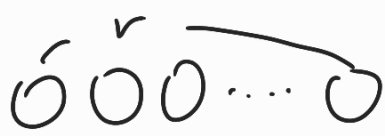


# Combinatorial Analysis

순열: 서로 다른 n개를 순서를 고려해서 나열하는 것  $n!$

r out of n object ( $n \geq r$ ) (순서고려)



$$n(n-1) \dots (n-r+1) = nPr$$

$$\frac{n!}{(n-r)!}$$

$nPr$ 은 나열하는 것  
n개에서 r만큼 뽑아  
순서대로 나열

Group permutation (중복이 있는 순열)

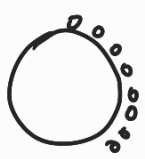
$$n = n_1 + n_2 + n_3 + \dots + n_k$$

$$10 = (R=5) + (W=3) + (B=2)$$

$$\frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$n$ 에서부터  $r$ 개를 곱하면  $(n-r)$ 까지 곱하게 되고  
 $n!$ 은  $nPr \times (n-r)!$  (n-r가 빠지면 (n-r)부터 곱하게  
모 포함하게  $n!$ 을 (n-r)!로 나눠주는 것

Circular Permutation



직선을 잇는 것  
한 칸씩 시프트 되는 경우 포함

$$\frac{n!}{n}$$

Combinations

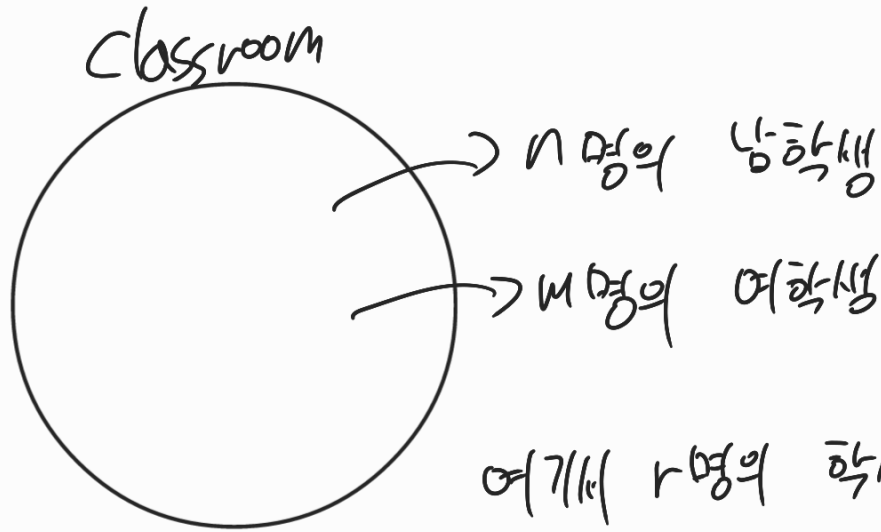
Select r objects out of n (no order)

$$nC_r = \frac{nPr}{r!} = \binom{n}{r}$$
$$= \frac{n!}{(n-r)! r!}$$

$nCr$ 은 n개에서 r개를 뽑는 순열이라면  
r개를 뽑았다 가정하면 순열이므로 그 사이에서도  
r! 만큼의 조합이 있을 거라 조합은 더하고 인해 r! 만큼의 조합이 더 포함된 조합이므로  
 $nPr$ 의 순열을 이로 나눠주는 것

$nCr$ 은 n개에서  
r개를 뽑는 것  
순서 X  $\heartsuit \diamond \clubsuit$   
에서 3개 뽑았을 때  
순열의 경우  $\heartsuit \diamond \clubsuit \neq \heartsuit \clubsuit \diamond$   
조합의 경우  $\heartsuit \diamond \clubsuit = \heartsuit \clubsuit \diamond$

$$\binom{n+m}{r}_{r \leq n, r \leq m} = \sum_{k=0}^r \binom{n}{k} \binom{m}{r-k}$$



