EA614 – Análise de Sinais

Tópico 7: Amostragem – Exercícios sugeridos

7.10 Determine se cada uma das seguintes afirmações é verdadeira ou falsa:

(a) O sinal $x(t) = u(t + T_0) - u(t - T_0)$ pode sofrer amostragem com trem de impulsos sem *aliasing*, desde que o período de amostragem $T < 2T_0$.

(b) O sinal $x(t)$ com transformada de Fourier $X(j\omega) = u(\omega + \omega_0) - u(\omega - \omega_0)$ pode sofrer amostragem com trem de impulsos sem *aliasing*, desde que o período de amostragem $T < \pi/\omega_0$.

(c) O sinal $x(t)$ com transformada de Fourier $X(j\omega) = u(\omega) - u(\omega - \omega_0)$ pode sofrer amostragem por trem de impulsos sem *aliasing*, desde que o período de amostragem $T < 2\pi/\omega_0$.

7.22 O sinal $y(t)$ é gerado pela convolução de um sinal de banda limitada $x_1(t)$ com outro sinal de banda limitada $x_2(t)$, ou seja,

$$y(t) = x_1(t) * x_2(t)$$

sendo

$$X_1(j\omega) = 0 \qquad \text{para } |\omega| > 1.000\pi$$

$$X_2(j\omega) = 0 \qquad \text{para } |\omega| > 2.000\pi.$$

A amostragem com trem de impulsos é realizada sobre $y(t)$ para obter

$$y_p(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} y(nT)\delta(t - nT)\,.$$

Especifique o intervalo de valores para o período de amostragem T que garante que $y(t)$ é recuperável a partir de $y_p(t)$.

7.26 O teorema da amostragem, conforme deduzimos, indica que um sinal $x(t)$ precisa ser amostrado em uma taxa maior que sua largura de banda (ou, de modo equivalente, uma taxa maior que o dobro de sua frequência mais alta). Isso implica que, se $x(t)$ tiver um espectro conforme indicado na Figura P7.26(a), então $x(t)$ precisa ser amostrado em uma taxa maior que $2\omega_2$. Porém, como o sinal tem a maior parte de sua energia concentrada em uma banda estreita, pode parecer razoável esperar que uma taxa de amostragem inferior ao dobro da frequência mais alta possa ser usada. Um sinal cuja energia é concentrada frequentemente em uma banda de frequência é conhecido como um *sinal passa-faixa*. Existem várias técnicas para a amostragem desses sinais, geralmente conhecidas como técnicas de *amostragem passa-faixa*.

Para examinar a possibilidade de amostragem de um sinal passa-faixa como uma taxa menor que a largura de banda total, considere o sistema mostrado na Figura P7.26(b). Supondo que $\omega_1 > \omega_2 - \omega_1$, encontre o valor máximo de T e os valores das constantes A, ω_a e ω_b tais que $x_r(t) = x(t)$.

