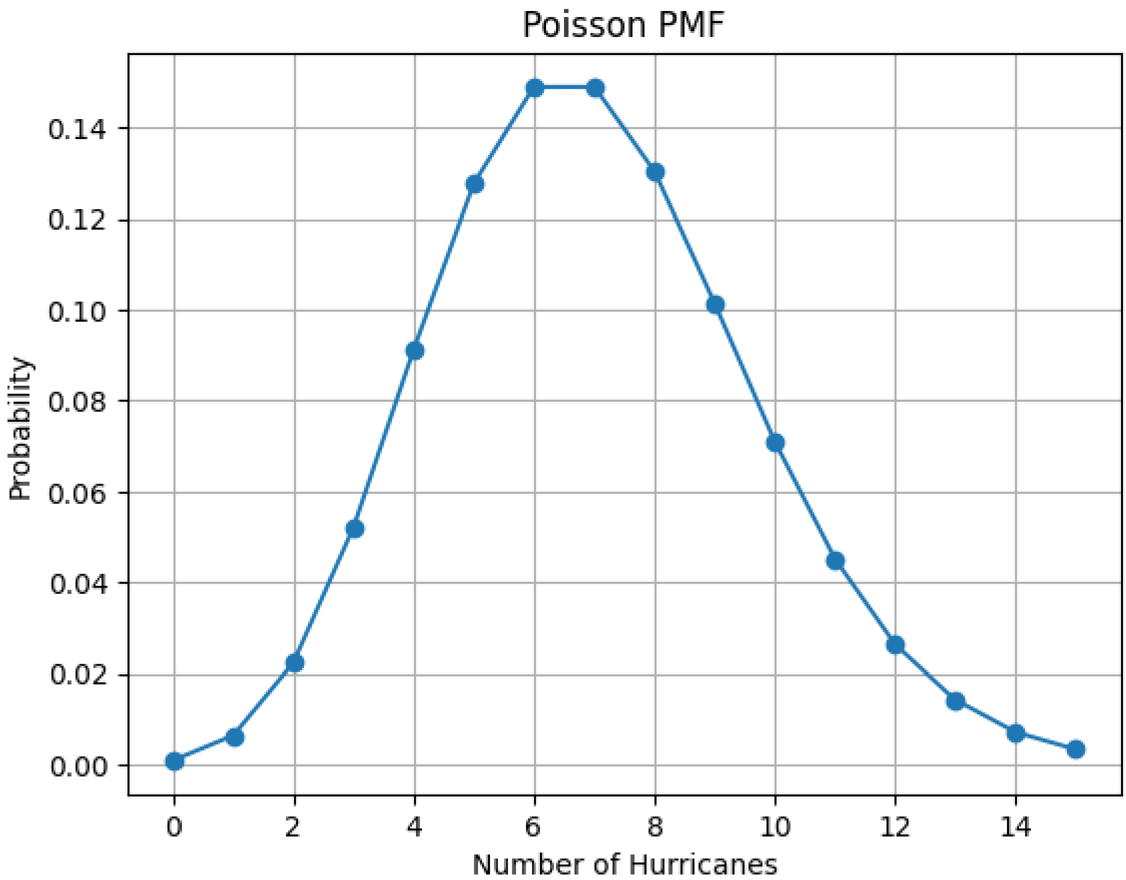
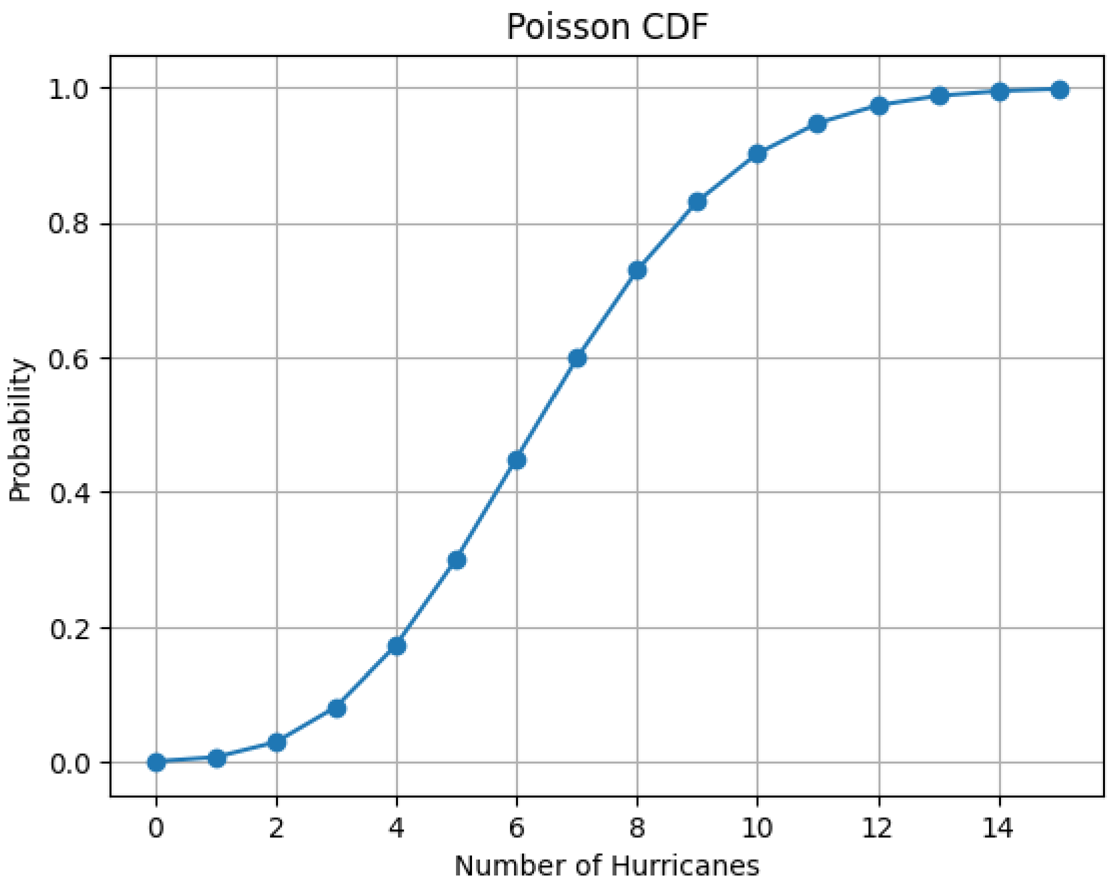
Task 1

