Cornell5	18660	790777	41	5.91	0.00	5.64	0.00	7.18	0.00	6.64	0.27	11.03	0.04	2.35	5.76
socfb-Dartmouth6	7694	304076	29	0.66	0.02	0.68	0.02	0.67	0.02	0.81	0.11	1.23	0.03	0.70	1.75
socfb-Duke14	9885	506437	35	10.59	0.86	10.55	0.87	12.97	0.62	14.60	7.43	20.35	1.37	269.52	7.83
socfb-Emory27	7460	330014	53	0.62	0.03	0.59	0.03	0.62	0.02	0.86	0.88	1.21	0.06	0.15	2.03
socfb-FSU53	27737	1034802	57	1.99	0.00	1.83	0.01	2.00	0.01	4.09	5.35	3.90	0.03	0.75	5.90
socfb-Georgetown15	9414	425638	34	1.09	0.00	0.89	0.00	0.97	0.00	1.22	0.01	1.73	0.00	1.13	2.71
socfb-GWU54	12193	469528	44	0.77	0.00	0.84	0.00	0.76	0.00	0.97	0.12	1.59	0.02	0.14	2.42
socfb-Hamilton46	2314	96394	26	0.18	0.00	0.18	0.00	0.18	0.00	0.19	0.00	0.33	0.00	0.20	0.66
socfb-Harvard1	15126	824617	40	3.33	0.00	3.40	0.00	3.19	0.00	3.48	0.08	5.99	0.00	1.48	7.64
socfb-Haverford76	1446	59589	25	0.12	0.00	0.12	0.00	0.12	0.00	0.12	0.01	0.22	0.00	0.15	0.47
socfb-Howard90	4047	204850	49	0.44	0.00	0.46	0.00	0.45	0.00	0.51	0.10	0.90	0.01	0.10	1.49
socfb-Indiana	29732	1305757	49	3.18	0.01	3.09	0.01	3.18	0.01	4.11	0.15	5.83	0.03	0.97	8.75
socfb-Indiana69	29747	1305765	49	3.35	0.01	3.07	0.01	3.18	0.01	3.92	0.15	5.89	0.03	1.01	8.25
socfb-JMU79	14070	485564	40	0.86	0.02	0.84	0.02	0.86	0.02	1.36	2.06	1.62	0.08	0.17	2.29
socfb-JohnsHopkins55	5180	186586	45	0.28	0.00	0.27	0.00	0.26	0.00	0.31	0.00	0.54	0.00	0.07	1.05
socfb-Lehigh96	5075	198347	38	0.36	0.01	0.35	0.01	0.37	0.01	0.42	0.08	0.66	0.02	0.09	1.22
socfb-Maine59	9069	243247	29	0.28	0.00	0.28	0.00	0.27	0.00	0.34	0.04	0.57	0.01	0.06	0.82
socfb-Maryland58	20871	744862	55	1.09	0.01	1.17	0.01	1.12	0.01	1.30	0.12	2.47	0.01	0.21	3.05
socfb-Mich67	3748	81903	28	0.08	0.00	0.08	0.00	0.08	0.00	0.09	0.00	0.16	0.00	0.05	0.32
socfb-Michigan23	30147	1176516	45	2.97	0.00	3.03	0.00	2.70	0.00	3.74	0.13	5.26	0.01	1.30	7.51
socfb-Middlebury45	3075	124610	26	0.38	0.05	0.39	0.05	0.41	0.05	0.47	0.69	0.72	0.15	0.34	0.96
socfb-Mississippi66	10521	610911	49	4.07	0.06	4.24	0.06	4.45	0.09	6.30	4.12	7.72	0.28	11.48	8.16
socfb-MIT	6402	251230	34	0.64	0.01	0.66	0.01	0.70	0.01	0.87	1.04	1.21	0.04	0.36	2.61
socfb-MIT8	6440	251252	34	0.60	0.01	0.67	0.01	0.70	0.01	0.87	1.04	1.25	0.04	0.36	2.56
socfb-MSU24	32375	1118774	47	2.13	0.01	2.41	0.01	1.97	0.01	3.25	0.23	3.88	0.02	0.73	5.20
socfb-MU78	15436	649449	50	1.09	0.00	1.19	0.00	1.04	0.00	1.24	0.08	2.13	0.02	0.20	3.68

socfb-Northeastern19	13882	381934	36	0.56	0.00	0.58	0.00	0.53	0.00	0.66	0.00	1.25	0.00	0.25	1.18
socfb-Northwestern25	10567	488337	41	1.25	0.03	1.25	0.03	1.16	0.03	1.56	0.50	2.22	0.13	0.56	3.59
socfb-NotreDame57	12155	541339	26	1.27	0.01	1.34	0.01	1.25	0.01	1.59	0.16	2.37	0.05	0.68	3.44
socfb-NYU9	21679	715715	38	1.08	0.00	1.13	0.00	1.04	0.00	1.65	0.02	2.00	0.01	0.19	3.09
socfb-Oberlin44	2920	89912	23	0.13	0.00	0.13	0.00	0.12	0.00	0.11	0.00	0.30	0.00	0.14	0.39
socfb-Oklahoma97	17425	892528	59	4.17	0.05	4.32	0.05	4.57	0.05	7.28	7.00	8.17	0.10	1.68	9.38
socfb-OR	63392	816886	31	0.88	0.00	0.88	0.00	0.85	0.00	1.09	0.37	1.65	0.03	0.33	2.66
socfb-Penn94	41536	1362220	45	2.56	0.00	2.17	0.01	2.22	0.01	5.51	0.04	4.30	0.01	0.50	6.19
socfb-Pepperdine86	3445	152007	36	0.37	0.00	0.35	0.00	0.37	0.00	0.47	0.31	0.71	0.00	0.18	1.18
socfb-Princeton12	6596	293320	35	0.66	0.00	0.64	0.00	0.65	0.00	0.81	0.08	1.25	0.01	0.76	1.81
socfb-Reed98	962	18812	17	0.03	0.00	0.03	0.01	0.02	0.01	0.02	0.03	0.04	0.01	0.02	0.07
socfb-Rice31	4087	184828	30	0.86	0.01	0.85	0.01	0.91	0.01	1.03	0.28	1.98	0.04	0.85	1.65
socfb-Rochester38	4563	161404	40	0.23	0.01	0.24	0.01	0.23	0.01	0.27	0.02	0.52	0.01	0.06	0.81
socfb-Rutgers89	24580	784602	47	0.87	0.00	0.80	0.00	0.80	0.00	1.10	0.02	1.92	0.00	0.16	3.17
socfb-Santa74	3578	151747	33	0.35	0.00	0.34	0.00	0.34	0.00	0.42	0.23	0.69	0.02	0.41	1.10
socfb-Simmons81	1518	32988	20	0.03	0.00	0.04	0.00	0.04	0.00	0.04	0.00	0.07	0.00	0.04	0.11
socfb-Smith60	2970	97133	28	0.14	0.00	0.14	0.01	0.17	0.01	0.16	0.01	0.27	0.01	0.04	0.46
socfb-Stanford3	11586	568309	52	1.68	0.02	1.74	0.03	1.78	0.03	2.27	0.27	3.16	0.03	1.85	4.83
socfb-Swarthmore42	1659	61050	21	0.11	0.00	0.11	0.00	0.11	0.00	0.12	0.01	0.20	0.00	0.16	0.66
socfb-Syracuse56	13653	543982	48	1.30	0.20	1.36	0.21	1.69	0.18	2.21	3.52	2.73	0.38	0.49	3.55
socfb-Temple83	13686	360795	36	0.56	0.00	0.58	0.01	0.60	0.01	0.78	0.12	1.01	0.02	0.24	1.38
socfb-Tennessee95	16979	770659	59	2.07	0.00	2.01	0.00	2.25	0.00	3.27	0.62	3.92	0.02	1.15	5.41
socfb-Texas80	31560	1219650	60	2.90	0.05	2.93	0.05	2.98	0.05	4.06	1.93	5.25	0.15	1.14	7.11
socfb-Texas84	36364	1590651	52	4.07	0.21	4.52	0.21	5.16	0.13	5.92	6.40	7.96	0.34	13.50	11.30
socfb-Trinity100	2613	111996	37	0.19	0.00	0.19	0.00	0.19	0.00	0.21	0.00	0.43	0.00	0.05	0.69
socfb-Tufts18	6682	249728	36	1.43	0.08	1.47	0.08	1.61	0.08	2.81	5.86	3.00	0.26	5.23	1.53
socfb-Tulane29	7752	283918	39	0.86	0.21	0.89	0.21	0.94	0.13	1.37	3.97	1.85	0.33	13.45	1.93
socfb-UC33	16808	522147	43	0.73	0.01	0.81	0.01	0.91	0.01	0.99	0.14	1.49	0.01	0.14	2.41
socfb-UC61	13746	442174	49	0.70	0.00	0.72	0.00	0.90	0.00	0.96	0.49	1.46	0.01	0.19	2.64
socfb-UC64	6833	155332	34	0.14	0.00	0.14	0.00	0.15	0.00	0.15	0.00	0.27	0.00	0.06	0.59
socfb-UCF52	14940	428989	62	0.52	0.20	0.51	0.20	0.58	0.19	1.13	2.99	1.28	0.43	0.14	1.75
socfb-UChicago30	6591	208103	34	0.34	0.00	0.34	0.01	0.41	0.01	0.43	0.14	0.66	0.01	0.11	0.97
socfb-UCLA	20453	747604	52	1.10	0.00	1.16	0.00	1.09	0.00	1.32	0.01	2.03	0.00	0.19	4.03
socfb-UCLA26	20467	747613	52	1.15	0.00	1.16	0.00	1.14	0.00	1.12	0.01	2.09	0.00	0.20	3.79
socfb-UConn	17206	604867	51	0.53	0.00	0.56	0.00	0.55	0.00	0.60	0.01	1.20	0.00	0.12	2.15
socfb-UConn91	17212	604870	51	0.57	0.00	0.55	0.00	0.85	0.00	0.64	0.01	1.06	0.00	0.12	2.17
socfb-UCSB37	14917	482215	54	0.21	0.01	0.21	0.01	0.23	0.01	0.28	0.21	0.42	0.04	0.07	1.24
socfb-UCSC68	8991	224584	31	0.28	0.00	0.28	0.00	0.36	0.00	0.37	0.18	0.52	0.01	0.07	0.80
socfb-UCSD34	14948	443221	44	0.49	0.00	0.51	0.00	0.58	0.00	0.67	0.06	0.94	0.00	0.10	1.78
socfb-UF	35111	1465654	56	4.66	0.02	4.35	0.02	6.88	0.02	7.29	7.90	8.87	0.09	1.27	11.49
socfb-UF21	35123	1465660	56	4.50	0.02	4.73	0.02	4.67	0.02	7.89	7.90	9.00	0.09	1.23	11.02
socfb-UGA50	24389	1174057	53	4.10	0.25	3.97	0.25	5.04	0.22	7.72	12.14	7.53	0.48	12.49	10.39
socfb-UIllinois	30795	1264421	58	3.24	0.05	3.17	0.05	3.95	0.05	4.98	1.15	6.10	0.12	1.50	7.51
socfb-UIllinois20	30809	1264428	58	3.29	0.05	3.12	0.05	3.90	0.05	4.63	1.15	5.95	0.12	1.46	6.93
socfb-UMass92	16516	519385	36	0.84	0.00	0.79	0.00	0.80	0.00	1.04	0.09	1.55	0.00	0.31	2.23
socfb-UNC28	18163	766800	48	1.84	0.02	1.78	0.02	1.74	0.02	2.32	0.47	3.55	0.06	0.95	4.58
socfb-UPenn7	14916	686501	43	1.58	0.00	1.57	0.01	1.54	0.01	1.60	0.15	3.15	0.03	0.31	4.73
socfb-USC35	17444	801853	62	2.02	0.01	1.90	0.01	1.83	0.01	2.30	0.40	3.32	0.02	0.67	5.56
socfb-USF51	13377	321214	45	0.21	0.00	0.21	0.00	0.21	0.00	0.18	0.00	0.42	0.00	0.06	0.99
socfb-USFCA72	2682	65252	30	0.07	0.00	0.07	0.00	0.07	0.00	0.07	0.01	0.13	0.00	0.02	0.23
socfb-UVA16	17196	789321	43	2.00	0.03	1.95	0.03	1.91	0.03	2.54	0.71	3.87	0.08	0.92	5.36
socfb-Vanderbilt48	8069	427832	46	1.93	0.18	1.69	0.18	1.83	0.16	2.72	6.36	3.55	0.40	6.29	3.99
socfb-Vassar85	3068	119161	23	0.21	0.00	0.21	0.00	0.21	0.00	0.27	0.00	0.40	0.00	0.25	0.63
socfb-Vermont70	7324	191221	39	0.14	0.00	0.13	0.00	0.14	0.00	0.15	0.05	0.28	0.01	0.03	0.56
socfb-Villanova62	7772	314989	37	0.68	0.02	0.65	0.02	0.78	0.02	0.95	1.25	1.38	0.12	0.26	1.88
socfb-Virginia63	21325	698178	52	1.30	0.01	1.27	0.01	1.25	0.01	1.62	0.41	2.54	0.03	0.61	2.75
socfb-Wake73	5372	279191	46	0.75	0.01	0.71	0.01	0.76	0.01	1.00	0.45	1.48	0.06	0.78	2.52
socfb-WashU32	7755	367541	42	1.14	0.02	1.22	0.02	1.36	0.02	1.40	1.12	2.34	0.08	0.42	3.17
socfb-Wellesley22	2970	94899	28	0.14	0.00	0.13	0.00	0.14	0.00	0.17	0.00	0.32	0.00	0.09	0.41
socfb-Wesleyan43	3593	138035	31	0.27	0.00	0.27	0.00	0.28	0.00	0.35	0.00	0.61	0.00	0.29	0.75
socfb-William77	6472	266378	39	0.60	0.00	0.57	0.00	0.62	0.00	0.84	0.23	1.04	0.00	0.13	1.69
socfb-Williams40	2790	112986	27	0.23	0.00	0.23	0.00	0.23	0.00	0.30	0.00	0.45	0.00	0.11	0.71
socfb-Wisconsin87	23831	835946	38	1.58	0.00	1.49	0.00	1.51	0.00	2.27	0.48	3.01	0.01	0.35	4.42
socfb-Yale4	8578	405450	32	1.28	0.00	1.23	0.00	1.29	0.00	1.32	0.14	2.47	0.00	0.52	3.04
socfb-uci-uni	58790782	92208195	7	46.05	0.00	41.16	0.00	38.56	0.00	36.05	0.14	42.72	0.14	30.43	OOT
socfb-konect	59216211	92522012	7	23.77	0.00	23.13	0.00	23.84	0.00	41.60	0.14	35.55	0.14	16.61	OOT
socfb-nips-ego	2888	1981	5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
socfb-wosn-friends	63731	817090	31	0.86	0.00	0.84	0.00	0.86	0.00	1.04	0.37	1.69	0.03	0.32	2.43

1.1.2 $k = 5$

Table 2: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
socfb-A-anon	3097165	23667394	28	52.63	5.72	57.35	7.54	45.66	7.57	87.70	175.06	104.99	58.94	13.20	675.55
socfb-American75	6386	217662	43	0.33	0.10	0.34	0.22	0.35	0.21	0.43	1.10	0.74	0.39	0.08	1.32
socfb-Amherst41	2235	90954	25	1.27	6.13	1.43	9.17	1.35	8.37	50.90	336.23	90.72	266.70	52.99	16.79
socfb-Auburn71	18448	973918	61	3.18	0.41	3.32	0.50	3.02	0.47	89.78	205.69	30.90	17.43	19.02	23.41
socfb-B-anon	2937612	20959854	28	56.30	3.85	54.64	5.14	47.92	5.33	186.46	186.25	142.69	71.76	20.35	790.82
socfb-Baylor93	12803	679817	59	1.89	0.00	2.12	0.00	2.02	0.00	8.91	6.12	4.23	0.75	0.62	14.76
socfb-BC17	11509	486967	38	1.83	0.02	1.81	0.02	2.10	0.02	15.31	11.43	10.03	3.81	1.38	3.48
socfb-Berkeley13	22900	852419	47	1.72	0.01	1.60	0.01	1.74	0.02	3.62	1.55	3.41	0.22	0.42	5.40
socfb-Bingham82	10004	362894	46	0.62	0.01	0.59	0.01	0.66	0.01	1.25	0.36	1.67	0.15	0.30	1.72
socfb-Bowdoin47	2252	84387	26	0.19	0.08	0.19	0.09	0.21	0.10	0.47	0.86	0.48	0.81	1.44	2.20
socfb-Brandeis99	3898	137567	26	0.37	0.44	0.36	0.50	0.43	0.51	3.13	12.70	2.87	9.13	2.27	4.08
socfb-Brown11	8600	384526	37	0.81	0.02	0.75	0.04	0.91	0.04	1.54	0.42	1.54	0.11	0.17	2.46
socfb-BU10	19700	637528	41	0.97	0.16	1.01	0.28	1.00	0.30	6.89	18.35	2.36	1.38	0.86	3.07
socfb-Bucknell39	3826	158864	34	0.31	0.00	0.29	0.01	0.36	0.01	1.18	3.37	0.68	0.42	0.36	1.21
socfb-Cal65	11247	351358	54	0.28	0.06	0.29	0.07	0.29	0.07	5.45	21.55	3.02	2.07	0.10	1.48
socfb-Caltech36	769	16656	23	0.05	0.10	0.05	0.13	0.04	0.13	0.08	0.90	0.14	0.67	0.06	0.81
socfb-Carnegie49	6637	249967	48	0.45	0.00	0.46	0.01	0.48	0.01	0.57	0.01	0.91	0.01	0.23	1.70
socfb-CMU	6621	249959	48	0.46	0.00	0.43	0.01	0.45	0.01	1.06	0.01	1.15	0.01	0.22	1.71
socfb-Colgate88	3482	155043	36	0.33	0.12	0.33	0.24	0.35	0.23	0.48	1.56	0.84	0.86	0.36	1.07
socfb-Columbia2	11770	444333	33	1.19	0.09	1.16	0.10	1.18	0.11	3.38	16.90	4.57	4.71	3.68	4.17
socfb-Cornell5	18660	790777	45	3.92	0.01	4.03	0.01	4.58	0.01	39.26	39.70	15.91	2.94	5.61	7.23
socfb-Dartmouth6	7694	304076	32	0.70	0.02	0.71	0.04	0.77	0.04	0.92	0.75	1.51	0.18	0.75	2.50
socfb-Duke14	9885	506437	38	8.37	5.16	8.64	5.79	9.49	5.34	3508.32	1695.05	4183.17	1704.70	2961.09	36.18
socfb-Emory27	7460	330014	57	0.61	0.08	0.66	0.11	0.61	0.06	34.34	103.64	3.57	1.85	0.31	6.04
socfb-FSU53	27737	1034802	60	1.86	0.16	1.94	0.22	2.05	0.26	273.48	363.93	43.21	24.21	6.18	6.70
socfb-Georgetown15	9414	425638	36	0.97	0.01	0.94	0.01	0.97	0.01	2.29	1.69	2.19	0.60	1.15	4.07
socfb-GWU54	12193	469528	47	0.80	0.05	0.83	0.06	0.84	0.06	2.18	3.16	1.98	0.65	0.17	3.94
socfb-Hamilton46	2314	96394	28	0.22	0.02	0.22	0.02	0.24	0.03	0.79	1.09	0.77	0.60	0.25	1.34
socfb-Harvard1	15126	824617	42	3.26	0.11	3.15	0.26	3.41	0.27	17.20	11.82	8.41	1.93	2.04	9.97
socfb-Haverford76	1446	59589	28	0.16	0.03	0.16	0.03	0.17	0.05	0.46	0.64	0.46	0.56	0.17	1.91
socfb-Howard90	4047	204850	53	0.44	0.00	0.44	0.00	0.44	0.00	1.79	1.66	1.21	0.32	0.10	1.55
socfb-Indiana	29732	1305757	51	3.19	0.19	3.18	0.31	3.20	0.32	11.24	9.11	7.77	1.91	1.16	9.38
socfb-Indiana69	29747	1305765	51	3.33	0.19	3.15	0.31	3.13	0.32	5.49	9.11	7.77	1.91	1.14	9.23
socfb-JMU79	14070	485564	44	0.76	0.10	0.75	0.10	0.82	0.10	15.28	56.63	13.84	8.69	0.20	2.84
socfb-JohnsHopkins55	5180	186586	48	0.28	0.01	0.28	0.01	0.29	0.01	0.37	0.10	0.61	0.05	0.08	2.91
socfb-Lehigh96	5075	198347	41	0.41	0.31	0.41	0.48	0.42	0.45	1.27	4.08	2.50	2.79	0.39	1.55
socfb-Maine59	9069	243247	32	0.28	0.02	0.28	0.05	0.29	0.05	0.29	1.34	0.64	0.12	0.08	1.42
socfb-Maryland58	20871	744862	58	1.12	0.03	1.02	0.05	1.15	0.05	2.02	3.63	2.27	0.19	0.27	3.40
socfb-Mich67	3748	81903	30	0.10	0.00	0.10	0.00	0.10	0.01	0.14	0.22	0.23	0.07	0.06	0.95
socfb-Michigan23	30147	1176516	48	2.75	0.01	2.68	0.01	2.87	0.01	4.34	3.47	5.71	0.37	1.44	8.03
socfb-Middlebury45	3075	124610	29	0.43	0.57	0.45	0.78	0.51	0.79	2.67	19.51	4.22	10.54	5.35	6.47
socfb-Mississippi66	10521	610911	53	3.14	0.22	3.19	0.22	3.59	0.21	58.70	128.31	59.31	32.85	16.77	37.54
socfb-MIT	6402	251230	37	0.63	0.18	0.64	0.24	0.72	0.25	8.04	55.35	2.59	3.10	0.91	15.82
socfb-MIT8	6440	251252	37	0.64	0.18	0.65	0.24	0.73	0.25	7.52	55.35	3.34	3.10	0.91	15.87
socfb-MSU24	32375	1118774	51	2.09	0.01	2.47	0.01	2.08	0.01	3.62	4.11	5.19	0.33	0.77	5.72
socfb-MU78	15436	649449	52	1.17	0.36	1.29	0.61	1.32	0.61	4.00	7.27	7.17	5.83	0.71	3.75
socfb-Northeastern19	13882	381934	38	0.58	0.00	0.55	0.00	0.55	0.00	0.69	0.00	1.03	0.00	0.27	1.33
socfb-Northwestern25	10567	488337	45	1.15	0.07	1.28	0.08	1.19	0.08	2.16	7.74	2.20	0.69	0.63	8.28
socfb-NotreDame57	12155	541339	30	1.28	0.03	1.36	0.03	1.26	0.04	1.92	2.07	2.46	0.41	1.41	11.91
socfb-NYU9	21679	715715	42	1.15	0.00	1.15	0.00	1.10	0.00	1.06	0.59	2.11	0.02	0.21	4.43
socfb-Oberlin44	2920	89912	25	0.14	0.02	0.13	0.03	0.14	0.03	0.16	0.25	0.28	0.15	0.16	0.60
socfb-Oklahoma97	17425	892528	62	3.59	0.25	3.56	0.43	3.79	0.40	289.25	591.79	97.54	36.22	11.43	26.35
socfb-OR	63392	816886	33	0.90	0.49	0.89	0.67	0.97	0.67	6.89	30.34	7.87	13.14	2.26	3.75
socfb-Penn94	41536	1362220	49	2.55	0.02	2.81	0.02	2.30	0.02	4.18	1.56	4.47	0.06	0.49	6.83
socfb-Pepperdine86	3445	152007	38	0.47	0.11	0.47	0.14	0.54	0.14	8.99	24.39	3.04	2.76	0.40	3.95
socfb-Princeton12	6596	293320	37	0.68	0.16	0.67	0.25	0.72	0.25	2.24	3.85	2.47	3.17	1.18	2.62
socfb-Reed98	962	18812	19	0.02	0.09	0.03	0.19	0.03	0.19	0.05	0.38	0.06	0.27	0.03	0.54
socfb-Rice31	4087	184828	33	0.80	0.28	0.80	0.32	0.92	0.32	14.43	24.40	13.28	18.32	5.38	8.30
socfb-Rochester38	4563	161404	42	0.24	0.13	0.25	0.23	0.27	0.23	0.52	0.63	0.61	0.38	0.07	0.88
socfb-Rutgers89	24580	784602	50	0.84	0.00	0.83	0.00	0.91	0.00	1.62	0.90	1.89	0.18	0.17	3.34
socfb-Santa74	3578	151747	37	0.32	0.00	0.32	0.00	0.34	0.00	1.38	8.58	0.87	0.41	0.50	3.34
socfb-Simmons81	1518	32988	23	0.05	0.01	0.05	0.01	0.05	0.01	0.07	0.03	0.09	0.03	0.06	0.63
socfb-Smith60	2970	97133	30	0.17	0.09	0.16	0.14	0.18	0.16	0.35	0.51	0.37	0.36	0.10	0.92
socfb-Stanford3	11586	568309	56	1.63	0.08	1.59	0.08	1.65	0.08	25.10	91.38	3.16	0.47	1.73	5.01
socfb-Swarthmore42	1659	61050	23	0.19	0.28	0.20	0.45	0.22	0.50	0.45	1.18	0.49	1.02	6.55	5.62
socfb-Syracuse56	13653	543982	51	1.46	1.12	1.54	1.86	1.65	1.95	97.33	184.50	27.97	22.21	3.30	8.65
socfb-Temple83	13686	360795	39	0.55	0.07	0.54	0.13	0.55	0.13	0.75	1.23	1.33	0.65	0.28	1.48
socfb-Tennessee95	16979	770659	63	2.05	0.00	1.97	0.00	2.06	0.00	26.41	137.39	4.93	1.19	1.14	5.60
socfb-Texas80	31560	1219650	63	2.81	0.14	2.68	0.25	2.65	0.25	33.34	107.13	13.32	6.76	1.60	7.31

