행렬

벡터: 여러개의 데이터를 한 줄에 담아낼수 있게 만든것

행렬: 여러개의 데이터를 여러줄에 담아낼수 있게 만든것

$$
\begin{array}{c|cccc}
 & 1\text{열} & 2\text{열} & 3\text{열} & 4\text{열} \\
\hline
1\text{행} & 3 & 4 & 0 & 10 \\
2\text{행} & 0 & 1 & 0 & -3 \\
3\text{행} & -1 & 1 & 9 & 0
\end{array}
$$

3×4 행렬

3행 2열

행렬을 표기할 때는 대문자가 관례

행렬의 덧셈 및 뺄셈

벡터와 마찬가지로 대응하는 성분끼리

행렬의 곱셈

$$a = (a_1, a_2, \cdots a_n) \quad b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

$$ab = \langle a, b \rangle = a_1 b_1 + a_2 b_2 + \cdots a_n b_n = \sum_{i=1}^{n} a_i b_i$$

$$A = \begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \\ \vdots \\ \vec{a}_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a_{11}, a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21}, a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ & \vdots & \\ a_{n1}, a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{pmatrix} \text{ 이고}$$

$$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{pmatrix}$$

$$Ab = \begin{pmatrix} \vec{a}_1 \\ \vec{a}_2 \\ \vdots \\ \vec{a}_n \end{pmatrix} b = \begin{pmatrix} \langle a_1, b \rangle \\ \langle a_2, b \rangle \\ \vdots \\ \langle a_n, b \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{M} a_{1i} b_i \\ \sum_{i=1}^{M} a_{2i} b_i \\ \vdots \\ \sum_{i=1}^{M} a_{ni} b_i \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} a_{11}b_1 + a_{12}b_2 + \cdots + a_{1n}b_n \\ a_{21}b_1 + a_{22}b_2 + \cdots + a_{2n}b_n \\ \vdots \\ a_{n1}b_1 + a_{n2}b_2 + \cdots a_{nn}b_n \end{pmatrix}$$

$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ 를 $\frac{1}{2}$ 스칼라배 $= \begin{pmatrix} -\frac{1}{2} & 1 \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2} \end{pmatrix}$

행렬 A의 열의 개수와 행렬 B의 행의 개수는 같아야 한다

⇒ $m \times n$ 행렬과 $n \times 1$ 행렬을 곱하는 형태로 결과는 $m \times 1$ 행렬

영행렬 : 성분전체가 0

단위행렬 : 대각선상의 모든 성분 1 나머지 0 ex) $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

⇒ 행렬과 곱하면 행렬 그대로 나옴

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 4 & 7 \\ 1 & 7 \end{pmatrix}$$

역행렬

정방행렬

정의: $AA^{-1} = A^{-1}A = E$

행렬 A의 행렬식이 0인 경우 역행렬 존재하지 않음

$\left(A = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right)$ ⇒ $|A| = \det A = ad - bc$

공식

$A = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ 에 대하여 $A^{-1} = \dfrac{1}{ad-bc}\begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix}$

* 2×2 행렬보다 큰 정방행렬의 역행렬은 해당 공식으로 구할수 없음

↳ 행의 개수와 열의 개수가 같은 행렬

$A = \begin{bmatrix} 3 & 2 \\ 7 & 5 \end{bmatrix}$ = 역행렬 A^{-1}

$A^{-1} = \dfrac{1}{15-14}\begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -17 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -7 & 3 \end{bmatrix}$

3-11

$\begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$

$3x - 2y = 3$

$-\ \ 2x - 5y = 2$

$6x - 4y = 6 \quad y = 0 \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$

$-\ \ 6x - 15y = 6 \quad 6x = 6$

$11y = 0 \quad x = 1$