Suponga que usted está trabajando en la industria relacionada con meteorología, por lo cual le interesa saber la probabilidad de que haya N huracanes este año. Se sabe que la frecuencia histórica de huracanes es 7 por año, en otras palabras, el número promedio de huracanes por año es de 7.

In [ ]:
```
from scipy.stats import poisson, uniform
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Parámetros
lambdaParam = 7
maxHurricanes = 16

# Crear un arreglo con los valores de x
x = np.arange(0, maxHurricanes)

# Graficar la PMF con un máximo de 16 huracanes
y = poisson.pmf(x, lambdaParam)
plt.plot(x, y, 'o-')
plt.title('Poisson PMF')
plt.xlabel('Number of Hurricanes')
plt.ylabel('Probability')
plt.grid(True)
plt.show()

# Graficar la CDF con un máximo de 16 huracanes
y = poisson.cdf(x, lambdaParam)
plt.plot(x, y, 'o-')
plt.title('Poisson CDF')
plt.xlabel('Number of Hurricanes')
plt.ylabel('Probability')
plt.grid(True)
plt.show()
```





¿Es este un escenario que se pueda modelar como una variable aleatoria de Poisson? ¿Por qué?

```
- Si, es un escenario que se puede modelar como una variable
aleatoria de Poisson ya que se trata de un evento que tiene una
frecuencia conocida de 7 al año. Si consideramos el suceso de
una predicción de huracán como un éxito y el año como la
cantidad de tiempo dado, se ajusta perfectamente a la
distribución de Poisson.
```

¿Qué conclusiones puede sacar al observar las gráficas de los ejercicios anteriores?

```
- En la gráfica del PMF podemos ver una ligera asimetría hacia
la derecha, lo que nos indica que la probabilidad de más de
siete huracanaes va reduciendo según aumenta la cantidad.
También notamos una alta curtosis en la forma de la gráfica, lo
que nos indica que la probabilidad de los eventos se concentra
en un rango pequeño de valores. Mientras más nos alejamos del
evento con el valor de lambda, la probabilidad de que ocurra se
reduce rápidamente.
```

Task 2

Usted es un analista de simulación encargado de modelar la llegada de clientes a una tienda minorista. Desea simular la cantidad de clientes que llegan por hora utilizando dos métodos diferentes: el método de transformación inversa y el método de rechazo.