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	kDC	KDClub
socfb-Texas84	36364	1590651	55	4.08	1.02	4.10	1.24	4.05	1.15	243.93	484.44	124.51	81.60	151.76	12.35
socfb-Trinity100	2613	111996	41	0.19	0.00	0.19	0.00	0.19	0.00	0.25	0.02	0.24	0.00	0.05	0.70
socfb-Tufts18	6682	249728	39	1.32	1.53	1.33	1.71	1.38	1.63	450.03	639.05	374.44	337.71	72.94	1.80
socfb-Tulane29	7752	283918	42	0.99	1.29	1.11	2.51	1.09	2.10	68.42	195.03	26.58	34.31	127.79	4.32
socfb-UC33	16808	522147	46	0.71	0.01	0.71	0.03	0.74	0.03	3.14	4.01	1.64	0.25	0.16	2.79
socfb-UC61	13746	442174	52	0.67	0.05	0.69	0.09	0.68	0.09	14.25	46.48	2.07	1.10	0.44	3.25
socfb-UC64	6833	155332	37	0.14	0.00	0.14	0.00	0.15	0.00	0.34	0.01	0.32	0.01	0.07	1.09
socfb-UCF52	14940	428989	65	0.75	1.39	0.94	2.49	0.99	2.43	568.86	1444.26	40.53	21.13	1.82	2.00
socfb-UChicago30	6591	208103	38	0.34	0.03	0.36	0.03	0.35	0.03	0.85	1.62	0.74	0.10	0.17	1.11
socfb-UCLA	20453	747604	55	1.15	0.02	1.10	0.03	1.20	0.03	2.40	0.35	2.44	0.14	0.21	4.50
socfb-UCLA26	20467	747613	55	1.14	0.02	1.12	0.03	1.24	0.03	1.74	0.35	2.42	0.14	0.21	4.18
socfb-UConn	17206	604867	54	0.59	0.00	0.63	0.00	0.63	0.00	0.79	0.22	1.25	0.06	0.14	2.51
socfb-UConn91	17212	604870	54	0.59	0.00	0.63	0.00	0.64	0.00	0.84	0.22	1.26	0.06	0.13	2.67
socfb-UCSB37	14917	482215	57	0.23	0.19	0.26	0.42	0.27	0.41	7.02	19.83	1.32	1.17	0.15	1.91
socfb-UCSC68	8991	224584	35	0.26	0.00	0.27	0.00	0.28	0.00	0.97	1.54	0.69	0.38	0.08	1.22
socfb-UCSD34	14948	443221	48	0.47	0.00	0.48	0.00	0.63	0.00	1.26	0.53	1.03	0.04	0.10	2.04
socfb-UF	35111	1465654	59	4.30	0.33	4.39	0.46	4.14	0.49	407.40	956.25	50.68	23.17	1.64	51.32
socfb-UF21	35123	1465660	59	4.21	0.33	4.45	0.46	4.10	0.49	613.31	956.25	60.43	23.17	1.64	51.61
socfb-UGA50	24389	1174057	55	4.48	2.41	5.04	3.47	4.83	3.70	1614.05	3237.93	264.83	141.93	367.94	11.94
socfb-UIllinois	30795	1264421	62	3.11	0.11	3.14	0.11	3.09	0.11	26.28	54.52	16.44	6.81	1.44	8.46
socfb-UIllinois20	30809	1264428	62	3.42	0.11	3.43	0.11	3.17	0.11	24.88	54.52	16.31	6.81	1.48	8.00
socfb-UMass92	16516	519385	39	0.89	0.03	0.82	0.04	0.79	0.04	2.08	1.74	2.18	0.29	0.36	2.37
socfb-UNC28	18163	766800	52	1.81	0.04	1.77	0.05	1.75	0.05	7.57	12.19	4.56	1.20	0.99	4.58
socfb-UPenn7	14916	686501	46	1.66	0.11	1.75	0.18	1.52	0.18	5.42	5.83	4.48	2.17	0.55	6.57
socfb-USC35	17444	801853	66	2.03	0.01	1.85	0.02	1.83	0.02	15.81	23.78	5.19	1.01	0.66	6.18
socfb-USF51	13377	321214	47	0.23	0.02	0.24	0.03	0.24	0.03	0.48	0.05	0.49	0.04	0.07	1.12
socfb-USFCA72	2682	65252	33	0.07	0.00	0.07	0.00	0.07	0.00	0.14	0.06	0.14	0.03	0.02	0.25
socfb-UVA16	17196	789321	46	2.08	0.45	2.27	0.66	2.04	0.62	14.11	24.38	7.60	5.52	1.24	6.89
socfb-Vanderbilt48	8069	427832	50	1.64	0.75	1.71	0.82	1.74	0.81	114.69	444.17	25.51	25.21	18.78	5.05
socfb-Vassar85	3068	119161	25	0.23	0.14	0.23	0.17	0.25	0.18	0.71	1.72	0.70	1.26	0.32	1.22
socfb-Vermont70	7324	191221	43	0.13	0.01	0.14	0.01	0.14	0.01	0.41	0.56	0.31	0.11	0.03	0.63
socfb-Villanova62	7772	314989	40	0.64	0.13	0.68	0.20	0.67	0.20	6.05	46.75	4.16	6.29	1.18	3.66
socfb-Virginia63	21325	698178	55	1.30	0.01	1.38	0.03	1.33	0.03	3.68	12.24	3.20	0.78	0.59	3.23
socfb-Wake73	5372	279191	49	0.76	0.21	0.75	0.26	0.76	0.25	4.86	20.92	6.67	5.12	5.85	2.95
socfb-WashU32	7755	367541	44	1.31	1.39	1.60	3.23	1.40	2.65	21.54	87.76	11.89	13.35	1.29	5.87
socfb-Wellesley22	2970	94899	30	0.14	0.00	0.14	0.00	0.14	0.01	0.14	0.01	0.29	0.01	0.16	0.45
socfb-Wesleyan43	3593	138035	32	0.28	0.10	0.30	0.12	0.29	0.12	1.56	5.97	1.27	1.36	0.36	0.87
socfb-William77	6472	266378	41	0.57	0.02	0.57	0.02	0.58	0.02	7.98	22.64	6.30	5.33	0.43	2.07
socfb-Williams40	2790	112986	29	0.29	0.07	0.28	0.09	0.32	0.09	0.94	3.34	1.88	3.12	0.68	2.30
socfb-Wisconsin87	23831	835946	40	1.64	0.17	1.59	0.18	1.70	0.18	8.76	33.52	6.90	5.12	0.69	5.88
socfb-Yale4	8578	405450	34	1.25	0.06	1.23	0.06	1.30	0.06	10.59	28.27	13.19	12.87	4.70	5.75
socfb-uci-uni	58790782	92208195	10	51.51	0.00	47.78	0.00	56.50	0.00	66.97	0.00	76.71	0.00	33.66	OOT
socfb-konect	59216211	92522012	10	32.92	0.00	32.27	0.00	31.85	0.00	41.49	0.00	60.71	0.00	19.34	OOT
socfb-nips-ego	2888	1981	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-wosn-friends	63731	817090	33	0.88	0.49	0.98	0.67	0.93	0.67	7.99	30.34	8.00	13.14	2.24	3.72

1.1.3 $k = 10$

Table 3: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
socfb-A-anon	3097165	23667394	30	119.22	373.86	146.13	787.19	179.66	885.11	1423.14	6074.57	1499.39	4830.22	161.46	OOT
socfb-American75	6386	217662	46	0.35	0.25	0.40	0.50	0.47	0.69	0.79	2.30	1.31	1.76	0.13	2.43
socfb-Amherst41	2235	90954	28	6.34	54.80	12.71	183.82	13.88	196.78	419.88	2633.42	1267.91	7170.58	949.31	157.50
socfb-Auburn71	18448	973918	63	6.82	14.17	21.24	94.38	21.83	92.10	2389.02	4902.36	712.21	1084.29	2113.35	35.75
socfb-B-anon	2937612	20959854	30	147.38	317.95	167.52	531.77	207.32	602.23	4730.60	7220.15	5867.96	10029.97	99.04	OOT
socfb-Baylor93	12803	679817	61	2.51	0.79	2.51	3.75	2.97	3.65	96.24	106.78	28.15	35.79	108.40	32.70
socfb-BC17	11509	486967	40	2.85	0.26	2.68	0.63	3.41	0.72	100.47	134.93	185.56	209.81	61.26	16.70
socfb-Berkeley13	22900	852419	49	1.88	0.40	1.94	1.14	2.15	1.25	6.65	21.27	6.65	7.14	0.75	26.72
socfb-Bingham82	10004	362894	48	0.65	0.26	0.67	0.51	0.76	0.62	2.42	3.25	2.38	3.15	0.41	2.34
socfb-Bowdoin47	2252	84387	27	2.00	8.91	2.15	12.55	2.62	15.41	16.49	74.65	22.99	107.40	114.28	30.06
socfb-Brandeis99	3898	137567	28	1.27	11.19	1.69	20.39	2.10	25.85	30.81	214.22	49.77	401.15	67.56	39.86
socfb-Brown11	8600	384526	39	0.85	0.35	0.87	0.64	0.90	0.78	3.28	4.42	2.61	3.62	2.38	5.99
socfb-BU10	19700	637528	44	1.08	1.08	1.43	6.99	1.57	7.22	26.69	100.66	6.87	20.22	8.95	9.35
socfb-Bucknell39	3826	158864	36	0.40	0.96	0.47	2.64	0.83	3.12	6.85	36.30	3.79	16.33	1.13	9.11
socfb-Cal65	11247	351358	56	1.15	5.31	3.81	28.78	4.65	30.64	69.26	367.18	41.53	107.64	3.13	2.74
socfb-Caltech36	769	16656	25	0.15	1.64	0.18	2.31	0.40	3.46	0.68	11.33	1.65	14.54	1.30	2.74
socfb-Carnegie49	6637	249967	50	0.48	0.05	0.50	0.05	0.52	0.07	0.56	0.10	1.37	0.10	0.27	2.21
socfb-CMU	6621	249959	50	0.46	0.05	0.46	0.05	0.48	0.07	0.52	0.10	1.01	0.10	0.27	2.29

4

socfb-Colgate88	3482	155043	38	0.58	2.61	0.87	6.75	1.09	8.17	2.09	20.76	6.38	20.01	0.79	5.59
socfb-Columbia2	11770	444333	35	2.35	6.55	2.94	17.62	3.52	18.84	38.84	264.20	93.48	288.93	120.90	38.24
socfb-Cornell5	18660	790777	48	4.80	0.43	5.01	5.68	6.32	5.24	98.73	222.98	137.18	66.36	37.90	38.83
socfb-Dartmouth6	7694	304076	34	1.20	0.55	1.23	1.29	1.48	1.54	7.76	24.78	10.51	17.82	3.78	23.33
socfb-Duke14	9885	506437	40	28.39	87.28	53.99	299.22	60.07	303.80	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	213.86
socfb-Emory27	7460	330014	60	0.86	1.66	3.21	26.73	3.56	28.71	373.96	984.70	19.93	57.91	2.66	3.32
socfb-FSU53	27737	1034802	63	2.59	2.85	3.69	11.41	5.09	11.66	2103.38	3871.61	518.19	582.56	551.04	18.64
socfb-Georgetown15	9414	425638	38	1.21	0.98	1.20	1.92	1.36	2.20	8.10	26.04	5.53	25.66	9.00	8.48
socfb-GWU54	12193	469528	49	1.18	2.90	2.05	12.88	2.23	13.12	12.62	44.13	10.46	26.52	1.03	4.99
socfb-Hamilton46	2314	96394	29	0.80	2.15	0.84	3.44	1.01	3.56	19.62	76.89	19.66	130.79	35.26	25.15
socfb-Harvard1	15126	824617	44	3.91	1.64	3.96	3.49	4.94	4.95	89.24	130.92	77.36	126.91	23.33	33.83
socfb-Haverford76	1446	59589	29	4.07	3.73	4.10	5.20	5.55	6.88	28.71	69.25	36.95	99.21	195.44	26.53
socfb-Howard90	4047	204850	55	0.51	0.39	0.64	1.75	0.69	1.84	7.92	18.05	4.31	9.11	0.27	1.77
socfb-Indiana	29732	1305757	53	4.44	5.12	6.15	19.33	6.91	19.60	29.66	133.44	32.68	66.25	42.38	28.16
socfb-Indiana69	29747	1305765	53	4.38	5.12	6.64	19.33	7.21	19.60	39.09	133.44	33.43	66.25	42.39	28.35
socfb-JMU79	14070	485564	46	1.30	3.96	2.56	20.25	2.64	19.37	215.10	1097.65	176.19	415.20	49.12	13.34
socfb-JohnsHopkins55	5180	186586	50	0.39	0.18	0.39	0.24	0.44	0.29	1.58	2.83	1.83	2.35	9.51	1.66
socfb-Lehigh96	5075	198347	43	1.24	7.60	1.94	16.49	2.68	18.71	11.64	60.61	20.93	74.70	14.10	3.37
socfb-Maine59	9069	243247	34	0.36	0.51	0.46	3.05	0.55	3.20	1.45	7.33	1.10	4.14	0.28	8.89
socfb-Maryland58	20871	744862	60	1.42	1.75	2.87	14.38	2.84	14.37	14.69	42.09	11.24	19.77	1.31	5.48
socfb-Mich67	3748	81903	31	0.22	0.97	0.24	1.55	0.29	2.00	3.08	18.55	2.95	16.69	5.13	8.26
socfb-Michigan23	30147	1176516	50	3.24	0.96	3.48	2.44	3.99	2.65	24.27	57.41	12.70	17.53	4.92	20.36
socfb-Middlebury45	3075	124610	31	1.37	8.29	2.04	21.34	2.34	23.77	33.14	202.65	51.04	245.04	180.25	53.98
socfb-Mississippi66	10521	610911	56	4.31	3.62	6.13	17.64	6.36	17.51	471.95	979.32	366.64	666.27	1556.53	143.63
socfb-MIT	6402	251230	39	1.65	9.42	5.26	67.23	6.20	65.05	214.35	1256.91	38.58	201.76	51.78	70.17
socfb-MIT8	6440	251252	39	1.63	9.42	5.26	67.23	6.32	65.05	247.50	1256.91	46.54	201.76	51.83	64.85
socfb-MSU24	32375	1118774	54	2.08	0.34	2.27	1.41	2.49	1.37	11.89	21.35	6.46	5.33	1.04	26.61
socfb-MU78	15436	649449	54	3.28	10.94	5.70	27.35	7.14	29.13	67.45	126.51	92.98	162.79	148.09	5.37
socfb-Northeastern19	13882	381934	39	0.58	0.09	0.57	0.10	0.64	0.14	1.12	0.29	1.21	0.30	0.63	2.09
socfb-Northwestern25	10567	488337	47	1.67	3.54	2.74	17.68	3.24	19.19	13.64	95.91	13.37	42.93	2.30	26.71
socfb-NotreDame57	12155	541339	32	1.66	1.61	1.73	4.66	2.46	5.52	4.34	29.13	6.91	23.86	8.88	311.77
socfb-NYU9	21679	715715	45	1.24	0.01	1.26	0.01	1.20	0.03	2.82	0.54	2.39	0.40	0.26	8.41
socfb-Oberlin44	2920	89912	27	0.21	0.43	0.21	0.54	0.25	0.77	0.57	5.07	1.11	5.57	0.89	15.78
socfb-Oklahoma97	17425	892528	65	4.52	3.20	7.59	19.21	8.49	18.28	3987.31	7019.39	1414.14	996.16	844.99	25.27
socfb-OR	63392	816886	35	2.21	14.50	3.96	39.91	4.57	43.35	48.39	458.27	116.77	520.18	120.11	42.06
socfb-Penn94	41536	1362220	51	2.45	0.14	2.40	0.68	2.82	0.74	5.21	3.44	5.53	1.25	0.66	11.06
socfb-Pepperdine86	3445	152007	40	0.88	2.33	1.20	6.18	1.32	5.91	120.36	424.30	54.50	162.17	51.51	12.54
socfb-Princeton12	6596	293320	39	1.19	4.66	1.91	12.67	2.58	13.58	12.95	55.82	22.28	81.04	54.32	3.58
socfb-Reed98	962	18812	22	0.05	0.14	0.06	0.20	0.08	0.31	0.14	0.70	0.16	0.82	0.39	15.72
socfb-Rice31	4087	184828	35	2.23	7.53	2.72	13.46	3.04	13.90	98.88	355.45	268.37	843.01	235.70	63.64
socfb-Rochester38	4563	161404	45	0.26	0.28	0.28	0.51	0.33	0.75	0.65	1.88	0.90	1.80	0.10	1.43
socfb-Rutgers89	24580	784602	52	1.02	0.41	1.14	1.34	1.22	1.54	2.68	6.63	2.40	4.80	0.45	7.14
socfb-Santa74	3578	151747	40	0.42	0.61	0.49	1.86	0.56	2.10	6.24	54.62	4.66	18.20	3.53	14.60
socfb-Simmons81	1518	32988	24	0.47	2.98	0.47	3.37	0.70	5.74	2.29	25.90	7.58	36.07	9.36	9.98
socfb-Smith60	2970	97133	32	0.27	1.23	0.28	1.50	0.37	2.30	1.71	6.48	2.14	7.97	2.25	8.91
socfb-Stanford3	11586	568309	60	1.59	0.05	1.70	0.24	1.88	0.22	41.01	106.30	3.46	0.47	1.81	6.67
socfb-Swarthmore42	1659	61050	25	7.00	7.18	7.09	11.62	8.97	15.06	23.17	44.73	30.24	48.75	302.50	84.63
socfb-Syracuse56	13653	543982	54	3.67	13.26	13.64	83.71	14.86	81.62	342.00	1665.36	281.86	565.31	65.03	36.40
socfb-Temple83	13686	360795	41	0.76	1.68	0.84	3.61	1.01	4.49	3.46	11.78	3.75	11.51	0.77	1.98
socfb-Tennessee95	16979	770659	66	2.13	0.59	4.12	16.40	4.34	16.53	1339.00	1339.00	16.99	29.82	4.02	14.98
socfb-Texas80	31560	1219650	65	4.78	10.99	16.65	96.28	18.42	98.38	792.21	2124.84	243.11	371.25	175.16	20.65
socfb-Texas84	36364	1590651	58	6.16	8.43	11.87	39.99	14.48	38.05	2378.96	4730.74	1641.02	2230.25	2915.99	67.36
socfb-Trinity100	2613	111996	42	0.20	0.08	0.21	0.21	0.27	0.25	0.50	0.49	0.63	0.37	0.07	0.81
socfb-Tufts18	6682	249728	42	3.19	12.64	6.49	46.43	7.27	45.63	1691.10	6193.09	6692.74	12208.76	1114.48	23.48
socfb-Tulane29	7752	283918	45	2.13	9.43	6.48	54.37	7.66	54.75	393.30	1499.54	237.88	696.23	1696.03	44.96
socfb-UC33	16808	522147	49	0.85	0.56	1.01	1.96	1.07	2.02	14.90	38.38	4.43	7.47	0.30	8.69
socfb-UC61	13746	442174	55	0.77	0.57	1.08	3.88	1.22	4.01	159.69	545.20	8.59	14.81	4.03	14.47
socfb-UC64	6833	155332	38	0.25	0.35	0.27	0.65	0.32	0.80	1.39	3.60	1.38	3.39	2.09	10.79
socfb-UCF52	14940	428989	68	4.96	19.37	44.16	250.36	48.79	233.84	7216.31	14993.26	494.75	650.69	42.19	10.19
socfb-UChicago30	6591	208103	41	0.35	0.12	0.37	0.24	0.39	0.28	0.74	3.35	0.94	0.94	0.22	3.20
socfb-UCLA	20453	747604	57	1.17	0.11	1.16	0.27	1.39	0.30	3.29	2.12	2.98	1.47	0.32	5.06
socfb-UCLA26	20467	747613	57	1.16	0.11	1.29	0.27	1.33	0.30	3.33	2.12	3.73	1.47	0.31	4.82
socfb-UConn	17206	604867	56	0.73	0.21	0.80	0.57	0.85	0.59	1.54	3.38	2.45	2.16	0.29	4.47
socfb-UConn91	17212	604870	56	0.79	0.21	0.82	0.57	0.84	0.59	1.55	3.38	2.37	2.16	0.29	4.35
socfb-UCSB37	14917	482215	60	0.71	2.11	2.38	17.94	2.77	18.81	54.32	135.57	9.92	28.73	1.41	4.25
socfb-UCSC68	8991	224584	37	0.35	0.49	0.36	0.61	0.38	0.76	2.96	18.08	4.90	15.56	6.13	9.66
socfb-UCSD34	14948	443221	50	0.52	0.11	0.59	0.51	0.60	0.49	2.24	4.51	1.54	1.50	0.17	3.63
socfb-UF	35111	1465654	62	5.29	5.14	7.60	20.77	8.45	19.85	4182.08	9821.57	394.40	537.70	59.96	165.22
socfb-UF21	35123	1465660	62	5.64	5.14	7.71	20.77	9.69	19.85	4953.05	9821.57	429.22	537.70	60.01	165.36
socfb-UGA50	24389	1174057	58	10.42	27.55	23.62	90.52	31.40	82.19	OOT	OOT	4950.55	5319.49	7362.69	65.17
socfb-UIllinois	30795	1264421	64	4.04	2.55	7.00	23.27	7.98	22.91	364.43	811.72	93.65	148.42	7.96	10.55
socfb-UIllinois20	30809	1264428	64	4.06	2.55	6.72	23.27	7.83	22.91	281.74	811.72	150.53	148.42	7.85	10.07
socfb-UMass92	16516	519385	41	0.98	1.09	1.16	3.21	1.37	3.52	5.94	21.15	4.05	10.86	0.66	5.64
socfb-UNC28	18163	766800	54	2.29	2.53	3.42	16.24	4.21	16.67	44.73	181.07	27.25	56.73	4.68	5.41
socfb-UPenn7	14916	686501	49	1.77	1.31	2.25	3.31	2.25	3.74	17.97	36.94	15.69	27.94	55.43	8.36
socfb-USC35	17444	801853	69	2.02	0.36	2.49	4.42	2.62	4.55	101.44	219.14	14.49	17.60	1.13	6.86