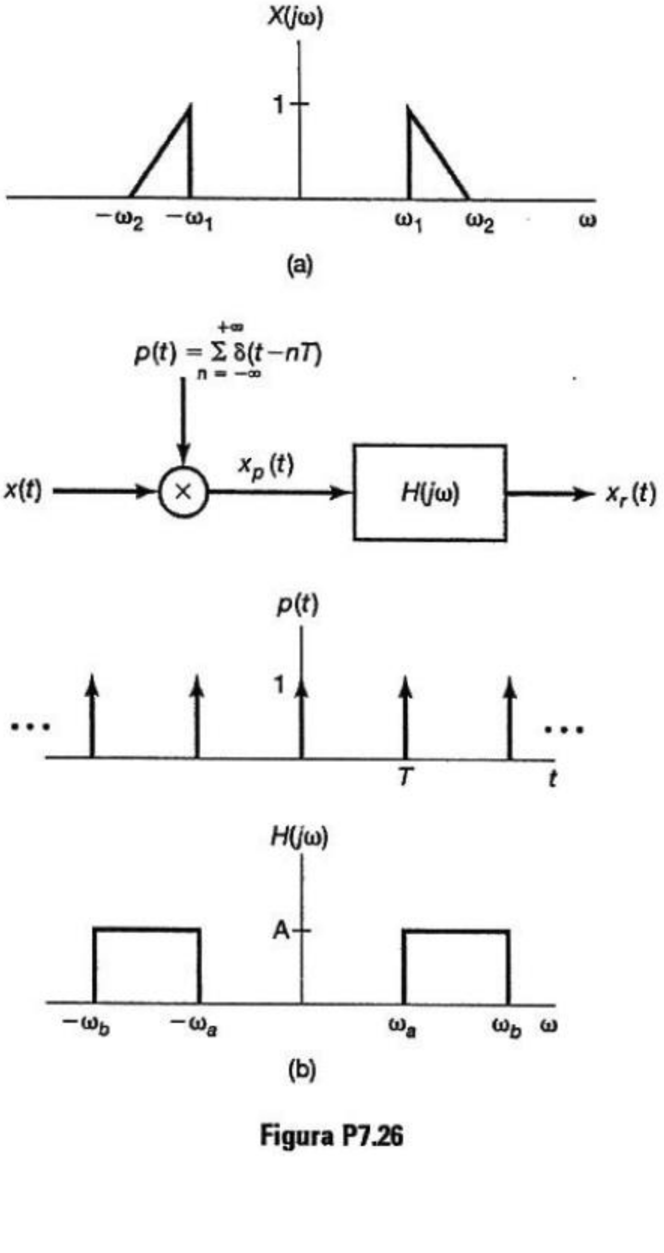
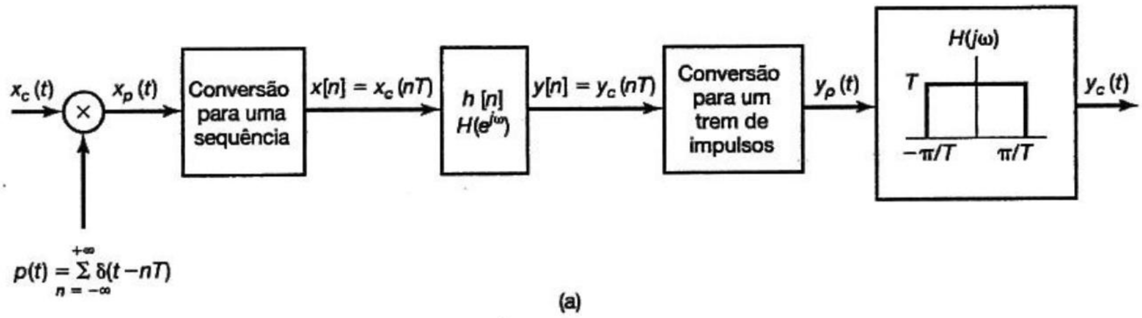
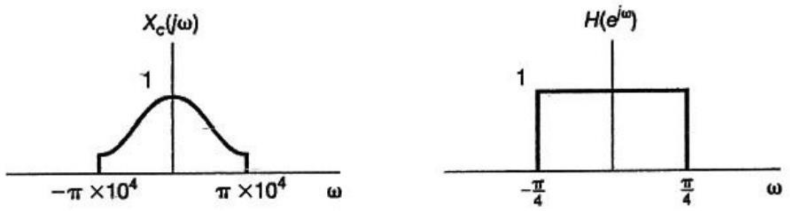


Figura P7.26

7.29 A Figura P7.29(a) mostra o sistema total para a filtragem de um sinal de tempo contínuo usando um filtro de tempo discreto. Se $X_c(j\omega)$ e $H(e^{j\omega})$ são conforme aparecem na Figura P7.29(b), com $1/T = 20$ kHz, esboce $X_p(j\omega)$, $X(e^{j\omega})$, $Y(e^{j\omega})$, $Y_p(j\omega)$ e $Y_c(j\omega)$.