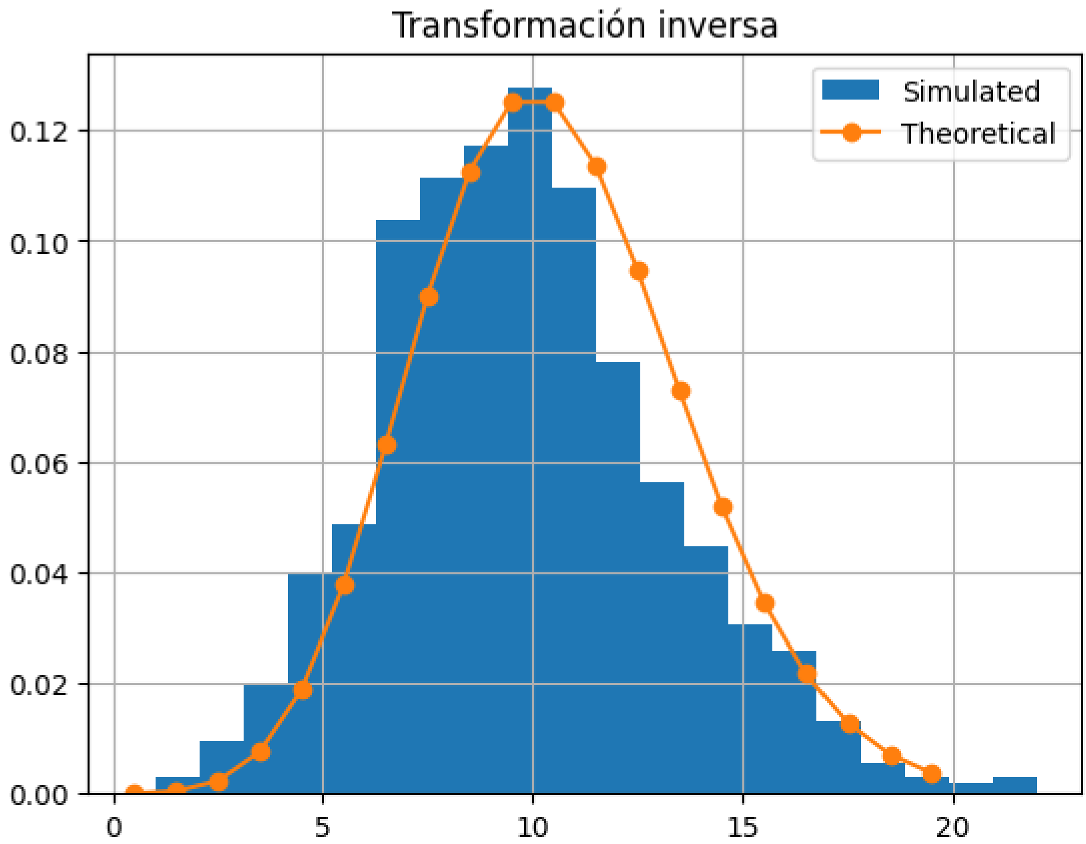
Task 2.1

Defina la distribución de probabilidad objetivo para las llegadas de clientes en función de los datos históricos. Supongamos que ha recopilado datos y descubrió que la cantidad de clientes que llegan por hora sigue una distribución de Poisson con un promedio de 10 clientes por hora (λ = 10).