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
socfb-USF51	13377	321214	49	0.31	0.14	0.33	0.19	0.38	0.26	0.91	0.81	0.94	0.45	0.21	1.93
socfb-USFCA72	2682	65252	35	0.08	0.11	0.09	0.18	0.10	0.20	0.21	0.45	0.30	0.47	0.04	0.48
socfb-UVA16	17196	789321	48	4.12	12.23	7.87	53.66	9.94	54.04	115.92	449.85	81.99	242.27	31.77	38.82
socfb-Vanderbilt48	8069	427832	52	2.57	6.36	7.75	62.89	10.72	66.09	1253.35	5174.07	199.95	529.49	8271.54	37.52
socfb-Vassar85	3068	119161	27	0.53	3.28	0.61	5.03	0.78	6.84	5.78	37.01	8.32	55.44	5.26	34.21
socfb-Vermont70	7324	191221	45	0.23	0.52	0.29	1.48	0.36	1.83	0.93	5.70	1.58	3.86	0.10	1.01
socfb-Villanova62	7772	314989	43	1.27	6.29	3.01	30.11	3.49	33.50	55.64	459.12	40.13	237.49	17.72	10.80
socfb-Virginia63	21325	698178	58	1.34	0.29	1.47	1.28	1.56	1.58	16.24	74.40	8.24	11.16	2.51	4.18
socfb-Wake73	5372	279191	51	1.97	7.39	5.21	33.59	5.64	33.14	106.57	416.16	97.50	208.13	705.55	19.29
socfb-WashU32	7755	367541	47	2.50	9.59	6.40	50.46	7.18	52.13	174.57	665.32	70.03	242.37	21.04	11.92
socfb-Wellesley22	2970	94899	31	0.16	0.12	0.17	0.13	0.19	0.18	0.33	0.47	0.40	0.49	0.32	3.06
socfb-Wesleyan43	3593	138035	34	0.62	1.27	0.71	1.91	0.73	1.62	18.98	82.31	25.78	77.04	15.19	5.63
socfb-William77	6472	266378	43	0.89	2.27	1.22	6.43	1.35	6.57	98.26	303.82	138.71	295.70	39.25	11.89
socfb-Williams40	2790	112986	31	0.76	3.09	0.88	4.91	1.28	5.71	17.63	70.20	32.02	133.29	32.01	20.73
socfb-Wisconsin87	23831	835946	42	2.68	8.07	4.64	36.29	6.21	38.33	125.45	544.43	86.67	283.59	104.66	26.61
socfb-Yale4	8578	405450	36	1.97	2.95	2.24	4.87	2.46	4.83	125.94	399.57	201.27	691.91	245.91	53.99
socfb-uci-uni	58790782	92208195	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-konect	59216211	92522012	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-nips-ego	2888	1981	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-wosn-friends	63731	817090	35	2.31	14.50	4.86	39.91	4.08	43.35	87.69	458.27	121.45	520.18	120.10	40.94

1.1.4 $k = 15$

Table 4: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
socfb-A-anon	3097165	23667394	32	685.71	3610.90	852.80	6729.42	1629.40	10237.09	OOT	OOT	OOT	OOT	2300.77	OOT
socfb-American75	6386	217662	48	0.40	0.66	0.54	1.03	0.58	2.12	2.13	5.90	3.17	8.28	0.53	11.05
socfb-Amherst41	2235	90954	30	58.22	598.39	88.64	1204.67	139.47	1981.10	2122.81	18571.76	OOT	OOT	10709.75	599.40
socfb-Auburn71	18448	973918	65	51.57	236.29	548.93	2866.69	548.90	3104.07	OOT	OOT	8002.76	21824.15	OOT	131.98
socfb-B-anon	2937612	20959854	32	1785.76	6639.90	2397.51	11294.31	3393.94	17295.83	OOT	OOT	OOT	OOT	4698.00	OOT
socfb-Baylor93	12803	679817	63	4.70	10.30	10.69	40.98	9.69	46.15	359.25	713.76	340.51	679.68	OOT	138.71
socfb-BC17	11509	486967	41	7.31	7.77	8.93	10.33	8.31	12.33	988.37	1948.59	6283.45	17717.38	2353.43	136.52
socfb-Berkeley13	22900	852419	51	2.31	2.42	3.22	4.45	3.78	6.41	34.51	133.07	53.66	141.40	155.20	134.77
socfb-Bingham82	10004	362894	49	0.93	2.73	1.27	5.09	1.57	7.25	8.85	26.11	13.31	44.62	2.31	6.28
socfb-Bowdoin47	2252	84387	29	12.78	57.01	14.72	70.37	17.83	126.47	169.98	887.70	580.40	2571.74	1561.72	318.71
socfb-Brandeis99	3898	137567	29	12.78	193.15	19.55	282.25	30.54	588.47	311.32	3530.87	1415.94	14758.75	992.59	715.59
socfb-Brown11	8600	384526	41	1.10	1.54	1.42	2.19	1.37	3.93	7.57	21.32	10.16	35.99	45.78	64.28
socfb-BU10	19700	637528	45	3.57	28.53	19.05	185.10	22.15	201.64	113.59	877.59	59.82	618.96	343.52	43.33
socfb-Bucknell39	3826	158864	38	0.65	4.24	1.04	7.76	1.47	13.23	6.86	99.71	21.83	146.05	12.58	79.43
socfb-Cal65	11247	351358	58	7.76	51.39	35.22	247.27	41.04	289.50	237.26	1228.63	390.16	1216.32	42.87	7.07
socfb-Caltech36	769	16656	26	1.11	16.02	1.48	18.57	2.03	41.79	14.32	160.80	32.59	367.81	28.26	10.94
socfb-Carnegie49	6637	249967	51	0.50	0.35	0.59	0.36	0.54	0.55	1.03	1.24	1.51	1.55	0.86	15.01
socfb-CMU	6621	249959	51	0.50	0.35	0.63	0.36	0.57	0.55	0.59	1.24	1.21	1.55	0.86	14.90
socfb-Colgate88	3482	155043	40	0.93	6.07	1.86	9.64	2.12	17.00	17.89	80.35	22.91	118.28	12.53	39.60
socfb-Columbia2	11770	444333	37	7.69	45.26	15.33	89.82	14.85	140.98	347.15	1668.70	1211.02	6329.05	1696.92	308.28
socfb-Cornell5	18660	790777	51	5.89	1.06	8.50	4.61	7.97	5.19	408.72	475.92	821.00	701.92	496.69	261.73
socfb-Dartmouth6	7694	304076	36	2.39	3.19	2.72	3.87	2.75	6.40	140.27	335.22	350.84	815.44	73.27	434.70
socfb-Duke14	9885	506437	42	170.95	995.98	568.70	3866.44	602.65	4543.56	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	903.43
socfb-Emory27	7460	330014	62	5.71	32.01	89.88	660.32	93.42	680.53	1405.97	4448.37	402.53	1237.52	35.59	10.35
socfb-FSU53	27737	1034802	65	16.17	66.67	155.11	820.30	136.82	847.16	OOT	OOT	8529.72	14874.01	OOT	99.31
socfb-Georgetown15	9414	425638	39	3.08	17.46	4.13	33.13	5.97	51.04	64.16	359.60	164.59	870.29	226.86	99.83
socfb-GWU54	12193	469528	51	2.60	14.46	6.36	43.85	6.51	53.06	35.86	146.67	55.27	158.78	11.64	12.68
socfb-Hamilton46	2314	96394	31	5.15	22.85	5.42	29.45	7.34	53.47	157.72	764.37	397.82	2879.65	1079.80	272.81
socfb-Harvard1	15126	824617	46	5.62	4.55	5.79	5.68	6.37	11.63	443.58	826.15	2336.56	4044.07	746.68	170.14
socfb-Haverford76	1446	59589	31	24.35	30.60	24.07	33.50	26.65	63.28	546.15	1121.48	1355.66	2822.61	2242.11	188.22
socfb-Howard90	4047	204850	56	2.62	13.41	7.29	57.14	8.74	69.27	49.91	221.87	86.30	244.26	23.62	6.69
socfb-Indiana	29732	1305757	55	10.26	37.36	21.91	131.61	27.51	155.86	269.43	832.72	312.47	790.82	1894.72	155.08
socfb-Indiana69	29747	1305765	55	10.32	37.36	22.33	131.61	36.29	155.86	345.86	832.72	376.77	790.82	1895.48	153.85
socfb-JMU79	14070	485564	48	9.70	75.77	49.29	522.82	75.21	581.35	1636.34	6723.09	2710.87	8028.55	1678.00	50.88
socfb-JohnsHopkins55	5180	186586	51	1.03	4.05	1.11	5.06	1.74	8.58	18.21	53.91	40.24	102.97	468.62	7.75
socfb-Lehigh96	5075	198347	44	3.93	36.42	5.38	54.51	12.15	94.65	80.42	318.15	139.12	627.17	246.52	31.10
socfb-Maine59	9069	243247	37	0.33	0.15	0.32	0.22	0.44	0.42	0.90	1.79	1.11	2.43	0.50	132.68
socfb-Maryland58	20871	744862	63	1.36	0.92	1.55	3.54	1.80	4.23	16.86	35.33	12.35	28.98	2.15	9.22
socfb-Mich67	3748	81903	32	1.31	13.03	1.46	17.21	2.31	32.67	38.70	259.31	65.72	675.15	61.19	70.30
socfb-Michigan23	30147	1176516	52	5.69	5.80	6.10	14.34	7.77	20.58	65.30	238.64	66.86	246.51	464.60	135.16
socfb-Middlebury45	3075	124610	33	6.25	52.25	8.16	91.55	14.08	160.18	193.83	1249.68	522.22	3512.26	1398.04	421.82
socfb-Mississippi66	10521	610911	59	17.71	70.10	74.70	474.50	108.23	547.88	2860.71	6550.60	7150.03	11920.72	OOT	333.32
socfb-MIT	6402	251230	41	10.32	105.44	64.89	963.43	81.42	1070.48	907.38	5171.61	345.80	3162.91	740.14	236.64

socfb-MIT8	6440	251252	41	10.34	105.44	65.04	963.43	77.30	1070.48	884.24	5171.61	486.75	3162.91	740.40	238.39
socfb-MSU24	32375	1118774	55	3.79	10.03	6.70	42.39	9.33	51.44	47.68	203.03	57.55	171.91	10.60	54.09
socfb-MU78	15436	649449	56	15.69	85.30	28.24	179.54	41.16	237.41	344.83	880.53	445.69	1680.63	5363.84	16.77
socfb-Northeastern19	13882	381934	40	0.63	0.66	0.67	0.68	0.77	1.12	1.21	3.52	2.51	4.73	0.85	36.02
socfb-Northwestern25	10567	488337	49	2.72	12.18	4.34	32.88	7.57	50.41	25.71	251.80	68.29	257.22	89.58	79.93
socfb-NotreDame57	12155	541339	34	2.85	8.09	2.90	11.69	3.88	21.06	34.51	204.32	105.82	444.47	182.86	4922.86
socfb-NYU9	21679	715715	46	1.22	0.51	1.35	0.77	1.46	1.30	4.06	6.56	5.93	10.00	1.29	96.10
socfb-Oberlin44	2920	89912	28	1.34	8.47	1.34	9.45	1.90	18.79	17.02	142.46	49.47	336.45	27.14	289.05
socfb-Oklahoma97	17425	892528	67	31.70	119.46	415.21	2404.21	420.51	2380.96	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	91.41
socfb-OR	63392	816886	37	8.41	93.75	15.27	199.35	27.88	328.64	409.27	3046.54	1721.04	7887.16	880.48	1309.54
socfb-Penn94	41536	1362220	53	2.40	0.50	2.61	0.94	2.80	1.31	6.22	4.68	6.48	5.26	1.36	75.99
socfb-Pepperdine86	3445	152007	42	3.33	26.65	8.58	99.11	13.67	142.36	468.47	2381.96	880.85	3644.18	1622.13	61.72
socfb-Princeton12	6596	293320	41	3.78	30.30	6.38	64.50	9.42	86.46	65.19	325.83	207.03	755.40	271.39	38.42
socfb-Reed98	962	18812	23	6.25	12.43	6.08	12.79	8.00	22.44	32.89	118.44	41.60	145.35	42.70	67.87
socfb-Rice31	4087	184828	37	10.57	72.45	15.67	137.68	22.40	195.73	636.07	2969.12	2759.82	16624.31	2427.69	454.42
socfb-Rochester38	4563	161404	46	0.37	0.69	0.41	0.86	0.53	1.63	1.67	4.70	2.21	6.33	0.29	5.96
socfb-Rutgers89	24580	784602	54	1.41	2.31	1.85	4.89	2.36	7.12	13.07	26.78	18.20	35.20	9.35	13.73
socfb-Santa74	3578	151747	42	0.68	3.03	0.93	7.40	1.28	11.20	18.18	93.93	21.01	117.50	56.99	79.94
socfb-Simmons81	1518	32988	26	1.94	12.28	1.94	12.71	5.19	49.27	76.38	381.54	157.40	1115.83	67.14	64.06
socfb-Smith60	2970	97133	34	0.34	1.99	0.35	2.10	0.55	4.95	3.23	21.16	7.51	42.53	13.93	92.43
socfb-Stanford3	11586	568309	62	1.89	1.41	5.14	33.33	5.96	41.00	87.98	337.32	16.15	42.71	3.25	15.79
socfb-Swarthmore42	1659	61050	27	94.89	86.84	94.36	100.16	108.58	159.69	804.67	1420.30	1125.39	2362.76	7072.25	323.79
socfb-Syracuse56	13653	543982	56	49.01	266.57	280.18	1856.71	340.74	2006.65	4933.77	11974.83	4188.23	10797.89	7477.27	104.74
socfb-Temple83	13686	360795	43	0.84	3.23	0.89	4.34	1.60	9.45	7.25	33.40	11.06	51.45	2.50	28.13
socfb-Tennessee95	16979	770659	69	3.13	4.85	22.66	163.23	29.84	210.05	811.80	2161.63	99.22	275.93	43.06	40.65
socfb-Texas80	31560	1219650	68	10.66	41.77	59.98	358.46	69.45	392.30	1218.26	3444.06	967.36	2396.69	2020.87	18.82
socfb-Texas84	36364	1590651	60	36.95	156.89	232.02	1181.17	248.58	1311.33	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	165.98
socfb-Trinity100	2613	111996	44	0.22	0.12	0.22	0.13	0.26	0.27	0.60	0.79	0.68	0.97	0.38	5.31
socfb-Tufts18	6682	249728	44	42.74	323.24	249.55	2309.90	255.01	2553.67	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	76.31
socfb-Tulane29	7752	283918	47	13.46	108.20	62.71	544.64	77.08	651.97	2182.75	8495.17	2304.21	12770.32	OOT	109.62
socfb-UC33	16808	522147	50	1.47	5.02	3.68	28.93	3.65	31.08	87.01	302.71	25.00	133.43	2.45	27.32
socfb-UC61	13746	442174	57	2.20	9.89	15.52	163.37	22.48	182.17	364.70	2227.72	45.18	337.29	74.85	70.66
socfb-UC64	6833	155332	39	0.81	5.68	1.02	8.26	1.39	12.46	14.01	67.25	26.78	117.77	107.64	34.57
socfb-UCF52	14940	428989	70	131.00	592.75	2470.78	12285.61	2506.23	12534.20	OOT	OOT	9586.45	22148.81	1418.01	32.62
socfb-UChicago30	6591	208103	42	0.43	1.30	0.52	2.70	0.61	3.97	3.29	17.33	3.97	16.57	0.95	38.95
socfb-UCLA	20453	747604	58	1.53	2.02	2.15	4.35	2.21	5.83	11.61	20.05	10.53	23.54	1.23	16.17
socfb-UCLA26	20467	747613	58	1.44	2.02	2.11	4.35	2.07	5.83	11.20	20.05	11.66	23.54	1.21	16.07
socfb-UConn	17206	604867	57	1.34	3.44	1.93	9.08	2.20	10.76	8.90	30.30	17.11	35.82	4.77	6.29
socfb-UConn91	17212	604870	57	1.35	3.44	1.91	9.08	2.22	10.76	11.34	30.30	14.73	35.82	4.79	6.48
socfb-UCSB37	14917	482215	63	1.17	4.38	4.86	28.36	4.46	31.34	62.70	151.63	26.13	80.21	8.29	13.49
socfb-UCSC68	8991	224584	38	1.03	8.87	1.67	14.49	2.16	27.18	41.34	223.01	79.61	597.48	260.53	87.80
socfb-UCSD34	14948	443221	52	0.57	0.34	0.76	0.60	0.97	1.06	2.53	6.69	2.49	6.48	0.25	13.22
socfb-UF	35111	1465654	64	24.08	101.49	169.53	1175.12	208.48	1243.80	OOT	OOT	7645.79	13330.59	OOT	294.51
socfb-UF21	35123	1465660	64	24.13	101.49	168.70	1175.12	210.54	1243.80	OOT	OOT	7221.89	13330.59	OOT	292.79
socfb-UGA50	24389	1174057	59	382.97	2009.53	5268.06	34537.75	5873.62	35937.37	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	201.97
socfb-UIllinois	30795	1264421	67	11.35	34.17	73.14	382.72	70.86	402.41	1157.18	3172.81	739.56	2206.07	189.48	68.61
socfb-UIllinois20	30809	1264428	67	11.44	34.17	75.41	382.72	72.91	402.41	1331.39	3172.81	595.56	2206.07	189.50	68.44
socfb-UMass92	16516	519385	42	1.88	13.48	3.90	31.85	4.53	44.48	18.47	124.17	16.86	162.58	11.28	73.18
socfb-UNC28	18163	766800	56	3.76	15.72	9.79	57.71	11.33	79.58	139.05	502.78	100.06	527.31	27.47	18.19
socfb-UPenn7	14916	686501	51	3.09	9.70	4.66	23.53	6.01	31.98	62.98	212.44	134.33	333.37	2486.45	44.71
socfb-USC35	17444	801853	71	4.30	10.82	30.07	144.38	35.85	152.50	497.20	1174.39	200.10	358.89	23.21	9.96
socfb-USF51	13377	321214	50	0.51	1.07	0.62	1.52	0.70	2.15	6.08	14.81	5.48	12.50	1.77	16.90
socfb-USFCA72	2682	65252	36	0.12	0.63	0.13	0.81	0.16	1.28	0.60	2.55	0.67	3.18	0.17	10.36
socfb-UVA16	17196	789321	50	14.80	98.94	57.75	427.37	69.67	496.87	491.15	2169.28	806.61	2928.77	871.60	161.50
socfb-Vanderbilt48	8069	427832	55	8.85	50.37	79.49	573.72	81.80	667.13	1991.99	9145.24	2476.80	6664.67	OOT	131.79
socfb-Vassar85	3068	119161	28	4.00	38.94	5.94	48.90	7.44	100.97	71.37	604.21	215.25	2050.51	427.66	595.47
socfb-Vermont70	7324	191221	46	0.65	5.01	1.11	10.65	1.62	15.51	7.69	36.14	9.35	42.76	1.93	4.46
socfb-Villanova62	7772	314989	45	2.73	22.12	6.73	65.51	11.15	108.88	156.76	880.48	335.51	1283.62	615.08	49.15
socfb-Virginia63	21325	698178	60	1.68	3.21	3.10	13.42	3.61	18.00	56.16	213.91	41.64	149.83	12.38	15.74
socfb-Wake73	5372	279191	53	15.30	94.84	86.64	653.02	94.97	674.12	862.82	2833.45	1018.70	3324.82	6447.48	73.63
socfb-WashU32	7755	367541	49	15.83	122.22	68.63	564.27	79.24	692.89	749.02	4323.48	1374.62	5055.27	559.56	72.95
socfb-Wellesley22	2970	94899	33	0.21	0.28	0.22	0.31	0.24	0.51	1.86	5.85	2.14	8.79	2.93	47.37
socfb-Wesleyan43	3593	138035	36	1.81	10.10	2.76	22.96	3.57	36.32	97.19	590.50	307.10	1594.83	362.48	51.53
socfb-William77	6472	266378	45	3.57	26.80	10.23	78.40	13.34	104.17	462.75	2044.82	1590.23	6099.13	4833.35	47.16
socfb-Williams40	2790	112986	33	3.42	25.04	4.40	34.02	6.46	59.88	116.33	655.98	521.31	2764.47	378.31	255.74
socfb-Wisconsin87	23831	835946	44	10.86	83.43	36.87	375.89	46.20	460.11	511.99	2933.50	1096.48	4346.59	3540.45	265.89
socfb-Yale4	8578	405450	37	13.91	117.15	35.34	322.87	36.67	436.21	1308.24	7118.16	10230.75	37721.67	OOT	459.27
socfb-uci-uni	58790782	92208195	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-konect	59216211	92522012	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-nips-ego	2888	1981	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-wosn-friends	63731	817090	37	8.43	93.75	16.10	199.35	29.59	328.64	487.01	3046.54	845.60	7887.16	880.52	1287.17

