EA614 – Análise de Sinais

Tópico 1: Sinais e Sistemas – Exercícios sugeridos

1.18 Considere um sistema de tempo discreto com entrada $x[n]$ e saída $y[n]$ relacionadas por

$$y[n] = \sum_{k=n-n_0}^{n+n_0} x[k],$$

sendo n_0 um número inteiro positivo finito.

(a) O sistema é linear?

(b) O sistema é invariante no tempo?

(c) Sabendo que $x[n]$ é limitado por um número inteiro finito B (isto é, $|x[n]| < B$ para todo n), podemos demonstrar que $y[n]$ é limitado por um número finito C. Concluímos que o sistema dado é estável. Expresse C em termos de B e n_0.

1.27 Neste capítulo, apresentamos diversas propriedades gerais dos sistemas. De modo particular, um sistema pode ou não ser:

(1) Sem memória

(2) Invariante no tempo

(3) Linear

(4) Causal

(5) Estável

Determine quais dessas propriedades são válidas e quais não são para cada um dos sistemas de tempo contínuo a seguir. Justifique suas respostas. Em cada exemplo, $y(t)$ representa a saída do sistema, e $x(t)$ é a entrada do sistema.

(a) $y(t) = x(t-2) + x(2-t)$

(b) $y(t) = [\cos(3t)]x(t)$

(c) $y(t) = \int_{-\infty}^{2t} x(\tau)\,d\tau$

1.28 Determine quais das propriedades listadas no Problema 1.27 são válidas e quais não são para cada um dos sistemas de tempo discreto a seguir. Justifique suas respostas. Em cada exemplo, $y(t)$ representa a saída do sistema e $x(t)$ é a entrada do sis

(a) $y[n] = x[-n]$

(f) $y(n) = \begin{cases} x[n], & n \geq 1 \\ 0, & n = 0 \\ x[n], & n \leq -1 \end{cases}$

1.31 Neste problema, exemplificamos uma das consequências mais importantes das propriedades de linearidade e invariância no tempo. Especificamente, depois de conhecermos a resposta de um sistema linear ou de um sistema linear invariante no tempo (LIT) a uma única entrada ou as respostas a várias entradas, podemos computar diretamente as respostas a muitos outros sinais de entrada. Muito do restante deste livro trata da exploração deste fato para desenvolver resultados e técnicas para a análise e a síntese de sistemas LIT.

(a) Considere um sistema LIT cuja resposta ao sinal $x_1(t)$ na Figura P1.31(a) seja o sinal $y_1(t)$ ilustrado na Figura P1.31(b). Determine e esboce cuidadosamente a resposta do sistema à entrada $x_2(t)$ representada na Figura P1.31(c).

(b) Determine e esboce a resposta do sistema considerado no item (a) à entrada $x_3(t)$ mostrada na Figura P1.31(d).

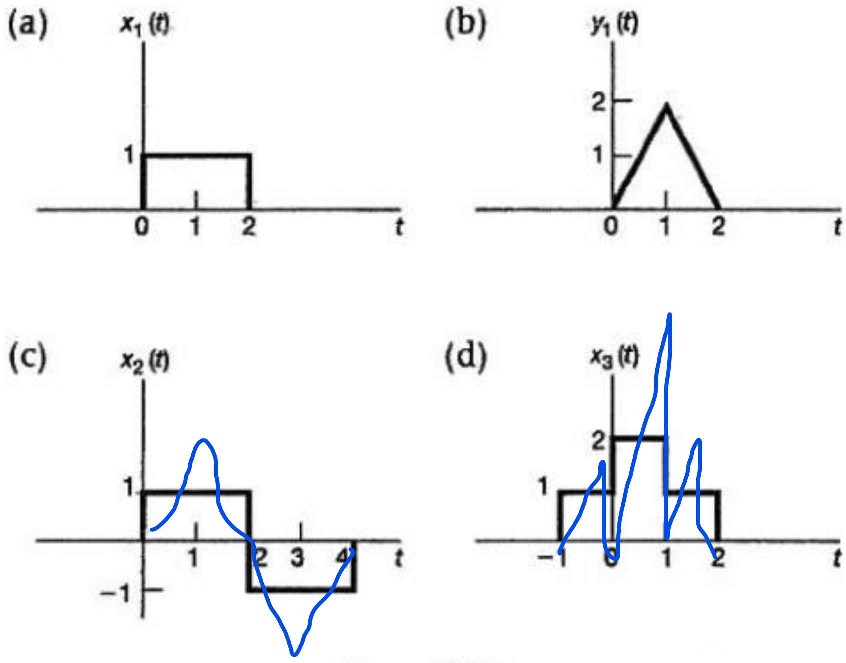

Figura P1.31

1.54 As relações consideradas neste problema são usadas em muitas ocasiões no livro todo.

(a) Prove a validade da seguinte expressão:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \alpha^n = \begin{cases} N, & \alpha = 1 \\ \frac{1-\alpha^N}{1-\alpha}, & \text{para qualquer número complexo } \alpha \neq 1. \end{cases}$$

Damos a essa representação o nome de *fórmula da soma finita*.

(b) Mostre que se $|\alpha| < 1$, então

$$\sum_{n=0}^{\infty} \alpha^n = \frac{1}{1-\alpha}.$$

Damos a essa representação o nome de *fórmula da soma infinita*.

(c) Mostre que se $|\alpha| < 1$, então

$$\sum_{n=0}^{\infty} n\alpha^n = \frac{\alpha}{(1-\alpha)^2}.$$

(d) Calcule

$$\sum_{n=k}^{\infty} \alpha^n,$$

assumindo que $|\alpha| < 1$.