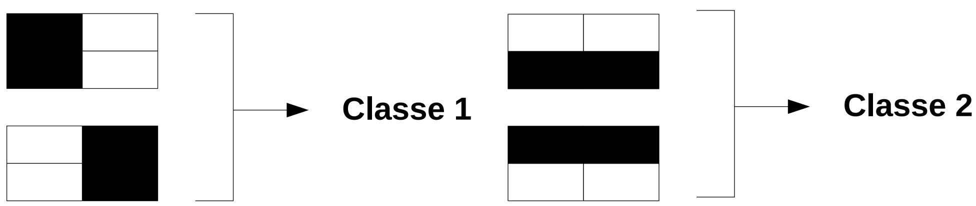
Lista Perceptron Multicamadas

1. Sejam as duas classes definidas pelos pontos abaixo:
w_1: $[0{,}1\ \ -0{,}2]^T$; $[0{,}2\ \ 0{,}1]^T$; $[-0{,}15\ \ 0{,}2]^T$; $[1{,}1\ \ 0{,}8]^T$; $[1{,}2\ \ 1{,}1]^T$.
w_2: $[1{,}1\ \ -0{,}1]^T$; $[1{,}25\ \ 0{,}15]^T$; $[0{,}9\ \ 0{,}1]^T$; $[0{,}1\ \ 1{,}2]^T$; $[0{,}2\ \ 0{,}9]^T$.

Verificar se os pontos dessas classes são linearmente separáveis. Se não, projetar manualmente um perceptron multicamadas, utilizando funções logsig como funções de ativação dos neurônios, para separação dos pontos das duas classes.

2. Trace as três linhas no espaço de duas dimensões:
$x + y = 0; x = \frac{1}{4}; x - y = 0.$
Para cada poliedro formado por suas interseções, determine os vértices do cubo no qual os mesmos são mapeados pela primeira camada de um perceptron multicamadas, com um neurônio para cada linha. Combine as regiões em duas classes, de tal forma que: a) uma rede de duas camadas é suficiente para classificá-los; b) uma rede de três camadas é necessário para classificá-los. Para ambos os casos determine analiticamente os pesos sinápticos correspondentes.

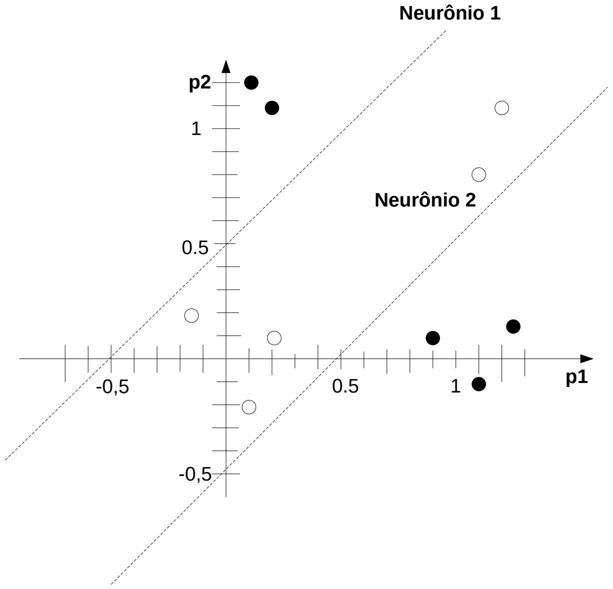
3. Considere os padrões mostrados na figura abaixo, sendo cada um formado por duas linhas e duas colunas. Pergunta-se: esses padrões são linearmente separáveis? Projete um perceptron multicamadas para separar esses padrões.

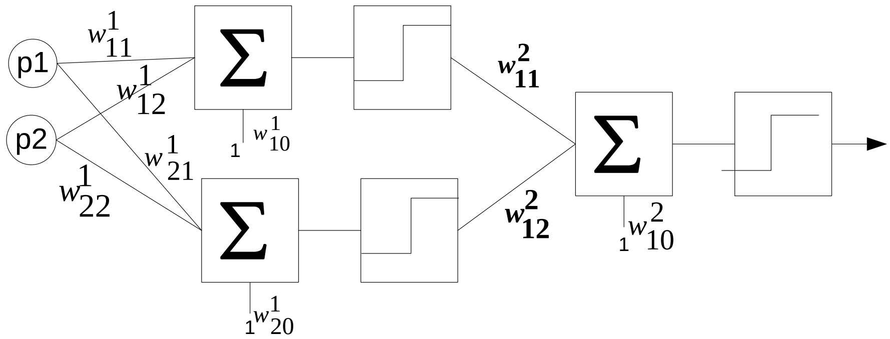


4. Seja a função de ativação *tansig* dada por: $a = f(n) = tansig = \frac{e^n - e^{-n}}{e^n + e^{-n}}$. Mostre que a derivada dessa função é dada por: $f'(n) = 1 - (a)^2$.