1.1.5 $k = 20$

Table 5: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
socfb-A-anon	3097165	23667394	34	2931.34	13660.82	3655.76	19294.44	9077.46	47520.98	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-American75	6386	217662	49	0.55	2.05	0.79	2.10	0.87	6.09	5.66	22.12	7.25	49.64	7.46	61.64
socfb-Amherst41	2235	90954	32	227.32	1467.17	283.03	1791.73	434.10	5821.96	9926.43	79350.51	OOT	OOT	OOT	2284.53
socfb-Auburn71	18448	973918	67	233.48	1274.81	1329.90	7720.33	1801.33	10349.16	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	350.17
socfb-B-anon	2937612	20959854	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-Baylor93	12803	679817	65	12.84	47.95	26.69	107.30	29.18	160.94	964.93	2750.69	4143.65	8106.44	OOT	210.72
socfb-BC17	11509	486967	42	34.92	93.89	54.06	144.22	47.24	264.28	7191.50	23698.89	OOT	OOT	OOT	1452.83
socfb-Berkeley13	22900	852419	52	4.14	13.23	5.11	18.00	6.82	40.90	270.43	1097.81	1566.21	5840.59	3692.01	680.48
socfb-Bingham82	10004	362894	50	1.60	9.89	2.08	12.64	2.80	23.41	22.75	100.70	83.19	280.21	9.20	90.01
socfb-Bowdoin47	2252	84387	30	136.84	410.29	169.91	455.01	201.21	1224.63	2629.71	14248.70	OOT	OOT	OOT	1191.65
socfb-Brandeis99	3898	137567	31	48.91	339.41	75.82	425.03	93.73	1320.25	999.94	12897.81	7904.24	122094.28	4850.62	2048.41
socfb-Brown11	8600	384526	42	2.22	8.69	2.56	9.96	3.45	26.29	47.00	216.36	82.84	683.06	844.09	1055.21
socfb-BU10	19700	637528	47	5.72	53.92	13.36	101.61	12.99	160.57	261.34	1178.40	478.20	2466.72	1246.73	627.70
socfb-Bucknell39	3826	158864	39	1.68	16.78	2.83	21.40	4.09	61.43	53.65	461.14	125.44	1453.38	93.23	662.53
socfb-Cal65	11247	351358	60	13.57	99.45	30.82	179.38	39.05	332.55	577.82	2155.79	846.99	5214.90	131.71	27.91
socfb-Caltech36	769	16656	27	18.23	90.69	17.68	95.18	22.70	226.87	153.84	1430.40	346.39	6848.24	217.24	86.65
socfb-Carnegie49	6637	249967	52	0.64	1.11	0.63	1.12	0.75	2.10	2.66	6.17	2.69	11.12	8.01	73.45
socfb-CMU	6621	249959	52	0.66	1.11	0.68	1.12	0.75	2.10	2.19	6.17	2.61	11.12	7.92	73.57
socfb-Colgate88	3482	155043	41	2.49	23.15	2.62	25.77	4.99	63.23	71.95	526.01	218.46	2088.67	84.16	306.88
socfb-Columbia2	11770	444333	39	19.53	111.26	21.28	142.83	39.52	419.63	1588.98	7669.64	8465.51	83130.57	5144.77	3292.00
socfb-Cornell5	18660	790777	52	11.38	12.27	11.88	23.77	13.57	39.78	2633.97	4396.63	OOT	OOT	5371.29	1198.53
socfb-Dartmouth6	7694	304076	37	9.36	24.29	9.37	26.14	14.62	99.81	1250.17	5454.83	5043.18	48114.48	877.83	2697.77
socfb-Duke14	9885	506437	44	1049.24	7443.28	2184.22	16179.53	3057.20	28128.82	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	4688.44
socfb-Emory27	7460	330014	65	6.25	33.92	49.34	299.19	56.20	394.42	822.54	2578.68	839.91	2473.38	44.93	26.95
socfb-FSU53	27737	1034802	67	195.01	960.71	1420.99	6937.71	1680.84	8492.22	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	186.35
socfb-Georgetown15	9414	425638	40	11.12	90.72	19.07	115.82	25.96	271.25	598.30	2891.93	2266.65	16420.75	1206.95	1796.34
socfb-GWU54	12193	469528	53	3.05	19.86	4.25	27.06	7.41	52.50	45.06	251.28	121.31	499.06	33.59	98.11
socfb-Hamilton46	2314	96394	32	91.74	209.18	107.73	235.40	139.07	723.04	2311.67	10661.77	10648.12	108023.87	OOT	680.54
socfb-Harvard1	15126	824617	47	14.01	34.22	25.31	49.08	20.02	89.41	4022.89	9229.92	OOT	OOT	OOT	1732.19
socfb-Haverford76	1446	59589	32	176.49	259.30	219.14	276.92	281.36	805.89	10127.48	20558.27	OOT	OOT	OOT	372.93
socfb-Howard90	4047	204850	58	4.54	28.25	9.35	55.90	15.86	102.88	135.27	547.66	133.69	1086.66	69.86	15.64
socfb-Indiana	29732	1305757	57	20.48	105.75	38.88	205.99	54.55	333.55	1228.20	3279.39	1078.65	7398.67	OOT	800.92
socfb-Indiana69	29747	1305765	57	20.61	105.75	40.34	205.99	57.96	333.55	938.04	3279.39	1053.22	7398.67	OOT	792.51
socfb-JMU79	14070	485564	50	45.30	403.13	151.34	1184.05	202.02	1834.38	4388.27	21672.50	7345.78	78091.68	7853.93	372.48
socfb-JohnsHopkins55	5180	186586	52	2.89	19.24	3.79	22.11	6.77	54.22	91.64	391.58	146.09	1697.08	2376.89	26.45
socfb-Lehigh96	5075	198347	46	4.83	47.44	6.63	54.74	14.04	150.30	133.09	861.34	209.33	3062.19	1109.42	172.28
socfb-Maine59	9069	243247	38	0.38	0.42	0.47	0.44	0.54	1.12	1.84	7.76	6.46	24.52	5.21	1156.21
socfb-Maryland58	20871	744862	65	1.43	0.73	1.60	0.78	1.52	1.82	23.87	58.30	55.37	151.47	60.58	94.74
socfb-Mich67	3748	81903	33	8.68	66.19	14.07	73.56	23.65	202.05	239.63	2012.76	1248.60	12915.41	476.40	249.13
socfb-Michigan23	30147	1176516	53	13.31	36.49	17.71	66.13	31.70	141.31	917.08	1590.65	1758.75	4792.32	OOT	850.46
socfb-Middlebury45	3075	124610	34	37.82	312.47	46.06	377.26	93.67	1120.95	1508.11	11116.98	OOT	OOT	5847.68	988.45
socfb-Mississippi66	10521	610911	60	87.51	462.83	284.89	1764.38	436.92	2594.04	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	717.07
socfb-MIT	6402	251230	43	24.56	237.36	81.04	884.48	91.97	1271.19	1539.27	8781.19	880.70	16611.59	6052.84	1125.39
socfb-MIT8	6440	251252	43	24.67	237.36	84.16	884.48	102.23	1271.19	1307.20	8781.19	876.58	16611.59	6057.94	1122.66
socfb-MSU24	32375	1118774	57	3.80	13.17	5.24	20.25	9.83	43.91	94.31	337.39	58.63	663.60	192.26	385.87
socfb-MU78	15436	649449	57	104.08	716.63	172.86	1021.89	258.84	1866.88	2192.27	7808.01	2341.98	22863.71	OOT	144.97
socfb-Northeastern19	13882	381934	41	0.84	1.75	0.89	1.76	0.94	3.32	2.99	12.02	3.58	27.86	4.28	493.55
socfb-Northwestern25	10567	488337	51	2.93	10.78	3.24	12.11	7.14	39.08	106.87	464.10	183.52	1122.76	2294.68	385.71
socfb-NotreDame57	12155	541339	35	11.08	43.50	11.88	49.55	18.39	138.72	393.45	2494.53	1935.45	19651.64	1088.10	OOT
socfb-NYU9	21679	715715	47	1.46	1.98	1.61	2.32	1.99	5.88	10.08	38.00	16.61	100.15	16.14	1196.97
socfb-Oberlin44	2920	89912	30	7.70	22.47	8.58	23.95	15.80	67.18	151.88	825.31	245.26	4186.02	174.90	785.57
socfb-Oklahoma97	17425	892528	69	369.93	1665.06	4741.33	24131.40	5052.69	26922.73	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	496.74
socfb-OR	63392	816886	39	15.94	188.23	23.04	251.64	58.81	744.46	1424.85	10851.54	5843.10	65016.41	4281.22	OOT
socfb-Penn94	41536	1362220	54	2.88	1.53	3.10	1.90	3.25	3.95	10.00	16.60	5.87	44.85	8.84	1056.76
socfb-Pepperdine86	3445	152007	43	22.39	244.37	44.77	466.45	85.80	1143.12	3214.75	17644.67	7435.48	90027.66	OOT	268.52
socfb-Princeton12	6596	293320	42	18.04	201.92	27.07	264.78	49.46	499.28	469.16	2535.83	641.18	10083.67	2257.33	630.48
socfb-Reed98	962	18812	25	38.44	49.89	42.60	50.75	59.40	126.07	1078.53	3144.53	843.30	10036.10	359.79	215.89
socfb-Rice31	4087	184828	38	69.10	657.26	95.60	927.07	198.58	2262.27	5853.23	33338.41	OOT	OOT	OOT	1672.58
socfb-Rochester38	4563	161404	47	0.71	1.32	0.76	1.33	0.87	2.90	16.93	30.93	22.06	46.12	17.79	62.36
socfb-Rutgers89	24580	784602	55	3.21	15.04	4.41	22.13	8.81	41.76	64.50	180.45	116.18	388.33	288.64	170.68
socfb-Santa74	3578	151747	43	3.47	21.04	4.52	31.68	8.60	76.81	98.57	598.87	358.89	2067.80	454.65	460.42
socfb-Simmons81	1518	32988	27	8.94	65.25	10.00	65.78	24.18	258.32	901.91	5377.26	6335.00	69151.55	518.94	233.92
socfb-Smith60	2970	97133	35	0.83	7.15	0.89	7.25	1.32	18.32	17.43	129.23	57.89	657.13	91.91	398.61
socfb-Stanford3	11586	568309	63	4.56	19.83	27.40	228.93	32.48	288.47	292.15	1079.06	49.00	352.07	17.67	51.68
socfb-Swarthmore42	1659	61050	28	658.56	644.67	702.96	702.01	1964.42	3141.03	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	2841.50
socfb-Syracuse56	13653	543982	58	242.99	1515.19	1128.42	5941.82	1193.09	7635.45	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	241.48
socfb-Temple83	13686	360795	44	1.52	11.75	1.70	12.64	3.16	33.77	26.23	139.05	33.83	353.22	26.43	453.57
socfb-Tennessee95	16979	770659	70	26.01	125.53	406.66	2045.01	394.96	2590.29	3395.18	9870.58	789.48	4719.96	1414.07	108.14
socfb-Texas80	31560	1219650	69	93.15	515.13	301.06	1750.46	368.63	2387.12	8927.51	20730.09	6982.70	41688.49	OOT	73.78

8

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
socfb-Texas84	36364	1590651	61	543.23	3193.51	3182.68	17647.46	3453.48	22635.15	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	637.32
socfb-Trinity100	2613	111996	45	0.31	0.43	0.37	0.44	0.36	1.07	2.49	7.87	0.95	12.41	7.55	93.55
socfb-Tufts18	6682	249728	46	280.01	2506.20	1024.88	8682.07	1404.37	14060.94	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	495.76
socfb-Tulane29	7752	283918	48	127.92	1261.44	378.31	3479.07	510.18	5453.11	8367.22	62285.85	OOT	OOT	OOT	404.11
socfb-UC33	16808	522147	52	2.14	10.69	4.82	28.99	4.90	40.48	133.95	913.02	111.42	1577.77	74.03	222.91
socfb-UC61	13746	442174	59	5.87	37.00	38.43	315.88	40.75	398.82	423.67	2361.85	432.38	1561.20	218.48	235.23
socfb-UC64	6833	155332	40	3.35	32.36	4.22	36.32	6.27	76.21	73.53	596.91	407.54	2379.63	794.44	284.89
socfb-UCF52	14940	428989	72	880.35	4143.70	9642.57	43410.78	8267.53	48361.93	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	136.62
socfb-UChicago30	6591	208103	44	0.45	0.86	0.54	1.02	0.54	2.35	3.22	14.22	6.80	30.02	2.00	379.46
socfb-UCLA	20453	747604	59	2.40	8.83	3.07	11.68	3.77	20.15	13.75	89.68	53.73	156.79	14.75	73.85
socfb-UCLA26	20467	747613	59	2.41	8.83	3.09	11.68	3.86	20.15	17.14	89.68	45.31	156.79	14.77	73.60
socfb-UConn	17206	604867	59	1.52	4.72	2.07	6.42	2.30	10.74	17.76	52.84	34.13	106.99	17.88	40.13
socfb-UConn91	17212	604870	59	1.52	4.72	1.90	6.42	2.48	10.74	21.24	52.84	29.00	106.99	17.90	40.33
socfb-UCSB37	14917	482215	64	5.39	31.89	16.41	106.40	19.49	143.98	80.45	582.86	257.59	749.48	146.12	44.90
socfb-UCSC68	8991	224584	39	3.31	40.93	4.44	47.78	10.39	151.68	196.95	1406.06	887.18	8231.30	596.87	920.13
socfb-UCSD34	14948	443221	53	0.65	0.89	0.73	1.02	0.97	3.41	5.36	17.70	10.31	31.18	2.43	134.74
socfb-UF	35111	1465654	66	172.56	895.56	2339.72	12717.59	2549.87	14261.18	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	499.10
socfb-UF21	35123	1465660	66	172.18	895.56	2406.28	12717.59	2134.38	14261.18	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	494.21
socfb-UGA50	24389	1174057	61	3601.08	21325.23	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	654.57
socfb-UIllinois	30795	1264421	68	57.45	264.75	402.54	2028.48	407.45	2465.79	6149.10	12059.24	3255.31	18995.32	8858.52	87.09
socfb-UIllinois20	30809	1264428	68	57.01	264.75	342.90	2028.48	413.84	2465.79	4253.09	12059.24	3143.36	18995.32	8900.00	88.01
socfb-UMass92	16516	519385	44	1.78	9.18	1.92	10.68	2.87	26.81	14.76	119.18	15.90	314.39	28.75	1108.25
socfb-UNC28	18163	766800	58	5.23	22.58	6.79	33.93	16.51	89.21	214.91	933.52	753.03	2603.73	89.71	117.80
socfb-UPenn7	14916	686501	52	11.45	75.78	16.52	119.61	32.32	222.89	378.47	1656.14	1278.75	5329.51	OOT	419.31
socfb-USC35	17444	801853	73	11.90	48.65	49.24	274.15	67.21	334.22	855.12	1985.91	800.34	2113.78	294.44	65.81
socfb-USF51	13377	321214	52	0.66	1.46	0.64	1.66	0.78	3.16	16.97	48.82	35.90	120.86	8.52	87.55
socfb-USFCA72	2682	65252	37	0.18	1.60	0.19	1.71	0.25	3.00	1.45	7.98	1.57	12.08	0.69	84.64
socfb-UVA16	17196	789321	52	26.44	203.70	54.98	393.41	84.11	702.60	830.97	5120.93	3660.72	16842.11	4400.87	751.49
socfb-Vanderbilt48	8069	427832	56	51.59	387.47	262.31	1647.95	255.97	2451.57	10439.87	41008.20	OOT	OOT	OOT	487.53
socfb-Vassar85	3068	119161	29	164.26	301.30	205.35	350.08	188.35	831.21	1292.07	6733.23	3615.22	50828.58	5446.28	2911.19
socfb-Vermont70	7324	191221	48	0.54	3.43	0.58	3.75	1.06	10.00	9.52	44.20	20.67	86.63	9.91	60.58
socfb-Villanova62	7772	314989	46	12.21	134.79	20.98	206.44	40.37	535.62	676.96	4848.34	1714.81	18135.88	7027.81	464.53
socfb-Virginia63	21325	698178	61	4.08	20.41	8.40	36.67	9.54	72.04	219.44	984.39	289.72	1808.88	53.06	137.19
socfb-Wake73	5372	279191	55	53.81	384.61	248.07	1341.55	186.85	1599.32	2141.05	8380.66	4265.59	25983.67	OOT	225.62
socfb-WashU32	7755	367541	51	61.28	543.09	165.35	1332.75	210.59	2191.92	3667.66	17298.54	9541.25	54054.28	5167.43	285.17
socfb-Wellesley22	2970	94899	33	0.80	4.48	0.87	4.57	1.12	12.12	20.91	171.64	97.41	1058.89	45.41	350.34
socfb-Wesleyan43	3593	138035	37	8.92	72.73	13.45	110.89	25.94	301.57	707.39	4898.82	3091.57	37720.49	2477.42	395.30
socfb-William77	6472	266378	46	28.31	285.29	64.10	543.52	134.25	1129.19	2911.14	17199.03	OOT	OOT	OOT	262.59
socfb-Williams40	2790	112986	34	27.27	187.08	34.82	216.49	80.45	637.54	1030.04	8058.39	4972.50	94897.18	4361.55	860.98
socfb-Wisconsin87	23831	835946	46	25.49	227.34	62.51	540.11	111.61	969.69	1848.45	9009.60	7107.13	33807.82	10102.53	2287.55
socfb-Yale4	8578	405450	38	111.90	1255.86	196.17	1960.29	375.21	4478.96	9817.72	70878.72	OOT	OOT	OOT	3522.00
socfb-uci-uni	58790782	92208195	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-konect	59216211	92522012	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-nips-ego	2888	1981	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-wosn-friends	63731	817090	39	15.91	188.23	22.09	251.64	48.45	744.46	1116.87	10851.54	5171.15	65016.41	4291.50	OOT