In [ ]:

```
def poissonInverseTransform(n, lambdaParam):
    sample = np.random.uniform(size=n)
    x = np.zeros_like(sample)

    for i, rand in enumerate(sample):
        probability = 0
        k = 0

        while probability < rand:
            probability += poisson.pmf(k, lambdaParam)
            k += 1

        x[i] = k - 1

    return x

# Parametros
lambdaParam = 10
n = 1000

# Valores simulados
y = poissonInverseTransform(n, lambdaParam)
mean = np.mean(y)
```

```
var = np.var(y)
plt.hist(y, bins=20, density=True, label='Simulated')

# Valores teoricos
x = np.arange(0, 20)
y = poisson.pmf(x, lambdaParam)
plt.plot(x + 0.5, y, 'o-', label='Theoretical')

plt.legend()
plt.grid(True)
plt.title("Transformación inversa")
plt.show()

print(f"Media de la muestra generada: {mean:.2f} (Teórico: {lambdaParam})")
print(f"Varianza de la muestra generada: {var:.2f} (Teórico: {lambdaParam})")
```



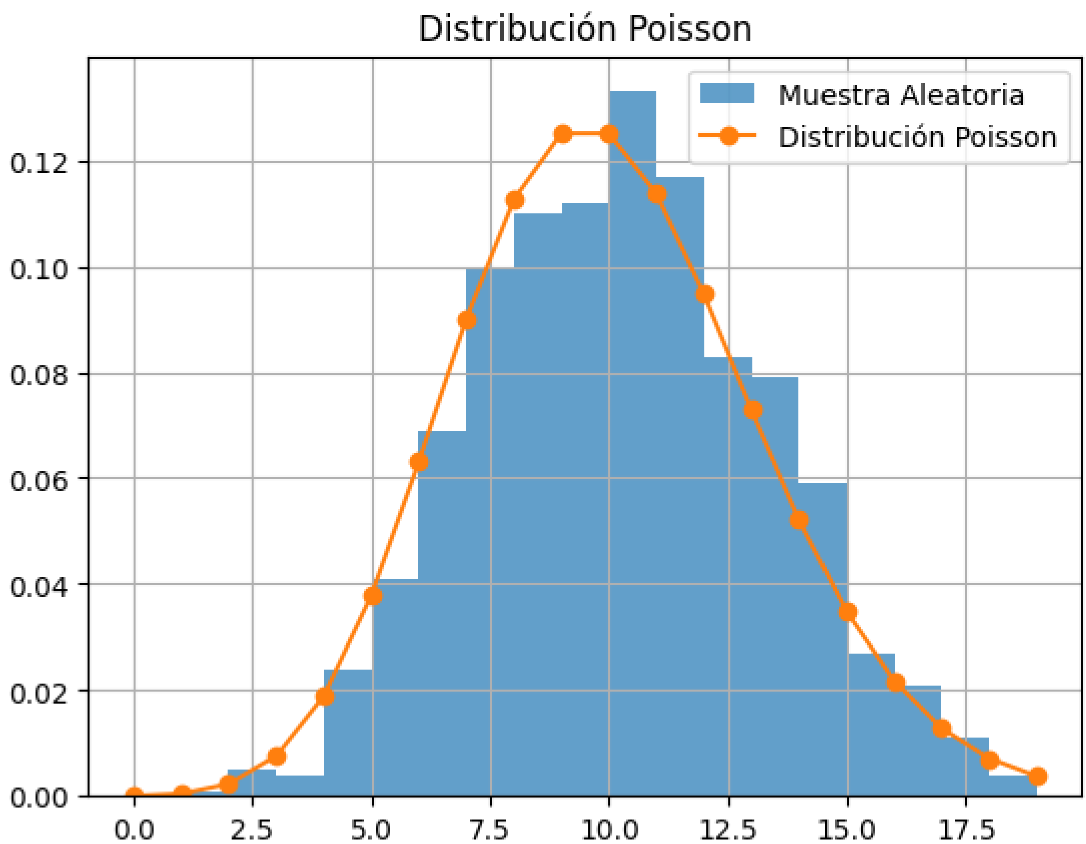

```
Media de la muestra generada: 9.88 (Teórico: 10)
Varianza de la muestra generada: 10.30 (Teórico: 10)
```

Task 2.2

Defina una distribución de propuesta que sea más fácil de muestrear y que cubra el soporte de la distribución de Poisson de destino. Por ejemplo, puede elegir una distribución uniforme o geométrica.