Solução Questões 1 e 2:

1.





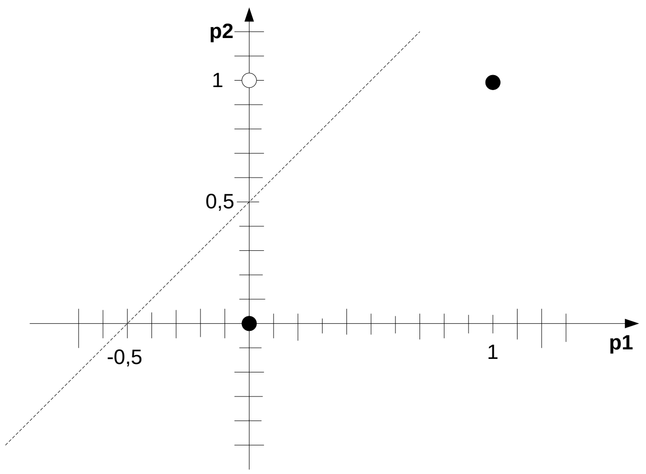
Camada 1:

Neurônio 1: $p2 = p1 + 0{,}5 \ \rightarrow p2 - p1 - 0{,}5 = 0 \rightarrow \ [-1 \ \ 1]\begin{bmatrix} p1 \\ p2 \end{bmatrix} - 0{,}5 = 0$

$\therefore \ w_{11}^{1} = -1; \ w_{21}^{1} = 1; \ w_{10}^{1} = -0{,}5$

Neurônio 2: $p2 = p1 - 0{,}5 \ \rightarrow p2 - p1 + 0{,}5 = 0 \rightarrow \ [-1 \ \ 1]\begin{bmatrix} p1 \\ p2 \end{bmatrix} + 0{,}5 = 0$

$\therefore \ w_{21}^{1} = -1; \ w_{22}^{1} = 1; \ w_{20}^{1} = 0{,}5$

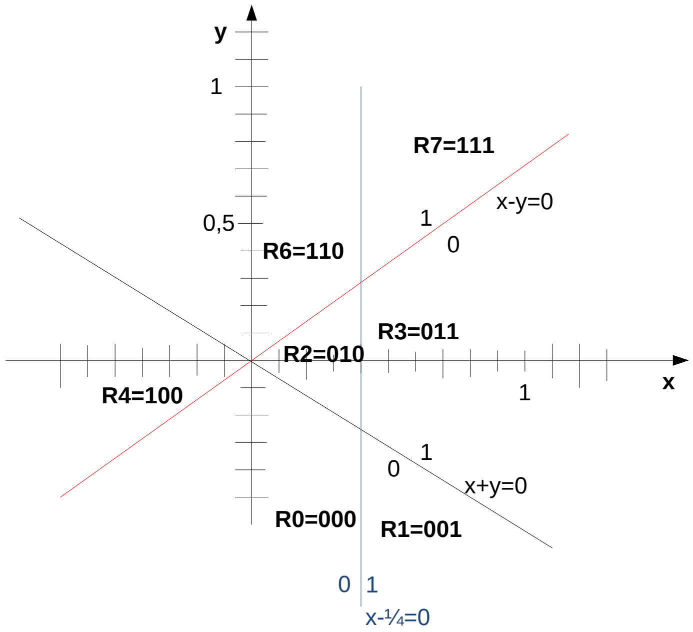


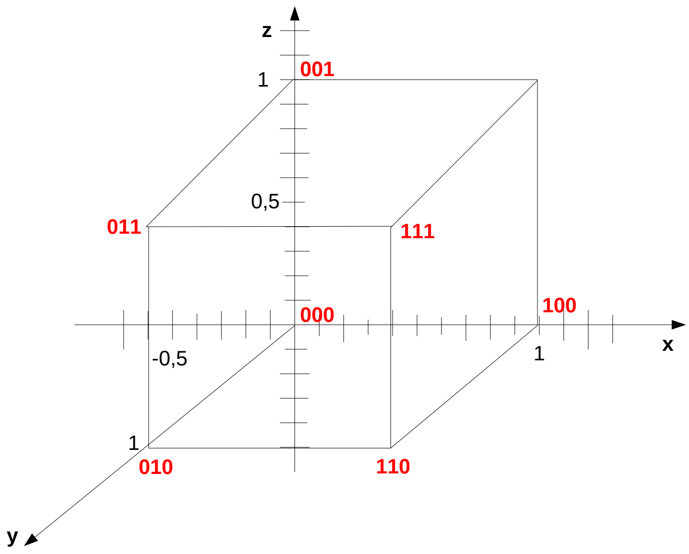
Camada 2:

Neurônio 1: $p2 = p1 + 0{,}5 \ \rightarrow p2 - p1 - 0{,}5 = 0 \rightarrow \ [-1 \ \ 1]\begin{bmatrix} p1 \\ p2 \end{bmatrix} - 0{,}5 = 0$

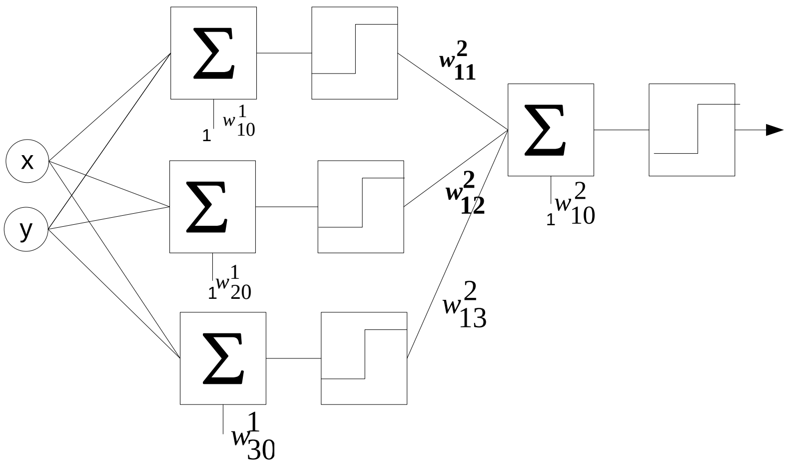
$\therefore w^2_{11} = -1; \ w^2_{12} = 1; \ w^2_{10} = -0{,}5$

2.





a) $w_1: R_4, R_6, R_7$
$w_2: R_0, R_1, R_2, R_3$



Camada 1:

Neurônio 1: $x - y = 0 \ \rightarrow \ [1 \ \ -1]\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \ w_{11}^1 = 1; w_{12}^1 = -1; w_{10}^1 = 0.$

Neurônio 2: $x + y = 0 \ \rightarrow \ [1 \ \ 1]\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \ w_{21}^1 = 1; w_{22}^1 = 1; w_{20}^1 = 0.$

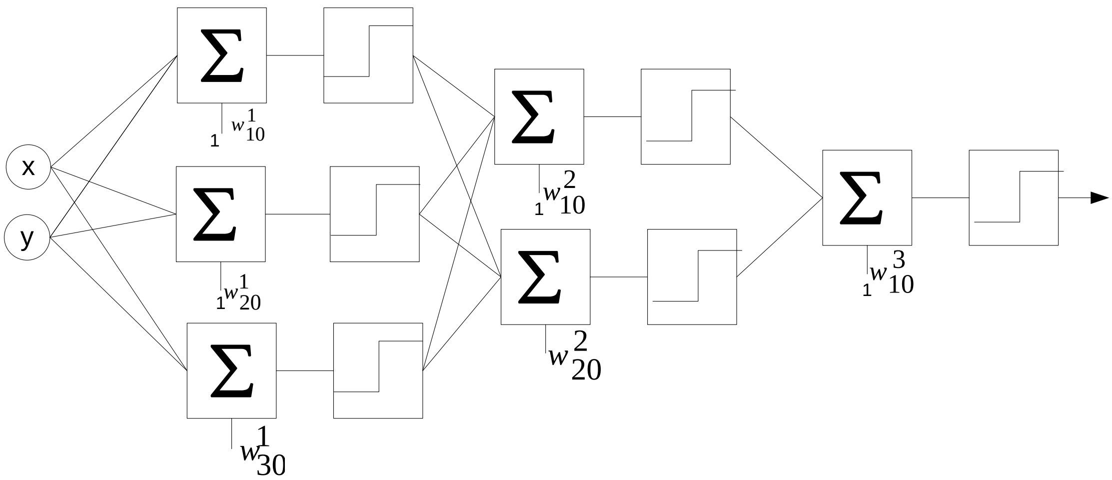
Neurônio 3: $x - \frac{1}{4} = 0 \ \rightarrow \ [1 \ \ 0]\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \frac{1}{4} = 0 \rightarrow \ w_{31}^1 = 1; w_{32}^1 = 1; w_{30}^1 = -\frac{1}{4}.$

Camada 2:

Neurônio 1: Traça o plano perpendicular ao vetor [100], passando pelo ponto [0,5 0 0]