1.2 realworld

1.2.1 $k = 1$

Table 6: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
bio-celegans	453	2025	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
bio-diseasome	516	1188	11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
bio-dmela	7393	25569	7	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.02
bio-yeast	1458	1948	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ca-AstroPh	17903	196972	57	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.19
ca-citeseer	227320	814134	87	0.05	0.00	0.05	0.00	0.08	0.00	0.09	0.00	0.10	0.00	0.05	0.10
ca-coauthors-dblp	540486	15245729	337	0.42	0.00	0.49	0.00	0.52	0.00	0.42	0.00	0.81	0.00	0.40	6.75
ca-CondMat	21363	91286	26	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.02
ca-CSphd	1882	1740	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ca-dblp-2010	226413	716460	75	0.05	0.00	0.04	0.00	0.05	0.00	0.08	0.00	0.07	0.00	0.04	0.13
ca-dblp-2012	317080	1049866	114	0.09	0.00	0.10	0.00	0.08	0.00	0.18	0.00	0.19	0.00	0.09	0.28
ca-Erdos992	5094	7515	8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ca-GrQc	4158	13422	44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
ca-HepPh	11204	117619	239	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.11
ca-hollywood-2009	1069126	56306653	2209	1.70	0.00	1.99	0.00	2.39	0.00	3.01	0.00	2.13	0.00	1.83	283.21
ca-MathSciNet	332689	820644	25	0.08	0.00	0.09	0.00	0.08	0.00	0.13	0.00	0.15	0.00	0.09	0.69

ca-netscience	379	914	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ia-email-EU	32430	54397	13	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.01	0.05
ia-email-univ	1133	5451	12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ia-enron-large	33696	180811	21	0.12	0.00	0.13	0.00	0.14	0.00	0.27	0.00	0.24	0.00	0.13	0.52
ia-enron-only	143	623	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ia-fb-messages	1266	6451	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.01
ia-infect-dublin	410	2765	16	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ia-infect-hyper	113	2196	16	0.03	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00	0.02	0.02	0.04	0.01	0.05	0.02
ia-reality	6809	7680	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
ia-wiki-Talk	92117	360767	16	18.89	0.39	18.62	0.39	21.11	0.39	19.47	0.88	32.04	0.58	12.20	2.78
inf-power	4941	6594	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
inf-roadNet-CA	1957027	2760388	4	0.23	0.00	0.30	0.00	0.24	0.00	0.27	0.00	0.43	0.00	0.27	130.22
inf-roadNet-PA	1087562	1541514	4	0.50	0.00	0.53	0.00	0.61	0.00	0.97	0.00	0.97	0.00	0.32	40.51
inf-road-usa	23947347	28854312	4	13.84	0.00	12.23	0.00	13.52	0.00	17.00	0.00	21.53	0.00	6.90	OOT
rec-amazon	91813	125704	6	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.01	1.99
rt-retweet	96	117	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
rt-retweet-crawl	1112702	2278852	14	0.68	0.00	0.57	0.00	0.62	0.00	1.47	0.02	1.09	0.01	0.42	13.72
rt-twitter-copen	761	1029	5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_enron-only	146	9828	121	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20
scc_fb-forum	488	71011	266	0.09	0.00	0.09	0.00	0.12	0.00	0.20	0.00	0.23	0.00	0.05	6.19
scc_fb-messages	1303	531893	708	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.01	211.33
scc_infect-dublin	10972	175573	84	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.17
scc_infect-hyper	113	6222	106	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10
scc_reality	6809	4714485	1236	0.08	0.00	0.09	0.00	0.11	0.00	0.17	0.00	0.18	0.00	0.08	44.17
scc_retweet	1206	65990	166	0.06	0.00	0.06	0.00	0.07	0.00	0.08	0.00	0.14	0.00	0.05	2.51
scc_retweet-crawl	17151	24015	21	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
scc_rt_alwefaq	72	355	17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_assad	34	96	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_bahrain	72	129	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_barackobama	80	226	11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_damascus	34	41	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_dash	31	39	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_gmanews	135	1078	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_gop	13	7	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_http	5	6	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_israel	22	12	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_justinbieber	62	442	18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_ksa	21	23	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_lebanon	10	5	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_libya	27	26	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_lolgop	273	4510	43	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
scc_rt_mittromney	102	108	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_obama	8	4	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_occupy	55	60	5	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_occupywallstnyc	127	931	19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_oman	16	13	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_onedirection	35	368	27	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_p2	26	15	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_qatif	14	11	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_saudi	28	91	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_tcot	26	18	4	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_tlot	13	8	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_uae	18	12	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_voteonedirection	7	5	3	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_twitter-copen	2623	473614	581	0.81	0.00	0.94	0.00	0.85	0.00	2.18	0.00	2.45	0.00	0.48	9.22
sc-ldoor	909537	20770807	21	1053.95	0.68	1374.55	277.37	1298.88	277.37	2490.07	277.37	2307.94	277.37	OOT	OOT
sc-msdoor	404785	9378650	21	349.19	2.50	461.93	235.24	406.42	235.24	835.10	235.24	842.04	235.24	OOT	OOT
sc-nasasrb	54870	1311227	24	1.20	0.00	1.26	0.04	1.28	0.04	0.96	0.04	3.53	0.04	71.56	4763.00
sc-pkustk11	87804	2565054	36	10.15	0.00	14.48	0.15	11.73	0.15	14.05	0.15	27.03	0.15	0.91	14.77
sc-pkustk13	94893	3260967	36	3.21	0.00	3.35	0.00	3.86	0.00	4.03	0.00	8.19	0.00	13.22	OOT
sc-pwtk	217891	5653221	24	154.36	0.00	154.71	8.67	180.52	8.67	223.05	8.67	384.43	8.67	OOT	OOT
sc-shipsec1	140385	1707759	24	0.18	0.00	0.18	0.00	0.19	0.00	0.35	0.00	0.37	0.00	0.09	5.87
sc-shipsec5	179104	2200076	24	0.39	0.00	0.39	0.00	0.45	0.00	0.49	0.00	0.85	0.00	3.55	1223.59
soc-BlogCatalog	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-brightkite	56739	212945	38	0.12	0.00	0.12	0.00	0.14	0.00	0.20	0.71	0.26	0.03	0.05	0.22
soc-buzznet	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	592.74
soc-delicious	536108	1365961	22	0.19	0.00	0.22	0.00	0.21	0.00	0.23	0.01	0.42	0.01	0.14	2.61
soc-digg	770799	5907132	51	3617.87	2.26	4261.93	2.26	4234.24	1.61	6908.13	106.37	7369.51	4.71	1758.68	101.46
soc-dolphins	62	159	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
soc-douban	154908	327162	12	0.07	0.00	0.07	0.00	0.07	0.00	0.13	0.00	0.19	0.00	0.03	0.37
soc-epinions	26588	100120	17	0.04	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.07	0.01	0.07	0.01	0.03	0.11
socfb-A-anon	3097165	23667394	26	45.01	0.07	51.37	0.07	41.85	0.07	63.33	2.08	52.31	0.36	10.22	349.80
socfb-B-anon	2937612	20959854	25	44.43	0.07	45.65	0.07	44.67	0.07	68.67	2.78	65.57	0.63	17.03	316.50
socfb-Berkeley13	22900	852419	43	1.64	0.00	1.77	0.00	1.85	0.00	3.33	0.06	3.23	0.01	0.39	5.74
socfb-CMU	6621	249959	46	0.43	0.00	0.47	0.00	0.47	0.00	0.74	0.01	1.01	0.00	0.22	1.56
socfb-Duke14	9885	506437	35	10.52	0.86	11.68	0.87	13.33	0.62	13.71	7.43	20.01	1.37	269.48	7.86

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
socfb-Indiana	29732	1305757	49	3.36	0.01	3.19	0.01	3.48	0.01	5.24	0.15	5.90	0.03	0.94	8.08
socfb-MIT	6402	251230	34	0.64	0.01	0.59	0.01	0.64	0.01	0.84	1.04	1.10	0.04	0.36	2.60
socfb-OR	63392	816886	31	0.86	0.00	0.90	0.00	0.87	0.00	1.28	0.37	2.18	0.03	0.32	2.47
socfb-Penn94	41536	1362220	45	2.55	0.00	2.36	0.01	2.47	0.01	3.82	0.04	5.26	0.01	0.47	6.75
socfb-Stanford3	11586	568309	52	1.71	0.02	1.56	0.03	1.87	0.03	2.34	0.27	3.21	0.03	1.75	4.79
socfb-Texas84	36364	1590651	52	4.15	0.21	3.99	0.21	4.35	0.13	6.19	6.40	8.18	0.34	13.43	10.86
socfb-uci-uni	58790782	92208195	7	36.18	0.00	39.08	0.00	33.42	0.00	40.16	0.14	55.26	0.14	30.43	OOT
socfb-UCLA	20453	747604	52	1.10	0.00	1.15	0.00	1.11	0.00	1.32	0.01	2.08	0.00	0.19	4.29
socfb-UConn	17206	604867	51	0.56	0.00	0.53	0.00	0.65	0.00	0.85	0.01	0.88	0.00	0.12	2.16
socfb-UCSB37	14917	482215	54	0.20	0.01	0.20	0.01	0.24	0.01	0.34	0.21	0.56	0.04	0.07	1.27
socfb-UF	35111	1465654	56	4.35	0.02	5.94	0.02	5.11	0.02	13.04	7.90	9.88	0.09	1.17	11.78
socfb-UIllinois	30795	1264421	58	3.59	0.05	3.69	0.05	3.50	0.05	5.12	1.15	6.47	0.12	1.48	7.31
socfb-Wisconsin87	23831	835946	38	1.67	0.00	1.54	0.00	1.80	0.00	2.04	0.48	3.09	0.01	0.36	4.30
soc-flickr			OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-flixster	2523386	7918801	32	5.64	2.45	5.44	2.47	5.75	1.61	8.64	21.53	11.37	4.26	60.05	80.90
soc-FourSquare	639014	3214986	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	928.90	820.50
soc-gowalla	196591	950327	30	0.40	0.00	0.44	0.00	0.44	0.00	0.77	0.00	0.74	0.00	0.27	2.61
soc-karate	34	78	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
soc-lastfm	1191805	4519330	15	88.76	4.52	87.47	4.52	131.44	4.45	94.82	14.02	134.74	8.81	29.35	55.11
soc-livejournal	4033137	27933062	214	4.83	0.00	4.87	0.00	4.87	0.00	5.66	0.00	6.05	0.00	5.63	87.44
soc-LiveMocha	104103	2193083	16	57.26	8.70	72.68	8.76	71.20	7.55	116.44	14.58	93.42	11.67	46.18	15.39
soc-orkut	2997166	106349209	48	718.67	0.50	768.73	0.50	782.21	0.41	1250.92	261.51	1026.75	1.88	723.26	1879.90
soc-pokec	1632803	22301964	30	42.91	0.00	41.88	0.00	44.11	0.00	50.41	0.00	60.71	0.00	10.70	334.22
soc-slashdot	70068	358647	27	1.04	0.37	1.03	0.37	1.22	0.30	1.72	3.95	2.14	0.81	6.32	0.72
soc-twitter-follows	404719	713319	7	0.19	0.00	0.19	0.00	0.19	0.00	0.23	0.00	0.32	0.00	0.12	1.58
soc-wiki-Vote	889	2914	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
soc-youtube	495957	1936748	17	2.63	0.02	2.71	0.02	3.17	0.02	2.86	0.08	4.93	0.03	2.89	9.72
soc-youtube-snap	1134890	2987624	18	2.43	0.00	2.36	0.00	2.61	0.00	2.77	0.00	4.50	0.00	2.91	22.52
tech-as-caida2007	26475	53381	17	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.03
tech-as-skitter	1694616	11094209	68	1.88	0.00	1.78	0.00	1.87	0.00	1.67	0.00	3.31	0.00	1.31	63.55
tech-internet-as	40164	85123	17	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.03	0.00	0.01	0.06
tech-p2p-gnutella	62561	147878	5	0.04	0.00	0.04	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.09	0.00	0.02	0.35
tech-RL-caida	190914	607610	18	0.24	0.00	0.23	0.00	0.24	0.00	0.38	0.02	0.44	0.01	0.13	0.84
tech-routers-rf	2113	6632	17	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
tech-WHOIS	7476	56943	59	0.53	0.15	0.52	0.16	0.55	0.13	1.83	5.43	1.25	0.30	0.95	0.55
web-arabic-2005	163598	1747269	102	0.04	0.00	0.04	0.00	0.05	0.00	0.06	0.00	0.09	0.00	0.04	0.20
web-BerkStan	12305	19500	29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
web-edu	3031	6474	30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
web-google	1299	2773	19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
web-indochina-2004	11358	47606	50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
web-it-2004	509338	7178413	432	0.15	0.00	0.15	0.00	0.14	0.00	0.16	0.00	0.26	0.00	0.13	11.31
web-polblogs	643	2280	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
web-sk-2005	121422	334419	82	0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.05	0.00	0.02	0.51
web-spam	4767	37375	21	0.06	0.00	0.06	0.00	0.08	0.00	0.06	0.01	0.11	0.00	0.03	0.08
web-uk-2005	129632	11744049	500	0.85	0.00	1.00	0.00	0.97	0.00	2.19	0.00	2.48	0.00	0.32	84.31
web-webbase-2001	16062	25593	33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
web-wikipedia2009	1864433	4507315	32	2.36	0.00	2.75	0.00	2.27	0.00	2.91	0.00	4.07	0.00	1.49	20.45

1.2.2 $k = 5$

Table 7: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
bio-celegans	453	2025	11	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.02	0.01	0.11
bio-diseasome	516	1188	11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
bio-dmela	7393	25569	8	0.02	0.21	0.02	0.24	0.02	0.57	0.02	0.80	0.06	0.86	0.02	31.08
bio-yeast	1458	1948	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	171.74
ca-AstroPh	17903	196972	57	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.03	0.00	0.02	0.37
ca-citeseer	227320	814134	87	0.05	0.00	0.06	0.00	0.05	0.00	0.13	0.00	0.09	0.00	0.05	0.11
ca-coauthors-dblp	540486	15245729	337	0.46	0.00	0.41	0.00	0.64	0.00	0.48	0.00	0.92	0.00	0.40	6.71
ca-CondMat	21363	91286	26	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.02
ca-CSphd	1882	1740	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ca-dblp-2010	226413	716460	75	0.05	0.00	0.04	0.00	0.04	0.00	0.06	0.00	0.08	0.00	0.04	0.14
ca-dblp-2012	317080	1049866	114	0.09	0.00	0.08	0.00	0.10	0.00	0.13	0.00	0.16	0.00	0.09	0.28
ca-Erdos992	5094	7515	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.48
ca-GrQc	4158	13422	46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
ca-HepPh	11204	117619	239	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.11
ca-hollywood-2009	1069126	56306653	2209	1.96	0.00	1.95	0.00	2.12	0.00	3.48	0.00	2.52	0.00	1.72	298.90
ca-MathSciNet	332689	820644	25	0.09	0.00	0.08	0.00	0.09	0.00	0.12	0.00	0.15	0.00	0.09	0.69

ca-netscience	379	914	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03
ia-email-EU	32430	54397	16	0.02	0.02	0.02	0.02	0.02	0.03	0.02	0.04	0.03	0.04	0.04	0.87
ia-email-univ	1133	5451	13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
ia-enron-large	33696	180811	23	0.26	0.08	0.27	0.10	0.28	0.11	0.59	2.35	1.12	1.98	2.31	5.10
ia-enron-only	143	623	11	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.03
ia-fb-messages	1266	6451	7	0.30	4.22	0.28	4.50	0.32	5.44	0.27	6.37	0.47	5.58	0.35	120.60
ia-infect-dublin	410	2765	18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
ia-infect-hyper	113	2196	19	0.04	0.15	0.05	0.17	0.05	0.17	0.15	1.81	0.34	1.81	0.33	0.11
ia-reality	6809	7680	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02	OOT
ia-wiki-Talk	92117	360767	18	35.78	21.96	35.47	22.50	42.95	22.11	2643.51	1476.18	3455.84	1509.47	1072.25	24.53
inf-power	4941	6594	7	0.00	0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.03	OOT
inf-roadNet-CA	1957027	2760388	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-roadNet-PA	1087562	1541514	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-road-usa	23947347	28854312	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rec-amazon	91813	125704	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rt-retweet	96	117	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rt-retweet-crawl	1112702	2278852	15	0.74	0.00	0.68	0.00	0.85	0.03	1.21	2.51	1.43	2.49	0.44	40.07
rt-twitter-copen	761	1029	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_enron-only	146	9828	122	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03	0.52
scc_fb-forum	488	71011	268	0.65	0.02	0.69	0.03	0.73	0.03	2.18	0.05	3.14	0.05	0.23	14.17
scc_fb-messages	1303	531893	709	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.01	6.75
scc_infect-dublin	10972	175573	84	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.18
scc_infect-hyper	113	6222	107	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.09
scc_reality	6809	4714485	1236	8.19	0.00	7.52	0.00	8.01	0.00	17.53	0.00	16.56	0.00	14.20	96.48
scc_retweet	1206	65990	167	0.11	0.01	0.16	0.01	0.12	0.01	0.15	0.01	0.26	0.01	0.09	3.33
scc_retweet-crawl	17151	24015	22	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
scc_rt_alwefaq	72	355	18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_assad	34	96	10	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00	0.00
scc_rt_bahrain	72	129	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_barackobama	80	226	12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_damascus	34	41	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_dash	31	39	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_gmanews	135	1078	23	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.01
scc_rt_gop	13	7	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_http	5	6	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_israel	22	12	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_justinbieber	62	442	19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_ksa	21	23	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_lebanon	10	5	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_libya	27	26	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_lolgop	273	4510	44	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03
scc_rt_mittromney	102	108	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
scc_rt_obama	8	4	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_occupy	55	60	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
scc_rt_occupywallstnyc	127	931	20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
scc_rt_oman	16	13	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_onedirection	35	368	27	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_p2	26	15	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_qatif	14	11	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_saudi	28	91	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_tcot	26	18	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_tlot	13	8	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_uae	18	12	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_voteonedirection	7	5	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_twitter-copen	2623	473614	582	0.84	0.00	1.07	0.00	0.94	0.00	2.33	0.00	2.27	0.00	2.02	130.93
sc-ldoor	909537	20770807	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
sc-msdoor	404785	9378650	21	2386.95	552.30	2779.47	1933.37	3084.79	1933.37	4862.03	2348.89	5298.68	2348.89	OOT	OOT
sc-nasasrb	54870	1311227	24	20.33	0.01	20.82	0.73	20.89	0.73	24.96	0.73	41.90	0.73	1441.24	OOT
sc-pkustk11	87804	2565054	36	44.64	0.00	45.24	0.30	54.26	0.30	55.84	0.44	94.07	0.30	1.09	15.22
sc-pkustk13	94893	3260967	36	73.62	0.00	74.24	0.00	88.09	0.00	83.52	0.00	189.43	0.00	81.90	OOT
sc-pwtk	217891	5653221	24	775.44	0.03	959.98	24.29	924.34	24.29	1804.67	24.30	1477.35	24.29	OOT	OOT
sc-shipsec1	140385	1707759	24	0.20	0.00	0.21	0.00	0.23	0.00	0.53	0.00	0.41	0.00	0.32	13.82
sc-shipsec5	179104	2200076	24	1.01	0.00	1.02	0.01	1.13	0.01	1.47	0.01	2.57	0.01	20.55	7624.66
soc-BlogCatalog	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-brightkite	56739	212945	42	0.09	0.02	0.09	0.02	0.10	0.02	2.34	18.38	1.12	1.55	0.11	3.66
soc-buzznet	101163	2763066	35	10288.04	1030.33	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	1854.06
soc-delicious	536108	1365961	24	0.24	0.12	0.26	0.17	0.23	0.19	0.48	2.37	0.82	2.07	0.14	2.99
soc-digg	770799	5907132	55	2076.21	7.86	2428.56	9.56	2778.37	4.03	OOT	OOT	OOT	OOT	7934.32	98.88
soc-dolphins	62	159	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
soc-douban	154908	327162	14	0.20	0.02	0.19	0.02	0.21	0.03	0.38	0.04	0.45	0.04	0.05	24.45
soc-epinions	26588	100120	19	0.10	0.06	0.12	0.08	0.11	0.09	0.56	2.57	0.57	2.17	1.08	0.81
socfb-A-anon	3097165	23667394	28	45.03	5.72	52.60	7.54	56.94	7.57	94.98	175.06	100.44	58.94	14.22	669.96
socfb-B-anon	2937612	20959854	28	50.86	3.85	53.13	5.14	56.28	5.33	223.31	186.25	148.11	71.76	22.07	802.90
socfb-Berkeley13	22900	852419	47	1.85	0.01	1.90	0.01	1.85	0.02	3.64	1.55	3.29	0.22	0.41	5.66
socfb-CMU	6621	249959	48	0.45	0.00	0.49	0.01	0.47	0.01	0.72	0.01	1.04	0.01	0.23	1.66
socfb-Duke14	9885	506437	38	8.36	5.16	8.41	5.79	10.66	5.34	3868.79	1695.05	5358.89	1704.70	2965.13	36.49

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
socfb-Indiana	29732	1305757	51	3.14	0.19	3.87	0.31	3.03	0.32	6.63	9.11	8.01	1.91	1.13	9.75
socfb-MIT	6402	251230	37	0.64	0.18	0.67	0.24	0.85	0.25	14.41	55.35	2.93	3.10	0.92	16.06
socfb-OR	63392	816886	33	0.89	0.49	0.88	0.67	1.08	0.67	12.54	30.34	7.21	13.14	2.27	3.81
socfb-Penn94	41536	1362220	49	2.53	0.02	2.54	0.02	2.19	0.02	4.89	1.56	4.96	0.06	0.48	7.11
socfb-Stanford3	11586	568309	56	1.71	0.08	1.58	0.08	1.83	0.08	21.39	91.38	3.79	0.47	1.67	4.91
socfb-Texas84	36364	1590651	55	4.19	1.02	4.02	1.24	6.05	1.15	214.13	484.44	134.54	81.60	151.01	13.29
socfb-uci-uni	58790782	92208195	10	49.32	0.00	47.58	0.00	52.93	0.00	67.00	0.00	73.01	0.00	33.66	OOT
socfb-UCLA	20453	747604	55	1.11	0.02	1.13	0.03	1.17	0.03	1.31	0.35	2.43	0.14	0.20	4.43
socfb-UConn	17206	604867	54	0.61	0.00	0.57	0.00	0.67	0.00	0.70	0.22	1.12	0.06	0.13	2.95
socfb-UCSB37	14917	482215	57	0.23	0.19	0.26	0.42	0.29	0.41	3.30	19.83	1.07	1.17	0.15	2.00
socfb-UF	35111	1465654	59	4.39	0.33	4.91	0.46	5.00	0.49	454.50	956.25	38.18	23.17	1.60	51.35
socfb-UIllinois	30795	1264421	62	3.34	0.11	3.48	0.11	4.11	0.11	20.30	54.52	18.29	6.81	1.38	8.85
socfb-Wisconsin87	23831	835946	40	1.58	0.17	1.54	0.18	1.87	0.18	10.14	33.52	4.23	5.12	0.67	5.68
soc-flickr	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-flixster	2523386	7918801	36	4.96	4.87	4.96	6.40	5.27	4.16	1639.85	2450.07	1384.09	1016.37	229.74	125.53
soc-FourSquare	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-gowalla	196591	950327	31	0.42	0.00	0.40	0.00	0.47	0.00	0.87	0.00	0.87	0.00	0.32	2.88
soc-karate	34	78	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
soc-lastfm	1191805	4519330	18	210.76	65.62	208.16	70.83	234.65	68.77	OOT	OOT	OOT	OOT	658.19	1727.42
soc-livejournal	4033137	27933062	215	5.15	0.00	4.65	0.00	5.51	0.00	6.77	0.00	6.63	0.00	5.22	87.85
soc-LiveMocha	104103	2193083	19	153.33	129.97	155.67	143.98	146.14	126.31	OOT	OOT	OOT	OOT	5503.17	70.85
soc-orkut	2997166	106349209	50	708.48	18.14	750.79	22.37	876.65	15.25	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	2664.84
soc-pokec	1632803	22301964	32	44.90	0.00	51.48	0.00	46.57	0.01	62.05	0.13	78.19	0.09	12.32	801.78
soc-slashdot	70068	358647	30	1.17	2.99	1.24	3.57	1.51	3.44	130.49	380.32	188.24	329.80	83.04	6.49
soc-twitter-follows	404719	713319	9	1.08	0.00	0.96	0.00	1.37	0.00	10.15	1.84	14.92	1.73	0.20	OOT
soc-wiki-Vote	889	2914	9	0.01	0.04	0.01	0.04	0.01	0.06	0.00	0.07	0.00	0.07	0.01	1.06
soc-youtube	495957	1936748	20	3.25	0.73	3.34	0.78	3.42	0.75	11.93	31.55	30.87	31.00	31.62	36.29
soc-youtube-snap	1134890	2987624	20	5.31	1.83	5.24	1.92	5.78	1.93	41.42	79.92	75.87	79.35	169.25	48.77
tech-as-caida2007	26475	53381	18	0.01	0.02	0.01	0.02	0.01	0.02	0.04	0.13	0.03	0.13	0.02	0.05
tech-as-skitter	1694616	11094209	70	2.09	0.03	1.90	0.03	2.49	0.03	2.10	0.52	5.05	0.29	1.35	65.23
tech-internet-as	40164	85123	19	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.02	0.01	0.03	0.02	0.03	0.01	0.11
tech-p2p-gnutella	62561	147878	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
tech-RL-caida	190914	607610	21	0.37	0.02	0.34	0.03	0.44	0.04	0.58	1.47	0.80	1.32	0.20	2.20
tech-routers-rf	2113	6632	18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
tech-WHOIS	7476	56943	62	0.74	1.14	0.82	1.56	0.77	1.07	461.66	1306.79	66.05	38.17	39.11	0.82
web-arabic-2005	163598	1747269	102	0.04	0.00	0.04	0.00	0.04	0.00	0.07	0.00	0.07	0.00	0.04	0.21
web-BerkStan	12305	19500	29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
web-edu	3031	6474	30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
web-google	1299	2773	19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
web-indochina-2004	11358	47606	50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
web-it-2004	509338	7178413	432	0.58	0.00	0.58	0.00	0.75	0.00	0.92	0.00	1.41	0.00	0.31	59.63
web-polblogs	643	2280	13	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.06	0.01	0.06	0.01	0.09
web-sk-2005	121422	334419	83	0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.03	0.00	0.05	0.00	0.03	0.60
web-spam	4767	37375	21	0.19	0.59	0.19	0.63	0.19	0.58	10.11	47.73	12.01	41.27	1.91	0.41
web-uk-2005	129632	11744049	500	1.21	0.00	1.51	0.00	1.47	0.00	3.11	0.00	3.91	0.00	0.63	274.70
web-webbase-2001	16062	25593	33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
web-wikipedia2009	1864433	4507315	32	3.00	0.00	2.84	0.00	4.25	0.00	3.67	0.00	4.85	0.00	1.66	21.21