(a)



(b)

Figura P7.29

7.31 A Figura P7.31 mostra um sistema que processa sinais de tempo contínuo usando um filtro digital $h[n]$ que é linear e causal com equação de diferenças

$$y[n] = \frac{1}{2}y[n-1] + x[n].$$

Para sinais de entrada que possuem banda limitada, tais que $X_c(j\omega) = 0$ para $|\omega| > \pi/T$, o sistema na figura é equivalente a um sistema LIT de tempo contínuo.

Determine a resposta em frequência $H_c(j\omega)$ do sistema total equivalente com entrada $x_c(t)$ e saída $y_c(t)$.

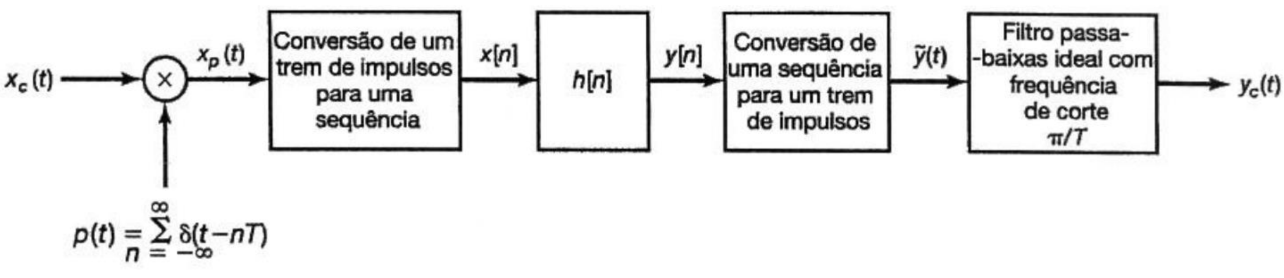
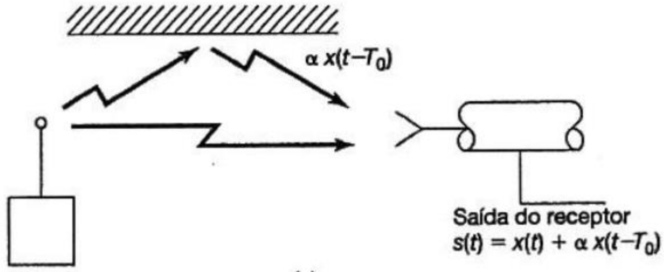


Figura P7.31

7.41 Em muitas situações práticas, um sinal é registrado na presença de um eco, que gostaríamos de remover com um processamento apropriado. Por exemplo, na Figura P7.41(a), ilustramos um sistema em que um receptor recebe simultaneamente um sinal $x(t)$ e um eco representado por uma réplica atrasada e atenuada de $x(t)$. Assim, a saída do receptor é $s(t) = x(t) + \alpha x(t - T_0)$, sendo $|\alpha| < 1$. Essa saída deve ser processada para recuperar $x(t)$ primeiro convertendo para uma sequência e depois usando um filtro digital $h[n]$ apropriado, conforme indicado na Figura P7.41(b).

Assuma que $x(t)$ tenha banda limitada [ou seja, $X(j\omega) = 0$ para $|\omega| > \omega_M$] e que $|\alpha| < 1$.