$[1 \ 0 \ 0]\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{[0,5 \ 0 \ 0]} + \ w_{10}^2 = 0 \ \rightarrow \ [1 \ 0 \ 0]\begin{bmatrix} 0,5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + w_{10}^2 = 0 \ \rightarrow w_{10}^2 = -0,5 \rightarrow \ w_{11}^2 = 1; w_{12}^2 = 0; w_{13}^2 = 0; \ w_{10}^2 = -0,5$

b) w_1: R_4, R_6
w_2: R_0, R_1, R_2, R_3, R_7



Camada 1:

Neurônio 1: $x - y = 0 \ \rightarrow \ [1 \ \ -1]\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \ w_{11}^1 = 1; w_{12}^1 = -1; w_{10}^1 = 0.$

Neurônio 2: $x + y = 0 \ \rightarrow \ [1 \ \ 1]\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = 0 \rightarrow \ w_{21}^1 = 1; w_{22}^1 = 1; w_{20}^1 = 0.$

Neurônio 3: $x - \frac{1}{4} = 0 \ \rightarrow \ [1 \ \ 0]\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} - \frac{1}{4} = 0 \rightarrow \ w_{31}^1 = 1; w_{32}^1 = 1; w_{30}^1 = -\frac{1}{4}.$

Camada 2:

Traçaremos dois planos: o primeiro para isolar a região $R_7[111]$ e outro para isolar as regiões $R_0[000], R_1[001], R_2[010] \ e \ R_3[011]$. Na terceira camada faremos um ou do resultado da segunda camada.

Neurônio 1: traçará o plano para isolar a região $R_7[111]$, Esse plano é perpendicular ao vetor $[111]$ e passa, por exemplo, pelo ponto $[0{,}5 \ 1 \ 1]$

$$[1\ 1\ 1]\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{[0,5\ 1\ 1]} + \ w_{10}^2 = 0 \ \rightarrow \ [1\ 1\ 1]\begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} + w_{10}^2 = 0 \ \rightarrow 2{,}5 + w_{10}^2 = -2{,}5 \rightarrow$$

$$w_{11}^2 = 1; w_{12}^2 = 1; w_{13}^2 = 1; \ w_{10}^2 = -2{,}5$$

Neurônio 2: traçará o plano para isolar as regiões $R_0[000], R_1[001], R_2[010] \ e \ R_3[011]$, Esse plano é perpendicular ao vetor $[-1\ 0\ 0]$ e passa, por exemplo, pelo ponto $[0{,}5\ 0\ 0]$

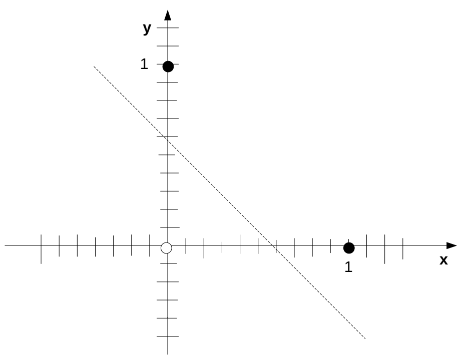
$$[-1\ 0\ 0]\begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix}_{[0,5\ 0\ 0]} + \ w_{20}^2 = 0 \ \rightarrow \ [-1\ 0\ 0]\begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + w_{20}^2 = 0 \ \rightarrow -0{,}5 + w_{20}^2 = 0$$

$$\rightarrow w_{20}^2 = 0{,}5 \rightarrow \ w_{21}^2 = -1; w_{22}^2 = 0; w_{23}^2 = 0; \ w_{20}^2 = 0{,}5$$

A essa altura temos os seguintes mapeamentos:

Poliedro	Saída da Camada 1	Saída da Camada 2	Saída da Camada 3
R0	000	10	1
R1	001	10	1
R2	010	10	1
R3	011	10	1
R4	100	00	0
R6	110	00	0
R7	111	01	1

A partir da tabela anterior vemos que na camada 3 precisamos de um neurônio que implemente a função mostrada no gráfico a seguir:



Camada 3:

Neurônio 1: esse neurônio tem que implementar uma reta perpendicular ao vetor $[1\ 1]$ e que passa, por exemplo, pelo ponto $[0{,}5\ 0]$

$$[1\ \ 1]\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}_{[0,5\ 0\ ]} + w_{10}^3 = 0 \rightarrow [1\ \ 1]\begin{bmatrix} 0{,}5 \\ 0 \end{bmatrix} + w_{10}^3 = 0 \rightarrow 0{,}5 + w_{10}^3 = 0 \rightarrow w_{10}^3 = -0{,}5 \rightarrow w_{11}^3 = 1; w_{12}^3 = 1; w_{10}^3 = -0{,}5.$$