1.2.3 $k = 10$

Table 8: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
bio-celegans	453	2025	12	1.06	9.63	1.12	9.68	1.24	14.66	3.34	40.81	6.21	95.74	0.52	3.65
bio-diseasome	516	1188	12	0.01	0.11	0.01	0.11	0.01	0.11	0.01	0.14	0.01	0.16	0.02	1.42
bio-dmela	7393	25569	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
bio-yeast	1458	1948	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ca-AstroPh	17903	196972	57	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.04	0.00	0.04	0.68
ca-citeseer	227320	814134	87	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.06	0.00	0.12	0.00	0.05	0.10
ca-coauthors-dblp	540486	15245729	337	0.68	0.00	0.64	0.00	0.74	0.00	0.92	0.00	1.36	0.00	0.54	25.30
ca-CondMat	21363	91286	27	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.01	0.01	0.01	0.01	0.08
ca-CSphd	1882	1740	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ca-dblp-2010	226413	716460	75	0.04	0.00	0.04	0.00	0.04	0.00	0.06	0.00	0.07	0.00	0.04	0.13
ca-dblp-2012	317080	1049866	114	0.08	0.00	0.09	0.00	0.09	0.00	0.12	0.00	0.18	0.00	0.09	0.28
ca-Erdos992	5094	7515	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ca-GrQc	4158	13422	46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
ca-HepPh	11204	117619	239	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.11
ca-hollywood-2009	1069126	56306653	2209	2.05	0.00	1.85	0.00	1.76	0.00	1.72	0.00	3.29	0.00	2.07	281.52
ca-MathSciNet	332689	820644	25	0.08	0.00	0.08	0.00	0.09	0.00	0.15	0.00	0.14	0.00	0.10	1.48

Graph	V	E	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
ca-netscience	379	914	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-email-EU	32430	54397	17	0.49	3.61	0.63	3.84	0.71	6.44	2.06	28.68	3.98	31.93	2.57	640.63
ia-email-univ	1133	5451	14	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.11	3.47
ia-enron-large	33696	180811	25	2.85	9.36	3.15	11.62	3.76	14.88	17.52	139.51	35.96	216.62	90.50	131.63
ia-enron-only	143	623	12	0.00	0.07	0.01	0.07	0.01	0.11	0.00	0.19	0.01	0.25	0.01	0.16
ia-fb-messages	1266	6451	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-infect-dublin	410	2765	19	0.01	0.03	0.01	0.03	0.00	0.04	0.01	0.10	0.01	0.10	0.02	0.18
ia-infect-hyper	113	2196	21	0.42	5.90	0.46	7.03	0.60	11.09	3.66	52.15	10.00	87.65	6.62	0.97
ia-reality	6809	7680	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-wiki-Talk	92117	360767	20	311.83	448.23	314.35	525.65	287.66	600.67	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	2490.29
inf-power	4941	6594	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-roadNet-CA	1957027	2760388	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-roadNet-PA	1087562	1541514	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-road-usa	23947347	28854312	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rec-amazon	91813	125704	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rt-retweet	96	117	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rt-retweet-crawl	1112702	2278852	17	0.91	0.00	0.73	0.00	0.89	0.82	1.83	4.65	2.07	5.91	0.45	OOT
rt-twitter-copen	761	1029	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_enron-only	146	9828	123	0.07	0.02	0.08	0.02	0.07	0.03	0.11	0.05	0.23	0.07	0.03	0.44
scc_fb-forum	488	71011	269	3.10	0.48	6.09	1.14	7.74	1.26	25.48	2.10	21.19	2.40	2.73	11.04
scc_fb-messages	1303	531893	709	1.11	0.00	1.28	0.00	1.26	0.00	1.65	0.00	4.30	0.00	2.57	306.98
scc_infect-dublin	10972	175573	84	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.17
scc_infect-hyper	113	6222	107	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.10
scc_reality	6809	4714485	1237	17.57	0.01	16.77	0.01	15.34	0.01	24.22	0.01	24.38	0.02	16.36	3999.93
scc_retweet	1206	65990	169	0.20	0.03	0.20	0.03	0.22	0.04	0.61	0.06	0.94	0.09	0.36	5.35
scc_retweet-crawl	17151	24015	23	0.01	0.03	0.01	0.03	0.01	0.03	0.01	0.04	0.01	0.06	0.01	0.09
scc_rt_alwefaq	72	355	19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.01
scc_rt_assad	34	96	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_bahrain	72	129	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_barackobama	80	226	13	0.01	0.06	0.01	0.07	0.01	0.08	0.01	0.18	0.02	0.34	0.00	0.02
scc_rt_damascus	34	41	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_dash	31	39	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_gmanews	135	1078	25	0.01	0.04	0.01	0.04	0.01	0.04	0.01	0.08	0.02	0.09	0.02	0.02
scc_rt_gop	13	7	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_http	5	6	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_israel	22	12	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_justinbieber	62	442	20	0.01	0.05	0.01	0.05	0.01	0.06	0.01	0.12	0.03	0.29	0.00	0.01
scc_rt_ksa	21	23	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_lebanon	10	5	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_libya	27	26	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_lolgop	273	4510	44	0.02	0.05	0.02	0.05	0.02	0.05	0.04	0.10	0.05	0.16	0.04	0.05
scc_rt_mittromney	102	108	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_obama	8	4	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_occupy	55	60	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_occupywallstnyc	127	931	21	0.01	0.04	0.00	0.04	0.01	0.04	0.01	0.08	0.02	0.15	0.02	0.02
scc_rt_oman	16	13	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_onedirection	35	368	27	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_p2	26	15	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_qatif	14	11	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_saudi	28	91	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_tcot	26	18	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_tlot	13	8	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_uae	18	12	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_voteonedirection	7	5	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_twitter-copen	2623	473614	582	1.40	0.00	1.79	0.00	1.76	0.00	4.23	0.00	4.25	0.00	2.77	129.75
sc-ldoor	909537	20770807	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
sc-msdoor	404785	9378650	22	4917.52	#######	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
sc-nasasrb	54870	1311227	24	64.86	36.95	78.62	138.41	90.02	139.32	102.37	183.36	165.93	183.65	2086.37	OOT
sc-pkustk11	87804	2565054	36	94.75	4.82	111.93	21.15	104.39	24.34	229.60	126.78	193.36	32.47	4.99	1612.26
sc-pkustk13	94893	3260967	37	178.64	14.40	231.21	19.40	229.89	19.40	256.88	36.29	357.19	36.29	3460.93	OOT
sc-pwtk	217891	5653221	25	1085.52	268.02	1318.52	894.02	1393.48	900.40	2139.18	1113.00	2695.02	1135.38	OOT	OOT
sc-shipsec1	140385	1707759	25	1.42	0.56	1.58	0.57	1.42	0.57	3.79	0.84	4.14	2.08	32.47	8618.01
sc-shipsec5	179104	2200076	25	3.01	3.29	3.58	4.02	3.40	5.27	3.33	6.23	9.29	12.80	56.04	
soc-BlogCatalog	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-brightkite	56739	212945	45	0.19	0.53	0.33	2.86	0.36	3.24	11.99	91.53	10.62	32.30	3.36	7.64
soc-buzznet	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-delicious	536108	1365961	26	0.46	2.39	0.54	3.70	1.03	7.94	4.13	58.45	11.26	71.12	2.29	160.27
soc-digg	770799	5907132	58	3530.19	1073.73	4159.58	3564.18	4238.70	2690.05	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	350.41
soc-dolphins	62	159	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-douban	154908	327162	15	0.27	0.16	0.29	0.16	0.30	0.26	0.64	0.99	0.75	1.12	0.06	
soc-epinions	26588	100120	21	0.74	4.78	0.78	6.07	0.87	9.63	15.37	90.69	10.07	128.66	31.11	61.23
socfb-A-anon	3097165	23667394	30	114.21	373.86	143.11	787.19	153.12	885.11	1579.19	6074.57	1435.41	4830.22	159.75	OOT
socfb-B-anon	2937612	20959854	30	135.28	317.95	166.52	531.77	187.16	602.23	5197.65	7220.15	6652.17	10029.97	97.89	OOT
socfb-Berkeley13	22900	852419	49	1.88	0.40	2.03	1.14	1.96	1.25	12.59	21.27	6.74	7.14	0.75	26.11
socfb-CMU	6621	249959	50	0.45	0.05	0.51	0.05	0.46	0.07	1.08	0.10	0.91	0.10	0.27	2.23
socfb-Duke14	9885	506437	40	28.31	87.28	59.23	299.22	59.35	303.80	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	206.30

socfb-Indiana	29732	1305757	53	4.06	5.12	6.30	19.33	5.69	19.60	38.37	133.44	40.95	66.25	42.32	28.20
socfb-MIT	6402	251230	39	1.64	9.42	5.78	67.23	4.90	65.05	268.26	1256.91	34.50	201.76	51.69	65.21
socfb-OR	63392	816886	35	2.20	14.50	3.93	39.91	4.18	43.35	58.04	458.27	124.04	520.18	120.26	41.47
socfb-Penn94	41536	1362220	51	2.14	0.14	2.60	0.68	2.23	0.74	5.82	3.44	5.05	1.25	0.60	10.86
socfb-Stanford3	11586	568309	60	1.55	0.05	1.47	0.24	1.99	0.22	42.13	106.30	4.78	0.47	1.66	6.59
socfb-Texas84	36364	1590651	58	5.88	8.43	11.87	39.99	12.62	38.05	2353.39	4730.74	1706.78	2230.25	2923.96	66.67
socfb-uci-uni	58790782	92208195	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-UCLA	20453	747604	57	1.25	0.11	1.20	0.27	1.66	0.30	2.87	2.12	3.47	1.47	0.31	4.81
socfb-UConn	17206	604867	56	0.72	0.21	0.81	0.57	0.87	0.59	1.42	3.38	2.52	2.16	0.29	4.23
socfb-UCSB37	14917	482215	60	0.71	2.11	2.48	17.94	2.52	18.81	18.97	135.57	9.96	28.73	1.41	4.23
socfb-UF	35111	1465654	62	5.30	5.14	7.80	20.77	6.92	19.85	5891.33	9821.57	224.31	537.70	60.00	163.82
socfb-UIllinois	30795	1264421	64	3.78	2.55	6.86	23.27	6.44	22.91	364.83	811.72	148.68	148.42	7.91	9.62
socfb-Wisconsin87	23831	835946	42	2.70	8.07	4.68	36.29	5.36	38.33	157.13	544.43	89.23	283.59	104.68	26.92
soc-flickr	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-flixster	2523386	7918801	39	17.18	85.34	48.65	383.50	46.31	334.00	OOT	OOT	OOT	OOT	3573.01	583.49
soc-FourSquare	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-gowalla	196591	950327	32	0.71	0.01	0.72	0.02	0.73	0.02	1.27	2.76	2.20	2.44	45.27	10.20
soc-karate	34	78	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-lastfm	1191805	4519330	20	8643.60	7263.27	OOT	OOT	10447.00	10304.93	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-livejournal	4033137	27933062	215	5.06	0.00	4.36	0.00	4.71	0.00	5.73	0.00	6.99	0.00	4.66	90.10
soc-LiveMocha	104103	2193083	21	503.81	1469.46	737.74	2187.09	590.35	2340.44	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-orkut	2997166	106349209	53	936.81	157.27	1360.31	422.68	1324.80	313.55	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-pokec	1632803	22301964	32	63.18	0.09	48.75	0.09	53.73	0.12	65.87	3.36	69.36	2.98	14.89	4015.10
soc-slashdot	70068	358647	32	10.68	98.73	31.87	317.18	28.11	321.84	1524.95	7587.60	8545.40	25428.70	3352.41	16.89
soc-twitter-follows	404719	713319	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-wiki-Vote	889	2914	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-youtube	495957	1936748	22	33.41	48.53	36.05	55.23	40.70	66.52	722.72	1712.70	1742.00	3300.89	2316.25	OOT
soc-youtube-snap	1134890	2987624	22	60.77	86.08	77.94	98.61	61.83	118.60	2156.93	3336.33	2715.45	7604.88	6490.33	OOT
tech-as-caida2007	26475	53381	19	0.26	3.58	0.28	4.04	0.33	5.50	2.48	24.07	3.12	33.52	1.03	1.24
tech-as-skitter	1694616	11094209	72	4.01	1.13	4.36	1.22	4.70	1.77	26.23	13.58	15.55	9.32	1.61	65.53
tech-internet-as	40164	85123	21	0.05	0.20	0.05	0.21	0.05	0.28	0.14	1.44	0.29	1.50	0.27	8.27
tech-p2p-gnutella	62561	147878	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
tech-RL-caida	190914	607610	23	0.60	1.80	0.63	2.51	0.86	6.48	7.52	53.91	9.78	62.86	1.81	749.45
tech-routers-rf	2113	6632	19	0.02	0.35	0.02	0.35	0.03	0.61	0.07	1.14	0.48	6.08	0.01	0.27
tech-WHOIS	7476	56943	64	22.52	95.69	173.94	849.51	147.34	836.01	OOT	OOT	3439.03	3367.54	9481.81	50.70
web-arabic-2005	163598	1747269	102	0.04	0.00	0.04	0.00	0.04	0.00	0.07	0.00	0.06	0.00	0.04	0.22
web-BerkStan	12305	19500	29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
web-edu	3031	6474	30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
web-google	1299	2773	19	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04
web-indochina-2004	11358	47606	50	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
web-it-2004	509338	7178413	432	1.02	0.00	1.14	0.00	1.07	0.00	2.54	0.00	2.99	0.00	0.81	335.78
web-polblogs	643	2280	14	0.03	0.65	0.03	0.66	0.05	1.56	0.10	4.52	0.27	6.22	0.08	8.47
web-sk-2005	121422	334419	84	0.02	0.00	0.02	0.00	0.03	0.00	0.03	0.00	0.05	0.00	0.03	0.87
web-spam	4767	37375	23	1.78	20.75	2.76	41.98	3.41	54.13	133.13	1043.86	359.64	2640.88	67.01	5.02
web-uk-2005	129632	11744049	500	1.58	0.00	1.61	0.00	1.59	0.00	4.25	0.00	2.18	0.00	1.25	587.26
web-webbase-2001	16062	25593	33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
web-wikipedia2009	1864433	4507315	33	6.36	0.16	7.48	0.16	6.60	0.16	7.37	4.30	12.05	2.48	2.09	21.92

1.2.4 $k = 15$

Table 9: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
bio-celegans	453	2025	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
bio-diseasome	516	1188	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
bio-dmela	7393	25569	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
bio-yeast	1458	1948	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ca-AstroPh	17903	196972	58	0.03	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.06	0.00	0.06	0.00	0.13	4.48
ca-citeseer	227320	814134	87	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.07	0.00	0.12	0.00	0.05	0.10
ca-coauthors-dblp	540486	15245729	337	0.71	0.00	0.81	0.00	0.70	0.00	1.47	0.00	1.92	0.00	0.74	69.10
ca-CondMat	21363	91286	28	0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.03	0.00	0.02	0.00	0.05	10.64
ca-CSphd	1882	1740	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ca-dblp-2010	226413	716460	75	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.07	0.00	0.09	0.00	0.05	0.19
ca-dblp-2012	317080	1049866	114	0.09	0.00	0.10	0.00	0.10	0.00	0.17	0.00	0.18	0.00	0.10	0.53
ca-Erdos992	5094	7515	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ca-GrQc	4158	13422	46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.04
ca-HepPh	11204	117619	239	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.11
ca-hollywood-2009	1069126	56306653	2209	1.97	0.00	1.69	0.00	1.60	0.00	2.67	0.00	3.28	0.00	1.66	295.14
ca-MathSciNet	332689	820644	25	0.08	0.00	0.13	0.00	0.09	0.00	0.15	0.00	0.16	0.00	0.27	26.74

ca-netscience	379	914	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-email-EU	32430	54397	18	15.81	57.88	21.33	58.97	21.10	173.33	323.25	2686.18	543.40	8049.03	119.52	OOT
ia-email-univ	1133	5451	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-enron-large	33696	180811	26	47.06	215.03	47.33	253.04	75.24	637.01	875.54	5155.00	2262.57	23846.89	1770.41	8357.07
ia-enron-only	143	623	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-fb-messages	1266	6451	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-infect-dublin	410	2765	19	0.03	0.64	0.03	0.64	0.03	0.91	0.17	3.77	0.74	11.08	0.11	0.87
ia-infect-hyper	113	2196	22	3.21	69.32	3.80	75.11	7.90	197.50	82.80	1083.48	377.77	4242.36	54.57	2.89
ia-reality	6809	7680	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-wiki-Talk	92117	360767	21	10649.73	18842.61	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-power	4941	6594	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-roadNet-CA	1957027	2760388	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-roadNet-PA	1087562	1541514	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-road-usa	23947347	28854312	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rec-amazon	91813	125704	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rt-retweet	96	117	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rt-retweet-crawl	1112702	2278852	18	3232.49	12.29	3025.80	12.30	6272.19	76.19	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rt-twitter-copen	761	1029	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_enron-only	146	9828	124	0.08	0.05	0.10	0.05	0.09	0.08	0.25	0.17	0.69	0.38	0.03	0.73
scc_fb-forum	488	71011	270	22.96	6.36	59.56	12.70	53.81	15.60	202.77	23.32	312.37	33.47	100.27	25.07
scc_fb-messages	1303	531893	710	4.15	4.16	0.01	4.29	0.01	12.14	0.02	13.65	0.02	2.57	436.50
scc_infect-dublin	10972	175573	84	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.03	0.00	0.04	0.23
scc_infect-hyper	113	6222	108	0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.03	0.00	0.01	0.29
scc_reality	6809	4714485	1238	13.93	0.00	15.71	0.01	16.15	0.01	25.69	0.01	9.78	0.01	23.59	5555.08
scc_retweet	1206	65990	170	0.92	0.32	1.58	0.35	1.12	0.44	5.00	1.01	5.81	1.53	17.95	6.90
scc_retweet-crawl	17151	24015	24	0.02	0.15	0.02	0.15	0.02	0.24	0.03	0.45	0.29	2.12	0.05	5.95
scc_rt_alwefaq	72	355	20	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.06	0.01	0.08	0.02	0.20	0.01	0.02
scc_rt_assad	34	96	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_bahrain	72	129	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_barackobama	80	226	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_damascus	34	41	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_dash	31	39	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_gmanews	135	1078	25	0.05	0.65	0.05	0.66	0.05	0.87	0.15	1.98	0.91	9.04	0.06	0.05
scc_rt_gop	13	7	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_http	5	6	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_israel	22	12	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_justinbieber	62	442	21	0.01	0.13	0.01	0.13	0.02	0.25	0.02	0.37	0.12	1.72	0.01	0.01
scc_rt_ksa	21	23	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_lebanon	10	5	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_libya	27	26	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_lolgop	273	4510	45	0.04	0.23	0.04	0.23	0.05	0.30	0.14	0.55	0.34	1.91	3.28	0.10
scc_rt_mittromney	102	108	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_obama	8	4	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_occupy	55	60	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_occupywallstnyc	127	931	22	0.04	0.39	0.04	0.40	0.05	0.69	0.19	2.01	0.53	7.44	0.11	0.09
scc_rt_oman	16	13	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_onedirection	35	368	27	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_p2	26	15	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_qatif	14	11	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_saudi	28	91	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_tcot	26	18	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_tlot	13	8	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_uae	18	12	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_voteonedirection	7	5	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_twitter-copen	2623	473614	583	9.59	0.08	9.57	0.08	10.08	0.09	46.95	0.36	89.95	0.93	7.81	246.01
sc-ldoor	909537	20770807	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
sc-msdoor	404785	9378650	23	8216.15	117171.64	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
sc-nasasrb	54870	1311227	25	303.38	3203.09	373.96	3731.70	389.88	5895.98	962.85	9547.82	2628.54	36580.16	4864.09	OOT
sc-pkustk11	87804	2565054	37	222.03	94.43	232.09	249.33	236.46	351.20	649.69	695.31	401.64	1046.81	3485.34	OOT
sc-pkustk13	94893	3260967	37	270.80	375.37	382.81	506.42	311.25	569.55	577.41	884.74	709.59	4135.58	6202.38	OOT
sc-pwtk	217891	5653221	26	2159.52	9814.03	2652.95	13580.36	4021.89	38197.93	10556.40	66745.00	OOT	OOT	OOT	OOT
sc-shipsec1	140385	1707759	26	5.60	1.46	6.49	1.46	5.65	1.60	11.09	3.87	22.87	14.84	224.35	OOT
sc-shipsec5	179104	2200076	26	29.27	79.88	29.12	86.42	37.12	168.86	55.79	394.17	154.22	1002.12	954.71	OOT
soc-BlogCatalog	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-brightkite	56739	212945	47	0.96	6.62	2.52	27.46	4.55	39.64	98.47	331.30	150.84	571.35	354.81	14.13
soc-buzznet	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-delicious	536108	1365961	28	1.10	7.11	1.27	7.85	3.03	38.94	53.89	394.25	97.39	1164.90	26.10	8568.21
soc-digg	770799	5907132	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	3002.85
soc-dolphins	62	159	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-douban	154908	327162	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-epinions	26588	100120	23	4.62	24.66	4.65	26.50	10.58	95.00	151.45	1138.80	150.89	3774.47	696.00	OOT
socfb-A-anon	3097165	23667394	32	684.78	3610.90	951.36	6729.42	1342.84	10237.09	OOT	OOT	OOT	OOT	2284.42	OOT
socfb-B-anon	2937612	20959854	32	1778.58	6639.90	2389.31	11294.31	3260.14	17295.83	OOT	OOT	OOT	OOT	4748.32	OOT
socfb-Berkeley13	22900	852419	51	2.30	2.42	3.19	4.45	2.77	6.41	62.57	133.07	61.33	141.40	154.53	134.71
socfb-CMU	6621	249959	51	0.51	0.35	0.53	0.36	0.63	0.55	1.39	1.24	1.63	1.55	0.87	14.94
socfb-Duke14	9885	506437	42	170.47	995.98	593.06	3866.44	557.47	4543.56	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	903.03