그러면

남학생

0

1

⋮

r

여학생

r

r-1

⋮

0

이러다  
하면  
조합은

$\binom{n}{1}$  남학생을 n명 중에서 1명 뽑는 경우의 수  
 $\binom{m}{r-1}$  여학생에서 r-1명을 뽑는 경우의 수

$$\binom{n}{0} \binom{m}{r}$$

$$\binom{n}{1} \binom{m}{r-1}$$

$$\binom{n}{r} \binom{m}{0}$$

# Binomial Theories 이항정리

즉가-공복 필연

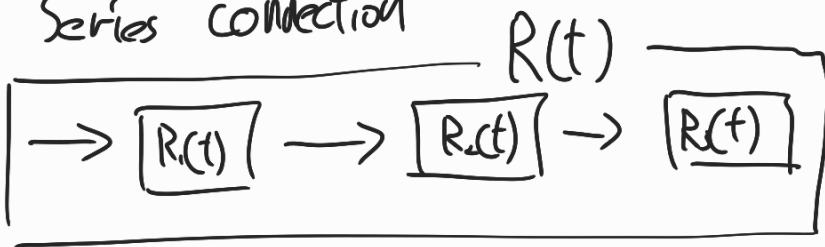
Stirling's formula

$$n! = \sqrt{2\pi n} \left(\frac{n}{e}\right)^n$$

## Reliability

$R(t)$  = 어떤 한 시점  $t$ 까지 잘 작동할 확률

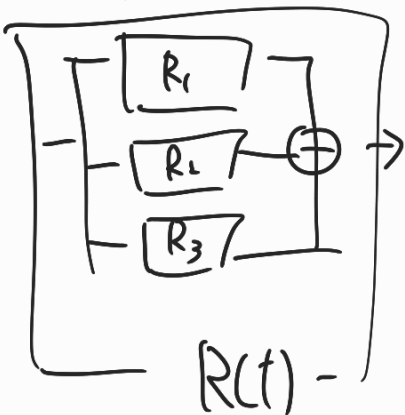
Series connection



모든 모듈은 독립적

$$R(t) = R_1(t)R_2(t) \dots R_n(t) = \prod_{i=1}^n R_i(t)$$

Parallel connections

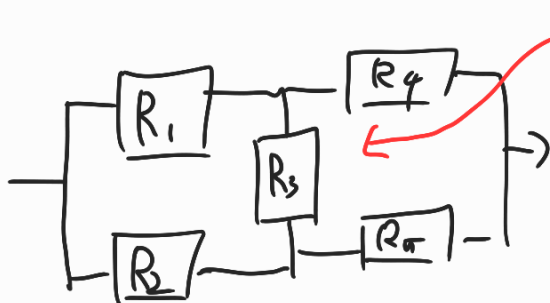


$R(t) \Rightarrow$  at least 1 module functioning

$$= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - R_i(t))$$

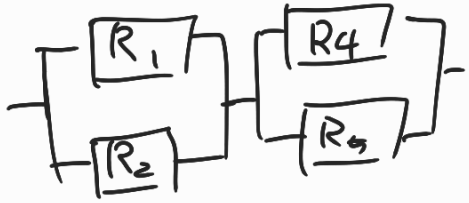
부품이 작동할 확률  
1 - 모든 부품이 작동할 확률

문제



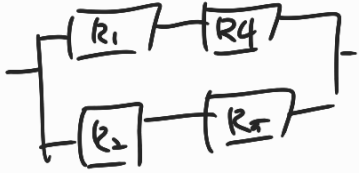
$C_3$ 가 작동할 때  
 $R_x = P(R(t) | C_3 \text{ 작동})$   
 $C_3$ 가 오작동할 때  
 $R_y = P(R(t) | C_3 \text{ 오작동})$   
 $R = R_x R_3 + R_y (1 - R_3)$

C3 시작



$$R_x = (1 - (1 - R_1)(1 - R_2)) (1 - (1 - R_4)(1 - R_5))$$

C4 시작



$$R_y = 1 - (1 - R_1 R_4) (1 - R_2 R_5)$$