In [ ]:
```
def rejectionSampling(lambdaParam, n, C):
    samples = []
    for i in range(n):
        while True:
            y = np.random.randint(0, 20)
            u = np.random.rand()
            if u <= poisson.pmf(y, lambdaParam) / C * uniform.pdf(y, 0, 20):
                samples.append(y)
```

```python
                break
    return samples

# Parametros
lambdaParam = 10
n = 1000
y = np.arange(0, 20)

# Cálculo de C
C = max(poisson.pmf(y, lambdaParam) / uniform.pdf(y, 0, 20))

# Valores simulados
samples = rejectionSampling(lambdaParam, n, C)
mean = np.mean(samples)
var = np.var(samples)
plt.hist(samples, bins=y, density=True, alpha=0.7, label='Muestra Aleatoria')

# Valores teóricos
pmfValues = poisson.pmf(y, lambdaParam)
plt.plot(y, pmfValues, '-o', label='Distribución Poisson')

plt.legend()
plt.grid(True)
plt.title('Distribución Poisson')
plt.show()

print(f"C = {C:.2f}")
print(f"Media de la muestra generada: {mean:.2f} (Teórico: {lambdaParam})")
print(f"Varianza de la muestra generada: {var:.2f} (Teórico: {lambdaParam})")
```




```
C = 2.50
Media de la muestra generada: 9.79 (Teórico: 10)
Varianza de la muestra generada: 9.36 (Teórico: 10)
```

Preguntas

1. Compare los resultados de los dos métodos. ¿Qué método proporciona un mejor ajuste a la distribución de Poisson objetivo?

```
- La transformación inversa, pues los valores se acercan mucho
más a los valores de la distribución de Poisson objetivo. Esto
es debido a que el CDF inverso de la distribución de Poisson es
la función de distribución acumulada de la distribución de
Poisson, la cual es una función monótona creciente, por lo que
al aplicar la transformación inversa, los valores de la
distribución de Poisson objetivo se acercan más a los valores de
la distribución de Poisson generada.
```

2. Discuta las ventajas y desventajas de cada método en términos de eficiencia y precisión.

```
- La transformación inversa es muy fácil de implementar y
garantiza valores bastanet exactos, pero bajo una condición muy
importante: que la CDF sea muy compleja o no tenga una inversa.
Si este es el caso, la transformación inversa es muy
ineficiente, pues se requiere de una gran cantidad de
iteraciones para obtener los valores deseados.
- El muestreo por rechazo es mucho más general y aplicable a
cualquier distribución, pero es menos eficiente que la
transformación inversa y requiere calcular la constante C para
vincular la relación entre la PDF objetivo y la PDF de
propuesta. Además, el muestreo por rechazo no garantiza valores
exactos, pues se basa en la generación de valores aleatorios,
por lo que se requiere de una gran cantidad de iteraciones para
obtener valores cercanos a los valores de la distribución
objetivo.
```

3. Considere diferentes escenarios, como cambiar la tasa de llegada promedio (λ) o usar diferentes distribuciones de propuestas.¿Cómo funcionan los métodos en estos escenarios?

```
- En el caso de un valor de lambda diferente, esto no debería
afectar fuertemente al rendimiento de ninguno de los dos
métodos. En el caso de la transformación inversa, se debería
obtener una distribución de Poisson con un valor de lambda
diferente, pero con la misma forma. En el caso del muestreo por
rechazo, se debería obtener una distribución de Poisson con un
valor de lambda diferente, pero con la misma forma, pues la
distribución de propuesta es la misma.
- En el caso de cambiar la distribución propuesta, esto puede
afectar a ambos métodos. En el caso de la transformación
inversa, si la distribución propuesta posee una CDF inversa no
conocida o muy compleja de calcular, el método se vuelve muy
ineficiente. En el caso del muestreo por rechazo, si la
distribución propuesta no es similar a la distribución objetivo,
la eficiencia del método se ve afectada, pues se requiere de una
gran cantidad de iteraciones para obtener valores cercanos a los
```

valores de la distribución objetivo, pero puede llegar a ser más eficiente que la transformación inversa, pues esta sí da soporte a este tipo de distribuciones.