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
socfb-Indiana	29732	1305757	55	10.13	37.36	26.00	131.61	24.94	155.86	320.24	832.72	217.29	790.82	1894.97	154.73
socfb-MIT	6402	251230	41	10.29	105.44	81.83	963.43	79.14	1070.48	727.97	5171.61	599.35	3162.91	739.40	240.79
socfb-OR	63392	816886	37	8.40	93.75	18.06	199.35	28.72	328.64	530.29	3046.54	1472.54	7887.16	880.59	1305.82
socfb-Penn94	41536	1362220	53	2.50	0.50	3.07	0.94	2.39	1.31	6.75	4.68	4.32	5.26	1.30	75.00
socfb-Stanford3	11586	568309	62	1.79	1.41	5.45	33.33	6.10	41.00	118.92	337.32	13.88	42.71	3.42	15.58
socfb-Texas84	36364	1590651	60	36.37	156.89	203.05	1181.17	272.93	1311.33	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	168.45
socfb-uci-uni	58790782	92208195	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-UCLA	20453	747604	58	1.67	2.02	1.85	4.35	1.90	5.83	10.02	20.05	13.24	23.54	1.20	16.27
socfb-UConn	17206	604867	57	1.29	3.44	1.95	9.08	2.61	10.76	9.73	30.30	16.45	35.82	4.79	6.40
socfb-UCSB37	14917	482215	63	1.19	4.38	4.99	28.36	4.46	31.34	58.38	151.63	26.17	80.21	8.34	13.48
socfb-UF	35111	1465654	64	23.94	101.49	173.83	1175.12	207.49	1243.80	OOT	OOT	2224.29	13330.59	OOT	290.66
socfb-UIllinois	30795	1264421	67	11.51	34.17	59.76	382.72	59.00	402.41	1639.16	3172.81	585.87	2206.07	188.55	68.14
socfb-Wisconsin87	23831	835946	44	10.63	83.43	33.06	375.89	39.68	460.11	558.51	2933.50	1041.69	4346.59	3539.72	270.64
soc-flickr	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-flixster	2523386	7918801	41	196.55	1597.68	1216.64	10747.33	1530.79	13187.99	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-FourSquare	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-gowalla	196591	950327	33	3.27	2.03	3.15	2.13	3.58	3.87	119.30	252.54	119.87	478.51	5229.93	582.08
soc-karate	34	78	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-lastfm	1191805	4519330	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-livejournal	4033137	27933062	215	4.24	0.04	4.54	0.04	4.29	0.04	6.92	0.08	8.37	0.21	5.06	89.29
soc-LiveMocha	104103	2193083	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-orkut	2997166	106349209	55	2651.07	4367.51	OOT	OOT	8071.18	39803.93	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-pokec	1632803	22301964	33	202.10	1.27	203.86	1.49	182.01	5.33	317.67	94.67	305.14	149.06	62.62	OOT
soc-slashdot	70068	358647	34	99.00	1202.60	209.37	2968.25	307.09	4959.87	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	218.15
soc-twitter-follows	404719	713319	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-wiki-Vote	889	2914	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-youtube	495957	1936748	23	1038.37	1905.78	1025.42	2013.61	1793.37	5823.77	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-youtube-snap	1134890	2987624	23	1911.30	3465.78	2203.96	3667.02	3212.16	10517.95	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
tech-as-caida2007	26475	53381	21	1.68	15.12	1.95	15.48	3.84	46.72	62.55	397.98	92.63	953.20	4.21	OOT
tech-as-skitter	1694616	11094209	74	7.19	3.45	6.68	3.67	8.19	6.81	418.12	176.44	167.09	165.44	36.15	144.10
tech-internet-as	40164	85123	22	1.63	6.76	1.59	6.97	3.58	21.07	40.59	231.84	70.54	425.80	4.95	OOT
tech-p2p-gnutella	62561	147878	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
tech-RL-caida	190914	607610	24	2.87	36.54	3.01	45.08	19.09	324.80	264.74	1948.55	321.02	2977.79	45.31	OOT
tech-routers-rf	2113	6632	20	0.03	0.90	0.04	0.90	0.05	1.69	0.12	3.10	2.99	41.43	0.03	198.31
tech-WHOIS	7476	56943	67	128.99	543.40	2116.04	10774.60	1843.27	11217.27	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	71.39
web-arabic-2005	163598	1747269	102	0.04	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.09	0.00	0.09	0.00	0.05	0.38
web-BerkStan	12305	19500	29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
web-edu	3031	6474	30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
web-google	1299	2773	20	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.24
web-indochina-2004	11358	47606	50	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.07
web-it-2004	509338	7178413	432	1.09	0.00	1.03	0.00	1.10	0.00	2.43	0.00	2.78	0.00	1.20	343.64
web-polblogs	643	2280	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
web-sk-2005	121422	334419	84	0.03	0.00	0.03	0.00	0.02	0.00	0.04	0.00	0.05	0.00	0.05	0.93
web-spam	4767	37375	24	35.44	644.04	49.02	894.23	112.55	2448.32	2417.46	24789.56	8675.36	141676.55	1830.86	113.61
web-uk-2005	129632	11744049	500	1.66	0.00	1.67	0.00	1.77	0.00	4.30	0.00	1.13	0.00	1.81	588.78
web-webbase-2001	16062	25593	33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.01
web-wikipedia2009	1864433	4507315	33	85.17	0.00	87.39	0.00	84.03	0.00	193.53	16.32	231.18	9.73	2.28	41.59

1.2.5 $k = 20$

Table 10: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
bio-celegans	453	2025	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
bio-diseasome	516	1188	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
bio-dmela	7393	25569	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
bio-yeast	1458	1948	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ca-AstroPh	17903	196972	58	0.06	0.02	0.06	0.02	0.06	0.02	0.11	0.03	0.12	0.08	0.48	22.82
ca-citeseer	227320	814134	87	0.06	0.00	0.07	0.00	0.07	0.00	0.09	0.00	0.10	0.00	0.06	0.35
ca-coauthors-dblp	540486	15245729	337	0.76	0.00	0.81	0.00	0.86	0.00	1.75	0.00	1.15	0.00	0.86	71.32
ca-CondMat	21363	91286	28	0.17	0.08	0.17	0.08	0.18	0.09	0.45	0.15	0.13	0.18	1.02	1039.86
ca-CSphd	1882	1740	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ca-dblp-2010	226413	716460	75	0.04	0.00	0.05	0.00	0.04	0.00	0.09	0.00	0.09	0.00	0.05	0.31
ca-dblp-2012	317080	1049866	114	0.11	0.00	0.10	0.00	0.08	0.00	0.13	0.00	0.11	0.00	0.10	0.57
ca-Erdos992	5094	7515	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ca-GrQc	4158	13422	46	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.05
ca-HepPh	11204	117619	239	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.11
ca-hollywood-2009	1069126	56306653	2209	2.22	0.00	2.14	0.00	1.63	0.00	4.24	0.00	2.90	0.00	1.83	295.02
ca-MathSciNet	332689	820644	25	0.86	0.00	0.88	0.00	0.79	0.00	2.05	0.00	1.21	0.00	13.51	OOT

ca-netscience	379	914	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-email-EU	32430	54397	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-email-univ	1133	5451	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-enron-large	33696	180811	27	375.24	1298.27	427.21	1376.01	843.56	5043.70	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-enron-only	143	623	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-fb-messages	1266	6451	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-infect-dublin	410	2765	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-infect-hyper	113	2196	23	12.10	318.20	15.01	323.09	33.00	944.24	455.23	8904.70	6577.88	101608.46	231.02	9.48
ia-reality	6809	7680	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
ia-wiki-Talk	92117	360767	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-power	4941	6594	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-roadNet-CA	1957027	2760388	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-roadNet-PA	1087562	1541514	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
inf-road-usa	23947347	28854312	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rec-amazon	91813	125704	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rt-retweet	96	117	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rt-retweet-crawl	1112702	2278852	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rt-twitter-copen	761	1029	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_enron-only	146	9828	124	0.21	0.29	0.22	0.29	0.28	0.47	0.42	0.57	1.75	2.49	0.05	0.78
scc_fb-forum	488	71011	271	104.79	35.55	184.67	58.12	246.35	80.71	912.67	134.26	874.07	268.31	2793.62	50.89
scc_fb-messages	1303	531893	710	7.00	0.04	8.65	0.04	7.21	0.04	16.96	0.04	28.00	0.36	2.84	639.93
scc_infect-dublin	10972	175573	85	0.04	0.05	0.04	0.05	0.04	0.05	0.10	0.08	0.31	0.26	0.06	0.41
scc_infect-hyper	113	6222	108	0.03	0.01	0.03	0.01	0.03	0.01	0.03	0.01	0.08	0.03	0.02	0.20
scc_reality	6809	4714485	1239	23.12	0.01	27.03	0.01	23.87	0.01	56.79	0.01	18.01	0.01	2759.99	7639.13
scc_retweet	1206	65990	171	2.80	1.63	3.46	1.72	3.75	2.48	34.55	9.06	106.37	25.51	1749.49	514.24
scc_retweet-crawl	17151	24015	24	0.10	1.06	0.10	1.08	0.12	1.80	0.32	3.17	3.27	37.06	0.62	OOT
scc_rt_alwefaq	72	355	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_assad	34	96	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_bahrain	72	129	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_barackobama	80	226	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_damascus	34	41	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_dash	31	39	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_gmanews	135	1078	26	0.10	1.89	0.11	1.89	0.17	3.56	0.47	5.61	5.42	107.84	0.81	0.17
scc_rt_gop	13	7	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_http	5	6	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_israel	22	12	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_justinbieber	62	442	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_ksa	21	23	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_lebanon	10	5	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_libya	27	26	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_lolgop	273	4510	46	0.09	0.62	0.10	0.62	0.11	0.90	0.41	1.51	0.65	11.58	48.42	0.18
scc_rt_mittromney	102	108	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_obama	8	4	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_occupy	55	60	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_occupywallstnyc	127	931	23	0.50	9.33	0.62	9.33	0.57	14.72	2.34	22.33	148.84	1742.17	0.82	0.32
scc_rt_oman	16	13	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_onedirection	35	368	28	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
scc_rt_p2	26	15	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_qatif	14	11	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_saudi	28	91	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_tcot	26	18	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_tlot	13	8	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_uae	18	12	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_rt_voteonedirection	7	5	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
scc_twitter-copen	2623	473614	583	21.35	0.54	28.18	0.67	31.73	1.00	93.15	3.80	928.38	24.18	724.30	279.93
sc-ldoor	909537	20770807	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
sc-msdoor	404785	9378650	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
sc-nasasrb	54870	1311227	25	1240.68	19038.08	1339.79	19808.35	1650.30	39264.73	7378.25	79059.50	OOT	OOT	OOT	OOT
sc-pkustk11	87804	2565054	37	243.11	233.23	358.42	859.13	357.80	1549.89	1157.40	4111.51	519.84	6121.92	6109.63	OOT
sc-pkustk13	94893	3260967	38	522.53	1120.13	615.93	1448.83	534.06	1764.59	2064.87	4966.96	2015.54	21685.68	10431.46	OOT
sc-pwtk	217891	5653221	27	3620.77	42785.83	4253.51	44260.67	4257.20	83329.57	9220.59	95025.08	OOT	OOT	OOT	OOT
sc-shipsec1	140385	1707759	27	63.53	14.32	80.90	14.53	63.59	19.46	92.81	55.44	122.61	310.35	2717.80	OOT
sc-shipsec5	179104	2200076	27	207.12	384.87	238.25	391.27	280.49	622.01	529.64	949.34	846.78	11788.52	4125.80	OOT
soc-BlogCatalog	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-brightkite	56739	212945	48	5.03	44.57	13.57	86.02	19.44	221.90	504.57	2260.05	2015.79	11039.99	6697.38	14.34
soc-buzznet	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-delicious	536108	1365961	29	4.42	46.91	5.26	47.94	25.02	395.78	686.75	4750.73	2213.93	37027.84	267.64	OOT
soc-digg	770799	5907132	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-dolphins	62	159	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-douban	154908	327162	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-epinions	26588	100120	24	55.29	157.75	64.48	161.17	80.77	669.99	3163.37	20471.00	9132.25	276472.03	OOT	OOT
socfb-A-anon	3097165	23667394	34	2912.28	13660.82	4004.02	19294.44	7769.07	47520.98	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-B-anon	2937612	20959854	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-Berkeley13	22900	852419	52	3.99	13.23	5.86	18.00	6.87	40.90	317.70	1097.81	1143.34	5840.59	3697.68	679.30
socfb-CMU	6621	249959	52	0.64	1.11	0.77	1.12	0.73	2.10	3.24	6.17	3.13	11.12	7.93	74.39
socfb-Duke14	9885	506437	44	1051.39	7443.28	2466.37	16179.53	2874.39	28128.82	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	4684.13

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
socfb-Indiana	29732	1305757	57	19.97	105.75	34.95	205.99	47.55	333.55	1102.74	3279.39	1470.60	7398.67	OOT	822.73
socfb-MIT	6402	251230	43	24.60	237.36	94.36	884.48	88.20	1271.19	1705.72	8781.19	2781.72	16611.59	6048.83	1179.73
socfb-OR	63392	816886	39	15.76	188.23	21.52	251.64	46.66	744.46	1340.11	10851.54	5151.98	65016.41	4281.24	OOT
socfb-Penn94	41536	1362220	54	2.81	1.53	2.87	1.90	3.01	3.95	8.83	16.60	7.39	44.85	8.85	1055.29
socfb-Stanford3	11586	568309	63	4.50	19.83	31.06	228.93	30.15	288.47	376.51	1079.06	27.78	352.07	17.84	51.25
socfb-Texas84	36364	1590651	61	540.71	3193.51	3333.29	17647.46	3362.79	22635.15	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	627.33
socfb-uci-uni	58790782	92208195	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
socfb-UCLA	20453	747604	59	2.77	8.83	3.86	11.68	4.72	20.15	27.41	89.68	63.33	156.79	14.80	73.24
socfb-UConn	17206	604867	59	1.55	4.72	2.09	6.42	2.22	10.74	20.38	52.84	62.89	106.99	17.91	39.98
socfb-UCSB37	14917	482215	64	5.33	31.89	19.52	106.40	30.41	143.98	160.14	582.86	151.25	749.48	145.91	44.68
socfb-UF	35111	1465654	66	172.13	895.56	1903.66	12717.59	1965.41	14261.18	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	478.62
socfb-UIllinois	30795	1264421	68	57.49	264.75	320.70	2028.48	428.82	2465.79	4848.91	12059.24	2746.50	18995.32	8863.04	88.42
socfb-Wisconsin87	23831	835946	46	25.62	227.34	62.05	540.11	94.15	969.69	1653.14	9009.60	5588.44	33807.82	10123.24	2303.75
soc-flickr	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-flixster	2523386	7918801	42	4220.73	42641.45	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-FourSquare	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-gowalla	196591	950327	34	30.64	35.19	34.79	36.13	35.10	113.28	2845.85	6691.45	8825.34	44958.79	OOT	5577.10
soc-karate	34	78	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-lastfm	1191805	4519330	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-livejournal	4033137	27933062	216	5.21	0.05	5.59	0.05	4.03	0.05	6.64	0.05	6.62	0.46	5.98	86.32
soc-LiveMocha	104103	2193083	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-orkut	2997166	106349209	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-pokec	1632803	22301964	34	776.51	12.28	875.15	12.77	885.54	53.71	1453.82	1328.90	2051.58	5457.85	1783.61	OOT
soc-slashdot	70068	358647	36	284.63	3582.69	448.04	5343.34	1094.71	17711.63	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	1157.53
soc-twitter-follows	404719	713319	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-wiki-Vote	889	2914	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-youtube	495957	1936748	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-youtube-snap	1134890	2987624	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
tech-as-caida2007	26475	53381	22	104.39	122.27	117.42	122.99	159.23	396.82	1664.31	7797.17	OOT	OOT	231.05	OOT
tech-as-skitter	1694616	11094209	75	20.01	23.99	20.87	24.83	32.92	54.48	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	529.85
tech-internet-as	40164	85123	23	278.51	125.24	348.36	125.24	539.87	350.94	4463.63	9698.94	OOT	OOT	588.13	OOT
tech-p2p-gnutella	62561	147878	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
tech-RL-caida	190914	607610	25	22.79	313.65	25.59	342.56	262.98	4224.06	1535.88	29585.13	5372.58	78773.22	373.70	OOT
tech-routers-rf	2113	6632	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
tech-WHOIS	7476	56943	69	1265.09	5667.68	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	330.69
web-arabic-2005	163598	1747269	102	0.06	0.00	0.07	0.00	0.04	0.00	0.09	0.00	0.09	0.00	0.05	0.39
web-BerkStan	12305	19500	29	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
web-edu	3031	6474	30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.02
web-google	1299	2773	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
web-indochina-2004	11358	47606	50	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.03	0.40
web-it-2004	509338	7178413	432	1.08	0.00	1.13	0.00	1.15	0.00	1.57	0.00	2.96	0.00	1.59	348.34
web-polblogs	643	2280	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
web-sk-2005	121422	334419	84	0.02	0.00	0.03	0.00	0.02	0.00	0.05	0.00	0.03	0.00	0.06	1.02
web-spam	4767	37375	26	74.37	1288.63	95.53	1421.45	308.15	7757.15	OOT	OOT	OOT	OOT	6929.78	OOT
web-uk-2005	129632	11744049	500	1.70	0.00	1.71	0.00	1.71	0.00	4.34	0.00	1.04	0.00	2.33	590.46
web-webbase-2001	16062	25593	33	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.03
web-wikipedia2009	1864433	4507315	33	31.35	0.00	34.63	0.00	34.06	0.00	436.23	42.87	55.08	5.74	2.29	673.84

1.3 DIAMCS10SNAP

1.3.1 $k = 1$

Table 11: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
adjnoun	112	425	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
as-22july06	22963	48436	18	0.01	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.03
astro-ph	16706	121251	57	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.05
caidaRouterLevel	192244	609066	18	0.24	0.00	0.27	0.00	0.24	0.00	0.39	0.02	0.45	0.01	0.13	0.87
celegans_metabolic	453	2025	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
celegansneural	297	2148	8	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
cnr-2000	325557	2738969	85	0.07	0.00	0.07	0.00	0.08	0.00	0.10	0.00	0.15	0.00	0.07	6.94
coAuthorsCiteseer	227320	814134	87	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.09	0.00	0.08	0.00	0.04	0.10
coAuthorsDBLP	299067	977676	115	0.07	0.00	0.09	0.00	0.07	0.00	0.12	0.00	0.12	0.00	0.07	0.26
cond-mat	16726	47594	18	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
cond-mat-2003	31163	120029	25	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	1.00	0.01	0.00	0.01	0.03
cond-mat-2005	40421	175691	30	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.06
dolphins	62	159	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
email	1133	5451	12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
email-EuAll	265009	364481	17	0.23	0.00	0.22	0.01	0.25	0.01	0.24	0.14	0.44	0.04	0.37	0.65
football	115	613	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
hep-th	8361	15751	24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
jazz	199	2743	30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
lesmis	77	254	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
memplus	17758	54196	97	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20
netscience	379	914	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
p2p-Gnutella04	10876	39994	4	0.02	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.01	0.03
PGPgiantcompo	10680	24316	26	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.01	0.02	0.00	0.00	0.02
polblogs	1490	16715	21	0.12	0.05	0.11	0.05	0.14	0.04	0.14	0.31	0.22	0.13	0.12	0.08
polbooks	105	441	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
power	4941	6594	6	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
rgg_n_2_17_s0	131070	728753	15	0.04	0.00	0.05	0.00	0.04	0.00	0.06	0.00	0.08	0.00	0.04	1.32
rgg_n_2_19_s0	524284	3269766	19	0.24	0.00	0.24	0.00	0.25	0.00	0.34	0.00	0.37	0.00	0.23	14.32
rgg_n_2_20_s0	1048575	6891620	18	0.52	0.00	0.56	0.00	0.65	0.00	0.70	0.00	0.94	0.00	0.48	95.06
soc-Epinions1	75879	405740	24	5.16	0.35	5.15	0.35	7.13	0.28	4.58	5.49	10.27	0.96	9.54	1.80
soc-Slashdot0811	77360	469180	27	1.35	0.48	1.32	0.48	1.69	0.41	1.59	4.59	2.85	1.12	8.72	0.96
soc-Slashdot0902	82168	504230	28	1.38	0.33	1.39	0.33	1.51	0.29	2.27	4.97	3.14	0.95	10.99	1.08
web-BerkStan	685230	6649470	202	0.23	0.00	0.25	0.00	0.27	0.00	0.41	0.00	0.48	0.00	0.22	29.63
web-Google	875713	4322051	45	0.59	0.00	0.56	0.00	0.63	0.00	0.86	0.00	0.76	0.00	0.43	7.66
web-NotreDame	325729	1090108	155	0.13	0.00	0.14	0.00	0.13	0.00	0.19	0.00	0.32	0.00	0.06	15.55
web-Stanford	281903	1992636	62	1.32	0.00	1.41	0.00	1.40	0.00	2.07	0.02	2.36	0.02	0.71	5.66
wiki-Vote	7115	100762	18	2.57	0.06	2.52	0.07	3.39	0.07	2.67	0.60	5.04	0.23	4.77	0.69