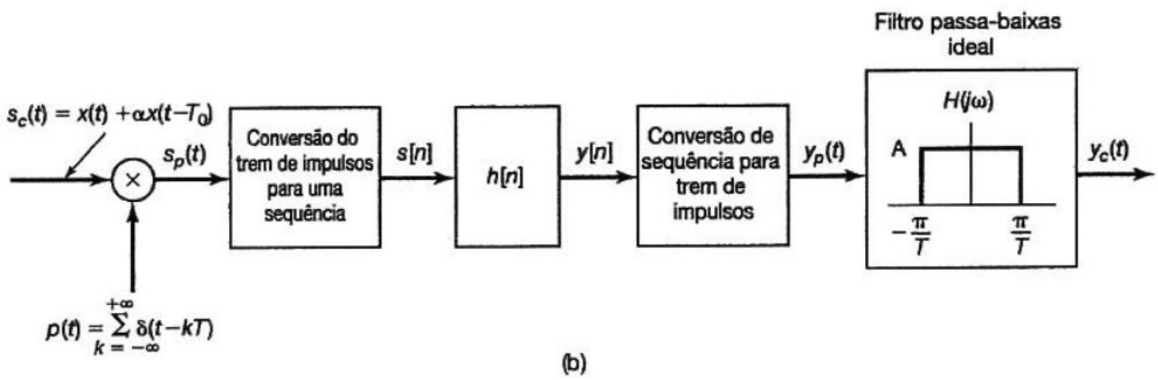


Figura P7.41

(a) Se $T_0 < \pi/\omega_M$ e o período de amostragem é considerado igual a T_0 (ou seja, $T = T_0$), determine a equação de diferenças para o filtro digital $h[n]$ tal que $y_c(t)$ seja proporcional a $x(t)$.

(b) Com as suposições do item (a), especifique o ganho A do filtro passa-baixas ideal tal que $y_c(t) = x(t)$.

(c) Agora, suponha que $\pi/\omega_M < T_0 < 2\pi/\omega_M$. Determine uma escolha do período de amostragem T, o ganho A do filtro passa-baixas e a resposta de frequência para o filtro digital $h[n]$ tal que $y_c(t)$ seja proporcional a $x(t)$.

7.45 No sistema mostrado na Figura P7.45, a entrada $x_c(t)$ tem banda limitada com $X_c(j\omega) = 0$, $|\omega| > 2\pi \times 10^4$. O filtro digital $h[n]$ é descrito para uma relação entrada-saída

$$y[n] = T \sum_{k=-\infty}^{n} x[k]. \qquad \textbf{(P7.45-1)}$$

(a) Qual é o valor máximo de T permitido se o *aliasing* tiver de ser evitado na transformação de $x_c(t)$ para $x_p(t)$?

(b) Com o sistema LIT de tempo discreto especificado com a Equação P7.45-1, determine sua resposta ao impulso $h[n]$.

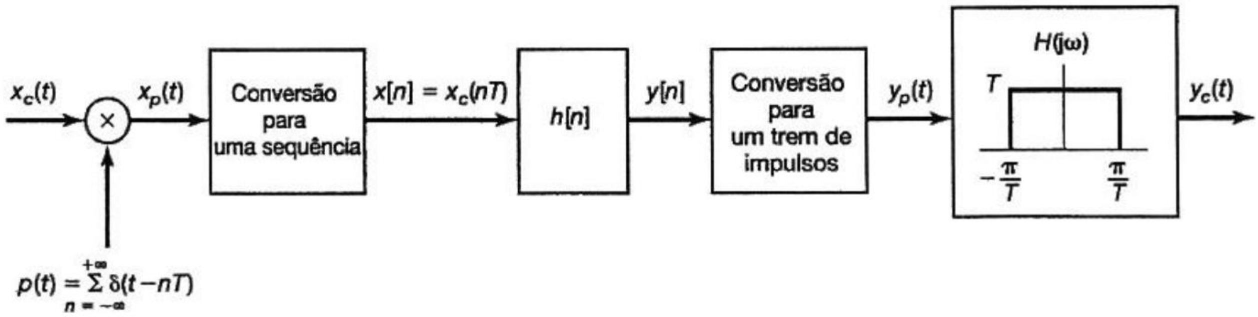


Figura P7.45