1.3.2 $k = 5$

Table 12: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
adjnoun	112	425	8	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.03	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.06
as-22july06	22963	48436	20	0.02	0.03	0.03	0.03	0.03	0.04	0.06	0.22	0.07	0.19	0.09	0.10
astro-ph	16706	121251	57	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.01	0.12
caidaRouterLevel	192244	609066	21	0.39	0.02	0.35	0.03	0.36	0.04	0.90	1.47	1.07	1.32	0.20	2.31
celegans_metabolic	453	2025	11	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.02	0.01	0.11
celegansneural	297	2148	10	0.01	0.10	0.01	0.12	0.01	0.15	0.00	0.25	0.01	0.26	0.01	0.22
cnr-2000	325557	2738969	86	0.08	0.00	0.07	0.00	0.08	0.00	0.13	0.00	0.17	0.00	0.08	6.99
coAuthorsCiteseer	227320	814134	87	0.06	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.09	0.00	0.08	0.00	0.05	0.10
coAuthorsDBLP	299067	977676	115	0.09	0.00	0.07	0.00	0.09	0.00	0.11	0.00	0.12	0.00	0.06	0.25
cond-mat	16726	47594	19	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.00	0.05
cond-mat-2003	31163	120029	26	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.03
cond-mat-2005	40421	175691	30	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.01	0.07
dolphins	62	159	7	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.02
email	1133	5451	13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
email-EuAll	265009	364481	19	0.40	1.39	0.41	1.56	0.55	1.53	6.16	50.33	14.89	53.82	4.43	3.85
football	115	613	10	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.03
hep-th	8361	15751	24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
jazz	199	2743	30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
lesmis	77	254	12	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
memplus	17758	54196	97	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.20
netscience	379	914	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.03
p2p-Gnutella04	10876	39994	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
PGPgiantcompo	10680	24316	29	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.05	0.24	0.02	0.05	0.02	0.06
polblogs	1490	16715	23	0.29	2.18	0.34	3.27	0.35	3.06	5.57	37.77	13.75	39.86	3.23	0.97
polbooks	105	441	9	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
power	4941	6594	7	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.01	0.01	0.01	0.03	OOT
rgg_n_2_17_s0	131070	728753	17	0.05	0.00	0.05	0.00	0.06	0.00	0.06	0.00	0.10	0.00	0.06	128.07
rgg_n_2_19_s0	524284	3269766	20	0.29	0.00	0.24	0.00	0.23	0.00	0.32	0.00	0.42	0.00	0.23	22.06
rgg_n_2_20_s0	1048575	6891620	19	0.70	0.00	0.58	0.00	0.58	0.00	0.80	0.01	1.03	0.01	0.58	2789.07
soc-Epinions1	75879	405740	27	6.24	8.08	6.39	11.03	7.55	9.84	678.73	1135.12	1340.48	1202.20	382.11	8.87
soc-Slashdot0811	77360	469180	30	1.42	3.24	1.49	3.83	1.56	3.21	152.60	443.70	294.94	377.03	111.64	1.27
soc-Slashdot0902	82168	504230	32	1.10	1.34	1.05	1.37	1.20	1.32	130.42	244.32	165.85	191.24	42.31	8.91
web-BerkStan	685230	6649470	202	0.26	0.00	0.23	0.00	0.25	0.00	0.45	0.00	0.50	0.00	0.23	32.62
web-Google	875713	4322051	47	0.75	0.00	0.55	0.00	0.62	0.00	0.83	0.00	0.90	0.00	0.56	7.45
web-NotreDame	325729	1090108	155	0.15	0.00	0.15	0.00	0.17	0.00	0.19	0.00	0.42	0.00	0.31	118.26
web-Stanford	281903	1992636	64	2.18	0.00	1.94	0.00	2.11	0.00	2.98	0.02	4.55	0.07	0.87	6.51
wiki-Vote	7115	100762	21	3.08	1.36	3.00	1.50	4.90	1.46	114.47	151.46	160.60	165.40	128.23	6.83

1.3.3 $k = 10$

Table 13: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
adjnoun	112	425	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
as-22july06	22963	48436	22	0.32	2.42	0.32	2.60	0.64	4.97	2.76	18.67	3.46	24.92	1.45	3.11
astro-ph	16706	121251	58	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.03	0.00	0.04	0.39
caidaRouterLevel	192244	609066	23	0.54	1.80	0.68	2.51	0.82	6.48	7.30	53.91	8.27	62.86	1.80	750.35
celegans_metabolic	453	2025	12	1.05	9.63	1.00	9.68	1.61	14.66	1.99	40.81	7.30	95.74	0.51	3.66
celegansneural	297	2148	12	0.49	4.08	0.48	4.11	0.68	6.98	1.51	31.46	2.84	42.31	0.45	4.99
cnr-2000	325557	2738969	87	0.08	0.00	0.09	0.00	0.09	0.01	0.20	0.01	0.18	0.01	0.10	7.72
coAuthorsCiteseer	227320	814134	87	0.05	0.00	0.05	0.00	0.06	0.00	0.08	0.00	0.08	0.00	0.05	0.10
coAuthorsDBLP	299067	977676	115	0.07	0.00	0.07	0.00	0.07	0.00	0.10	0.00	0.11	0.00	0.06	0.25
cond-mat	16726	47594	20	0.01	0.00	0.02	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.02	0.03	0.04	6.97
cond-mat-2003	31163	120029	27	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.02	0.02	0.02	0.92
cond-mat-2005	40421	175691	30	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.27
dolphins	62	159	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
email	1133	5451	14	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.02	0.01	0.11	3.48
email-EuAll	265009	364481	21	4.08	39.02	5.02	61.83	6.21	80.36	117.13	1229.55	371.94	3375.92	231.84	141.13
football	115	613	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
hep-th	8361	15751	24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
jazz	199	2743	30	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
lesmis	77	254	13	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.04
memplus	17758	54196	97	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.23
netscience	379	914	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
p2p-Gnutella04	10876	39994	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
PGPgiantcompo	10680	24316	31	0.02	0.14	0.03	0.27	0.04	0.37	0.31	1.53	0.17	1.06	0.08	0.19
polblogs	1490	16715	26	3.13	45.31	5.26	91.72	6.77	109.88	95.21	728.78	221.32	1689.76	59.71	3.05
polbooks	105	441	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
power	4941	6594	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rgg_n_2_17_s0	131070	728753	18	1.01	0.01	1.06	0.01	1.08	0.01	1.68	0.01	2.54	0.01	28.78	OOT
rgg_n_2_19_s0	524284	3269766	21	9.52	0.03	10.06	0.03	12.73	0.04	20.11	0.07	14.18	0.08	12.76	OOT
rgg_n_2_20_s0	1048575	6891620	20	70.01	0.06	79.10	0.06	95.45	0.07	145.87	0.14	151.90	0.18	751.02	OOT
soc-Epinions1	75879	405740	29	22.21	131.65	51.61	507.21	54.30	510.98	3199.53	13029.29	OOT	OOT	OOT	82.01
soc-Slashdot0811	77360	469180	32	12.89	119.88	31.90	388.26	35.59	389.60	2326.01	9140.57	OOT	OOT	4436.98	17.98
soc-Slashdot0902	82168	504230	34	4.81	31.25	10.06	90.31	10.94	85.80	1290.34	3998.04	6794.11	13891.93	1835.80	17.84
web-BerkStan	685230	6649470	202	0.24	0.00	0.26	0.00	0.24	0.00	0.28	0.00	0.54	0.00	0.24	35.31
web-Google	875713	4322051	48	0.59	0.00	0.67	0.00	0.70	0.00	0.56	0.00	0.91	0.00	0.47	8.14
web-NotreDame	325729	1090108	155	0.16	0.00	0.17	0.00	0.18	0.00	0.25	0.00	0.44	0.00	0.72	121.31
web-Stanford	281903	1992636	66	1.89	0.04	1.92	0.05	2.07	0.08	3.61	0.09	4.06	0.09	1.00	26.72
wiki-Vote	7115	100762	23	27.31	59.11	29.05	81.46	34.81	97.06	1787.10	4127.99	3822.64	12946.83	5087.37	320.15

1.3.4 $k = 15$

Table 14: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk		DnBkS		DnBkClub		DnBkP		DnBkC		kDC	KDClub
				Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node	Time	Node		
adjnoun	112	425	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
as-22july06	22963	48436	23	5.48	55.69	5.77	59.31	16.18	184.96	158.50	949.23	254.65	2462.55	21.97	1795.48
astro-ph	16706	121251	58	0.02	0.03	0.02	0.03	0.02	0.03	0.03	0.03	0.12	0.22	0.07	0.77
caidaRouterLevel	192244	609066	24	2.78	36.54	3.71	45.08	18.82	324.80	212.46	1948.55	329.85	2977.79	45.33	OOT
celegans_metabolic	453	2025	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
celegansneural	297	2148	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
cnr-2000	325557	2738969	88	0.09	0.00	0.10	0.00	0.10	0.00	0.20	0.00	0.23	0.01	0.17	9.15
coAuthorsCiteseer	227320	814134	87	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.10	0.00	0.09	0.00	0.05	0.10
coAuthorsDBLP	299067	977676	115	0.07	0.00	0.10	0.00	0.08	0.00	0.13	0.00	0.09	0.00	0.08	0.51
cond-mat	16726	47594	21	0.16	0.03	0.16	0.03	0.21	0.03	0.38	0.05	0.46	0.21	0.70	3902.02
cond-mat-2003	31163	120029	28	0.02	0.04	0.02	0.04	0.02	0.04	0.06	0.08	0.06	0.24	0.10	51.23
cond-mat-2005	40421	175691	31	0.02	0.02	0.03	0.02	0.03	0.02	0.05	0.06	0.05	0.06	0.25	5.78
dolphins	62	159	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
email	1133	5451	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
email-EuAll	265009	364481	23	31.87	281.48	35.87	333.54	61.20	958.89	1776.19	13183.85	9401.09	76757.22	4369.00	OOT
football	115	613	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
hep-th	8361	15751	24	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01
jazz	199	2743	31	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.01	0.00
lesmis	77	254	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
memplus	17758	54196	97	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.01	0.24
netscience	379	914	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
p2p-Gnutella04	10876	39994	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
PGPgiantcompo	10680	24316	32	0.08	1.09	0.11	2.03	0.19	3.66	1.52	8.70	0.80	12.04	0.46	0.85
polblogs	1490	16715	27	21.06	392.06	27.93	574.72	62.44	1112.60	716.07	6656.06	2946.44	27752.06	945.61	22.38
polbooks	105	441	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
power	4941	6594	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rgg_n_2_17_s0	131070	728753	18	81.90	0.27	92.39	0.27	100.04	0.37	193.89	0.76	189.16	1.52	OOT	OOT
rgg_n_2_19_s0	524284	3269766	22	1032.89	0.03	1032.21	0.03	944.81	0.04	1998.64	0.07	1151.64	0.10	OOT	OOT
rgg_n_2_20_s0	1048575	6891620	21	4607.06	0.37	5120.34	0.37	5676.67	0.55	OOT	OOT	6997.79	2.88	OOT	OOT
soc-Epinions1	75879	405740	31	186.74	1987.46	410.62	6276.08	566.42	8821.76	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	1375.20
soc-Slashdot0811	77360	469180	34	120.42	1472.06	305.76	3707.55	487.89	6169.53	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	366.80
soc-Slashdot0902	82168	504230	35	140.40	1640.11	374.83	4505.28	481.27	6868.45	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	318.57
web-BerkStan	685230	6649470	202	0.24	0.00	0.26	0.00	0.24	0.00	0.43	0.00	0.60	0.00	0.26	32.90
web-Google	875713	4322051	48	0.57	0.00	0.56	0.00	0.51	0.03	1.64	2.38	0.87	0.07	0.55	8.83
web-NotreDame	325729	1090108	155	0.18	0.00	0.20	0.00	0.19	0.00	0.43	0.00	0.59	0.00	1.12	124.38
web-Stanford	281903	1992636	67	382.37	136.37	387.99	136.37	557.77	141.27	1686.83	299.37	OOT	OOT	2.55	168.35
wiki-Vote	7115	100762	24	633.85	2286.20	729.85	2648.72	1324.89	7357.47	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	4819.47

1.3.5 $k = 20$

Table 15: Running Time and Search Space Comparison of Alogrithm DnBk, DnBk$_S$, DnBk$_{Club}$, DnBk$_P$, DnBk$_C$, kDC and KDClub. For kDC and KDClub, we only show their running time. The unit of Time is seconds and the unit of Node number is 10^3.

Graph	$|V|$	$|E|$	opt	DnBk Time	DnBk Node	DnBkS Time	DnBkS Node	DnBkClub Time	DnBkClub Node	DnBkP Time	DnBkP Node	DnBkC Time	DnBkC Node	kDC	KDClub
adjnoun	112	425	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
as-22july06	22963	48436	24	47.90	474.66	61.90	483.54	115.46	1591.79	1630.58	14409.75	OOT	OOT	238.92	OOT
astro-ph	16706	121251	59	0.03	0.02	0.03	0.02	0.02	0.03	0.06	0.03	0.10	0.13	0.17	3.81
caidaRouterLevel	192244	609066	25	23.06	313.65	31.38	342.56	199.13	4224.06	2829.73	29585.13	8113.33	78773.22	377.94	OOT
celegans_metabolic	453	2025	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
celegansneural	297	2148	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
cnr-2000	325557	2738969	88	0.11	0.00	0.12	0.01	0.10	0.01	0.26	0.01	0.24	0.01	0.38	10.60
coAuthorsCiteseer	227320	814134	87	0.05	0.00	0.05	0.00	0.05	0.00	0.10	0.00	0.06	0.00	0.06	0.35
coAuthorsDBLP	299067	977676	115	0.08	0.00	0.09	0.00	0.07	0.00	0.19	0.00	0.06	0.00	0.08	0.53
cond-mat	16726	47594	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
cond-mat-2003	31163	120029	28	0.17	0.32	0.25	0.32	0.17	0.38	0.51	0.85	1.00	3.62	1.69	5423.54
cond-mat-2005	40421	175691	31	0.10	0.25	0.11	0.26	0.12	0.29	0.27	0.53	0.14	2.32	1.41	207.47
dolphins	62	159	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
email	1133	5451	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
email-EuAll	265009	364481	24	360.44	1912.38	446.45	2034.79	776.89	9827.52	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
football	115	613	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
hep-th	8361	15751	24	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.04	6.31
jazz	199	2743	31	0.01	0.04	0.01	0.04	0.01	0.04	0.02	0.05	0.02	0.07	0.11	0.00
lesmis	77	254	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
memplus	17758	54196	97	0.01	0.00	0.01	0.00	0.01	0.00	0.03	0.00	0.04	0.00	0.02	0.26
netscience	379	914	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
p2p-Gnutella04	10876	39994	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
PGPgiantcompo	10680	24316	33	0.15	2.74	0.18	3.48	0.39	8.67	2.57	20.50	2.48	46.19	1.43	12.33
polblogs	1490	16715	29	37.86	708.32	49.96	790.26	153.81	2960.84	2794.11	30308.48	OOT	OOT	3531.28	180.25
polbooks	105	441	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
power	4941	6594	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rgg_n_2_17_s0	131070	728753	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
rgg_n_2_19_s0	524284	3269766	22	899.97	0.08	1030.27	0.09	899.91	0.09	2039.38	0.10	953.95	0.17	OOT	OOT
rgg_n_2_20_s0	1048575	6891620	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-Epinions1	75879	405740	32	2072.63	26184.31	3433.71	41184.46	5738.31	97583.90	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT
soc-Slashdot0811	77360	469180	36	348.76	4382.70	577.98	6546.35	1519.49	21757.57	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	1788.12
soc-Slashdot0902	82168	504230	37	434.48	5327.72	752.96	8535.90	1666.10	25297.12	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	1454.19
web-BerkStan	685230	6649470	202	0.25	0.00	0.28	0.00	0.23	0.00	0.48	0.00	0.37	0.00	OOT	31.87
web-Google	875713	4322051	49	0.58	0.00	0.61	0.00	0.47	0.02	0.73	0.02	0.61	0.26	0.49	19.97
web-NotreDame	325729	1090108	155	0.20	0.00	0.21	0.00	0.23	0.00	0.47	0.00	0.27	0.00	1.51	127.13
web-Stanford	281903	1992636	67	3.88	0.01	3.61	0.01	4.83	0.01	7.97	0.02	5.64	0.02	83.30	262.88
wiki-Vote	7115	100762	26	2348.49	5551.71	3104.21	5830.23	8127.03	40520.96	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT	OOT

2 Comparing to kDC-2 and -RR3

Table 16: Running Time Comparison of Alogrithm DnBk, kDC-2, -RR3. The unit of time is second and *opt* indicates the maximum solution size. Best performers are highlighted in bold.

Graph	$|V|$	$|E|$	$k = 10$				$k = 15$			
			opt	DnBk	-RR3	kDC-2	opt	DnBk	-RR3	kDC-2
socfb-A-anon	3097165	23667394	30	119.22	145.98	**68.57**	32	685.71	1386.79	**528.62**
socfb-Auburn71	18448	973918	63	6.82	10.40	**5.97**	65	**51.57**	327.34	117.22
socfb-B-anon	2937612	20959854	30	147.38	174.73	**112.80**	32	**1785.76**	6148.75	3200.45
socfb-Berkeley13	22900	852419	49	1.88	0.53	**0.49**	51	2.31	1.70	**1.19**
socfb-BU10	19700	637528	44	1.08	1.46	**0.75**	45	**3.57**	7.96	3.98
socfb-Cornell5	18660	790777	48	4.80	2.17	**1.68**	51	**5.89**	16.37	5.97
socfb-FSU53	27737	1034802	63	2.59	3.10	**2.21**	65	**16.17**	119.44	75.20
socfb-Harvard1	15126	824617	44	3.91	5.09	**3.54**	46	**5.62**	28.75	8.85
socfb-Indiana	29732	1305757	53	4.44	4.20	**2.43**	55	**10.26**	35.39	14.38
socfb-Indiana69	29747	1305765	53	4.38	4.20	**2.43**	55	**10.32**	35.39	14.38
socfb-Maryland58	20871	744862	60	1.42	0.55	**0.29**	63	1.36	0.53	**0.33**
socfb-Michigan23	30147	1176516	50	3.24	1.95	**1.75**	52	5.69	13.05	**4.87**
socfb-MSU24	32375	1118774	54	2.08	0.91	**0.84**	55	3.79	1.86	**1.24**
socfb-MU78	15436	649449	54	3.28	3.32	**1.39**	56	15.69	16.59	**7.52**
socfb-NYU9	21679	715715	45	1.24	0.24	**0.22**	46	1.22	0.31	**0.29**
socfb-Oklahoma97	17425	892528	65	4.52	4.20	**3.32**	67	**31.70**	168.10	110.59
socfb-OR	63392	816886	35	**2.21**	9.07	2.88	37	**8.41**	68.57	22.12
socfb-Penn94	41536	1362220	51	2.45	0.58	**0.55**	53	2.40	0.86	**0.77**
socfb-Rutgers89	24580	784602	52	1.02	0.24	**0.22**	54	1.41	0.51	**0.29**
socfb-Tennessee95	16979	770659	66	2.13	2.19	**2.08**	69	3.13	3.32	**2.43**
socfb-Texas80	31560	1219650	65	4.78	6.64	**4.42**	68	10.66	28.75	14.82
socfb-Texas84	36364	1590651	58	**6.16**	26.54	7.96	60	**36.95**	805.09	188.00
socfb-UC33	16808	522147	49	0.85	0.20	**0.18**	50	1.47	0.46	**0.38**
socfb-UCLA	20453	747604	57	1.17	**0.24**	**0.24**	58	1.53	0.44	**0.38**
socfb-UCLA26	20467	747613	57	1.16	**0.24**	**0.24**	58	1.44	0.44	**0.38**
socfb-UConn	17206	604867	56	0.73	0.20	**0.18**	57	1.34	0.75	**0.44**
socfb-UConn91	17212	604870	56	0.79	0.20	**0.18**	57	1.35	0.75	**0.44**
socfb-UF	35111	1465654	62	5.29	3.54	**2.88**	64	**24.08**	75.20	35.39
socfb-UF21	35123	1465660	62	5.64	3.54	**2.88**	64	**24.13**	75.20	35.39
socfb-UGA50	24389	1174057	58	**10.42**	108.38	57.51	59	**382.97**	4144.88	1484.10
socfb-UIllinois	30795	1264421	64	4.04	4.42	**3.32**	67	11.35	14.38	**7.74**
socfb-UIllinois20	30809	1264428	64	4.06	4.42	**3.54**	67	11.44	14.38	**7.74**
socfb-UMass92	16516	519385	41	0.98	0.46	**0.42**	42	1.88	1.44	**0.95**
socfb-UNC28	18163	766800	54	2.29	2.43	**1.48**	56	**3.76**	10.62	4.64
socfb-USC35	17444	801853	69	2.02	0.91	**0.84**	71	4.30	2.88	**1.97**
socfb-UVA16	17196	789321	48	4.12	5.31	**3.10**	50	**14.80**	55.29	22.12
socfb-Virginia63	21325	698178	58	1.34	0.66	**0.60**	60	1.68	1.02	**0.86**
socfb-Wisconsin87	23831	835946	42	2.68	4.42	**2.21**	44	**10.86**	46.45	18.36
socfb-wosn-friends	63731	817090	35	**2.31**	9.07	2.88	37	**8.43**	68.57	22.12